

## Optimal Design of Adaptive Filter with Improved Affine Projection Algorithm in the Application of Noise Cancellation from ECG Signals

Mahdi Yousefvand<sup>1</sup> , Morteza Sepahvand<sup>2\*</sup> , Roohallah Bibak<sup>3</sup> 

<sup>1</sup> Master's Student of Electronic, Imam Hossein University

<sup>2</sup> Assistant Professor in Electronic, Imam Hossein University (\*Correspondence: msphvnd@ihu.ac.ir)

<sup>3</sup> Master's Degree in Electronic, Tarbiat Modares University

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Article Type: Research paper

Received: 18 April 2025

Revised: 02 June 2025

Accepted: 16 June 2025

Available online: 11 July 2025

#### Keywords:

ECG Signal

Adaptive Filter

Noise Cancellation

APA Algorithm

Computational Complexity

### ABSTRACT

Electrocardiogram is a method to measure the electrical activity of the heart which is performed by placing electrodes on the surface of the body. The ECG signals are accompanied by noise due to external sources or other physiological processes in the human body. Noise is an unwanted signal that is added to the original signal and causes a loss of quality and changes in the parameters of the desired signal. One of the ways to noise cancellation is to use an adaptive filter. The optimal and efficient design of adaptive filters is an important and challenging process because these filters, unlike non-adaptive filters, require repeated calculations to reach optimal weights. In this article, the new proposed APA algorithm is presented. The APA algorithm is presented to deal with the challenge of reducing the convergence speed of the NLMS algorithm. To increase the convergence speed of the APA algorithm, we extend the cut LMS and RLS algorithm to the APA algorithm, which achieves the APA algorithm. Also, the computational complexity of the proposed APA algorithm has been calculated and compared with the conventional APA algorithm. The advantage of the proposed method, in addition to increasing the speed of convergence, will be a significant reduction in computational complexity. Therefore, the use of the proposed APA method, compared to the conventional APA method, is associated with a reduction in computational complexity and a reduction in processor resources. In the proposed APA algorithm, compared to the conventional APA algorithm, for different values of P, L and  $\beta$ , the reduction rate of multiplication operation is more than 45% and the reduction rate of addition operation is more than 40%.

**Cite this article:** Yousefvand, Mahdi<sup>®</sup>, Sepahvand, Morteza<sup>®</sup>, Bibak, Roohallah<sup>®</sup> (2025). Optimal Design of Adaptive Filter with Improved Affine Projection Algorithm in the Application of Noise Cancellation from ECG Signals. *Journal of Electronic and Cyber Defens*. 2025; 13(2):27-34.

**DOR:** <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.23224347.1404.13.2.3.0>

© Author(s) retain the copyright and full publishing rights

**Publisher:** Imam Hossein University.



## طراحی بهینه فیلتر وقتی با الگوریتم Affine Projection بهبود یافته

### در کاربرد حذف نویز از سیگنال‌های ECG

مهدی یوسف‌وند<sup>۱</sup>، مرتضی سپه‌وند<sup>۲\*</sup>، روح‌الله بی‌باک<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد الکترونیک، دانشگاه جامع امام حسین (ع) (msephvnd@ihu.ac.ir)

<sup>۲</sup> استادیار، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران، ایران (نویسنده مسئول: m.yousefvand@ihu.ac.ir)

<sup>۳</sup> کارشناسی ارشد الکترونیک، دانشگاه تربیت مدرس (r.bibak@modares.ac.ir)

#### مشخصات مقاله

#### چکیده (استایل عنوان چکیده)

##### تاریخچه مقاله:

نوع مقاله: علمی پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۴/۱/۲۹

بازنگری: ۱۴۰۴/۳/۱۲

پذیرش: ۱۴۰۴/۳/۲۶

ارائه آنلاین: ۱۴۰۴/۴/۲۰

##### کلید واژه‌ها:

سیگنال ECG

فیلتر وقتی

حذف نویز

الگوریتم APA

پیچیدگی محاسباتی

الکتروکاردیوگرام یکی از روش‌های اندازه‌گیری فعالیت‌های الکتریکی قلب است که این اندازه‌گیری با قراردادن الکترودهایی روی سطح بدن انجام می‌شود. سیگنال‌های ECG به دلیل منابع خارجی و یا سایر فرایندهای فیزیولوژیکی بدن انسان با نویز همراه است. نویز به‌عنوان سیگنال ناخواسته‌ای است که با سیگنال اصلی جمع شده و باعث افت کیفیت و تغییر پارامترهای سیگنال مطلوب خواهد شد. یکی از روش‌های حذف نویز استفاده از فیلتر وقتی است. طراحی بهینه و کارآمد فیلترهای وقتی فرایندی مهم و پرچالش است؛ زیرا این پالایه‌ها برخلاف فیلترهای غیر تطبیقی، نیازمند تکرار محاسبات برای رسیدن به وزن‌های بهینه هستند. در این مقاله، الگوریتم نوین APA پیشنهادی ارائه می‌شود. الگوریتم APA برای مقابله با چالش کاهش سرعت همگرایی الگوریتم NLMS ارائه شده است. برای افزایش سرعت همگرایی APA، الگوریتم برش یافته LMS و RLS را به الگوریتم APA تعمیم می‌دهیم. همچنین پیچیدگی محاسباتی الگوریتم APA پیشنهادی، محاسبه شده و با الگوریتم APA مرسوم مقایسه شده است. مزیت روش پیشنهادی، کاهش قابل‌ملاحظه پیچیدگی محاسباتی خواهد بود؛ بنابراین استفاده از روش APA پیشنهادی در مقایسه با روش APA مرسوم با کاهش پیچیدگی محاسباتی و کاهش منابع مصرفی پردازنده همراه است. در الگوریتم APA پیشنهادی نسبت به الگوریتم APA مرسوم به ازای مقادیر مختلف P، L و  $\beta$  میزان کاهش عملیات ضرب بیشتر از ۴۵٪ و میزان کاهش عملیات جمع بیشتر از ۴۰٪ است.

**استناد:** یوسف‌وند، مهدی<sup>۱</sup>، سپه‌وند، مرتضی<sup>۲</sup>، بی‌باک، روح‌الله<sup>۳</sup>. طراحی بهینه فیلتر وقتی با الگوریتم Affine Projection بهبود یافته در کاربرد حذف نویز از سیگنال‌های ECG. پدافند الکترونیک و سایبری. (۱۴۰۴)؛ ۱۳ (۲): ۲۷-۳۴.

**DOR:** <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.23224347.1404.13.2.3.0>

© نویسنده(گان) حق نشر و حقوق کامل انتشار را برای خود محفوظ می‌دارند.



ناشر: دانشگاه جامع امام حسین (ع).

OPEN ACCESS

## ۱- مقدمه

سیگنال های ECG<sup>۱</sup> به دلیل منابع خارجی و یا سایر فرایندهای فیزیولوژیکی بدن انسان، با نویز همراه است [۱]. به طور معمول این نویز ناشی از حرکات دست و بدن بیمار در هنگام ثبت سیگنال ECG و یا استفاده از وسایل الکتریکی در طی فرآیند ثبت سیگنال ECG است [۲-۳].

حضور نویز در سیگنال ECG باعث کاهش مقدار سیگنال به نویز و افت کیفیت سیگنال می شود. این نویز در زمان کسب اطلاعات و ثبت آن ها به سیگنال ECG اضافه می شود که به واسطه اضافه شدن این نویز، اطلاعات مهم کلینیکی از بین می رود [۲]. حذف نویز به واسطه ثابت نبودن آن و همچنین به دلیل دامنه خیلی پایین پتانسیل های تأخیری و نسبت ناچیز سیگنال به نویز در سیگنال ECG، می تواند یک فرآیند سخت و پیچیده باشد. به منظور کاهش نویز و افزایش مقدار سیگنال به نویز در سیگنال و رسیدن به دقت تشخیص بهتر، بایستی از روش های کاهش نویز مانند فیلترینگ استفاده نماییم [۴].

یکی از روش های رایج قدیمی برای کاهش نویز سیگنال ECG استفاده از فیلترهای پایین گذر و بانک فیلتر است که به دلیل ناشناخته بودن مشخصه های آماری سیگنال ها، استفاده از الگوریتم های ثابت، پردازش کارآمدی از این سیگنال ها ندارد. بنابراین این روش ها ممکن است اثرات مخربی بر روی سیگنال ECG داشته باشد و احتمال تشخیص نادرست پزشک را افزایش می دهد [۵]. در این صورت نیاز به الگوریتم های سازگاری است که مشخصه های داخلی خود را بر اساس عوامل محیطی و رفتار سیگنال تغییر دهند [۶]. در چنین مواردی طراحی فیلترهای وقتی مطرح می شود. این فیلترها به صورت بلادرنگ و با دریافت اطلاعات لحظه ای از محیط، اقدام به بهنگام سازی مشخصه های خود می نمایند.

از میان الگوریتم های وقتی، الگوریتم های LMS<sup>۲</sup> و NLMS<sup>۳</sup> به دلیل سادگی پیاده سازی و پیچیدگی محاسباتی پایین از پرکاربردترین الگوریتم های وقتی محسوب می شوند. الگوریتم LMS روشی است که با تکرار و اصلاح مداوم بردار وزن در جهت منفی بردار گرادیان، باعث رسیدن به حداقل میانگین مربعات خطا می شود [۷-۸]. الگوریتم NLMS تعمیم یافته الگوریتم LMS است که با انتخاب اندازه گام های متفاوت برای هر تکرار، به روزرسانی ضرایب انجام می دهد [۹]. اما این الگوریتم ها در برابر سیگنال های ورودی همبسته عملکرد همگرایی ضعیفی دارند و رفتار همگرایی آن ها به شدت تابعی از تغییرات طیف توان سیگنال ورودی است. هرچه این تغییرات بیشتر باشد و سیگنال ورودی رنگی تر باشد، پراکندگی مقادیر ویژه ماتریس همبستگی ورودی بیشتر خواهد بود و در نتیجه سرعت همگرایی کاهش بیشتری می یابد [۱۰].

برای بهبود عملکرد همگرایی و کاهش حساسیت رفتار همگرایی الگوریتم وقتی به میزان همبستگی سیگنال ورودی، الگوریتم APA<sup>۴</sup> پیشنهاد شده است [۱۱]. این الگوریتم حالت چندبعدی الگوریتم NLMS است. از مزایای الگوریتم APA می توان به مقاوم بودن در برابر نویز و کاهش وابستگی به پراکندگی مقادیر ویژه اشاره کرد [۱۲]. مزایای ذکر شده به هزینه پیچیدگی محاسباتی بالا به دست می آید و پیچیدگی محاسباتی بالا نقطه ضعف در پیاده سازی الگوریتم APA است. برای غلبه بر این چالش، روش های بهینه سازی استفاده شده در الگوریتم های دیگر فیلتر وقتی که برای حل کاهش بار محاسباتی ارائه شدند، در الگوریتم APA به کار گرفته می شوند. در [۱۳] روش بهنگام سازی جزئی انتخابی<sup>۵</sup> ارائه شده است. برای یک فیلتر وقتی معین، پیچیدگی محاسباتی با تقسیم ضرایب فیلتر وقتی به بلوک های کوچک و بهنگام سازی تعدادی از این بلوک ها به جای کل فیلتر در هر تکرار کاهش می یابد. این روش بر روی بهنگام سازی یک زیرمجموعه از ضرایب فیلتر در هر تکرار تمرکز می کند. در [۱۴] روش انتخاب بردار تأخیری<sup>۶</sup> ارائه شده است. در این روش کاهش پیچیدگی محاسباتی با استخراج تنها یک زیرمجموعه از ورودی های تأخیری در هر تکرار انجام شده است. از آنجایی که کاهش پیچیدگی محاسباتی و نرخ همگرایی در SR\_APA بستگی به اندازه نسبی  $k$  و  $P$  دارد، نسبت انتخاب  $r = \frac{k}{P}$  برای راحتی کار تعریف می شود. برای  $r = 1$  الگوریتم SR\_APA برابر با APA مرسوم می شود. هنگامی که  $r$  کاهش می یابد؛ پیچیدگی محاسباتی به سرعت کاهش می یابد در حالی که عملکرد همگرایی به آهستگی بدتر می شود. لذا تنها یک مقدار کوچک در نرخ همگرایی را از دست می دهیم در حالی که پیچیدگی محاسباتی بسیار بیشتر کاهش می یابد. در [۱۵] به منظور حذف نویز در کاربرد تقویت گفتار، از الگوریتم FAPA استفاده شده است. در این الگوریتم در هر تکرار، یکی از ضرایب فیلتر به صورت بهینه انتخاب و بهنگام سازی می شود. یکی دیگر از مشخصه های این الگوریتم آن است که در هر لحظه می توان پیگیری تطبیقی را یکبار یا بیشتر تکرار کرد. بنابراین می توان بین سرعت همگرایی و پیچیدگی محاسباتی تعادل مناسبی برقرار کرد. عملکرد این الگوریتم قابل مقایسه با RLS است.

به منظور کاهش پیچیدگی محاسباتی و بهبود سرعت همگرایی الگوریتم های وقتی، روش تناسبی پیشنهاد شده است [۱۶-۱۷]. در روش تناسبی هر وزن فیلتر به طور مستقل با تنظیم طول گام مناسب بهنگام سازی می شود، بنابراین وزن های بزرگ به سرعت همگرا می شوند و در مقابل وزن های کوچک به آهستگی همگرا می شوند. این رویکرد سبب همگرایی بهتر و نیز بهبود قابلیت ره گیری می شود [۱۸-۱۹]. اما این الگوریتم ها نیز به دلیل وابستگی رفتار همگرایی به پراکندگی مقادیر ویژه، دارای سرعت همگرایی ضعیفی

<sup>۴</sup> Affine Projection Algorithm<sup>۵</sup> Selective Partial Update<sup>۶</sup> Selective Regressor<sup>۱</sup> Electrocardiogram (ECG)<sup>۲</sup> Least Means Square<sup>۳</sup> Normalize Least Means Square

$$u_k = [u(k) \ u(k-1) \ \dots \ u(k-L+1)]^T \quad (4)$$

الگوریتم APA رشته ورودی را دریافت می‌کند و باتوجه به رابطه (۳) ماتریس  $L \times P$  ورودی را می‌سازد. در حالت خاص  $P=1$  الگوریتم APA همان الگوریتم NLMS خواهد شد. هرچه  $P$  بزرگ‌تر باشد، از اطلاعات ورودی بیشتری در عمل به‌نگام‌سازی استفاده می‌شود و در نتیجه سرعت همگرایی الگوریتم بیشتر است. در رابطه به‌نگام‌سازی الگوریتم APA مرسوم یک عملیات معکوس‌گیری ماتریسی وجود دارد، این عملیات بار پیچیدگی محاسباتی بالایی را تحمیل می‌کند. این پیچیدگی محاسباتی برای ماتریس‌های تنک<sup>۱</sup> که تنک بودن<sup>۲</sup> آن‌ها از یک الگوی<sup>۳</sup> خاص پیروی می‌کند، کاهش می‌یابد.

### ۳. الگوریتم وقتی APA پیشنهادی

در مطالب بیان‌شده، راهکارهایی برای کاهش پیچیدگی محاسباتی الگوریتم APA ارائه شد. در روش‌های مطرح‌شده، کاهش پیچیدگی محاسباتی با ساده‌سازی رابطه به‌نگام‌سازی محقق می‌شود و باعث کاهش سرعت همگرایی الگوریتم APA می‌شود. به‌طور کلی این ساده‌سازی‌ها با تضعیف عملکرد الگوریتم و افزایش سطح خطای حالت ماندگار همراه خواهد شد. برای بهبود این مشکل با الهام از نسخه برش‌یافته الگوریتم‌های LMS و RLS، الگوریتم APA برش‌یافته ارائه شده است. این الگوریتم مبتنی بر برش سه سطحی سیگنال ورودی به‌کاررفته در به‌نگام‌سازی ضرایب است که در حین آن، سیگنال ورودی به سه سطح ۱ و ۰ و -۱ کوانتیزه می‌شود.

با کوانتیزه کردن داده‌های ورودی، الگوریتم APA مرسوم تبدیل به الگوریتم APA پیشنهادی یا CAPA<sup>۴</sup> می‌گردد. در رابطه (۵) فرمول به‌نگام‌سازی الگوریتم APA پیشنهادی آورده شده است:

$$W_{k+1} = W_k + \mu \hat{U}_k (\epsilon I + \hat{U}_k^T \hat{U}_k)^{-1} e_k \quad (5)$$

در رابطه (۶) ماتریس  $\hat{U}_k$  که ماتریس سیگنال ورودی در تکرار  $k$  ام است آورده شده است. بردار ورودی  $L \times 1$  است و به‌صورت رابطه (۷) تعریف می‌شود.

$$\hat{U}_k = [\hat{u}_k \ \hat{u}_{k-1} \ \dots \ \hat{u}_{k-P+1}] \quad (6)$$

$$\hat{u}_k = [\hat{u}(k) \ \hat{u}(k-1) \ \dots \ \hat{u}(k-L+1)]^T \quad (7)$$

در رابطه بالا  $\hat{u}_k$  برش‌یافته سیگنال ورودی است که از رابطه (۸) به دست می‌آید:

$$\hat{u}(k) = \text{msgn}(u(k), \delta\sigma_u) = \begin{cases} +1 & \delta\sigma_u \leq u(k) \\ 0 & -\delta\sigma_u < u(k) < \delta\sigma_u \\ -1 & u(k) \leq -\delta\sigma_u \end{cases} \quad (8)$$

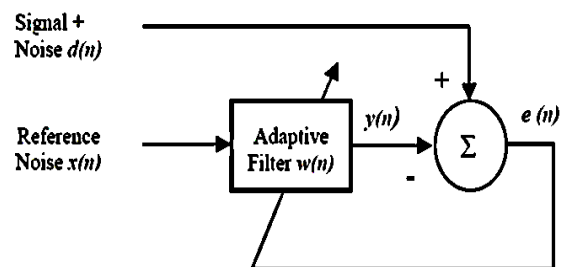
در رابطه (۸) پارامتر  $\delta$  یک ضریب از پیش تعیین‌شده و  $\sigma_u$  انحراف معیار سیگنال ورودی است. ماتریس داده موجود در این الگوریتم پیشنهادی بسته به مقدار آستانه برش، تعداد زیادی صفر

در برابر سیگنال‌های ورودی رنگی می‌باشند. در [۲۰] از طول گام و درجه تصویر متغیر استفاده شده است. طول گام در هر تکرار به صورتی تغییر می‌کند که حداکثر تغییرات وزن‌ها در هر تکرار رخ دهد. همچنین در هر تکرار با توجه به میزان مربع خطای هر عنصر بردار خطا، درجه تصویر را تغییر می‌دهد و مجدداً طول گام را اصلاح می‌کند. ضعف این روش، حجم محاسبات آن برای محاسبه درجه تصویر در هر تکرار است. علاوه بر این مشخصه تنک بودن در سیستم را در نظر نمی‌گیرد.

در این پژوهش، باهدف طراحی بهینه فیلتر وقتی جهت حذف نویز در سیگنال‌های ECG و به‌منظور کاهش پیچیدگی محاسباتی در الگوریتم APA مرسوم، اصلاحی به این الگوریتم پیشنهاد شده است. ترتیب مطالب این مقاله به‌صورت زیر است. در بخش دوم به بررسی الگوریتم وقتی APA مرسوم پرداخته می‌شود. بخش سوم به روش پیشنهادی اختصاص دارد. شبیه‌سازی و ارزیابی آن و مقایسه با روش مرسوم در بخش چهارم ارائه می‌شود. بخش پنجم به نتیجه‌گیری و جمع‌بندی اختصاص می‌یابد.

### ۲- الگوریتم وقتی APA مرسوم

در شکل (۱) ساختار حذف نویز فیلتر وقتی نشان داده شده است. در این شکل،  $x(n)$  سیگنال ورودی،  $y(n)$  سیگنال خروجی فیلتر وقتی،  $d(n)$  سیگنال مطلوب و  $n$  تعداد تکرار است. سیگنال خطای  $e(n)$  از حاصل  $d(n)-y(n)$  به دست می‌آید. این سیگنال خطا در قالب یک تابع عملکرد مناسب تعریف می‌شود تا ضرایب فیلتر در الگوریتم وقتی بر اساس این تابع به‌نگام‌سازی شود [۲۱].



شکل (۱): ساختار حذف نویز فیلتر وقتی

در رابطه (۱) فرمول به‌نگام‌سازی الگوریتم APA مرسوم آورده شده است:

$$W_{k+1} = W_k + \mu U_k (\epsilon I + U_k^T U_k)^{-1} e_k \quad (1)$$

در رابطه (۲) مقدار  $e_k$  آورده شده است. همچنین در رابطه (۳) ماتریس  $U_k$  که ماتریس سیگنال ورودی در تکرار  $k$  ام است آورده شده است. بردار ورودی  $L \times 1$  است و به‌صورت رابطه (۴) تعریف می‌شود.

$$e_k = d_k - U_k^T W_k \quad (2)$$

$$U_k = [u_k \ u_{k-1} \ \dots \ u_{k-P+1}] \quad (3)$$

<sup>1</sup> Sparse

<sup>2</sup> Sparsity

<sup>3</sup> Pattern

<sup>4</sup> Clipped APA

می‌شوند. در جدول (۱) روابط الگوریتم APA پیشنهادی آورده شده است.

جدول (۱): روابط الگوریتم APA پیشنهادی

<b>Input:</b>
$u_k = [u(k), u(k-1), \dots, u(k-L+1)]$
<b>for each New Input <math>u(k); k \geq 0</math>:</b>
<b>if <math>\delta\sigma_u \leq u(k)</math></b>
$\Omega(k) = 1$
<b>else if <math>u(k) \leq -\delta\sigma_u</math></b>
$\Omega(k) = -1$
<b>else</b>
$\Omega(k) = 0$
<b>Input Matrix:</b>
$\hat{U}_k = [\hat{u}_k \ \hat{u}_{k-1} \ \dots \ \hat{u}_{k-P+1}]$
$\hat{u}_k = [u(k), u(k-1), \dots, u(k-L+1)]$
<b>Desired vector:</b>
$d_k = [d(k), d(k-1), \dots, d(k-P+1)]$
<b>Filtering:</b>
$y_k = U_k^T W_k$
<b>Error Estimation:</b>
$e_k = d_k - U_k^T W_{k-1}$
<b>Tap-weight vector adaptation:</b>
$W_k = W_{k-1} + \mu \Omega_k (e_k I + \Theta_k^T \Theta_k)^{-1} e_k$

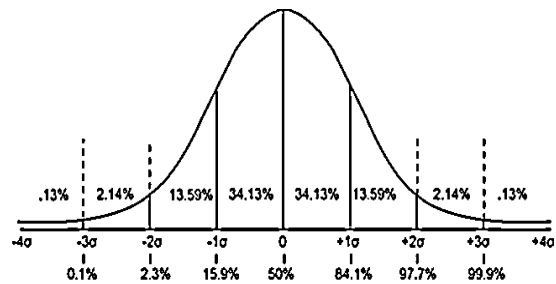
باید توجه داشته باشیم که فیلترینگ وفقی شامل دو مرحله است: مرحله فیلترگذاری و مرحله بهنگام سازی ضرایب. عملیات فیلترگذاری با سیگنال برش نیافته صورت می‌گیرد و عملیات بهنگام سازی ضرایب با سیگنال برش یافته انجام می‌شود.

### ۳-۱- بلوک دیاگرام فیلتر وفقی با الگوریتم APA پیشنهادی

عمدتاً فیلتر وفقی از سه بخش اساسی شامل ساختار فیلتر، مرتبه فیلتر و الگوریتم تعیین ضرایب فیلتر تشکیل شده است و هر کدام از این قسمت‌ها ارتباط مستقیمی با یکدیگر دارند. ساختار هر فیلتر نمایش بلوکی رفتار فیلتر را نشان می‌دهد و از سه قسمت اساسی به نام‌های بلوک ضرب کننده، بلوک تأخیر و بلوک جمع کننده تشکیل شده است. ساختارهای متفاوت فیلتر سعی دارند تعداد ضرب کننده‌های فیلتر را جهت پیاده‌سازی بهینه در سخت‌افزار کاهش دهند با توجه به اینکه به طور فرض اگر پردازنده مورد استفاده تعداد ضرب کننده زیادی داشته باشد و در استفاده از آن هیچ محدودیتی نداشته باشد، بازهم استفاده زیاد از ضرب کننده‌ها باعث افت شدید سرعت مدار می‌شود.

وجود الگوریتم وفقی برای تنظیم ضرایب فیلتر وفقی لازم است تا خروجی  $y(n)$  تخمین درستی از ورودی سیستم باشد. همچنین سیگنال خطای  $e(n)$  از تفاضل سیگنال خروجی از سیگنال مطلوب به دست می‌آید و از این سیگنال خطا جهت تنظیم ضرایب سیستم وفقی در لحظات بعد استفاده می‌شود [۲۲]. در شکل (۳) ساختار بلوکی فیلتر وفقی APA پیشنهادی نشان داده شده است.

خواهد داشت. در شکل (۲) تابع توزیع احتمال فرآیند گاوسی نشان داده شده است. همان‌طور در شکل (۲) دیده می‌شود اگر ورودی دارای توزیع گاوسی باشد، به ازای مقدار آستانه برابر با  $\delta\sigma_u = \sigma_u$  حدود ۷۰٪ نمونه‌ها صفر می‌شوند و ماتریس به دست آمده ماتریس تنک خواهد بود. در این ساختار پیچیدگی محاسباتی عملیات معکوس ماتریسی مربوط به APA با تنک شدن ماتریس رابطه بهنگام سازی کاهش می‌یابد. محاسبه معکوس ماتریس تنک ایجاد شده در الگوریتم، باعث کاهش تعداد عملیات از  $O(n^3)$  به  $O(n^2)$  است. ماتریس تنک، ماتریسی است که تعداد زیادی از درایه‌های آن دارای مقدار صفر می‌باشند که باعث کاهش در عملیات و کاهش فضای ذخیره سازی می‌شود. الگوریتم APA پیشنهادی در طول عملیات بهنگام سازی به جای استفاده از خود سیگنال ورودی، از علامت آن استفاده می‌کند بنابراین پیچیدگی محاسباتی این الگوریتم نسبت به APA مرسوم کاهش می‌یابد که باعث کاهش پیچیدگی پیاده‌سازی و همچنین کاهش منابع مصرفی تراشه<sup>۱</sup> FPGA می‌گردد. این کاهش پیچیدگی به دلیل کاهش تعداد ضرب کننده‌ها و جمع کننده‌ها در رابطه بهنگام سازی صورت می‌گیرد.



شکل (۲): تابع توزیع احتمال فرآیند گاوسی

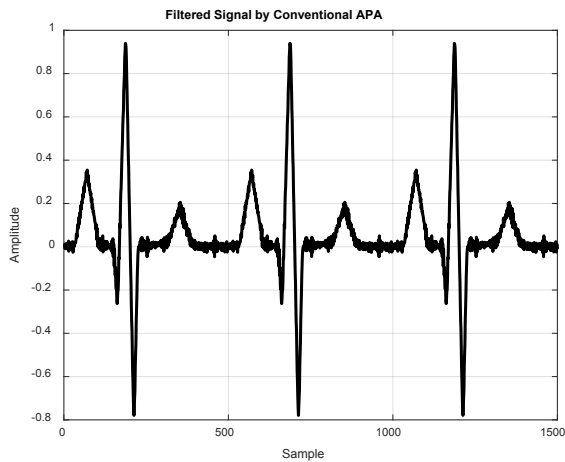
اگر سیگنال  $u(k)$  یک فرآیند تصادفی i.i.d.<sup>۲</sup> باشد، که نمونه‌های آن توزیع گاوسی دارند، تابع توزیع احتمال فرآیند کوانتیزه شده  $\hat{u}(k)$  در رابطه (۹) آورده شده است. در این رابطه  $\beta$  درصد نمونه‌هایی است که دامنه آن‌ها در بازه بین دو مقدار آستانه  $(-\delta\sigma_u, +\delta\sigma_u)$  قرار دارند.

$$P(\omega) = \begin{cases} \frac{(1-\beta)}{2} & \omega = 1 \\ \beta & \omega = 0 \\ \frac{(1-\beta)}{2} & \omega = -1 \end{cases} \quad (9)$$

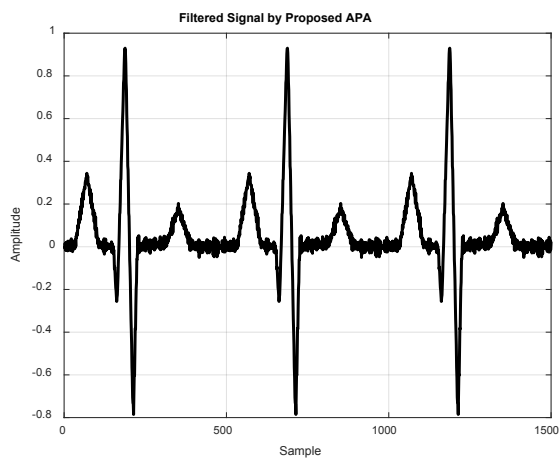
باید توجه داشت که پیاده‌سازی چنین فیلتری پیچیدگی محاسباتی کمتری خواهد داشت. زیرا در زمانی که سیگنال ورودی زیر مقدار آستانه است،  $\hat{u}_k(i)$  برابر صفر بوده و عملیات بهنگام سازی وزن‌ها با تعداد جمع کننده و ضرب کننده کمتری صورت می‌گیرد، این بدان معناست که برخی عملیات زمان‌بر برای بهنگام سازی وزن‌ها و محاسبه ماتریس معکوس در فرمول حذف

<sup>۱</sup> Field Programmable Gate Array

<sup>۲</sup> Independent and Identically Distributed



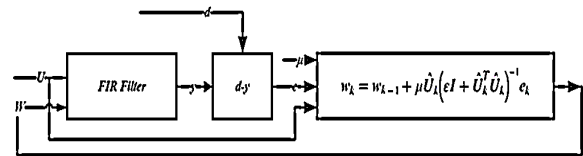
شکل (۵): سیگنال ECG بعد از حذف نویز با الگوریتم مرسوم APA



شکل (۶): سیگنال ECG بعد از حذف نویز با الگوریتم APA پیشنهادی

#### ۲-۴- شبیه‌سازی و مقایسه پیچیدگی محاسباتی مرسوم APA و APA پیشنهادی

در جدول (۲) پیچیدگی محاسباتی و تعداد عملیات ریاضی الگوریتم APA پیشنهادی با توجه به روابط بالا و به صورت بخش به بخش ارائه شده است. همان‌طور ملاحظه می‌شود تعداد عملیات ضرب به دلیل استفاده از سیگنال برش یافته در بیشتر بخش‌ها صفر است. برای محاسبه تعداد جمع‌ها در سطر اول جدول، با توجه به اینکه  $\beta$  درصد نمونه‌هایی است که دامنه آن‌ها در بازه بین دو مقدار آستانه  $[-\delta\sigma_u, +\delta\sigma_u]$  قرار دارند، مقدار  $1 - \beta$  درصد نمونه‌های خارج از این بازه است. بنابراین تعداد عناصری که دامنه آن‌ها در خارج از بازه بین دو مقدار آستانه قرار دارند برابر با  $L(1 - \beta)$  و تعداد کل عملیات جمع برابر با  $P[L(1 - \beta) - 1]$  است. در این روابط  $P$  مرتبه تصویر<sup>۲</sup> یا تعداد بردارهای ورودی و  $L$  مرتبه فیلتر می‌باشد. در سطرهای دیگر نیز تعداد جمع‌ها به این صورت محاسبه می‌گردد. در جدول (۳) مقایسه



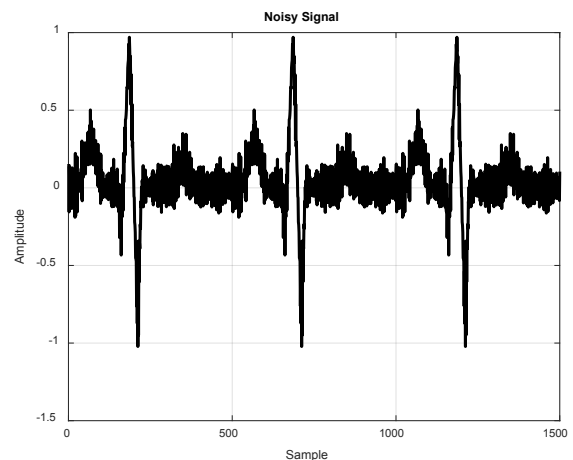
شکل (۳): ساختار بلوکی فیلتر وقتی APA پیشنهادی

#### ۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش نتایج شبیه‌سازی، ارزیابی و مقایسه دقت، پیچیدگی محاسباتی و سرعت همگرایی APA مرسوم و APA پیشنهادی آورده شده است. در این پژوهش برای شبیه‌سازی و مقایسه اثر فیلترینگ وقتی با الگوریتم‌های APA مرسوم و APA پیشنهادی از نرم‌افزار MATLAB استفاده می‌شود. در شبیه‌سازی‌های انجام شده طول فیلتر برابر با ۱۰۲۴ و اندازه گام فیلتر برابر با ۰.۰۰۱ در نظر گرفته شده است. در ادامه به تشریح نتایج شبیه‌سازی می‌پردازیم.

#### ۴-۱- شبیه‌سازی عملکرد و مقایسه دقت تخمین مرسوم APA و APA پیشنهادی

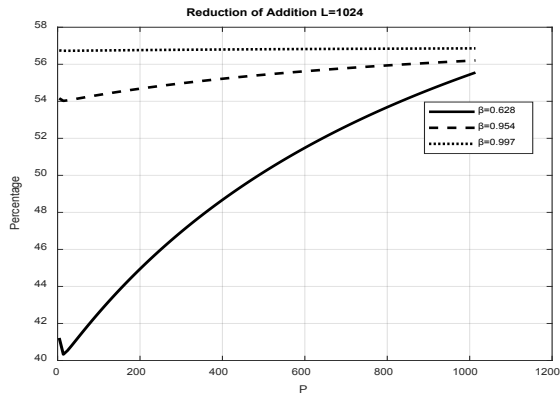
به منظور شبیه‌سازی عملکرد الگوریتم‌های APA مرسوم و پیشنهادی، ابتدا در شکل (۴) سیگنال ECG قبل از حذف نویز شبیه‌سازی شده است. سپس در شکل (۵) سیگنال ECG بعد از حذف نویز با الگوریتم مرسوم و در شکل (۶) سیگنال ECG بعد از حذف نویز با الگوریتم APA پیشنهادی نشان داده شده است. همان‌طور مشاهده می‌شود فیلترینگ وقتی باعث کاهش نویز در سیگنال ECG و افزایش مقدار SNR<sup>۳</sup> می‌شود. با توجه به اینکه مقدار SNR در خروجی فیلتر وقتی با الگوریتم مرسوم بیشتر است، بنابراین دقت تخمین الگوریتم مرسوم بهتر از الگوریتم پیشنهادی است.



شکل (۴): سیگنال ECG قبل از حذف نویز

<sup>۲</sup> Projection Order

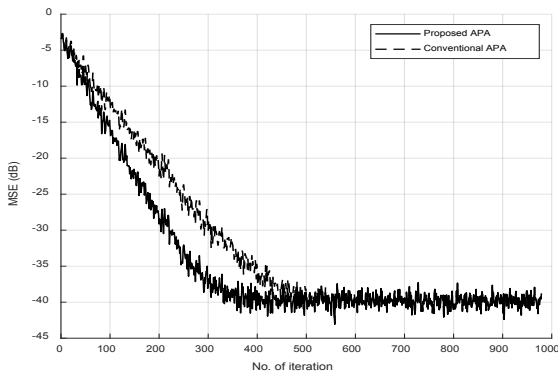
<sup>۳</sup> Signal to Noise Ratio



شکل (۸): میزان کاهش عملیات جمع به ازای  $L=1024$

### ۳-۴- شبیه‌سازی و مقایسه پیچیدگی محاسباتی مرسوم و APA پیشنهادی

شبیه‌سازی و ارزیابی الگوریتم APA پیشنهادی از نظر میزان خطای حالت ماندگار و سرعت همگرایی، توسط معیار MSE انجام می‌شود. در شکل (۹) منحنی MSE برحسب تکرار برای الگوریتم APA پیشنهادی و الگوریتم مرسوم نشان داده شده است. همان‌طور مشاهده می‌شود الگوریتم APA پیشنهادی به ازای آستانه  $\delta = 1$  که همان واریانس سیگنال ورودی است، سرعت همگرایی بهتری نسبت به الگوریتم مرسوم دارد.



شکل (۹): منحنی MSE برحسب تکرار الگوریتم APA پیشنهادی و الگوریتم مرسوم

### ۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، ساختار برش یافته برای الگوریتم مرسوم، باهدف کاهش هرچه بیش‌تر پیچیدگی محاسباتی ارائه می‌شود. به دلیل ایجاد یک ماتریس تنک در رابطه بهنگام‌سازی الگوریتم پیشنهادی، پیچیدگی محاسباتی عملیات معکوس‌گیری آن کاهش می‌یابد؛ بنابراین استفاده از الگوریتم APA پیشنهادی نسبت به روش‌های دیگر باعث کاهش پیچیدگی، کاهش تعداد عملیات ضرب و جمع و کاهش منابع مصرفی پردازنده و همچنین باعث افزایش سرعت کار مدار پیاده‌سازی شده می‌شود. همان‌طوری که قبلاً گفته شد در الگوریتم APA پیشنهادی نسبت به الگوریتم مرسوم به ازای مقادیر مختلف  $P$

پیچیدگی محاسباتی و تعداد عملیات ریاضی الگوریتم APA مرسوم و APA پیشنهادی ارائه شده است.

جدول (۲): پیچیدگی محاسباتی و تعداد عملیات ریاضی الگوریتم APA پیشنهادی

	Multiplication	Division	Comparison	Addition
$\hat{U}_k^* W_{k-1}$	0	-	-	$P[L(1-\beta) - 1]$
$d_k - \hat{U}_k^* W_{k-1}$	—	-	-	P
$\hat{U}_k^* \hat{U}_k$	0	-	-	$P^2[L(1-\beta) - 1]$
$\epsilon I + \hat{U}_k^* \hat{U}_k$	—	-	-	P
$(\epsilon I + \hat{U}_k^* \hat{U}_k)^{-1}$	$O(P^2)$	-	-	$O(P^2)$
$(\epsilon I + \hat{U}_k^* \hat{U}_k)^{-1} e_k$	$P^2$	-	-	$P(P-1)$
$\hat{U}_k (\epsilon I + \hat{U}_k^* \hat{U}_k)^{-1} e_k$	0	-	-	$L((1-\beta)P - 1)$

جدول (۳): مقایسه پیچیدگی محاسباتی و تعداد عملیات ریاضی مرسوم و APA پیشنهادی

Algorithm	APA [23]	CAPA
Multiplication	$(P^2+2P)L + O(P^3) + P^2$	$O(P^2) + P^2$
Division	-	-
Additional Multiplication	-	-
Comparison	-	-
Addition	$(P^2+2P)L + O(P^3) + P^2$	$(1-\beta)[PL(P+2)] - L + P^2$

در شکل (۷) و شکل (۸) نتایج شبیه‌سازی میزان کاهش عملیات ضرب و جمع الگوریتم APA پیشنهادی نسبت به الگوریتم مرسوم با توجه به جدول (۳) و به ازای سناریوی تعریف‌شده نشان داده شده است. باتوجه به نمودارهای نشان داده شده، مزیت روش پیشنهادی نسبت به روش مرسوم که شامل کاهش چشمگیر تعداد عملیات ضرب و جمع است دیده می‌شود. در الگوریتم APA پیشنهادی نسبت به الگوریتم مرسوم به ازای مقادیر مختلف  $P$ ,  $L$  و  $\beta$  میزان کاهش عملیات ضرب بیشتر از ۴۵٪ و میزان کاهش عملیات جمع بیشتر از ۴۰٪ است. این شبیه‌سازی به ازای مقدار  $L$  برابر با ۱۰۲۴ و مقادیر مختلف  $\beta$  شامل ۰/۶۲۸، ۰/۹۵۴ و ۰/۹۹۷ انجام شده است.



شکل (۷): میزان کاهش عملیات ضرب به ازای  $L=1024$

Technology, vol. 70, no. 3, pp. 2561-2575, 2021. doi: 10.1109/TVT.2021.3061126

[12] T. Yu, W. Li, R. Lamari and Y. Yu, "M-estimate affine projection spline adaptive filtering algorithm: Analysis and implementation," *Digital Signal Processing*, 2022, vol. 123, pp. 103452. doi:10.1016/j.dsp.2022.103452

[13] K. Dogancay and O. Tanrikulu, "Adaptive filtering algorithms with selective partial updates", *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing*, 2001. vol. 48, no. 8, pp. 762-769. doi: 10.1109/82.959866

[14] K-Y. Hwang and W-J. Song, "An affine projection adaptive filtering algorithm with selective regressors", *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2007. vol. 54, no. 1, p. 43-46. doi: 10.1109/TCSII.2006.883215

[15] N. Sonbolestan, S.A. Haddei "A Fast Affine Projection Algorithm Based on Matching Pursuit in Adaptive Noise Cancellation for Speech Enhancement", *2010 International Conference on Intelligent Systems, Modelling and Simulation*, pp. 193-198, 2010. doi: 10.1109/ISMS.2010.45

[16] M. Bekrani, and H. Zayyani, "A Weighted Soft-Max PNLMS Algorithm for Sparse System Identification", *International Journal of Information & Communication Technology Research*, Vol. 8, No. 3, Summer 2016, pp. 7-14. doi: 10.1109/TASL.2010.20102752

[17] S. H. Yim, S. Lee, and W. J. Song, "A proportionate diffusion LMS algorithm for sparse distributed estimation", *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, Vol. 62, No. 10, October 2015, pp. 992-996. doi: 10.1109/TCSII.2015.2435631

[18] F. Albu, J. Liu, and S. L. Grant, "A fast filtering block-sparse proportionate affine projection sign algorithm", *International Conference on Communications, Romania*, June 2016, pp. 29-32. doi: 10.1109/ICComm.2016.7528277

[19] J. Liu, and S. L. Grant, "Proportionate adaptive filtering for block-sparse system identification", *IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, Vol. 24, No. 4, April 2016, pp. 623-630. doi: 10.1109/TASLP.2015.2499602

[20] A. Gonzalez, M. Ferrer, F. Albu, and M. Diego "Affine projection algorithms: Evolution to smart and fast algorithms and applications", *Proceedings of the 20th European Signal Processing Conference*, Romania, Aug. 2012, pp. 1965-1969.

[21] D. Jain and P. Beniwal, "Review Paper on Noise Cancellation using Adaptive Filters", *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)*, 2022. vol. 11, no. 01. doi: 10.17577/IJERTV11IS010103

[22] E. Saberi and M. Masoumi, "Efficient Hardware Implementation of LMS Adaptive Filter on FPGA", *Journal of Electronical & Cyber Defence*, 2017, vol. 5, no. 01. (In Persian). [https://ecdj.ihu.ac.ir/article\\_200134.html](https://ecdj.ihu.ac.ir/article_200134.html)

[23] M.R. Petraglia, D.B Haddad and E.L Marques, "Affine projection subband adaptive filter with low computational complexity", *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, vol. 63, Issue. 10, October 2016. doi: 10.1109/TCSII.2016.2539080

L و  $\beta$  میزان کاهش عملیات ضرب بیشتر از ۴۵٪ و میزان کاهش عملیات جمع بیشتر از ۴۰٪ است. همچنین سرعت همگرایی الگوریتم APA پیشنهادی به ازای آستانه  $\delta = 1$  که همان واریانس سیگنال ورودی است، نسبت به الگوریتم APA مرسوم بیشتر است. البته دقت تخمین الگوریتم پیشنهادی کمتر از الگوریتم مرسوم است که مصالحه-ای بین دقت، سرعت همگرایی و پیچیدگی محاسباتی وجود دارد.

## ۶. مراجع

- [1] M. Bahaz and R. Benzid, "Efficient algorithm for baseline wander and powerline noise removal from ECG signals based on discrete Fourier series", *Australas Phys Eng Sci Med*, vol. 41, no. 1, pp. 143-160, 2018. doi: 10.1007/s13246-018-0623-1
- [2] B. Yazdanpanah, K.S. Kumar and G.S. Raju, "Notice of Removal: Noise removal ecg signal using non-adaptive filters and adaptive filter algorithm", *International Conference on Electrical, Electronics, Signals, Communication and Optimization (EESCO)*; 2015 Jan 24-25; Visakhapatnam, India: IEEE, 2015. doi: 10.1109/EESCO.2015.7253664
- [3] P. Singh, I. Srivastava, A. Singhal and A. Gupta, "Baseline wander and power-line interference removal from ECG signals using Fourier decomposition method", *Machine Intelligence and Signal Analysis Singapore*: Springer, pp. 25-36, 2019.
- [4] M. Ferrer, M. de Diego, G. Pinero and A. Gonzalez, "Affine projection algorithm over acoustic sensor networks for active noise control", *IEEE/ACM Transactions on AudioSpeech, and Language Processing*, vol. 29, pp. 448-461, 2021. doi: 10.1109/TASLP.2020.3042590
- [5] N. Sharma and J. Singh Sidhu, "Removal of noise from ecg signal using adaptive filtering", *Indian Journal of Science and Technology* 2016, vol. 9, no. 48, 2016. doi: 10.17485/ijst/2016/v9i48/106424
- [6] S. Haykin, "Adaptive filter theory", Pearson, 5th edition, 2014.
- [7] Z. Shokhmzan and M.R. Mosavi, "Defense Against Spoofing in GPS Receiver using Correlation and Least Mean Squares Method Based on Sign-Data Algorithm", *Journal of Electronical & Cyber Defence*, 2016. vol.5, no. 01. (In Persian) <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.23224347.1394.3.4.2.3>
- [8] A. Haji Sadeghian and A. Shaikhi, "Detection of marine targets using satellite radiation by applying weights of adaptive filters", *Journal of Radar*, 2014, vol. 5, no. 01. (In Persian). <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.23454024.1396.5.1.6.0>
- [9] J. Khalilpour, "Presentation of a Linear Adaptive System to Eliminate Single-Frequency Jammer Effect", *Journal of Advanced Defence Sci & Tech*, 2018, vol. 9, no. 01. (In Persian). <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.26762935.1397.9.1.5.0>
- [10] B. Farhang-Boroujeny, "Adaptive filters: theory and applications", 2013: John Wiley & Sons.
- [11] X. Huang, Y. Li, Y. Zakharow and B. Chen, "Affine-projection Lorentzian algorithm for vehicle hands-free echo cancellation", *IEEE Transactions on Vehicular*