



Application of Online Model Predictive Control in Guidance Surface-to-Air Missiles to Intercept Maneuvering Targets

Mohamad Mahdi Soori¹, Kazem Imani^{2*}

¹PhD Student, Khajeh Nasir University, Tehran, Iran Email Address: kprhosseini@ihu.ac.ir

²Assistant Professor, Imam Ali Military Academy, Tehran, Iran (Correspondence). Email Address: kaimani@mail.kntu.ac.ir

HIGHLIGHTS

- First use of online predictive control in the design of an integrated surface-to-air missile guidance and control system.
- Minimization of the time to hit and the distance to miss the target in a three-dimensional scenario.

ARTICLE INFO

Article history:

Article Type: Research paper

Received: 14 April 2025

Received in revised form: 20 May 2025

Accepted: 30 May 2025

Available online: 08 July 2025

Keywords:

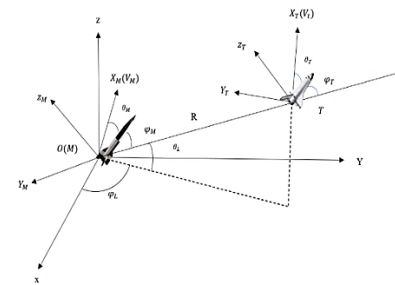
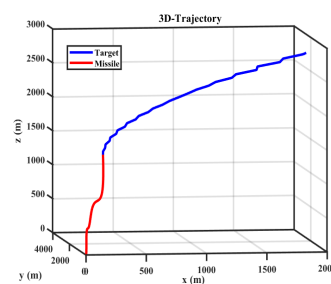
Missile

Guidance and Control

Model Predictive Control

Optimization

GRAPHICAL ABSTRACT



ABSTRACT

The advantage of integrated guidance and control systems is their ability to utilize interactions between guidance and control subsystems. Integrated guidance and control aims to enhance missile performance by utilizing the synergy between guidance and control processes. This paper describes the design and simulation process of an online model predictive controller, which is designed to guide a missile in a three-dimensional scenario to minimize the time to hit and the distance to miss the target. In the controller design, an online model predictive controller is designed. The predictive controller can generally be implemented in two ways: online (implicit) and offline (explicit). In the online implementation, the optimization problem of the control cost function at each time step is solved online, and the answer to this problem will determine the optimal control command. This research uses online model predictive control for the first time in the design of an integrated guidance and control system for a surface-to-air missile. This innovative method has improved the performance of the guidance and control system by reducing the loss distance and collision time compared to PID and LQR controllers.

Cite this article: Soori M.M, Imani K. Application of Online Model Predictive Control in Guidance Surface-to-Air Missiles to Intercept Maneuvering Targets. *Aerospace Mechanics*. 2025; 21(2):111-129. DOI:

<https://doi.org/10.47176/MAJ.2025.1481>

© Author(s) retain the copyright and full publishing rights



Publisher: Imam Hossein University.



کاربرد کنترل پیش‌بین مدل آنلاین در هدایت موشک زمین به هوا به منظور رهگیری اهداف مانوردار

محمد مهدی سوری^۱ ID، کاظم ایمانی^{۲*} ID

^۱ دانشجوی دکتری، دانشگاه خواجه نصیر، تهران، ایران، رایانامه: kprhosseini@ihu.ac.ir

^۲ استادیار، دانشکده افسری امام علی، تهران، ایران، (نویسنده مسئول). رایانامه: kaimani@mail.kntu.ac.ir

برجسته‌ها

- استفاده برای اولین بار از کنترل پیش‌بین مدل آنلاین در طراحی سیستم هدایت و کنترل یکپارچه موشک زمین به هوا.
- کمینه‌سازی زمان برخورد و فاصله عدم برخورد به هدف در یک سناریوی سه‌بعدی.

مشخصات مقاله

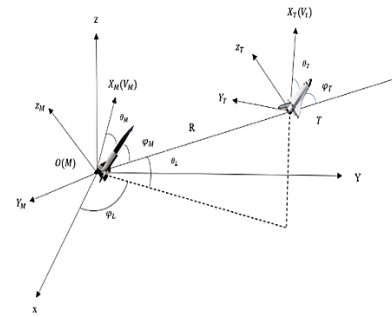
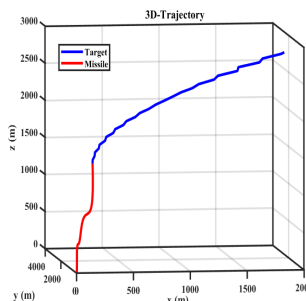
تاریخچه مقاله:

نوع مقاله: علمی پژوهشی
دریافت: ۱۴۰۴/۰۱/۲۵
بازنگری: ۱۴۰۴/۰۲/۳۰
پذیرش: ۱۴۰۴/۰۳/۰۹
ارائه آنلاین: ۱۴۰۴/۰۴/۱۷

کلیدواژه‌ها:

موشک
هدایت و کنترل
کنترل پیش‌بین مدل
بهینه‌سازی

چکیده گرافیکی



چکیده

مزیت سیستم‌های هدایت و کنترل یکپارچه توانایی آن‌ها در استفاده از تعاملات بین زیرسیستم‌های هدایت و کنترل است. هدایت و کنترل یکپارچه قصد دارد با بهره‌گیری از هم‌افزایی بین فرایندهای هدایت و کنترل، عملکرد موشک را افزایش دهد. این مقاله به تشریح روند طراحی و شبیه‌سازی عملکرد کنترل‌کننده پیش‌بین مدل آنلاین می‌پردازد، که به منظور هدایت موشک در یک سناریوی سه‌بعدی جهت کمینه‌سازی زمان برخورد و فاصله عدم برخورد به هدف ایجاد شده است. در طراحی کنترل‌کننده، یک کنترل‌کننده پیش‌بین مدل آنلاین طراحی شده است. کنترل‌کننده مدل پیش‌بین را در حالت کلی می‌توان به دو روش آنلاین (ضمنی) و آفلاین (صریح) پیاده‌سازی نمود. در پیاده‌سازی نوع آنلاین، مسئله بهینه‌سازی تابع هزینه کنترلی در هر گام زمانی به صورت برخط حل شده و جواب این مسئله تعیین‌کننده دستور کنترلی بهینه خواهد بود. این پژوهش برای اولین بار از کنترل پیش‌بین مدل آنلاین در طراحی سیستم هدایت و کنترل یکپارچه موشک زمین به هوا استفاده کرده است. این روش نوآورانه با کاهش فاصله از دست دهی و زمان برخورد در مقایسه با کنترل‌کننده‌های PID و LQR، عملکرد سیستم هدایت و کنترل را بهبود داده است.

استاد: سوری محمد مهدی، ایمانی کاظم. کاربرد کنترل پیش‌بین مدل آنلاین در هدایت موشک زمین به هوا به منظور رهگیری اهداف مانوردار. هوا فضا. (۱۴۰۴)، ۲۱:

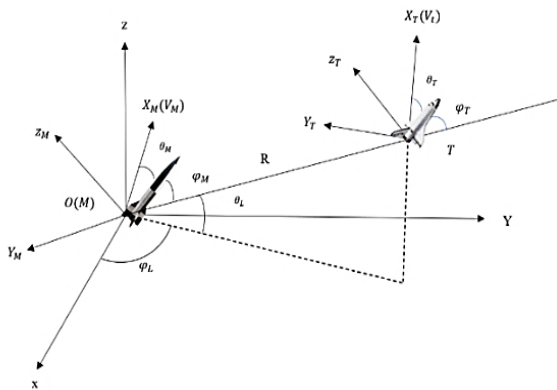
DOI: <https://doi.org/10.47176/MAJ.2025.1481>; (۲): ۱۱۱-۱۲۹

۱- مقدمه

در روش هدایت و کنترل یکپارچه، هدایت و کنترل به صورت یکپارچه درون یک سیستم واحد در نظر گرفته می‌شوند. این رویکرد با دسترسی مستقیم به پارامترهای کلیدی عملکرد، مانند سرعت نسبی نزدیک شدن موشک و هدف، زاویه خط دید، و زاویه برخورد، امکان بهینه‌سازی بهتر را فراهم می‌کند. سیستم‌های مرسوم، به دلیل محدودیت در تطبیق با سینماتیک درگیری و نیاز به تنظیم‌های پایداری، کارایی کمتری در مواجهه با تغییرات کوچک هندسی نزدیک به هدف دارند. [۲۱].

یکی از رویکردهای اصلی هدایت و کنترل یکپارچه با استفاده از کنترل مود لغزشی در سال ۲۰۱۰ توسط هارل و بالا کریشنان [۳] با استفاده از کنترل حالت لغزشی درجه دوم ترمینال ارائه شد. در سال ۲۰۲۰، ونگ و همکاران [۴] یک روش هدایت و کنترل یکپارچه با زاویه برخورد محدود را برای موشک برای دستیابی به قابلیت حمله همه‌جانبه پیشنهاد کردند. برای بهبود توانایی آسیب رساندن به هدف، در سال ۲۰۲۰، تیان و همکاران [۵] یک مدل یکپارچه برای جلوگیری از مشکلات عملی مانند محدودیت میدان دید ارائه کرد و محدودیت میدان را با تبدیل خروجی به اشباع ورودی حل کردند. در سال ۲۰۲۱، سینها و همکاران [۶] یک مدل هدایت و کنترل یکپارچه را با زمان محدود ارائه کردند. در این تحقیق به دلیل سادگی طراحی، از کنترل حالت لغزشی استفاده شده است، در حالی که از یک مشاهده‌گر اغتشاش زمان محدود غیرخطی برای تخمین مانور هدف استفاده شده است. ژیانگو ژو و همکاران [۷] برای اطمینان از محدودیت انحراف خط و همگرایی سریع در یک‌زمان ثابت، یک قانون جدید هدایت و کنترل یکپارچه برای موشک‌های سوار بر پرتو لیزری که در معرض واحد پرتو لیزر محدود قرار می‌گیرند، پیشنهاد کردند. همچنین بین ژائو و همکاران [۸] مسئله طراحی هدایت و کنترل یکپارچه برای موشک‌هایی با محدودیت میدان دید با استفاده از انتگرال لیاپانوف و تئوری کنترل حالت لغزشی ارائه کردند. در سال ۲۰۲۲، لی [۹] مدل یکپارچه‌ای را برای موشک‌های مافوق صوت پیشنهاد کرد. در این طرح، اهداف پرسرعت با استفاده از کنترلر مدل لغزشی با دقت مناسب مورد اصابت قرار می‌گیرند و با استفاده از روش مونت کارلو، فاصله از دست دهی به حداقل کاهش می‌یابد. و ژن هوا فوا [۱۰] روش هدایت و کنترل یکپارچه پیشنهاد کرده است که محدودیت زاویه خط دید، محدودیت‌های حالت کامل و اشباع ورودی را در نظر می‌گیرد. در ابتدا، یک مدل طراحی با در نظر گرفتن جفت شدن کامل سه کانال ساخته می‌شود و یک مشاهده‌گر اغتشاش همگرایی با زمان ثابت برای تخمین و جبران اختلالات ناشناخته در مدل استفاده می‌شود. هوان ژائو [۱۱] استراتژی کنترل

انحراف زاویه دید و زاویه حمله در این مقاله ارائه کرده است و مدل سیستم هدایت و کنترل یکپارچه با محدودیت زاویه ضربه، با توجه به ویژگی‌های زاویه حمله ایجاد می‌شود. سپس، یک کنترل‌کننده هدایت و کنترل یکپارچه برای زاویه حمله با استفاده از کنترل سطح دینامیکی تطبیقی، با محدودیت‌های دینامیکی، اشباع ورودی غیرخطی، و محدودیت‌های خط دید و زاویه حمله پایانی طراحی می‌شود. در سال ۲۰۲۳ ژیاو لیانگ و همکاران [۱۲] سیستم هدایت و کنترل موشک یکپارچه غیرخطی را با عدم قطعیت‌ها و اختلالات خارجی بررسی کردند و یک طرح کنترل شبکه عصبی تطبیقی جدید را با کمک برآوردهای به‌دست‌آمده توسط و مشاهده‌گر اغتشاش پیشنهاد کردند. در این مقاله، قانون یادگیری شبکه عصبی تطبیقی و مشاهده‌گر اغتشاش با توجه به خطاهای ردیابی و تخمین به‌روز می‌شوند. تحت عملکرد قوانین شبکه عصبی تطبیقی پیشنهادی، یک ویژگی ردیابی خوب و اثرات هدایتی را می‌توان برای سیستم هدایت و کنترل موشک یکپارچه به دست آورد. در نهایت نتایج شبیه‌سازی دو سناریوی مختلف نشان‌دهنده درستی طرح‌ها است. ژیبینگ لی و همکاران [۱۳] یک طرح جدید سه‌بعدی تقریبی هدایت و کنترل یکپارچه مبتنی بر کنترل بازگشت به عقب، کنترل حالت لغزشی، کنترل سطح دینامیک پیشنهاد کردند. مشاهده‌گر حالت توسعه‌یافته برای چندین موشک مافوق صوت که به‌طور هم‌زمان به اهداف مانور دار زمینی حمله می‌کنند، در این مطالعه پیشنهاد شده است. دنگ و همکاران [۱۴] مسئله طراحی یکپارچه هدایت و کنترل موشک را با توجه به محدودیت زاویه حمله بررسی کردند. ابتدا مراحل ساخت مدل مجموعه تشریح شده است. دوم، ترکیب با این واقعیت که تئوری کنترل مدرن با موفقیت در طراحی سیستم‌های تسلیحات موشکی به کار گرفته شده، بررسی شده است. ژوانگژیو و همکاران [۱۵] در سال ۲۰۲۴ مسئله طراحی قانون هدایت و کنترل یکپارچه را با محدودیت‌های زاویه ضربه و میدان دید عمومی بررسی می‌کند. ابتدا، مدل یکپارچه برای ردیابی هدف متحرک غیر مانور دهنده توسط ماتریس‌های حالت، پارامتر سازی می‌شود. قانون برای رهگیری هدف با زاویه ضربه موردنظر با حل معادله ریکاتی وابسته به حالت به دست می‌آید. سپس، از آنجایی که درجات نسبی محدودیت‌های عمومی مطابق مدل یکپارچه از یک فراتر می‌رود، توابع کنترل مرتبه بالا ساخته می‌شوند. قانون یکپارچه با برنامه‌ریزی درجه دوم اصلاح می‌شود. سپس، روش پیشنهادی به مورد ردیابی هدف مانور با استفاده از یک چارچوب مختصات نسبی گسترش می‌یابد. در نهایت، شبیه‌سازی‌های عددی برای تأیید اثربخشی روش پیشنهادی انجام می‌شود. ژوانگژیو [۱۶] یک طراحی هدایت و کنترل یکپارچه را برای موشک‌های آشیانه یاب با جبران خطا ارائه می‌کند تا مشکلات هدایت را برطرف کند.



شکل ۱: سینماتیک درگیری

در شکل ۳ (0-XYZ) نشان‌دهنده سیستم مختصات اینرسی است. $(M - x_M y_M z_M, T - x_T y_T z_T)$ سیستم مختصات سرعت موشک و هدف، (R) برد موشک هدف است. (V_M, V_T) سرعت موشک و هدف، (θ_M, ϕ_M) و (θ_T, ϕ_T) زاویه موشک و هدف نسبت به مختصات سرعت و سیستم مختصات خط دید، (θ_L, ϕ_L) زاویه ارتفاع و زاویه سمت است.

معادلات سینماتیک نسبی موشک و هدف به صورت معادله ۱ الی ۳ نوشته می‌شود [۱۷].

$$\ddot{R} - R\dot{\theta}_L^2 - R\dot{\phi}_L^2 \cos^2 \theta_L = a_{tR} - a_{mR} \quad (1)$$

$$R\ddot{\theta}_L + 2\dot{R}\dot{\theta}_L + R\dot{\phi}_L^2 \sin \theta_L \cos \theta_L = a_{t\theta} - a_{m\theta} \quad (2)$$

$$-R\dot{\phi}_L^2 \cos \theta_L - 2\dot{R}\dot{\phi}_L \cos \theta_L + 2R\dot{\theta}_L \dot{\phi}_L \sin \theta_L = a_{t\phi} \quad (3)$$

در معادلات ۱ الی ۳ $(a_{mR}, a_{m\theta}, a_{m\phi})$ نشان‌دهنده مؤلفه‌های شتاب موشک و $(a_{tR}, a_{t\theta}, a_{t\phi})$ نشان‌دهنده مؤلفه‌های شتاب هدف است. همچنین θ زاویه مسیر پرواز است.

علاوه بر این از آنجایی که شتاب موشک معمولاً توسط نیروی آئرو‌دینامیکی در بخش هدایت پایانی تأمین می‌شود، رابطه بین شتاب موشک و نیروی آئرو‌دینامیکی باید بیشتر مورد توجه قرار گیرد. نیروی آئرو‌دینامیکی روی موشک در سیستم مختصات سرعت به صورت معادله‌های ۴ الی ۷ محاسبه می‌شود.

$$a_{mz} = \frac{Z}{m} \quad (4)$$

$$a_{my} = \frac{Y}{m} \quad (5)$$

$$Y = qS (c_y^\alpha \alpha + c_y^\beta \beta + c_y^{\delta_z} \delta_z) \quad (6)$$

$$Z = qS (c_z^\alpha \alpha + c_z^\beta \beta + c_z^{\delta_y} \delta_y) \quad (7)$$

از سویی دیگر در معادلات ۴ الی ۷، (a_{mz}, a_{my}) شتاب موشک در امتداد مختصات سیستم سرعت هستند. (m) نشان‌دهنده جرم موشک، (ρ) چگالی هوا، (Y, Z) نیروهای برآ و جانبی، $(q = \frac{1}{2} \rho V_m^2)$ فشار دینامیکی، (S) منطقه مرجع آئرو‌دینامیک موشک، (α) زاویه حمله، (β) زاویه لغزش جانبی،

اولاً، یک مدل ریاضی از سیستم هدایت و کنترل یکپارچه با جبران خطا با ادغام دینامیک موشک و سینماتیک درگیری بین موشک و هدف زمینی بر روی حرکت طولی ساخته شده است.

در این مقاله طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین مدل آنالین برای مدل هدایت و کنترل یکپارچه پیشنهاد شده است. در طراحی کنترل‌کننده، یک کنترل‌کننده پیش‌بین مدل آنالین طراحی شده است. کنترل‌کننده مدل پیش‌خطی را در حالت کلی می‌توان به دو روش برخط (ضمنی) و برون‌خط (صریح) پیاده‌سازی نمود. در پیاده‌سازی نوع برخط، مسئله بهینه‌سازی تابع هزینه کنترلی در هر گام زمانی به صورت برخط حل شده و جواب این مسئله تعیین‌کننده دستور کنترلی بهینه خواهد بود. علاوه به این هدف این مقاله، طراحی و ارزیابی یک کنترل‌کننده پیش‌بین مدل آنالین برای هدایت و کنترل موشک زمین به هوا در یک سناریوی سه‌بعدی است. نوآوری اصلی این پژوهش در استفاده از کنترل پیش‌بین مدل آنالین برای طراحی و پیاده‌سازی سیستم هدایت و کنترل یکپارچه در سناریوی سه‌بعدی موشک زمین به هوا است. این روش برای اولین بار در این حوزه به کار گرفته شده و با کاهش وابستگی به مدل‌های خطی سازی شده و حل بلادرنگ مسئله بهینه‌سازی، عملکرد سیستم را بهبود می‌بخشد. علاوه بر این، استفاده از مدل یکپارچه هدایت و کنترل، بهره‌گیری از تعامل بین این دو زیرسیستم برای افزایش دقت رهگیری، و عملکرد بهتر در برابر اهداف مانوردار، از دیگر جنبه‌های نوآورانه این پژوهش است. مقایسه با کنترل‌کننده‌های PID و LQR نشان‌دهنده کاهش زمان برخورد، بهبود فاصله از دست دهی، و افزایش تطبیق‌پذیری سیستم در شرایط پویا است.

۲- مدل‌سازی ریاضی

سناریوی درگیری موشک-هدف شامل تلاش موشک برای رهگیری یک هدف از طریق تغییر جهت مسیر است. در حین هدایت آشیانه یابی، از حسگرهای داخل موشک برای هدایت تا زمانی که برخورد رخ دهد استفاده می‌شود. شرایط اولیه این سناریو شامل سه فرض اصلی است. یک: هدایت میانه مسیر موفقیت‌آمیز است. دو: سرعت موشک و هدف در مسیر برخورد نزدیک به هم است. سه: به منظور رهگیری و انهدام کامل هدف زاویه ضربه برخورد موشک و هدف محدود قرار داده شده است. هندسه این سناریو درگیری در شکل ۳ نشان داده شده است.

در نتیجه هدف کلی از این مقاله طراحی کنترل‌کننده‌ای مناسب به منظور رهگیری دقیق هدف خواهد بود. از این رو به بیان مسئله درگیری موشک-هدف که شامل تمام موضوعات مورد نیاز برای مدل‌سازی دقیق از جمله سینماتیک درگیری، دینامیک موشک، و مدل هدایت و کنترل یکپارچه است پرداخته می‌شود.

در معادلات ۱۴ الی ۱۶، (ω_x) سرعت زاویه‌ای کانال چرخش، (ω_y) سرعت زاویه‌ای کانال سمت، (ω_z) سرعت زاویه‌ای کانال فراز است.

معادلات وضعیت دینامیکی موشک به صورت معادله ۱۷ به دست می‌آید.

$$\begin{cases} \dot{\omega}_x = \frac{J_y - J_z}{J_x} \omega_y \omega_z + \frac{M_x}{J_x} \\ \dot{\omega}_y = \frac{J_z - J_x}{J_y} \omega_x \omega_z + \frac{M_y}{J_y} \\ \dot{\omega}_z = \frac{J_x - J_y}{J_z} \omega_x \omega_y + \frac{M_z}{J_z} \end{cases} \quad (17)$$

در معادله ۱۷، (J_x) ممان اینرسی کانال چرخش، (J_y) ممان اینرسی کانال انحراف، (J_z) ممان اینرسی کانال فراز است. همچنین (M_x, M_y, M_z) به صورت معادله ۱۸ تعریف می‌شود.

$$\begin{cases} M_x = qSL (m_x^\alpha \alpha + m_x^\beta \beta + m_x^{\delta_x} \delta_x) \\ M_y = qSL (m_y^\beta \beta + m_y^{\delta_y} \delta_y) \\ M_z = qSL (m_z^\alpha \alpha + m_z^{\delta_z} \delta_z) \end{cases} \quad (18)$$

در معادله ۱۸، (L) طول مرجع، $(m_x^\alpha, m_x^\beta, m_x^{\delta_x})$ مشتقات جزئی ضریب گشتاور کانال چرخش، $(m_y^\beta, m_y^{\delta_y})$ مشتقات جزئی ضریب گشتاور کانال انحراف، $(m_z^\alpha, m_z^{\delta_z})$ مشتقات جزئی ضریب گشتاور کانال فراز است.

با ترکیب روابط ۸ و ۹ و ۱۴ الی ۱۸ می‌توان معادله سه‌بعدی هدایت و کنترل یکپارچه موشک را به صورت معادله ۱۹ نوشت.

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = x_1 \\ \dot{x}_1 = f_1 + b_1 x_2 + d_1 \\ \dot{x}_2 = f_2 + b_2 x_3 + d_2 \\ \dot{x}_3 = f_3 + b_3 u + d_3 \end{cases} \quad (19)$$

$$x_0 = \begin{bmatrix} \theta_L - \theta_{Lf} \\ \phi_L - \phi_{Lf} \end{bmatrix}, x_1 = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_L \\ \dot{\phi}_L \end{bmatrix}, \text{ در معادله ۱۹}$$

و همچنین $x_2 = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma_V \end{bmatrix}$ خواهد بود. و همچنین $x_3 = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$ ، $u = \begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \\ \delta_z \end{bmatrix}$ خطاهای تقریبی سیستم را نشان می‌دهد.

در معادله ۱۹، ماتریس‌های b_i و f_i به صورت روابط ۲۰ الی ۲۵ نشان داده شده است.

$$b_1 = \begin{bmatrix} -M_1 q S c_y^\alpha & -\frac{q S c_z^\beta \sin \theta_L \sin(\phi_L - \phi_V)}{mR} \\ -M_2 q S c_y^\alpha & \frac{q S c_z^\beta \cos(\phi_L - \phi_V)}{mR \cos \theta_L} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$b_2 = \begin{bmatrix} -\tan \beta \cos \alpha & \tan \beta \sin \alpha & 1 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ \cos \alpha \sec \beta & -\sin \alpha \sec \beta & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$(\delta_x \delta_y \delta_z)$ زوایای انحراف بالک‌های موشک، و $(c_z^\beta c_z^\alpha c_z^{\delta_y})$ مشتقات جزئی ضریب نیروی لیفت، $(c_z^\beta c_z^\alpha c_z^{\delta_y})$ مشتقات جزئی ضریب نیروی جانبی خواهند بود.

با ترکیب معادلات ۲، ۳، ۶ و ۷ معادلات زوایای خط دید به صورت معادلات ۸ و ۹ می‌شود.

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_L &= -\dot{\phi}_L^2 \sin \theta_L \cos \theta_L - \frac{2\dot{R}\dot{\theta}_L}{R} \\ &- M_1 Y \cos(\gamma_V) \\ &- \frac{\sin \theta_L \sin(\phi_L - \phi_V)}{mR} (Y \cos(\gamma_V) \\ &+ Z \sin(\gamma_V)) + M_1 (mg \cos \theta + Z \sin(\gamma_V)) \\ &+ d_{\theta_L} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\phi}_L &= -\frac{2\dot{R}\dot{\phi}_L}{R} + 2\dot{\theta}_L \dot{\phi}_L \tan \theta_L - M_2 Y \cos(\gamma_V) \\ &+ \frac{\cos(\phi_L - \phi_V)}{mR \cos \theta_L} (Y \cos(\gamma_V) \\ &+ Z \sin(\gamma_V)) \\ &+ M_2 (mg \cos \theta \\ &+ Z \sin(\gamma_V)) + d_{\phi_L} \end{aligned} \quad (9)$$

در معادلات ۸ و ۹ پارامترهای M_1 و M_2 به صورت روابط ۱۰ و ۱۱ تعریف می‌شود.

$$M_1 = \frac{\cos \theta \cos \theta_L + \sin \theta \sin \theta_L \cos(\phi_L - \phi_V)}{mR} \quad (10)$$

$$M_2 = \frac{\sin \theta \cos(\phi_L - \phi_V)}{mR \cos \theta_L} \quad (11)$$

در معادلات ۸ الی ۱۱ پارامترهای (ϕ_V) زاویه بالستیک، (γ_V) زاویه چرخش، $(d_{\phi_L}, d_{\theta_L})$ خطاهای تقریبی از θ_L و ϕ_L خواهند بود.

معادلات سینماتیک زاویه مسیر پرواز و زاویه بالستیک به صورت معادلات ۱۲ و ۱۳ نشان داده شده است.

$$\dot{\theta} = \frac{Y \cos \gamma_V - Z \sin \gamma_V - mg \cos \theta}{mV_m} \quad (12)$$

$$\dot{\phi}_V = \frac{-Y \sin \gamma_V - Z \cos \gamma_V}{mV_m \cos \theta} \quad (13)$$

در نتیجه معادلات سینماتیکی و دینامیکی موشک در حال چرخش به دور مرکز جرم در فضای سه‌بعدی به صورت معادلات ۱۴ الی ۱۶ آورده شده است.

$$\dot{\alpha} = -\omega_x \tan \beta \cos \alpha + \omega_y \tan \beta \sin \alpha + \omega_z \quad (14)$$

$$\begin{aligned} &- \frac{Y}{mV_m \cos \theta} \\ &+ \frac{g \cos \theta \cos \gamma_V}{V_m \cos \theta} \\ &+ \frac{Z + mg \cos \theta \sin \gamma_V}{mV_m} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\dot{\gamma}_V = \cos \alpha \sec \beta \omega_x - \sin \alpha \sec \beta \omega_y \quad (16)$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{Y(\tan \theta \sin \gamma_V + \tan \beta) + Z \tan \theta \cos \gamma_V}{mV_m} \\ &- \frac{\cos \theta \cos \gamma_V \tan \beta}{V_m} g \end{aligned}$$

همگرا شدن x_3 به x_{3d} شود و در نتیجه حلقه کنترلی تکمیل می‌شود. با انجام این کار هدف دوم مسئله کنترلی (صفر شدن فاصله بین موشک و هدف (R)) نیز برقرار خواهد شد.

دو سیگنال کنترلی مجازی با روش بازگشت به عقب [۱۷] به دست می‌آیند ولی سیگنال کنترلی واقعی که هدف اصلی این مقاله نیز است، از روش کنترلی عصبی بهینه محاسبه خواهند شد. برای محاسبه سیگنال‌های مجازی روابط ۲۶ و ۲۷ را خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} S_1 &= x_0 + cx_1 \\ x_{2d} &= -(cb_1)^{-1}(x_1 + cf_1 + K_1 \tanh(S_1)) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} S_2 &= x_2 - x_{2d} \\ x_{3d} &= -(b_2)^{-1}(f_2 + K_2 \tanh(S_2)) \end{aligned} \quad (27)$$

در معادلات ۲۶ و ۲۷ c ، K_1 و K_2 ضرایب ثابتی هستند که به کمک روش‌های بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک و اجتماع ذرات در کنار متغیرهای مربوط به کنترل‌کننده واقعی در روش کنترلی به دست خواهند آمد.

۳-۱- طراحی کنترل‌کننده مدل پیش‌بین آنالین

در اکثر پروژه‌های کنترلی که استفاده از کنترل مدل پیش‌بین یک ضرورت محسوب می‌شود، به‌ویژه در پروژه‌های صنعتی به دلیل نیاز به سرعت و قابلیت اطمینان بالا در کنار ملاحظات هزینه‌ای، این نوع کنترل‌کننده تاکنون تقریباً تنها گزینه طراحان به حساب آمده است [۱۹]. کنترل‌کننده مدل پیش‌بین را در حالت کلی می‌توان به دو روش برخط (ضمنی) و برون‌خط (صریح) پیاده‌سازی نمود. در پیاده‌سازی نوع برخط، مسئله بهینه‌سازی تابع هزینه کنترلی در هر گام زمانی به صورت برخط حل شده و جواب این مسئله تعیین‌کننده دستور کنترلی بهینه خواهد بود. ولی در روش برون‌خط، مسئله بهینه‌سازی مذکور یک‌بار برای تمام مقادیر ممکن بردار حالت حل شده و پاسخ بهینه به صورت یک تابع صریح از متغیرهای بردار حالت محاسبه و در حافظه کنترل‌کننده بارگذاری می‌شود. سپس کنترل‌کننده در هر گام زمانی بر اساس مقادیر متغیرهای بردار حالت، تابع مذکور را مقداردهی کرده و دستور کنترلی را بیان می‌کند. بدین ترتیب زمان موردنیاز برای انجام محاسبات کنترلی کاهش یافته و پیاده‌سازی کنترل‌کننده بر روی سخت‌افزار کنترلی با حجم پردازشی محدود نیز میسر می‌شود.

کنترل‌کننده مدل پیش‌بین معمولاً به صورت زمان گسسته در سیستم‌های کنترلی پیاده‌سازی می‌شود. از این رو معادلات حالت را با استفاده از نگه‌دارنده مرتبه صفر و زمان نمونه‌برداری T_s ، به فرم معادله فضای حالت زمان گسسته تبدیل می‌کنیم.

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) \quad (28)$$

$$b_3 = \begin{bmatrix} \frac{qSLm_x^{\delta x}}{J_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{qSLm_y^{\delta y}}{J_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{qSLm_z^{\delta z}}{J_z} \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$f_1 = \begin{bmatrix} -\frac{2\dot{R}}{R} \theta_L - \phi_L^2 \sin \theta_L \cos \theta_L + M_1 mg \cos \theta \\ -\frac{2\dot{R}}{R} \dot{\phi}_L + 2\theta_L \dot{\phi}_L \tan \theta_L + M_2 mg \cos \theta \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$f_2 = \begin{bmatrix} -\frac{qSY_y}{mV \cos \beta} + \frac{g}{V \cos \beta} \cos \gamma \\ -\frac{qSZ_z}{mV} + \frac{g}{V} \cos \theta \sin \gamma \\ -\frac{F_{YZ}}{mV} - \frac{g}{V} \cos \theta \cos \gamma \tan \beta \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$f_3 = \begin{bmatrix} \frac{J_y - J_z}{J_x} \omega_z \omega_y + \frac{qSL(m_x^\alpha \alpha + m_x^\beta \beta)}{J_x} \\ \frac{J_z - J_x}{J_y} \omega_x \omega_z + \frac{qSLm_x^\beta \beta}{J_y} \\ \frac{J_x - J_y}{J_z} \omega_y \omega_x + \frac{qSLm_z^\alpha \alpha}{J_z} \end{bmatrix} \quad (25)$$

۳- طراحی کنترل‌کننده

برخورد موشک باهدف زمانی رخ می‌دهد که R (فاصله موشک تا هدف) به کمتر از مقدار R_{hit} (حداقل فاصله برخورد موشک باهدف) کاهش یابد، هدف از طراحی کنترل‌کننده این مقاله، همگرا شدن زوایای θ_L و ϕ_L به مقادیر مرجع خود یعنی θ_{Lf} و ϕ_{Lf} و صفر شدن فاصله بین موشک و هدف (R) است.

برای حل مسئله از روش بازگشت به عقب استفاده می‌شود. ورودی کنترلی (u) به وسیله کنترل‌کننده عصبی بهینه محاسبه خواهد شد. رویکرد بازگشت به عقب بیان می‌کند که در ابتدا یک سیگنال کنترلی مجازی به نام x_{2d} طراحی می‌شود. این سیگنال رفتار مطلوب متغیر حالت x_2 است و طراحی آن به این صورت است که متغیر حالت x_0 به سمت صفر میل نماید. پس در واقع رفتار مطلوب x_2 را به گونه‌ای به دست آورده می‌شود که اولین هدف مسئله کنترلی برقرار گردد. در مرحله بعد، سیگنال کنترلی مجازی x_{3d} را طراحی می‌کنیم. این سیگنال به عنوان سیگنال مرجع متغیر حالت x_3 است و به گونه‌ای طراحی می‌شود که در صورتی که x_3 آن را تعقیب نماید، x_2 نیز x_{2d} را تعقیب نموده و در نتیجه x_0 به صفر میل خواهد کرد. در مرحله آخر نیز ورودی کنترلی واقعی u به گونه‌ای طراحی می‌شود که باعث

۳-۱-۱- تعریف مسئله بهینه‌سازی مقید کنترل مدل پیش‌بین آنلاین

اساس روش کنترل مدل پیش‌بین بر مبنای به‌کارگیری یک تابع از ورودی‌ها و خروجی‌ها (یا متغیرهای حالت) تحت عنوان تابع عملکرد است که باید ضمن ارضای قیود مسئله، در افق پیش‌بینی بهینه گردد. متغیرهای حالت در زمان آینده با استفاده از مدل پیش‌بین و شرایط سیستم در زمان حال ($x_a(k|k) = x_a(k)$) به عنوان شرایط اولیه رابطه محاسبه می‌گردند. با حل مسئله بهینه‌سازی فوق‌الذکر، دنباله ورودی‌های کنترلی به‌صورت $\Delta U = [\Delta a_h(k|k), \dots, \Delta a_h(k + N_c - 1|k)]^T$ حاصل می‌شود. آنگاه بر اساس قاعده کنترلی افق نزولی، اولین ورودی این دنباله به سیستم کنترلی اعمال شده و همین روند مجدداً در گام‌های زمانی بعدی تکرار می‌شود.

از سویی دیگر تابع هزینه در کنترل مدل پیش‌بین معمولاً به‌صورت یک تابع خطی و یا تابع درجه‌دو انتخاب می‌شود. هرچند حل معادله درجه اول نسبت به حل معادله درجه دوم حجم محاسباتی کمتری نیاز دارد، اما وجود مقدار کمینه کلی در این روش تضمین شده نیست. از این‌رو، تابع هزینه به فرم یک تابع درجه‌دو انتخاب می‌شود تا به دلیل محدب بودن این تابع، وجود نقطه کمینه محلی معادل وجود نقطه کمینه کلی باشد (شرط لازم و کافی برای بهینگی). تابع هزینه برای مسئله تعقیب به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$J = \sum_{i=1}^{N_p} [y(k+i|k) - r(k+i|k)]^T Q [y(k+i|k) - r(k+i|k)] + \sum_{j=0}^{N_c-1} \Delta u^T(k+j|k) R_w \Delta u(k+j|k) \quad (37)$$

در تابع هزینه مسئله موردبررسی، Q یک ماتریس متقارن مثبت معین و R_w ماتریس وزن مثبت است. ضمناً $r(k+i|k) = [x_{r,a}(k+i|k) \quad v_{r,a}(k+i|k) \quad v_{h,a}(k+i|k)]^T$ بردار مرجع در طول پنجره پیش‌بینی بوده و بیان‌گر انتظار کنترل‌کننده از رفتار بردار مرجع در زمان‌های آینده است. معمولاً مقادیر درایه‌های این بردار در طول پنجره پیش‌بینی، ثابت و مساوی مقادیر سیگنال مرجع در لحظه نمونه‌برداری k در نظر گرفته می‌شود. اما گاهی می‌توان نحوه تغییرات سیگنال‌های مرجع کنترل‌کننده را از قبل پیش‌گویی کرد که به این قابلیت اصطلاحاً "پیش دید کردن" سیگنال مرجع در کنترل مدل پیش‌بین گفته می‌شود. پیش دید کردن سیگنال مرجع در واقع به معنی تعریف دقیق‌تر انتظارات کنترلی در زمان آینده بوده و به‌ویژه در دینامیک‌های سریع باعث بهبود چشمگیر عملکرد سیستم می‌شود.

بنابراین معادلات خروجی سیستم زمان گسسته نیز به فرم زیر خواهند بود.

$$y(k) = C_a x(k) \quad (29)$$

روابط (۲۸) و (۲۹) بیان‌گر مدلی هستند که کنترل‌کننده مدل پیش‌بین بر اساس آن توسعه می‌یابد. از این‌رو این مدل، اصطلاحاً مدل کنترل‌محور نامیده می‌شود. باهدف لحاظ کردن قید تعریف‌شده روی نرخ تغییرات شتاب در معادلات کنترلی و نیز ایجاد رفتار انتگرال‌گیری در کنترل‌کننده جهت کاهش خطای حالت ماندگار، ورودی کنترلی را با ارتباط دادن به مقدار افزایش آن در هر زمان نمونه‌برداری به‌صورت $u(k) = u(k-1) + \Delta u(k)$ در قالب متغیرهای حالت جدید به معادلات مدل کنترل‌محور قبلی اضافه می‌کنیم.

$$x_a(k+1) = A_a x_a(k) + B_a \Delta u(k) \\ \begin{bmatrix} x(k+1) \\ u(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_a & B_a \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_a \\ I \end{bmatrix} \Delta u(k) \quad (30)$$

به این مدل کنترل‌محور جدید در اصطلاح مدل افزوده گفته می‌شود. معادلات خروجی مدل افزوده به‌صورت زیر قابل‌بیان است.

$$y(k) = C_a x_a(k) \\ y(k) = [C_a \quad 0] \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix} \quad (31)$$

علاوه بر این با تعریف N_p و N_c به‌عنوان افق‌های پیش‌بینی و کنترلی، معادلات ورودی خروجی مدل پیش‌بینی را می‌توان به کمک رابطه زیر محاسبه نمود.

$$Y = F \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix} + \phi \Delta U \quad (32)$$

در معادله مدل پیش‌بینی فوق می‌توان بردار Y را از رابطه

$$Y = \begin{bmatrix} y(k+1|k) \\ y(k+2|k) \\ \vdots \\ y(k+N_p|k) \end{bmatrix} \quad (33)$$

بردار ΔU را از رابطه (۳۴)،

$$\Delta U = \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_c-1|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta a_h(k|k) \\ \Delta a_h(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta a_h(k+N_c-1|k) \end{bmatrix} \quad (34)$$

ماتریس F را از رابطه (۳۵)،

$$F = \begin{bmatrix} C_a A_a \\ C_a A_a^2 \\ \vdots \\ C_a A_a^{N_p} \end{bmatrix} \quad (35)$$

و نهایتاً ماتریس ϕ را از رابطه (۳۶) به دست آورد.

$$\phi = \begin{bmatrix} C_a B_a & \dots & 0 \\ C_a A_a B_a & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_a A_a^{N_p} B_a & \dots & C_a A_a^{N_p - N_c} B_a \end{bmatrix} \quad (36)$$

می‌توان فرم ماتریسی تابع هزینه را به شکل زیر بیان نمود.

$$J = \underbrace{\begin{bmatrix} y(k+1|k) - r(k+1|k) \\ y(k+2|k) - r(k+2|k) \\ \vdots \\ y(k+N_p|k) - r(k+N_p|k) \end{bmatrix}}_{Y-Ref^T} \underbrace{\begin{bmatrix} Q & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & Q \end{bmatrix}}_{\hat{Q}} \underbrace{\begin{bmatrix} y(k+1|k) - r(k+1) \\ y(k+2|k) - r(k+2) \\ \vdots \\ y(k+N_p|k) - r(k+N_p) \end{bmatrix}}_{Y-Ref} \tag{38}$$

$$+ \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_c-1|k) \end{bmatrix}}_{\Delta U^T} \underbrace{\begin{bmatrix} R_w & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & R_w \end{bmatrix}}_{\hat{R}_w} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_c-1|k) \end{bmatrix}}_{\Delta U}$$

$$= (Y - Ref)^T \hat{Q} (Y - Ref) + \Delta U^T \hat{R} \Delta U$$

مشخص است که \hat{Q} و \hat{R}_w ماتریس‌های مثبت معین هستند. با جایگزینی Y از روابط قبلی در تابع هزینه خواهیم داشت:

$$J = \frac{1}{2} \Delta U^T \underbrace{2[\hat{R}_w + \phi^T \hat{Q} \phi]}_{\hat{H}} \Delta U + 2 \underbrace{\left(\begin{bmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix}^T F^T - Ref^T \right) \hat{Q} \phi}_{\hat{M}} \Delta U \tag{39}$$

$$+ \underbrace{Ref^T \hat{Q} Ref + \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix}^T F^T \hat{Q} \left(F \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix} - 2Ref \right)}_{\hat{N}} = \frac{1}{2} \Delta U^T \hat{H} \Delta U + \hat{M} \Delta U + \hat{N}$$

در رابطه فوق $\hat{H} = 2[\hat{R}_w + \phi^T \hat{Q} \phi] \in \mathbb{R}^{N_c \times N_c}$ یک ماتریس متقارن مثبت معین بوده و بردار سطر $\hat{M} = 2 \left(\begin{bmatrix} x^T(k) & u^T(k-1) \end{bmatrix} F^T - Ref^T \right) \hat{Q} \phi \in \mathbb{R}^{N_c}$ و همچنین $\hat{N} = Ref^T \hat{Q} Ref + \begin{bmatrix} x^T(k) & u^T(k-1) \end{bmatrix} F^T \hat{Q} \left(F \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix} - 2Ref \right) \in \mathbb{R}$ متغیر با زمان می‌باشند. برای اعمال قیدهای مسئله، بردار سیگنال ورودی در پنجره کنترلی را به‌صورت زیر بازنویسی می‌کنیم.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} u(k|k) \\ u(k+1|k) \\ \vdots \\ u(k+N_c-1|k) \end{bmatrix}}_U = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}}_{G_{1,\Delta U}} u(k-1) + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix}}_{G_{2,\Delta U}} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_c-1|k) \end{bmatrix}}_{\Delta U} = G_{1,\Delta U} u(k-1) + G_{2,\Delta U} \Delta U \tag{40}$$

با استفاده از (۴۰) می‌توان قیدهای مسئله را در طول پنجره پیش‌بینی به‌صورت پیش‌بینی از طریق روابطی که در ادامه بیان می‌شوند، به دست آورد.

$$\begin{bmatrix} G_U \\ G_{\Delta U} \\ G_Y \end{bmatrix} \Delta U \leq \begin{bmatrix} W_U \\ W_{\Delta U} \\ W_Y \end{bmatrix} \tag{44}$$

قید روی کنترول ورودی:

$$U^{min} \leq G_{1,\Delta U} u(k-1) + G_{2,\Delta U} \Delta U \leq U^{max} \tag{41}$$

$$\begin{cases} -G_{2,\Delta U} \Delta U \leq G_{1,\Delta U} u(k-1) - U^{min} \\ G_{2,\Delta U} \Delta U \leq -G_{1,\Delta U} u(k-1) + U^{max} \end{cases}$$

قید روی تغییرات بردار ورودی کنترلی:

$$\begin{cases} \Delta U^{min} = [1 \ \dots \ 1]^T j_{h,min} \\ \Delta U^{max} = [1 \ \dots \ 1]^T j_{h,max} \\ \Delta U^{min} \leq \Delta U \leq \Delta U^{max} \\ \begin{cases} -\Delta U \leq -\Delta U^{min} \\ \Delta U \leq \Delta U^{max} \end{cases} \end{cases} \tag{42}$$

قید روی بردار خروجی:

$$W_U = \begin{bmatrix} G_{1,\Delta U} u(k-1) - U^{min} \\ -G_{1,\Delta U} u(k-1) + U^{max} \end{bmatrix} \tag{45}$$

$$W_{\Delta U} = \begin{bmatrix} -\Delta U^{min} \\ \Delta U^{max} \end{bmatrix}$$

$$W_Y = \begin{bmatrix} F \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix} - Y^{min} \\ -F \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix} + Y^{max} \end{bmatrix}$$

با تعریف

$$W = [W_U^T \ W_{\Delta U}^T \ W_Y^T]^T \quad G = [G_U^T \ G_{\Delta U}^T \ G_Y^T]^T \tag{43}$$

$$Y^{min} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{r,min} \\ v_{r,min} \\ v_{h,min} \end{bmatrix}$$

$$Y^{max} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{r,max} \\ v_{r,max} \\ v_{h,max} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -\phi \Delta U \leq F \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix} - Y^{min} \\ \phi \Delta U \leq -F \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix} + Y^{max} \end{cases}$$

علاوه بر این توجه شود که مقدار افزایش سیگنال ورودی بعد از افق کنترلی صفر در نظر گرفته می‌شود و از این‌رو، مقدار ورودی کنترلی ثابت باقی می‌ماند. به‌طور خلاصه، قیدهای سیستم را بر

کنترل سرعت تطبیقی در نهایت به‌صورت (۴۶) بیان می‌شود.

در صورتی که در مسئله اصلی هیچ قید زائدی نداشته باشیم، ماتریس G مرتبه کامل سطری خواهد بود و با توجه به این که ماتریس \hat{H} مرتبه کامل است، می توانیم بردار ضرایب لاگرانژ بهینه را به صورت زیر محاسبه کنیم.

$$\lambda^* = -(G\hat{H}^{-1}G^T)^{-1}_{left}(G\hat{H}^{-1}M^T + W) \quad (54)$$

با جایگذاری مقدار λ^* در (54)، بردار رشته تغییرات کنترلی بهینه در طول پنجره کنترلی به دست می آید.

$$\Delta U^* = -\hat{H}^{-1} \left[\hat{M}^T - G^T (G\hat{H}^{-1}G^T)^{-1}_{left} (G\hat{H}^{-1}M^T + W) \right] \quad (55)$$

توجه شود که در تعریف ماتریس M ، اطلاعات بردار حالت تعمیم یافته $x_a(t)$ و بردار سیگنال مرجع گنجانده شده اند. ماتریس W نیز به بردار حالت تعمیم یافته وابستگی دارد. مقادیر این ماتریس ها در هر گام زمانی متناسب با تغییرات بردارهای حالت و سیگنال مرجع، تغییر نموده و بردار جدیدی از تغییرات بهینه دستورات کنترلی در طول افق کنترلی ایجاد می نمایند. در این فرمول بندی، فرض شده است که دستورات کنترلی در فاصله بین افق کنترلی و افق پیش بینی بدون تغییر خواهند ماند و از این رو مقدار ورودی کنترلی در این فاصله زمانی، ثابت در نظر گرفته شده است.

علاوه بر این در استراتژی کنترلی افق نزولی، کنترل کننده در هر زمان نمونه برداری صرفاً اولین آرایه از بردار دستورات کنترلی بهینه در افق کنترلی را به سیستم اعمال می نماید. بنابراین، ورودی کنترلی برای زمان نمونه برداری k برابر خواهد بود با:

$$u^*(k) = \Delta u^*(k|k) + u(k-1) = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \Delta U^* + u(k-1) \quad (56)$$

الف- شرایط کاروش-کن-تاکر برای بهینگی

با توجه به این که مسئله بهینه سازی از نوع برنامه ریزی درجه دو است، شرایط کاروش-کن-تاکر مرتبه اول تعیین کننده شرایط لازم و کافی برای وجود جواب بهینه کلی می باشند. این شرایط برای حل عددی مسئله مورد استفاده قرار می گیرد. شرط لازم برای بهینگی:

$$\nabla \mathcal{L}(\Delta U^*, \lambda^*) = \hat{H}^T \Delta U^* + \hat{M}^T + G^T \lambda^* = 0 \quad (57)$$

شرط زائد مکمل:

$$\lambda_i (G_i \Delta U - W_i) = 0 \quad (58)$$

شرط امکان پذیری مسئله دوگان:

$$\lambda_i \geq 0 \quad (59)$$

شرط امکان پذیری مسئله اولیه:

$$G\Delta U - W \leq 0 \quad (60)$$

$$\min_{\Delta U} \left(J = \frac{1}{2} \Delta U^T \hat{H} \Delta U + \hat{M} \Delta U + \hat{N} \right) \quad (46)$$

$$s. t. \ G \Delta U \leq W$$

۳-۱-۲- حل مسئله بهینه سازی مقید

با توجه به این که تابع هزینه در مسئله مقاله از نوع محدب درجه دو بوده و قیدهای مسئله همگی آفین هستند، مسئله بهینه سازی از نوع برنامه ریزی درجه دو است. مشخص است که در این مسئله صرفاً علاقه مند به مقدار کمینه گر هستیم و دانستن مقدار کمینه تابع هدف از اهمیت چندانی برخوردار نیست. با توجه به این که ترم \hat{N} نقشی در محاسبه گرادیان تابع هزینه ندارد، می توانیم از این ترم در ادامه محاسبات صرف نظر نماییم. لاگرانژین تابع هزینه و قیود مسئله بهینه سازی به شکل زیر تعریف می شود.

$$\mathcal{L}(\Delta U, \lambda) = \frac{1}{2} \Delta U^T \hat{H} \Delta U + \hat{M} \Delta U + \lambda^T (G\Delta U - W) \quad (47)$$

در رابطه بالا λ بردار ضرایب لاگرانژین است. دوگان مسئله برنامه ریزی درجه دو اصلی به شکل زیر تعریف می شود.

$$d(\lambda) = \min_{\Delta U} \mathcal{L}(\Delta U, \lambda) = \min_{\Delta U} \left\{ \frac{1}{2} \Delta U^T \hat{H} \Delta U + \hat{M} \Delta U + \lambda^T (G\Delta U - W) \right\} \quad (48)$$

بنابراین مسئله دوگان به شکل زیر بیان می گردد.

$$\max_{\lambda_i \geq 0} (d(\lambda)) = \max_{\lambda_i \geq 0} \left\{ \min_{\Delta U} \left\{ \frac{1}{2} \Delta U^T \hat{H} \Delta U + \hat{M} \Delta U + \lambda^T (G\Delta U - W) \right\} \right\} \quad (49)$$

برای هر λ دلخواه، تابع لاگرانژین فوق، محدب است. بنابراین شرط لازم و کافی برای بهینگی این است که مقدار گرادیان تابع لاگرانژین در نقطه کمینه صفر باشد.

$$\nabla_{\Delta U} \mathcal{L}(\Delta U, \lambda) = \hat{H}^T \Delta U + \hat{M}^T + G^T \lambda = 0 \quad (50)$$

با توجه به این که $\hat{H} = \hat{H}^T > 0$ ، ماتریس \hat{H} وارون پذیر است. بنابراین می توان نوشت:

$$\Delta U = -\hat{H}^{-1} (\hat{M}^T + G^T \lambda) \quad (51)$$

با جایگذاری این مقدار در مسئله دوگان داریم:

$$\max_{\lambda_i \geq 0} (d(\lambda)) = \max_{\lambda_i \geq 0} \left\{ -\frac{1}{2} \lambda^T (G\hat{H}^{-1}G^T) \lambda - \lambda^T (W + G\hat{H}^{-1}\hat{M}^T) - \frac{1}{2} \hat{M} \hat{H}^{-1} \hat{M}^T \right\} \quad (52)$$

برای محاسبه بردار ضرایب لاگرانژ بهینه، گرادیان رابطه فوق را محاسبه کرده و ریشه های آن را به دست می آوریم.

$$\nabla d(\lambda) = G\hat{H}^{-1}G^T \lambda + G\hat{H}^{-1}\hat{M}^T + W = 0 \quad (53)$$

کنیم $d(\tilde{\lambda}) \leq J^*$ ، خواهیم توانست یک بازه برای محل قرارگیری مقدار بهینه مسئله اولیه تشکیل دهیم که در آن $d(\tilde{\lambda}) \leq J^* \leq J(\Delta \bar{U})$ برقرار باشد. بنابراین بدون دانستن مقدار دقیق J^* و تنها با دانستن مقدار شکاف دوگانگی می‌توان گفت که نقطه موردنظر چه مقدار شبه بهینه است. الگوریتم‌های حل اولیه - دوگان، مسئله اولیه و دوگان را به‌طور تکراری حل می‌کنند و یکرشته از جواب‌های ممکن برای مسئله اولیه و دوگان مانند $\{\Delta \bar{U}_k, \tilde{\lambda}_k\}_{k=0,1,\dots}$ تشکیل می‌دهند تا زمانی که شرط توقف $\varepsilon < \varepsilon_{desired}$ برقرار شود. در مسائل برنامه‌ریزی درجه‌دو محدب، امکان‌پذیر بودن جواب نشان‌دهنده دوگانگی قوی است. بدین معنی که می‌توان شکاف دوگانگی مطلوب را به‌طور دلخواه کوچک انتخاب نمود.

۳-۱-۳- نرم کردن قیدها

کلیه قیودی که تاکنون در مسئله تعریف شده‌اند، از نوع قید سخت می‌باشند و این بدان معناست که کنترل‌کننده در هیچ شرایطی نباید از آن‌ها تخطی نماید. قیود سختی که روی متغیرهای حالت و یا خروجی سیستم تعریف می‌شوند، گاهی باعث مشکل عدم امکان‌پذیری جواب می‌شوند. به‌عنوان مثال، اغتشاشات مدل نشده ممکن است خروجی‌ها را به خارج از محدوده جواب‌های امکان‌پذیر منتقل کنند. بنابراین هیچ دستور کنترلی تعریف‌شده‌ای برای بازگرداندن خروجی‌ها به داخل محدوده مجاز در گام زمانی بعدی وجود نخواهد داشت. به همین دلیل، معمولاً قیود اعمال‌شده به خروجی (و متغیرهای حالت) نرم می‌شوند. با تعریف متغیر ε و بردار M می‌توان قیدهای بردار خروجی را به‌صورت زیر نرم کرد.

$$y_{\min} - M\varepsilon \leq y \leq y_{\max} + M\varepsilon \quad (64)$$

در رابطه اخیر $M_i \geq 0$ مقدار مرتبط با میزان نرم شدگی قید شماره i -ام خروجی است. همچنین برای کاهش میزان تخطی خروجی‌ها از مقادیر مجاز آن‌ها، نرم $\rho\varepsilon^2$ به تابع هدف اضافه می‌شود تا تخطی از قیود خروجی را جریمه کند (ρ یک عدد مثبت دلخواه به‌اندازه کافی بزرگ است). بنابراین ε نقش یک متغیر مستقل جدید در مسئله بهینه‌سازی را ایفا خواهد کرد.

از این روش می‌توان برای نرم کردن قیود ورودی کنترلی و یا تغییرات ورودی کنترلی نیز استفاده کرد. در مسائل تعقیب بردار مرجع به‌وسیله کنترل‌کننده دارای خاصیت انتگرال‌گیری، معمولاً توصیه بر این است که حتی‌الامکان قیود خروجی از نوع نرم انتخاب‌شده و قیود ورودی کنترلی یا تغییرات ورودی کنترلی نیز نرم شوند.

ب- حل عددی مسئله برنامه‌ریزی درجه‌دو کنترل مدل پیش‌بین

الگوریتم‌های حل مسئله‌ها بهینه از نوع برنامه‌ریزی درجه‌دو معمولاً با بررسی شرایط بهینگی کاروش-کن-تاگر و کمینه کردن اختلاف بین مقدار مسئله اولیه و دوگان به روش تکرار، نقطه بهینه تابع هدف را محاسبه می‌کنند. در این قسمت به‌طور خلاصه نحوه این محاسبه توضیح داده شده است.

بدیهی است هر بردار $\Delta \bar{U}$ در مجموعه جواب‌های امکان‌پذیر، یک کران بالا برای مقدار بهینه تابع هزینه $J(\Delta U)$ محسوب می‌شود و این یعنی $J(\Delta \bar{U}) \geq J^* = J(\Delta U^*)$. حال باید به دنبال ایجاد یک کران پایین برای این مسئله باشیم. با توجه به این‌که در لاگرانژین مسئله اصلی فرض بر این است که همه ضرایب لاگرانژین نامنفی هستند و قیود مسئله به‌صورت کوچک‌تر مساوی بیان شده‌اند، نامساوی $\lambda^T(G\Delta U - W) \leq 0$ همواره برقرار بوده و از این رو داریم:

$$\mathcal{L}(\Delta U, \lambda) \leq J(\Delta U) \quad (61)$$

با مینیمم‌گیری از طرفین این نامساوی خواهیم داشت:

$$\min_{\Delta U} \mathcal{L}(\Delta U, \lambda) \leq \min_{\Delta U} J(\Delta U) \quad (62)$$

$$s. t. G\Delta U - W \leq 0$$

رابطه بالا $\min_{\Delta U} \mathcal{L}(\Delta U, \lambda)$ را به‌عنوان یک کران پایین برای مسئله اولیه ارائه می‌کند. بهترین کران پایین با بیشینه کردن تابع سود $\min_{\Delta U} \mathcal{L}(\Delta U, \lambda)$ از طریق متغیرهای مسئله دوگان به دست می‌آید.

$$\max_{\lambda_i \geq 0} \left\{ \min_{\Delta U} \mathcal{L}(\Delta U, \lambda) \right\} \leq \min_{\Delta U} J(\Delta U) \quad (63)$$

$$s. t. G\Delta U - W \leq 0$$

با تعریف تابع هزینه جدید به فرم $d(\lambda) = \min_{\Delta U} \mathcal{L}(\Delta U, \lambda)$ مسئله دوگان به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\max_{\lambda_i \geq 0} d(\lambda) \quad (64)$$

در نتیجه مسئله اخیر، نامقید بوده و نقطه بهینه آن λ^* است. حل مسئله دوگان همواره بزرگ‌ترین کران پایین مسئله اولیه را ارائه می‌کند که به این خاصیت دوگانگی ضعیف گفته می‌شود. فرض کنید f^* و d^* به ترتیب مقادیر بهینه مسئله اولیه و دوگان باشند. همان‌طور که بیان شد همواره $d^* \leq f^*$ بوده و از این رو $\varepsilon = f^* - d^*$ را شکاف دوگانگی می‌نامیم. در صورتی که شکاف دوگانگی برابر صفر باشد، گفته می‌شود که دوگانگی قوی برقرار است.

هر جواب امکان‌پذیر مانند $\Delta \bar{U}$ درون مجموعه جواب‌های ممکن، اطلاعات جدیدی در مورد کران بالای مسئله اولیه در اختیار قرار می‌دهد و به بیان دقیق‌تر $f^* \leq f(\Delta \bar{U})$. اگر بتوانیم یک جواب امکان‌پذیر مانند $\bar{\lambda}$ برای مسئله دوگان نیز پیدا

۳-۱-۴- تنظیم پارامترهای کنترل کننده مدل پیش بین

یکی از ویژگی‌های کنترل کننده مدل پیش بین در مقایسه با سایر رویکردهای کنترلی، تعدد پارامترهای قابل تنظیم در این نوع کنترل کننده است. هرچند این ویژگی به طراح آزادی عمل بیشتری برای تنظیم بهتر رفتار کنترل کننده می‌دهد، ولی گاهی تنظیم مناسب پارامترهای کنترل کننده خود به چالشی بزرگ برای وی تبدیل می‌شود. چراکه در زمان تنظیم پارامترهای کنترل کننده، مصالحه بین اهداف متضادی همچون پایداری، چابکی، دقت ردیابی و سرعت کنترل کننده با در نظر داشتن محدودیت حجم محاسبات و حافظه کنترل کننده اجتناب‌ناپذیر است. تأکید بر این نکته ضروری است که بهینه بودن دستور کنترلی ارائه شده توسط کنترل کننده مدل پیش بین به طور کامل وابسته به تنظیم پارامترهای کنترلی بوده و در صورت عدم تنظیم مناسب این پارامترها، کنترل کننده کارایی مطلوبی ارائه نخواهد کرد.

از سویی دیگر طی سالیان متمادی توسعه و به‌کارگیری کنترل کننده مدل پیش بین در کاربردهای صنعتی، قواعدی کلی برای تنظیم پارامترهای این نوع کنترل کننده تدوین شده‌اند. به‌عنوان مثال، در مقالات مرتبط با تنظیم پارامترهای کنترل کننده مدل پیش بین توصیه می‌شود که افق پیش‌بینی به اندازه‌ای بزرگ انتخاب شود تا بخش مؤثر دینامیک فرایند را در برگیرد. به‌طور مشخص برای یک سیستم حلقه باز پایدار گفته شده که ۸۰ تا ۹۰ درصد زمان درخواست پاسخ حلقه باز سیستم به ورودی پله می‌تواند مقدار معقولی برای طول پنجره پیش‌بینی باشد. در مورد افق کنترلی، ۱۰ الی ۲۰ درصد طول پنجره پیش‌بینی در توصیه شده ولی انتخاب افق کنترلی بین ۳ تا ۵ یک قانون تجربی توصیه شده در ادبیات کنترل است [۲۰].

۳-۱-۵- پیاده‌سازی الگوریتم مدل پیش بین برخط

در این پروژه برای پیاده‌سازی کنترل کننده مدل پیش بین برخط از جعبه‌ابزار کنترل پیش بین نرم‌افزار متلب استفاده شده است. این جعبه‌ابزار ضمن ارائه امکانات موردنیاز برای طراحی کنترل کننده مدل پیش بین ضمنی مقید باقابلیت پیش دید سیگنال مرجع، نیاز به ساخت مدل پیش‌بینی را از مدل کنترل محور مرتفع می‌سازد. برای انجام این کار، کافی است مدل دینامیکی حلقه باز سیستم را به‌عنوان مبنا قرار داده و یک شی از کلاس کنترل پیش بین تعریف کنیم، سپس ویژگی‌ها و روش‌های ارائه شده در این کلاس را به‌طور خاص مطابق با نیازهای مسئله تنظیم و سفارشی‌سازی کنیم.

• توجیه برخط بودن الگوریتم پیشنهادی

کنترل کننده مدل پیش بین آنلاین (MPC) در این مقاله به‌صورت برخط (ضمنی) پیاده‌سازی شده است. این بدان معناست که در هر گام زمانی، مسئله بهینه‌سازی به‌صورت بلادرنگ حل می‌شود و مقدار بهینه ورودی کنترلی تعیین می‌گردد.

• دلایل انتخاب پیاده‌سازی برخط

الف) واکنش سریع به تغییرات دینامیکی

در رهگیری اهداف مانورده، شرایط درگیری پیوسته تغییر می‌کند. بنابراین، تعیین ورودی کنترلی در لحظه بر اساس اطلاعات جدید، عملکرد بهتری نسبت به روش‌های آفلاین ارائه می‌دهد.

ب) عدم نیاز به ذخیره‌سازی جداول کنترلی

روش‌های برون خط (صریح) معمولاً پاسخ‌های بهینه را از پیش برای همه مقادیر ممکن متغیرهای حالت محاسبه کرده و در جدول‌هایی ذخیره می‌کنند. این روش برای سامانه‌های پیچیده‌ای مانند هدایت موشک، که تعداد زیادی متغیر دارد، منجر به افزایش حجم محاسبات و حافظه موردنیاز می‌شود.

ج) انعطاف پذیری در برابر تغییرات غیرمنتظره

در روش‌های آفلاین، اگر شرایط محیطی یا مدل دینامیکی تغییر کند، ممکن است جداول ذخیره شده دیگر معتبر نباشند. در مقابل، روش برخط همیشه مقادیر جدید را بر اساس شرایط لحظه‌ای سیستم محاسبه می‌کند.

د) نحوه پیاده‌سازی برخط در مقاله

در این مقاله، الگوریتم MPC بهینه‌سازی درجه دوم (QP) را در هر گام زمانی حل می‌کند. در هر لحظه بردار حالت کنونی سیستم دریافت می‌شود، سپس یک مسئله بهینه‌سازی مقید برای تعیین بهترین ورودی کنترلی حل می‌شود. تنها اولین مقدار ورودی محاسبه شده اعمال شده و فرآیند در گام بعدی تکرار می‌شود.

۳-۱-۶- نحوه تنظیم ضرایب وزنی در MPC

در این مقاله، ضرایب وزنی در تابع هزینه با توجه به نیازهای سیستم هدایت و کنترل تنظیم شده‌اند. مقدار Q معمولاً برای وضعیت‌هایی که نیاز به دقت بیشتر دارند، بزرگ‌تر انتخاب می‌شود. به‌طور خاص، وضعیت‌هایی مانند فاصله از هدف یا زاویه انحراف ممکن است وزن بالاتری داشته باشند. مقدار R برای ورودی‌ها معمولاً به‌طور طبیعی باید کوچک‌تر باشد تا هزینه زیادی برای تغییرات کوچک ورودی‌ها ایجاد نشود. باین‌حال، این مقدار باید به‌گونه‌ای تنظیم شود که باعث جلوگیری از استفاده غیرمنطقی از ورودی‌های کنترلی نشود. مقدار P برای وضعیت نهایی ممکن است به نحوی تنظیم شود که سیستم در انتهای افق پیش‌بینی به وضعیت مطلوب برسد. انتخاب ضرایب وزنی در

همگرا خواهد شد. اشکال روش مذکور این است که قید تساوی تمام‌کننده ممکن است باعث ناکارآمدی عملکرد کنترل‌کننده شود. ضمناً برای این‌که چنین رویکردی قابل انجام باشد، سیستم حلقه باز علاوه بر پایدار پذیری، باید قابل‌دستیابی هم باشد [۲۳]. همان‌طور که پیش‌تر نشان داده شد، سیستم مورد مطالعه در این پژوهش کنترل‌پذیر کامل نبوده و از این‌رو تمام بردارهای فضای حالت در این مسئله قابل‌دسترسی نیستند و نمی‌توان از این روش برای ایجاد اطمینان از پایداری کنترل‌کننده استفاده کرد.

با این حال، نشان داده شده است که پایداری کنترل‌کننده با افق پیش‌بینی محدود در غیاب وجود قید تمام‌کننده نیز میسر است. به‌طور مشخص، در [۲۴] اثبات شده است که یک سیستم کنترلی حلقه بسته با کنترل‌کننده مدل پیش‌بین به‌صورت مجانبی کلی پایدار است اگر و تنها اگر مسئله بهینه‌سازی مرتبط با آن امکان‌پذیر باشد. بنابراین با نشان دادن این‌که مسئله بهینه‌سازی مقید در هر شرایطی امکان‌پذیر است، می‌توان به‌طور ضمنی پایداری کنترل‌کننده را نیز اثبات نمود.

در این مقاله، پایداری کنترل‌کننده پیشنهادی (کنترل‌کننده مدل پیش‌بین آنلاین) در حالت مقید بررسی شده است. طبق آنچه در این بخش ذکر شد، پایداری این کنترل‌کننده به‌طور پیش‌فرض تضمین شده نیست، اما تحت شرایط خاصی می‌توان آن را اثبات کرد.

به‌طور خلاصه، نتایج نشان می‌دهند که، کنترل‌کننده پیش‌بین مدل زمانی پایدار خواهد بود که مسئله بهینه‌سازی مرتبط با آن در هر گام زمانی امکان‌پذیر باشد. برای تضمین پایداری، می‌توان افق پیش‌بینی را بزرگ‌تر انتخاب کرد، اما این امر منجر به افزایش حجم پردازش می‌شود. رویکرد دیگر برای تضمین پایداری، اعمال "قید تمام‌کننده" بر آخرین بردار حالت در افق پیش‌بینی است. اما این روش نیازمند کنترل‌پذیری کامل سیستم است، که در این تحقیق به‌طور کامل برقرار نیست. بر اساس تحقیقات قبلی (مانند مرجع [۲۴])، اگر مسئله بهینه‌سازی همواره امکان‌پذیر باشد، کنترل‌کننده مدل پیش‌بین مجانبی پایدار خواهد بود.

بنابراین، در این تحقیق پایداری کنترل‌کننده مدل پیش‌بین از طریق بررسی امکان‌پذیری همیشگی مسئله بهینه‌سازی بررسی شده و از این طریق، به‌صورت ضمنی پایداری آن تضمین شده است.

۴- شبیه‌سازی

پس از تکمیل طراحی کنترل‌کننده‌های استفاده شده، در این بخش به بررسی عملکرد کنترل‌کننده‌های طراحی شده پرداخته

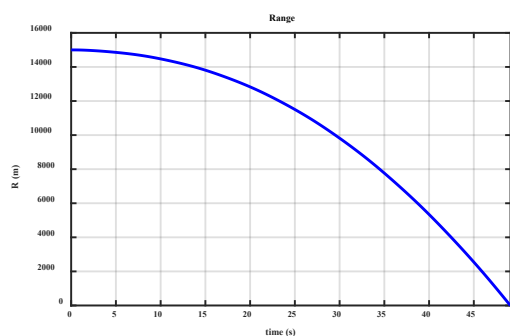
شبیه‌سازی‌ها: در این مقاله، ضرایب وزنی برای تابع هزینه به‌طور خودکار و با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی مانند PSO تنظیم شده‌اند. اگر Q بیشتر باشد، سیستم به وضعیت‌های هدف نزدیک‌تر خواهد شد، اما ممکن است سرعت واکنش کاهش یابد. اگر R بیشتر باشد، ورودی‌ها بیشتر محدود خواهند شد و سیستم ممکن است نتواند سریع به تغییرات پاسخ دهد. تنظیم مقدار P به‌طور خاص می‌تواند به سیستم کمک کند تا در انتهای افق پیش‌بینی به وضعیت مطلوب برسد، که برای موشک‌های هدایت‌شونده اهمیت زیادی دارد. بنابراین در مقاله شما، از تنظیم ضرایب وزنی در تابع هزینه MPC با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی به‌ویژه PSO برای بهینه‌سازی عملکرد سیستم هدایت و کنترل استفاده شده است. این تنظیمات باعث می‌شود که سیستم بتواند توازن مناسبی بین دقت ردیابی و کنترل ورودی برقرار کند و در نتیجه عملکرد بهتری در سناریوهای مختلف ارائه دهد.

۳-۱-۷- تحلیل پایداری کنترل‌کننده و شرط امکان‌پذیری جواب

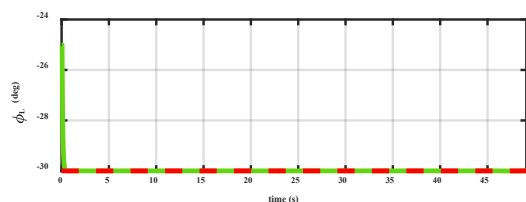
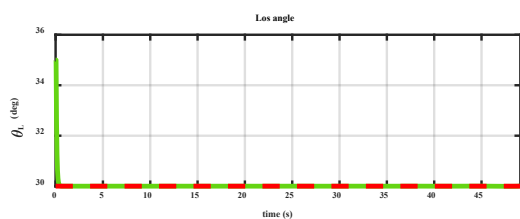
به‌طور کلی پایداری کنترل‌کننده مدل پیش‌بین از قبل تضمین شده نیست. علاوه بر این، ممکن است کنترل‌کننده متغیرهای حالت را به بخشی از فضای حالت هدایت کند که در آن نقطه هیچ پاسخ بهینه‌ای که قیدهای مسئله را ارضا کند، در زمان محدود قابل‌محاسبه نباشد. بنابراین، کنترل‌کننده مدل پیش‌بین زمانی قابل‌پیاده‌سازی است که پایداری و شرط وجود جواب در تمام فضای مسئله مورد بررسی قرار گیرد.

پایداری حلقه باز خورد کنترل‌کننده مدل پیش‌بین توسط محققان متعددی مورد بررسی قرار گرفته است. اکثر رویکردهای اثبات پایداری کنترل‌کننده مدل پیش‌بین در ذات وابسته به استدلال‌های کرتشی و گیلبرت هستند که نشان می‌دهند تحت برخی شرایط، تابع هدف بهینه در واقع یک تابع لیاپانوف است [۲۱]. در این نوع کنترل‌کننده‌ها، پایداری عموماً یک تابع پیچیده از پارامترهای مختلف قابل تنظیم مانند N_p ، N_c ، P ، Q و R_w است. در صورت انتخاب افق کنترلی کوتاه، کنترل‌کننده می‌تواند به راحتی ناپایدار شود. برای جلوگیری از این وضعیت، می‌توان افق پیش‌بینی را بسیار بزرگ (و در حالت ایدئال بی‌نهایت) در نظر گرفت. پرواضح است که چنین انتخابی منجر به افزایش فزاینده حجم پردازش کنترل‌کننده خواهد شد.

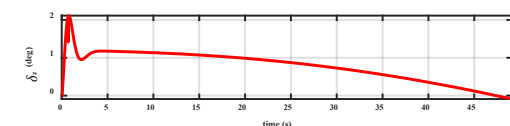
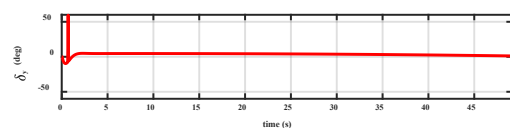
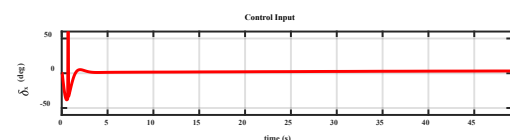
روش دیگر ایجاد اطمینان از پایداری کنترل‌کننده برای یک افق پیش‌بینی دلخواه، اعمال قید تمام‌کننده روی آخرین بردار حالت در افق پیش‌بینی است [۲۲]. بدین ترتیب اطمینان خواهیم داشت که بردار حالت در انتهای افق پیش‌بینی به یک بردار معین



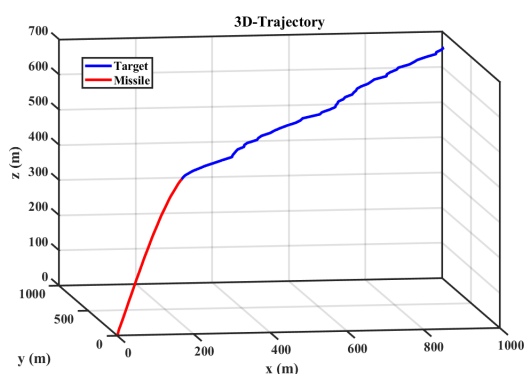
شکل ۲: فاصله نسبی موشک و هدف - کنترل کننده PID



شکل ۳: تغییرات زوایای فراز و سمت با کنترل کننده PID



شکل ۴: ورودی کنترلی موشک - کنترل کننده PID



شکل ۵: مسیر حرکت موشک و هدف - کنترل کننده PID

می‌شود. پارامترهای موشک و مقادیر پارامترهای اولیه درگیری موشک و هدف، و شرایط اولیه در تمام این شبیه‌سازی‌ها یکسان و مطابق جدول ۱ است.

جدول ۱: پارامترهای موشک آشیانه یاب [۲۶]

مقادیر پارامترهای اولیه درگیری موشک و هدف		مقادیر پارامترهای موشک	
مقدار	متغیر	مقدار	متغیر
45 (deg)	$\theta(0)$	$0.42 m^2$	S
0 rad	$\Phi_c(0)$	0.68 m	L
0.1 rad/s	ω_x	1200 kg	m
0.1 rad/s	ω_y	1.1558 kg/m^3	ρ
0.2 rad/s	ω_z	$100 kg \cdot m^2$	J_x
0 m	$x_m(0)$	$5700 kg \cdot m^2$	J_y
0 m	$y_m(0)$	$5600 kg \cdot m^2$	J_z
0 m	$z_m(0)$	-28.16	m_z^α
600 m/s	V_m	-27.92	$m_z^{\delta_z}$
600 m/s	V_t	-27.31	m_y^β
1136 m	$x_t(0)$	-26.57	$m_y^{\delta_y}$
8603 m	$y_t(0)$	0.46	m_x^α
5192.8 m	$z_t(0)$	-0.37	m_x^β
30 (deg)	θ_{Lf}	2.12	$m_x^{\delta_x}$
-30 (deg)	ϕ_{Lf}	57.16	c_y^α
$19.6 \cdot \cos(t)$	a_T	0.08	c_y^β
		5.74	$c_y^{\delta_z}$
		-56.31	c_z^α
		-5.62	c_z^β
		0.09	$c_z^{\delta_y}$

۴-۱- شبیه‌سازی عملکرد کنترل کننده PID

در این قسمت عملکرد کنترل کننده PID که پارامترهای آن‌ها توسط روش بیگلر نیکولز مطابق با جدول ۲ تنظیم شده‌اند، بررسی می‌شوند.

جدول ۲: پارامترهای کنترل کننده PID

نوع بهره	مقدار بهره
بهره تناسبی (K_p)	0.732
بهره انتگرالی (K_i)	0.417
بهره مشتقی (K_d)	1.669

نتایج شبیه‌سازی برای عملکرد کنترل کننده PID در شکل ۲ الی ۵ نشان داده شده است.

بود. در نتیجه یک کنترل کننده که برای سیستم‌های غیرخطی پیچیده مناسب باشد، مطمئن تر خواهد بود.

۴-۲- شبیه‌سازی عملکرد کنترل کننده LQR

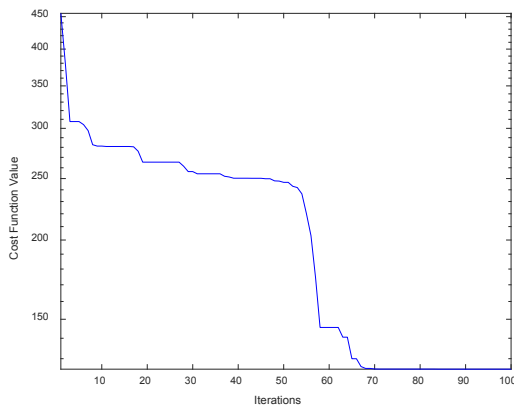
به منظور شبیه‌سازی کنترل کننده LQR، ابتدا مقادیر مناسب برای ماتریس‌های Q و R برای درگیری هدف-موشک مورد نظر در این تحقیق با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات استخراج و تعیین شدند.

نتایج حاصل از این فرآیند بهینه‌سازی برای این دو ماتریس قطری به صورت زیر به دست آمده است.

$$Q = \text{diag}[0.0988, 5.8532, 0.0893, 4.8708, 9.3566, 0.8765, 1.2646, 3.1068, 9.8594, 4.4510, 9.8985, 3.0687, 0.1200, 0.0380]$$

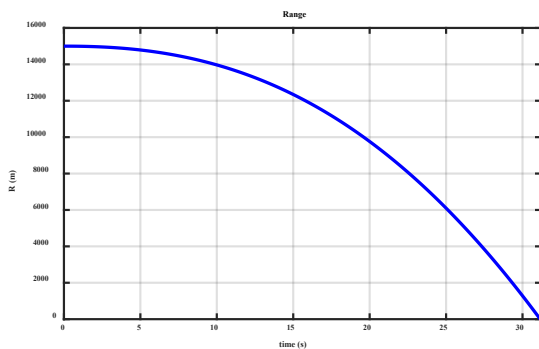
$$R = \text{diag}[9.1104, 1.7283, 1.3463]$$

با استفاده از این دو ماتریس در تابع هزینه، تغییرات مقادیر تابع هزینه به دست آمده و در شکل ۶ قابل مشاهده است. ملاحظه می‌گردد که زمان رسیدن تا انتهای شبیه‌سازی، برای الگوریتم PSO، به مقدار ۱۱۵۴ ثانیه است.



شکل ۶: تغییرات تابع هزینه در بهینه‌سازی با کنترل کننده LQR- الگوریتم ژنتیک

در ادامه، با استفاده از ماتریس‌های حالت خطی سازی شده و معادله ریگاتی، ماتریس بهره و ورودی کنترلی محاسبه می‌شود و نتایج حاصل از شبیه‌سازی در شکل‌های ۷ الی ۱۰ ملاحظه است.



شکل ۷: فاصله نسبی موشک و هدف- کنترل کننده LQR

نمودارهای شکل‌های ۲ و ۳ نشان می‌دهد که در زمانی حدود ۵۰ ثانیه، فاصله نسبی موشک و هدف به صفر می‌رسد. همچنین زوایای ارتفاع و سمت در شروع پرواز به مقدار هدف خود می‌رسند. ورودی کنترلی در نمودار شکل ۴ موجب شده موشک طبق مسیر حرکت رسم شده در شکل ۵ به سمت هدف حرکت کرده و در ارتفاع ۳۱۰ متری به هدف برخورد کند. در کل می‌توان گفت عملکرد کنترل کننده PID ضعیف ارزیابی می‌شود، چراکه زمان پرواز در این کنترل کننده خیلی زیاد است، و برخورد موشک و هدف در ارتفاع پایینی اتفاق افتاده است که برای پدافندهای هوایی ارتفاع مناسبی نیست، چراکه در پدافندهای هوایی بهتر است برخورد موشک و هدف در ارتفاع بالاتری صورت گیرد و هدف به مواضع نزدیک نشود. همچنین در کنترل کننده PID زوایا در شروع پرواز موشک به مقادیر مرجع خود می‌رسند و در طی پرواز همگرا نمی‌شوند، و این امر باعث می‌شود هدف مسیر موشک را تشخیص دهد و برخورد موشک و هدف صورت نگیرد.

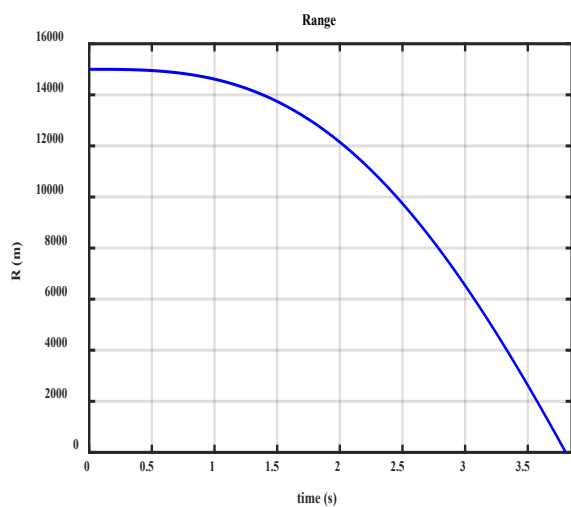
ضرایب کنترل کننده PID با استفاده از روش زیگلر-نیکولز به دست آمده‌اند. خروجی این روش مناسب است و معمولاً بهتر از روش‌های بهینه‌سازی جواب می‌دهد. ابزارهای بهینه‌سازی در کنترل کننده PID زمان بر هستند و ممکن است با صرف زمان بسیار زیاد، نتیجه مطلوب حاصل نشود. همچنین برای کنترل کننده PID باید از خطی سازی استفاده شود، که این خطی سازی فقط در نقاط کاری محدودی جوابگو خواهد بود. با توجه به دینامیک موشک، خطی سازی برای همه حالت‌ها مورد اطمینان نیست، و حتی در صورتی که بهره‌های کنترل کننده PID از روش شبکه عصبی و فازی طراحی می‌شود، به علت آنکه خطی سازی انجام شد در همه حالت‌ها معتبر نیست. مضافاً اینکه با تغییرات ضرایب کنترل کننده PID، نتایج آن در مقایسه با سایر کنترل کننده‌ها بهبود نمی‌یابد. حتی اگر بتوان به چنین حالتی هم دست پیدا کرد، تلاش کنترلی آن به شدت زیاد شده و سیستم در حالت اشباع قرار خواهد گرفت. در نتیجه PID یک کنترل کننده مناسبی برای این سیستم نیست. به علاوه، زمان برخورد موشک-هدف با کنترل کننده PID در حدی بالا است که این کنترل کننده برای برخورد موشک به هدف در سناریوی مورد نظر این تحقیق مناسب نیست. در مسئله برخورد موشک و هدف، زمان نقش بسیار کلیدی ایفا می‌نماید حتی اگر قدری تلاش کنترلی بیشتر شود. در انتها می‌توان گفت کنترل کننده PID اگر چه ساده‌تر است، ولی برای سیستم‌های پیچیده به درستی پاسخ نمی‌دهد. در صورتی هم که جواب‌های خروجی بهتر شوند، تلاش کنترلی آن به صورت غیرقابل حصول بالا خواهد

سمت هدف حرکت کرده و در ارتفاع ۸۲۳ متری به هدف برخورد کند. همان‌طور که اشاره شد، در طراحی کنترل‌کننده LQR از روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات برای محاسبه ماتریس‌های وزن استفاده شد که باعث شد این کنترل‌کننده عملکرد بهتری نسبت به کنترل‌کننده PID داشته باشد. اگرچه نتیجه بهتری حاصل شد لکن می‌توان گفت عملکرد کنترل‌کننده LQR متوسط ارزیابی می‌شود، چراکه زمان پرواز در این کنترل‌کننده برای یک درگیری زمین‌به‌هوا با برد کوتاه همچنان زیاد است، و ارتفاع برخورد موشک و هدف نیز همچنان در ارتفاع پایینی اتفاق افتاده است و مناسب برای پدافندهای هوایی نیست. همان‌طور که قبلاً بیان شد، در پدافندهای هوایی کوتاه‌برد بهتر است برخورد موشک و هدف در ارتفاع بالاتری صورت گیرد و هدف به مواضع پدافندی نزدیک نشود. همچنین در کنترل‌کننده LQR زوایا در شروع پرواز موشک به مقادیر مرجع خود می‌رسند و در طی پرواز همگرا نمی‌شوند، که این امر باعث می‌شود هدف بتواند مسیر موشک را تشخیص داده و تلاش نموده از برخورد با موشک فرار نماید. ماتریس‌های وزن کنترل‌کننده LQR با استفاده از روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات به‌دست‌آمده‌اند. همچنین برای کنترل‌کننده LQR باید از خطی‌سازی استفاده شود، که این خطی‌سازی فقط در نقاط کاری محدودی جوابگو خواهد بود. با توجه به دینامیک موشک، خطی‌سازی مورد‌اطمینان برای همه حالت‌ها نیست. زمان برخورد در کنترل‌کننده LQR بالا بوده که مطلوب نیست چراکه در مسئله برخورد موشک و هدف، زمان نقش بسیار کلیدی و تعیین‌کننده در درگیری دارد.

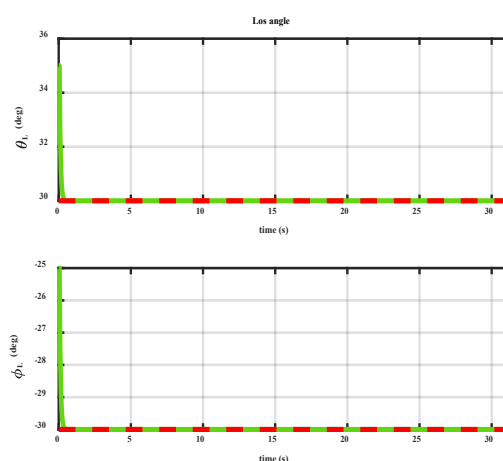
۳-۴- شبیه‌سازی عملکرد کنترل‌کننده مدل پیش‌بین

آنلاین

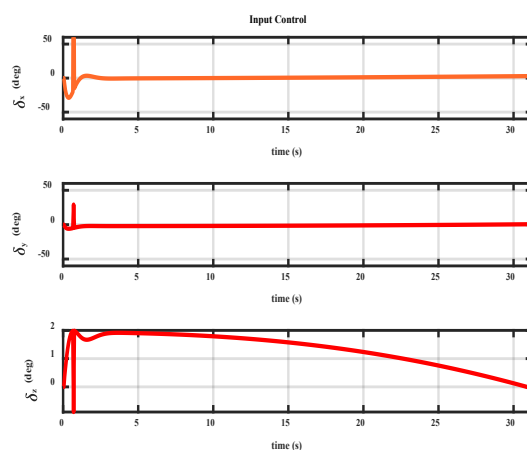
در این قسمت عملکرد کنترل‌کننده پیش‌بین مدل بررسی می‌شود.



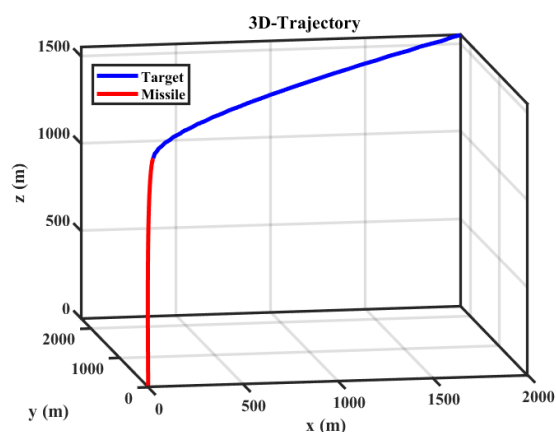
شکل ۱۱: فاصله نسبی موشک و هدف - کنترل‌کننده پیش‌بین آنلاین



شکل ۸: تغییرات زوایای فراز و سمت با کنترل‌کننده LQR



شکل ۹: ورودی کنترلی موشک - کنترل‌کننده LQR



شکل ۱۰: مسیر حرکت موشک و هدف - کنترل‌کننده LQR

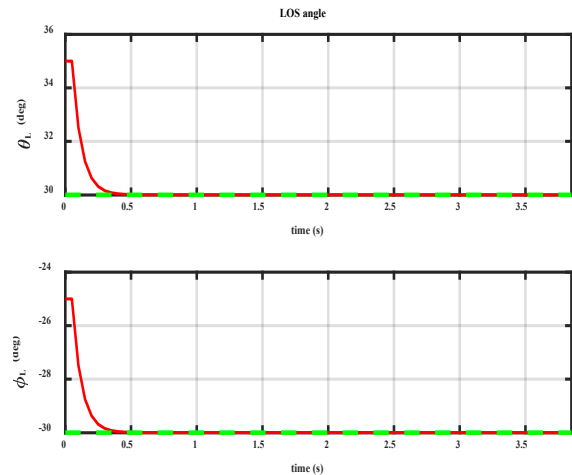
نمودارهای شکل‌های ۷ و ۸ نشان می‌دهد که در زمانی حدود ۳۲ ثانیه، فاصله نسبی موشک و هدف به صفر می‌رسد و برخورد صورت می‌گیرد. همچنین زوایای ارتفاع و سمت در شروع پرواز به مقدار هدف خود می‌رسند. ورودی کنترلی در نمودار شکل ۹ موجب شده موشک طبق مسیر حرکت رسم شده در شکل ۱۰ به

نمودار شکل ۱۱ فاصله نسبی بین موشک و هدف را نشان می‌دهد که این فاصله نسبی در حدود ۳ ثانیه به صفر می‌رسد و برخورد صورت می‌گیرد. این زمان، برای پدافندهای هوایی در بردهای کوتاه زمان مناسبی است، چراکه پس از شلیک، موشک در این زمان کوتاه به سرعت به سمت هدف رفته و موشک فرصتی به هدف برای دادن مانور و فرار از برخورد با موشک باقی نمی‌گذارد. همچنین شکل ۱۲ نشان می‌دهد که زوایای پرواز در زمان مناسبی همگرا می‌شوند. بر اساس شکل ۱۳ ورودی کنترلی نیز به خوبی اعمال شده است. این ورودی کنترلی موجب شده موشک طبق مسیر حرکت رسم شده در شکل ۱۴ به سمت هدف حرکت کرده و در ارتفاع ۱۲۶۰ متری به هدف برخورد نماید. همچنین در طراحی این کنترل‌کننده، افق پیش‌بینی برابر ۲۰ و افق کنترلی برابر ۵ در نظر گرفته شده است. کنترل‌کننده مدل پیش‌بین در این مقاله به صورت برخط اجرا شده و در هر گام زمانی یک مسئله بهینه‌سازی حل می‌شود. این روش بر اساس حل عددی یک مسئله برنامه‌ریزی درجه دوم (QP) عمل می‌کند، بنابراین حل بسته ارائه نشده است و مقدار بهینه ورودی کنترلی در لحظه محاسبه و اعمال می‌شود. این ساختار باعث بهبود عملکرد موشک در رهگیری اهداف مانوردار و افزایش دقت کنترل نسبت به روش‌های کلاسیک مانند PID و LQR شده است.

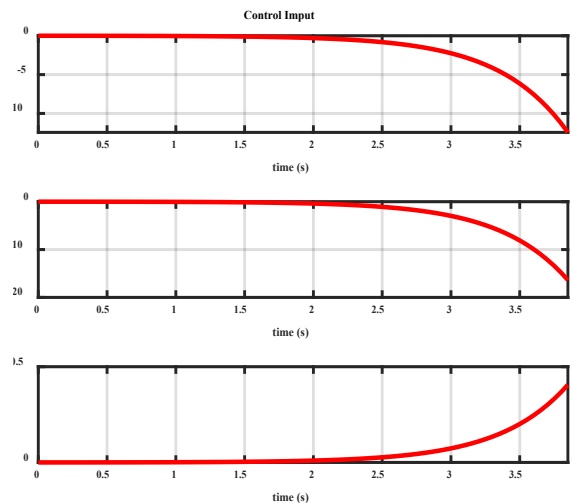
در طراحی کنترل‌کننده MPC از روش آنلاین استفاده شد و با توجه به شبیه‌سازی‌ها این کنترل‌کننده عملکرد خیلی بهتری نسبت به کنترل‌کننده PID و LQR داشته است. می‌توان گفت عملکرد کنترل‌کننده MPC عالی ارزیابی می‌شود، چراکه زمان پرواز در این کنترل‌کننده برای یک درگیری زمین-هوا با برد کوتاه مناسب است، و ارتفاع برخورد موشک و هدف نیز همچنان در ارتفاع خوبی اتفاق افتاده است و مناسب برای پدافندهای هوایی است. همان‌طور که قبلاً بیان شد، در پدافندهای هوایی کوتاه‌برد بهتر است برخورد موشک و هدف در ارتفاع بالاتری صورت گیرد و هدف به مواضع پدافندی نزدیک نشود.

۴-۳-۱- حد قیود در شبیه‌سازی کنترل‌کننده مدل پیش‌بین آنلاین

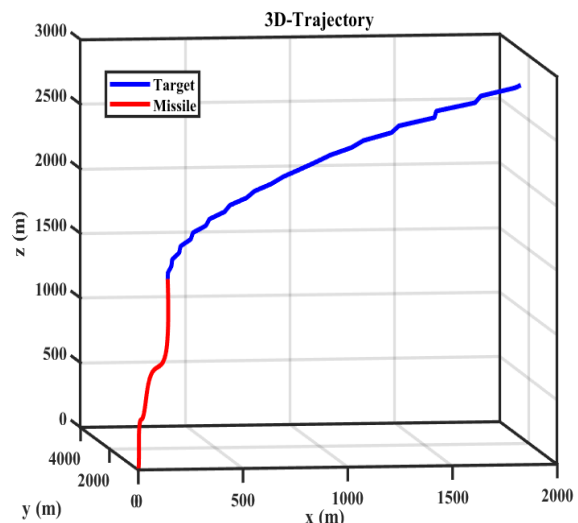
در این بخش باید مقدار دقیق قیود و محدودیت‌ها برای سیستم هدایت و کنترل موشک بیان شود. این شامل محدودیت‌های سرعت و شتاب موشک که در سناریو موشک و هدف مورد استفاده قرار گرفته است. محدودیت‌های زاویه‌ای برای جلوگیری از مسیرهای غیرقابل قبول موشک. محدودیت‌های فیزیکی مانند محدودیت نیروی محرکه موشک، که امکان تولید



شکل ۱۲: تغییرات زوایای فراز و سمت با کنترل‌کننده پیش‌بین مدل آنلاین



شکل ۱۳: ورودی کنترلی موشک - کنترل‌کننده پیش‌بین مدل آنلاین



شکل ۱۴: مسیر حرکت موشک و هدف - کنترل‌کننده پیش‌بین مدل آنلاین

پایداری: مقادیر متوسط $\rho\epsilon^2$ (حدود ۰,۰۱) به پایداری مطلوب سیستم کمک کردند. مقدار کمتر از این باعث ناپایداری کنترل کننده به دلیل نادیده گرفتن قیود شده و مقدار بسیار بالا باعث سخت شدن کنترل و عدم توانایی در واکنش سریع شد.

سرعت واکنش: مقدار $\rho\epsilon^2 = 0.01$ زمان برخورد را در حداقل مقدار خود نگه داشت، در حالی که مقادیر بالاتر موجب تأخیر در اجرای دستورات کنترلی شدند.

دقت ردیابی: مقدار متوسط $\rho\epsilon^2$ باعث بهینه سازی مسیر موشک و کاهش خطای ردیابی شد، در حالی که مقادیر کم تر موجب افزایش خطای برخورد و مقادیر زیاد تر موجب افت پاسخ کنترلی شدند.

بنابراین، انتخاب مقدار $\rho\epsilon^2 = 0.01$ برای کنترل کننده MPC به عنوان مقدار بهینه در این پژوهش معرفی شد، چراکه توازن مناسبی بین سختی قیود، انعطاف پذیری سیستم، و دقت کنترل ایجاد کرد.

در انتها، مقایسه کمی بین نتایج حاصل از کنترل کننده های مورد بررسی در این مقاله در جدول ۳ ارائه شده است.

جدول ۳: مقایسه کمی کنترل کننده های مقاله

MPC	LQR	PID	
3.72	32.3	49.66	زمان برخورد موشک (s)
1260	823	310	ارتفاع برخورد موشک (m)

۵- نتیجه گیری

در این مقاله، رویکردی نوآورانه برای هدایت و کنترل موشک های زمین به هوا ارائه شد که هدف اصلی آن بهبود عملکرد سامانه در رهگیری اهداف مانورده و کاهش خطاها بود. برای این منظور، سه روش کنترلی شامل کنترل کننده PID، LQR و کنترل کننده پیش بین مدل آنلاین (MPC) مورد بررسی و مقایسه قرار گرفتند. کنترل کننده PID به عنوان یک روش ساده و کلاسیک، اگرچه عملکرد پایه ای را فراهم می آورد، اما در مواجهه با سامانه های پیچیده و غیرخطی، ضعف هایی را نشان داد. این روش به دلیل عدم توانایی در پاسخ دهی به تغییرات سریع و نیاز به خطی سازی سیستم، نتایج مطلوبی ارائه نکرد. زمان زیاد برخورد (حدود ۵۰ ثانیه) و ارتفاع پایین برخورد (۳۱۰ متر) از جمله محدودیت های این روش بودند. کنترل کننده LQR که از فن های بهینه سازی برای تعیین بهره ها استفاده می کند، عملکرد بهتری نسبت به PID داشت. این روش با کاهش زمان برخورد به حدود ۳ ثانیه و

شتاب بیش از حد را نمی دهد. حد سرعت برای موشک باید در هر لحظه کمتر از ۲۰۰۰ متر بر ثانیه باشد. حد زاویه حمله و زاویه خط دید باید در محدوده ای معین باقی بمانند که بین ۳۰- الی ۳۰+ در نظر گرفته می شود. حد شتاب موشک نباید از ۱۰ متر بر ثانیه بیشتر شود.

اعمال این قیود در شبیه سازی ها تأثیر مستقیم بر رفتار سیستم دارند. محدودیت های وضعیت ممکن است باعث کاهش دقت ردیابی هدف شوند، زیرا سیستم مجبور است حرکت خود را در چارچوب این قیود انجام دهد. محدودیت های ورودی باعث می شود که ورودی های کنترلی (مانند نیرو یا شتاب) در مقادیر معقول نگه داشته شوند و از استفاده غیر مجاز از منابع جلوگیری شود. محدودیت های نهایی بر رسیدن سیستم به وضعیت مطلوب در انتهای افق پیش بینی تأثیر گذار هستند. در نتیجه، این قیود باید به طور دقیق تنظیم شوند تا تعادلی بین دقت ردیابی هدف و پایداری سیستم برقرار گردد.

۴-۳-۲- تحلیل پارامتر $\rho\epsilon^2$ در مدل MPC

در این بخش، مقدار دقیق پارامتر $\rho\epsilon^2$ برای هر سناریو مشخص شده و دلیل انتخاب آن بیان شده است. این پارامتر نقش کلیدی در تنظیم سختی قیود و انعطاف پذیری کنترل کننده دارد. مقادیر انتخاب شده برای $\rho\epsilon^2$ در سناریوهای مختلف به شرح زیر است:

کنترل کننده PID: مقدار $\rho\epsilon^2$ در این کنترل کننده صفر در نظر گرفته شده است، زیرا در این روش کنترلی نیازی به قیود نرم شده وجود ندارد.

کنترل کننده LQR: مقدار $\rho\epsilon^2$ برابر با ۰,۰۰۱ انتخاب شد تا میزان سختی قیود حفظ شود و در عین حال پاسخ سیستم بیش از حد نوسانی نباشد.

کنترل کننده MPC: مقدار $\rho\epsilon^2 = 0.01$ انتخاب شد که باعث ایجاد توازن بین سختی قیود و انعطاف پذیری کنترل کننده در شرایط عملیاتی شد. مقدار بیشتر از این مقدار باعث کاهش انعطاف پذیری سیستم و مقدار کمتر از این مقدار باعث نادیده گرفتن قیود می شد.

مقایسه عملکرد سیستم در حالت های مختلف این پارامتر نشان داد که افزایش مقدار $\rho\epsilon^2$ بیش از حد معین، باعث کند شدن واکنش سیستم و کاهش دقت ردیابی می شود، در حالی که مقدار خیلی کوچک آن ممکن است باعث نقض قیود و افزایش خطا شود. تأثیر مقدار $\rho\epsilon^2$ بر عملکرد سیستم کنترل در سه جنبه پایداری، سرعت واکنش و دقت ردیابی بررسی شد:

نشان‌دهنده اهمیت فناوری‌های نوین در تأمین امنیت ملی و مقابله با تهدیدات هوایی پیشرفته است.

۶- فهرست علائم

واحد	تعریف	پارامتر
متر	مختصات مکانی موشک	x, y, z
درجه	زاویه ارتفاع	θ
درجه	زاویه سمت	ϕ
درجه	زاویه حمله	α
بی‌بعد	ضرایب لیفت و درگ	C_L, C_D
نیوتون بر مترمربع	فشار دینامیکی	q
مترمربع	مساحت مرجع آئرو دینامیکی موشک	s
کیلوگرم مترمربع	مکان‌های اینرسی کانال‌های چرخش، انحراف، و فراز	J
درجه	زوایای انحراف بالک‌های موشک	$\delta_x, \delta_y, \delta_z$
ثانیه	افق پیش‌بینی	N_p
ثانیه	افق کنترلی	N_c
بی‌بعد	ماتریس‌های وزن در تابع هزینه	Q, R, W
درجه	تغییرات ورودی کنترلی بین گام‌های زمانی مختلف	ΔU

۷- مراجع

- [1] Zarchan, P. , Tactical and strategic missile guidance. 2012: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc.
- [2] Palumbo, N. F. , R. A. Blauwkamp, and J. M. Lloyd, Basic principles of homing guidance. Johns Hopkins APL Technical Digest, 2010. 29(1): p. 25-41.
- [3] Harl, N. and S. Balakrishnan, Reentry terminal guidance through sliding mode control. Journal of guidance, control, and dynamics, 2010. 33(1): p. 186-199. doi. org/10. 2514/1. 42654
- [4] Wang, X. H. , C. P. Tan, and L. P. Cheng, Impact time and angle constrained integrated guidance and control with application to salvo attack. Asian Journal of Control, 2020. 22(3): p. 1211-1220. https://doi. org/10. 1002/asjc. 1991
- [5] Tian, J. , et al. , Integrated guidance and control for missile with narrow field-of-view strapdown seeker. ISA transactions, 2020. 106: p. 124-137. https://doi. org/10. 1016/j. isatra. 2020. 06. 012
- [6] Sinha, A. , S. R. Kumar, and D. Mukherjee. Integrated guidance and control for dual control interceptors under impact time constraint. in AIAA Scitech 2021 Forum. 2021. https://doi. org/10. 2514/6. 2021-1463
- [7] Guo, J. , Q. Peng, and Z. Guo, SMC-based integrated guidance and control for beam riding missiles with limited LBPU. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021. 57(5): p. 2969-2978. DOI: 10.1109/TAES.2021.3069035

افزایش ارتفاع برخورد به ۸۲۳ متر، نشان داد که می‌تواند در سناریوهای ساده‌تر کارایی قابل قبولی داشته باشد. با این حال، محدودیت‌های این روش در نیاز به خطی سازی و عدم توانایی در واکنش به دینامیک‌های پیچیده و تغییرپذیر، کارایی آن را برای سناریوهای پیچیده محدود می‌کند. در مقابل، کنترل‌کننده MPC با ارائه پاسخ‌های کنترلی دقیق‌تر و حل مسائل بهینه‌سازی در زمان واقعی، توانست به بهترین نتایج دست یابد. این روش با کاهش زمان برخورد به حدود ۳ و افزایش ارتفاع برخورد به ۱۲۶۰ متر، نشان داد که می‌تواند نیازهای سامانه‌های دفاعی مدرن را برآورده کند. علاوه بر این، توانایی این کنترل‌کننده در اعمال قیود بر ورودی‌ها و خروجی‌ها، واکنش به تغییرات سریع دینامیکی و کاهش خطاهای هدایت و کنترل، آن را به یک ابزار قدرتمند برای سیستم‌های پدافند هوایی تبدیل کرده است. نتایج حاصل از این تحقیق، نقش حیاتی کنترل مدل پیش‌بین را در سامانه‌های پیشرفته هدایت و کنترل موشک نشان می‌دهد و تأکید می‌کند که استفاده از روش‌های پیشرفته، نه تنها عملکرد سامانه را بهبود می‌بخشد، بلکه قابلیت اطمینان و موفقیت آن را در شرایط بحرانی افزایش می‌دهد. همچنین هدف مقاله طراحی سیستمی بود که با کاهش زمان برخورد و بهبود دقت، کارایی موشک را در رهگیری اهداف افزایش دهد. کنترل‌کننده MPC این اهداف را به‌طور کامل محقق کرده و نشان داده که روش‌های مبتنی بر بهینه‌سازی آنالین می‌توانند در کاربردهای پدافند هوایی بسیار مؤثر باشند. این دستاوردها نشان می‌دهند که استفاده از رویکردهای پیشرفته، همچون کنترل مدل پیش‌بین، نه تنها زمان پاسخ را بهبود می‌بخشد، بلکه قابلیت اطمینان سیستم را در شرایط بحرانی افزایش می‌دهد. در نهایت، این تحقیق نشان داد که استفاده از مدل‌های پیشرفته در طراحی سیستم‌های هدایت و کنترل، مانند کنترل‌کننده مدل پیش‌بین آنالین (MPC)، می‌تواند گام مؤثری در بهبود کارایی سامانه‌های دفاعی و افزایش توانمندی آن‌ها در مقابله با تهدیدات هوایی مدرن باشد. این مدل‌ها با بهره‌گیری از رویکردهای نوین بهینه‌سازی و پیش‌بینی، قادرند در شرایط پیچیده عملیاتی و در مواجهه با اهداف مانورده، عملکرد دقیق‌تر و سریع‌تری از خود نشان دهند. علاوه بر این، استفاده از چنین مدل‌هایی در سامانه‌های دفاعی، قابلیت اطمینان و پایداری عملکرد را افزایش داده و به توسعه سامانه‌هایی کمک می‌کند که قادر به عملکرد مؤثر در محیط‌های نامطمئن و پرچالش باشند. در نتیجه، این تحقیق راه را برای استفاده گسترده‌تر از فن‌های پیشرفته کنترلی در سامانه‌های دفاعی و پدافندی آینده هموار می‌کند و

horizon approximations," *Optical Theory and Applications*, vol. 57, p. 265-293, 1988.

[22] R. Rajamani, "Vehicle dynamics and control," in *Mechanical Engineering Series*, Springer, 2012, pp. 87-109 & 241-162.

[23] J. H. Lee, "Model predictive control: review of the three decades of development," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 9, p. 415-424, 2011.

[24] A. Zheng and M. Morari, "Stability of model predictive control with mixed constraints," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40, no. 10, pp. 1818-1823, 1995. DOI: 10.1109/9.467664.

۸- پیوست

اثبات شرایط کاروش-کن-تاکر برای کنترل کننده MPC

در این پیوست، اثبات ریاضی شرایط کاروش-کن-تاکر (برای مسئله بهینه‌سازی کنترل کننده مدل پیش‌بین آنلاین (MPC)) ارائه می‌شود. این شرایط به‌عنوان معیاری برای تضمین بهینگی حل مسئله کنترل مدل پیش‌بین در هر گام زمانی مطرح می‌شوند.

۱- تعریف مسئله بهینه‌سازی

مسئله کنترل مدل پیش‌بین آنلاین (MPC) در مقاله به‌صورت زیر تعریف شده است:

$$J = \sum_{i=1}^{N_p-1} [\|y_k - y_{ref}\|^2 + \|u_k\|^2 R^2]$$

قیود تعریف شده در مقاله شامل موارد زیر است:

قیود فیزیکی ورودی کنترلی:

$$u_{min} \leq u_k \leq u_{max}$$

قیود نرخ تغییرات ورودی کنترلی:

$$\Delta u_{min} \leq \Delta u_k \leq \Delta u_{max}$$

قیود خروجی:

$$y_{min} \leq y_k \leq y_{max}$$

۲- شرایط کاروش-کن-تاکر برای بهینگی

برای تضمین بهینگی، شرایط کاروش-کن-تاکر به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

الف: شرط امکان‌پذیری اولیه:

تمامی قیود مسئله باید برای نقطه بهینه برقرار باشند.

$$u_{min} \leq u_k^* \leq u_{max} \Delta u_{min} \leq \Delta u_k^* \leq \Delta u_{max} y_{min} \leq y_k^* \leq y_{max}$$

ب: شرط ایستایی:

گرادیان لاگرانژین نسبت به u_k باید صفر باشد:

$$\nabla_u L(u^*, \lambda^*) = \nabla_u J(u^*) + \sum_{i=1}^m \lambda_i^* \nabla g_i(u^*) = 0$$

که لاگرانژین به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$L(u, \lambda) = J(u) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla g_i(u)$$

برای مسئله حاضر:

$$\nabla_u J(u) = 2Ru_k + 2Q(y_k - y_{ref})$$

[8] Zhao, B., Z. Feng, and J. Guo, Integral barrier Lyapunov functions-based integrated guidance and control design for strap-down missile with field-of-view constraint. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2021. 43(6): p. 1464-1477. <https://doi.org/10.1177/014233122098132>

[9] Li, Z., et al., Field-to-View Constrained Integrated Guidance and Control for Hypersonic Homing Missiles Intercepting Supersonic Maneuvering Targets. *Aerospace*, 2022. 9(11): p. 640. <https://doi.org/10.3390/aerospace9110640>

[10] Fu, Z., K. Zhang, and S. Yang, Research on three-dimensional integrated guidance and control design with multiple constraints. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2022. 2022(1): p. 6296770. <https://doi.org/10.1155/2022/6296770>

[11] Zhou, H. and X. Zhao, Robust Integrated Guidance and Control Design for Angle Penetration Attack of Multimissiles. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2022. 2022(1): p. 9391236. <https://doi.org/10.1155/2022/9391236>

[12] Liang, X., et al., Adaptive NN control of integrated guidance and control systems based on disturbance observer. *Journal of the Franklin Institute*, 2023. 360(1): p. 65-86. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2022.11.040>

[13] Li, Z., et al., Three-dimensional approximate cooperative integrated guidance and control with fixed-impact time and azimuth constraints. *Aerospace Science and Technology*, 2023. 142: p. 108617. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2023.108617>

[14] Dong, Y., et al., Research on the Integrated Design of Missile Guidance Control Considering the Angle of Attack Constraint. *Academic Journal of Engineering and Technology Science*, 2023. 6(2): p. 7-16. DOI: 10.25236/AJETS.2023.060202

[15] Tang, X., et al., Integrated guidance and control with impact angle and general field-of-view constraints. *Aerospace Science and Technology*, 2024. 144: p. 108809. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2023.108809>

[16] Guo, J., Y. Zhou, and M. Zhou, Adaptive control law based integrated guidance and control design for missile with the radome error compensation. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2024. 238(4): p. 361-371. <https://doi.org/10.1177/0954410023122407>

[17] S. Ma, A. Li و Z. Wang, "Integrated Guidance and Control for Homing Missiles with Terminal Angular Constraint in Three Dimension Space", *IEEE International Conference on Artificial Intelligence and Information Systems*, Dalian, China, 2020. DOI: 10.1109/ICAIS49377.2020.9194808

[18] *Modern control Engineering 5th Edition*, by Katsuhiko Ogata, 2009.

[19] A. Bemporad, "Recent advances in embedded model predictive control," *Michigan Engineering*, 14 July 2016. [Online]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=ugeCx1sytNU>. [Accessed 1 June 2019].

[20] J. L. Garriga and M. Soroush, "Model predictive control tuning methods: A review," *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 49, no. 8, pp. 3505-3515, 2010. <https://doi.org/10.1021/ie900323c>

[21] S. S. Keerthi and E. G. Gilbert, "Optimal in finite-horizon feedback control laws for a general class of constrained discrete-time systems: stability and moving-

ج: شرط مکمل بودن

$$\lambda_i^* g_i(u^*) = 0$$

این شرط تضمین می‌کند که اگر قیدی فعال نباشد، لاگرانژین برابر صفر خواهد بود.

د: شرط نامنفی بودن ضرایب لاگرانژین: $\lambda_i^* \geq 0$

۳- تطبیق شرایط با مقاله

تابع هزینه و قیود: معادلات (۳۷) و (۴۱)-(۵۴) در مقاله به‌وضوح تابع هزینه و قیود مسئله را تعریف کرده‌اند.

شرط ایستایی: معادله گرادیان لاگرانژین به‌عنوان یک معادله خطی و مرتبط با ورودی‌های کنترلی در هر گام زمانی در متن مقاله بررسی شده است.

شرط مکمل بودن و نامنفی بودن ضرایب لاگرانژین: این شرایط به‌وضوح تضمین می‌کنند که ضرایب لاگرانژین تنها برای قیود فعال مقدار غیر صفر خواهند داشت.

۴- تضمین بهینگی

از آنجاکه تابع هزینه درجه دوم و محدب است و قیود سیستم نیز خطی هستند، مسئله بهینه‌سازی مقاله محدب بوده و شرایط کاروش-کن-تاکر برای تضمین بهینگی کافی و لازم هستند. این تضمین باعث می‌شود که راه‌حل به‌دست‌آمده از الگوریتم برنامه‌ریزی درجه دوم (QP) در هر گام زمانی بهینه باشد.

شرایط کاروش-کن-تاکر، اصول ریاضی و عملی طراحی کنترل‌کننده MPC مقاله را پشتیبانی می‌کنند. این شرایط بهینه‌سازی تضمین می‌کنند که کنترل‌کننده در هر گام زمانی دستورات کنترلی بهینه‌ای را مطابق با قیود فیزیکی و محدودیت‌های سیستم تولید می‌کند.