مجله علمی- پژوهشی "پدافند الکترونیکی و سایبری"
سال ششم، شماره ۱، بهار ۱۳۹۷، ص ۵۵-۴۷

تحلیل روش مصالحه زمان– حافظه با استفاده از گراف تصادفی

عبدالرسول میرقدری*[۱]، علی دینی[۲]، ناصر حسین غروی[۳]، عباسعلی فتحی‌زاده[۴]

۱- دانشیار، ۲- کارشناس ارشد، ۳- دانشجوی دکتری، ۴- کارشناس ارشد، دانشگاه جامع امام حسین(ع)

(دریافت: ۹۵/۰۶/۲۹، پذیرش: ۹۶/۰۱/۲۴)

چکیده

در این مقاله، روش مصالحه زمان- حافظه (TMTO)، برای تحلیل رمزهای قالبی و روش‌های منطبق با آن بررسی می‌شود. همچنین، موضوع‌های پوشش در زنجیرهای هلمن، تصادم در این زنجیره‌ها، دورها و طوقه‌هایی که در یک تابع رمز قالبی ایجاد می‌شود مورد بحث قرار می‌گیرند. برای تحلیل روش هلمن از گراف تصادفی استفاده می‌شود. گراف تصادفی از روی تابع رمز قالبی ساخته شده و از آن برای استخراج زنجیره‌های بدون تصادم، دورها و طوقه‌ها استفاده می‌شود. با توجه به حالت‌ها و ویژگی‌های یکتای گراف ساخته‌شده، یک روش جدید برای استخراج دورها و طوقه‌ها در گراف تصادفی تحت عنوان "چابک‌سازی گراف" ارایه می‌شود. این روش به آسانی و با هزینه خیلی کم، دورها و طوقه‌های موجود در تابع رمز قالبی را استخراج می‌کند. دورها و طوقه‌های به‌دست‌آمده، برای تولید زنجیره‌های بدون تصادم در رمزهای قالبی مورد استفاده قرار گرفته و باعث پوشش کامل کلیدهای رمز قالبی در روش TMTO می‌شوند.

واژه‌های کلیدی: گراف جهت‌دار، گراف تصادفی، زنجیره بدون تصادم، روش مصالحه، رمز قالبی

۱- مقدمه

روش مصالحه حافظه- زمان (TMTO[1]) در سال ۱۹۸۰ توسط هلمن ارائه شد [۱]. ایشان پیشنهاد کردند با ذخیره‌کردن داده‌های پیش‌پردازش‌شده در حافظه، می‌توان بین زمان و حافظه نوعی مصالحه برقرار کرد [۲]. ایده هلمن، در بررسی روش‌های تجزیه و تحلیل سیستم‌های رمز ازجمله رمز قالبی که به مثابه "جعبه سیاه[2]" می‌ماند، نیز کاربرد دارد [۳]. در این روش، توابع یک‌طرفه الگوریتم‌های رمز را طوری می‌نویسند که وارونگی داشته باشند. تابع یک‌طرفه رمز قالبی با نماد $f(x) = E_x(m)$ نوشته می‌شود که E، K و m به‌ترتیب الگوریتم رمزگذاری، کلید و متن اصلی (معلوم) هستند و مقادیر x و f(x)، از مجموعه $N = \{0,1, \dots \dots, N-1\}$ انتخاب می‌شوند [۴]. روش ساده تحلیل رمز قالبی، روش جستجوی کامل فضای کلید آن است که هر پیش‌تصویر f(x) را با آزمودن تمام پیش‌تصویرهای ممکن x' به‌دست‌آورده و بررسی می‌شود که آیا $f(x) = f(x')$ است یا نه [۱]؟ با استفاده از تعداد اجراهای f، مقدار پیچیدگی زمان (T) محاسبه می‌شود که بدترین حالت در جستجوی کامل، N و بدترین حالت پیچیدگی فضا مقدار خیلی ناچیز M می‌شود [۴]. روش دیگر تحلیل رمز قالبی جستجوی لغت‌نامه است که همه تصاویر و پیش‌تصاویر نظیر را به‌دست آورده و از پیش‌تصویرها و تصویرهای به‌دست آمده، هرکدام یکی را ذخیره می‌کنیم و در جدول خیلی بزرگ نگهداری می‌شود [۱]. این فرض مستلزم دو مرحله پیش‌پردازش و اجرا است که در مرحله پیش‌پردازش هم فضا و هم زمان، پیچیدگی را برابر با N در نظر گرفته و در مرحله اجرا، فضای پیچیدگی را برابر با M (تقریباً برابر با N) و پیچیدگی زمان را مقدار خیلی ناچیز T در نظر گرفته می‌شود [۲]. در روش هلمن، با فرض انجام مرحله پیش‌پردازش با استفاده از مصالحه زمان/ حافظه میان روش‌های جستجو به یک توافق رسیده و میان پیچیدگی‌های زمان، حافظه و داده در مرحله اجرا مصالحه‌ای ایجاد می‌شود [۳]. با توجه به ویژگی خاص الگوریتم رمز قالبی، در تولید زنجیره‌ها با طول و تعداد مشخص با تصادمی مواجه شده که حدود نیمی از کلیدهای رمز را پوشش می‌دهد [۱و ۵]. از گراف تصادفی برای بررسی روش هلمن استفاده کرده و به بررسی تولید زنجیره‌های بدون تصادم و استخراج دورها پرداخته می‌شود که در سال‌های اخیر مورد توجه تحلیل‌گران حوزه رمزشناسی نیز قرار گرفته است[۶-۷]. با توجه به بررسی‌های اولیه انجام‌شده، بررسی حالت‌های گراف تصادفی جهت‌دار و استخراج دورها و بهبود اساسی حمله نیاز اصلی این تحقیق است [۴و ۸]. برای تحقق این امر، از مدل توزیع توپ و ظرف استفاده کرده و با تشکیل روش مصالحه در رمز قالبی، حالت‌های ایجادشده، استخراج می‌شوند [۹].

* رایانامه نویسنده مسئول: amrghdri@ihu.ac.ir

1- Time Memory Trade Off (TMTO)
2- Black-box

سپس با استفاده از حالت‌های به‌دست‌آمده، الگوریتم نحوه استخراج دور در این نوع گراف‌های تصادفی را ارائه می‌دهیم.

ساختار مقاله به این شرح است که ابتدا مفاهیم و تعاریف بیان شده و سپس در بخش دوم، کارهای مرتبط توضیح داده می‌شود. مفاهیم اساسی گراف در بخش سوم بیان می‌شوند. در بخش چهارم، حالت‌های گراف تصادفی در روش مصالحه را براساس مدل توزیع توپ و ظرف به‌دست‌آورده و در بخش پنجم، از روی این حالت‌ها یک الگوریتم جدید "روش چابک‌سازی گراف" برای استخراج دورها ارائه می‌شود. در نهایت، در بخش ششم به نتایج و پیشنهادات پرداخته می‌شود.

۲- کارهای مرتبط

در مقاله [۸]، دو بهبود اساسی بر روی حمله TMTO هلمن صورت گرفته است. بهبود اول روی کار هلمن در DES توسط ریوست[1] با معرفی نقاط تمایز (DP)[2] به منظور کاهش تعداد جداول جستجو در سال ۲۰۰۱ انجام شد. در ادامه، برست[3] با معرفی احتمال موفقیت و پیچیدگی برای نقاط متمایز (DP) مبنی‌بر بالابودن احتمال موفقیت DP در کاربردهای عملی این روش را در سال ۲۰۰۲ بهبود داد. این بهبودها، برای ساخت و طراحی یک مصالحه واقع‌بینانه برای پیاده‌سازی رمز قالبی DES روی FPGA، با استفاده از توابع پوششی انجام گرفت.

اوکلین[4] با معرفی جداول رین‌باو[5] و پیشنهاد استفاده از توابع کاهنده متوالی در هر ستون زنجیره‌ها، روش هلمن در سال ۲۰۰۳ بهبود داد و یک بهبود اساسی دیگری نیز تحت عنوان مدل گراف تصادفی حالت‌پذیر روی حمله TMTO انجام گرفته است [۱۰و ۸].

درنهایت، بهبودی جامع توسط بارکان[6]، بیهام[7]، شامیر[8] با معرفی مدل گراف تصادفی حالت‌پذیر به منظور پوشش بهبودهای قبلی و هر طرح دیگر سازگار با این مدل در سال ۲۰۰۶ ارائه گردید [۶].

1- Rivest
2- Distinguished Points (DP)
3- Borest
4- Oechslin
5- RainBow
6- Barkan
7- Biham
8- Shamir

۲-۱- بیان مسئله

با درنظرگرفتن حالت اول مدل توزیع توپ‌ها در ظرف، فرض کنید r توپ در n ظرف متمایز با شماره‌های $1,2,\dots,n$ توزیع می‌شوند. براساس شرایط متفاوت توپ‌ها و تعداد توپی که در هر ظرف قرار می‌گیرد، مدل مربوطه شش حالت متفاوت به خود می‌گیرد [۹]. در این مقاله، از حالت‌های مختلف مدل توپ و ظرف، حالتی که توپ‌ها متمایز هستند و از نظر قرارگرفتن تعداد توپ در هر ظرف محدودیتی وجود ندارد را مورد بررسی قرار می‌دهیم. توپ اول، n انتخاب ممکن برای ظرف دارد، توپ دوم هم n انتخاب، ... و توپ آخر نیز n انتخاب از میان ظرف‌ها دارد. پس بنا به اصل ضرب، تعداد حالات ممکن برابر با n^r می‌شود [۹]. در این مدل، تعداد توپ و ظرف را یکسان فرض کرده و توپ‌ها و ظرف‌ها را شماره‌دار و به شماره‌های $1,2,\dots,n$ درنظر می‌گیریم. فرض می‌شود 2^n توپ را به‌طور یکنواخت در 2^n ظرف توزیع شده‌اند. برای یافتن مکان توپ‌ها در ظرف‌ها یا برای یافتن شماره توپ در ظرف‌ها نیاز به جستجوی کامل تمام 2^n حالت را داریم [۱۰]. برای یافتن یک روش جستجوی بهینه، از روش هلمن استفاده می‌شود. برای داشتن پوشش کامل در مرحله پیش‌پردازش و میزان موفقیت کامل در زمان اجرا به تحقیق و بررسی روش هلمن براساس گراف تصادفی پرداخته می‌شود.

۳- مفاهیم اساسی

در این بخش، مفاهیم اساسی مرتبط با گراف تصادفی و روش مصالحه هلمن معرفی می‌شوند.

۳-۱- مفهوم گراف تصادفی

گراف تصادفی را با یک پدیده شهودی و ساده احتمال یعنی با پرتاب سکه آغاز می‌کنیم. با این فرض که n نقطه در فضا در اختیار داریم، اگر احتمال رو آمدن سکه را p در نظر بگیریم، با همین احتمال p دو نقطه دلخواه از n نقطه در فضا را انتخاب نموده و به هم متصل می‌کنیم تا یک یال گراف مشخص شود. برای روشن‌شدن مطلب، حالت‌های خاص n,p در شکل‌های (۱) تا (۶) در زیر نشان داده شده‌اند [۱۲]:

- حالت اول: در حالتی‌که $n = ۲$ و $p = ۰$ است، دو نقطه تنها (ایزوله) به صورت شکل زیر داریم:

شکل (۱): رأس ایزوله در حالت $n = ۲$ و $p = ۰$

- حالت دوم: در حالتی‌که $n = ۲$ و $p = \frac{۱}{۲}$ است، دو حالت می‌تواند اتفاق بیافتد [۱۲]:
  - ✓ حالت اول با احتمال $p = \frac{۱}{۲}$ دو نقطه تنها داریم.

شکل (۲): رأس ایزوله در حالت $n = ۲$ و $p = \frac{۱}{۲}$

  - ✓ حالت دوم با احتمال $p = \frac{۱}{۲}$ این دو رأس به هم متصل می‌شوند.

شکل (۳): دو رأس همجوار در حالت $n = ۲$ و $p = \frac{۱}{۲}$

چون با تغییر $۰ \le p \le ۱$، گراف‌هایی از نوع تهی تا کامل تولید می‌گردند. لذا، گراف‌های تصادفی تولید می‌شوند که برای n نقطه شماره‌دار، تعداد گراف‌های از این نوع برابر با $۲^{\binom{n}{۲}}$ می‌باشد. زیرا به تعداد $\binom{n}{۲}$ طریق دو نقطه مذکور انتخاب شده و هر انتخاب می‌تواند دو حالت داشته باشد. یعنی دو راس به‌هم متصل می‌شوند یا نمی‌شوند یا به‌عبارتی، دو رأس می‌توانند مجاور باشند یا نباشند. نکته قابل ذکر این است که در روند بالا، فرض شده است که گراف ساده است. اگر گراف جهت‌دار باشد، در این حالت تعداد گراف‌های از این دست برابر $۴^{\binom{n}{۲}}$ می‌شود زیرا در این حالت، بعد از انتخاب دو نقطه به تعداد $\binom{n}{۲}$ طریق، سه حالت ممکن است به‌وجود آید.

۱) دو رأس مجاور نباشند (یعنی یالی بین دو رأس انتخاب‌شده ایجاد نشود).

۲) دو رأس مجاور بوده و جهت یک‌طرفه (یعنی فقط $u \to v$ یا $v \to u$ برقرار شود) باشد که این خود دو حالت را شامل می‌شود.

۳) دو رأس مجاور بوده و جهت دوطرفه ($u \leftrightarrow v$) باشد. نکته‌ای که قابل ذکر است اگر جهت‌دار بودن یا نبودن نیز اختیاری باشد علاوه‌بر چهار حالت مذکور، یک حالت نیز به حالات ممکن افزوده می‌شود. در این حالت، تعداد گراف‌هایی از این دست برابر با $۴^{\binom{n}{۲}}$ می‌باشد [۶]. حالت خاص n و p را برای گراف جهت‌دار نیز در شکل‌های زیر نشان داده شده است.

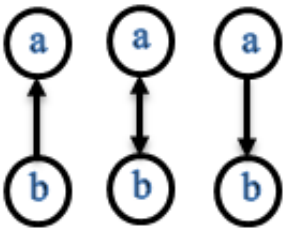
- حالت اول: در حالتی‌که $n = ۲$ و $p = ۰$ است، دو طوقه داریم.

شکل (۴): دو رأس طوقه‌دار در گراف تصادفی با حالت $n = ۲$ و $p = ۰$

- حالت دوم: در حالتی‌که $n = ۲$ و $p = \frac{۱}{۲}$ است، چهار حالت می‌تواند اتفاق بیافتد.
  - ✓ دو طوقه

شکل (۵): دو رأس طوقه‌دار در گراف تصادفی با حالت $n = ۲$ و $p = \frac{۱}{۲}$

  - ✓ دو رأس مجاور با جهت‌های متفاوت



شکل (۶): دو رأس مجاور در گراف تصادفی جهت‌دار با حالت $n = ۲$ و $p = \frac{۱}{۲}$

۳-۲- روش مصالحه هلمن

هلمن رمز قالبی DES را با روش $TMTO$ تحلیل کرد. با این روش، در هر سیستم رمزی که فضای کلید N عضوی دارد، می‌توان $N^{2/3}$ کلمه حافظه ساخت و با $N^{2/3}$ عملیات، کلید یک قالب متن رمز را جستجو و پیدا کرد [۵]. به‌طور معمول کلمات حافظه، بعد از انجام پیش‌پردازش، حاصل می‌شوند و عمل پیش‌پردازش مستلزم تعداد N عمل است. هلمن همچنین اظهار داشت که این روش با استفاده از یک تابع یک‌طرفه از طریق

وارونگی[1] قابل انجام است. روش $TMTO$، هلمن را به صورت زیر تشریح می‌کند [۱].

فرض کنید تابع زیر یک تابع رمزگذاری باشد:

$$E: k * p \to c$$

که در آن، $p \in \{۰،۱\}^n ،k \in \{۰،۱\}^n ،c \in \{۰،۱\}^n$ به‌ترتیب معرف متن رمز، کلید مخفی و متن اصلی هستند. رمزگذاری یک قالب به صورت $c = E_x(p)$ یا $c = E(x,p)$ تعریف می‌شود.

رابطه $c_۰ = E(x,p_۰)$ را در نظر می‌گیریم که در آن، $p_۰$ یک قالب متن اصلی ثابت و $c_۰$ متن رمز متناظر با آن است و هدف اصلی، بازیابی کلید $x \in K$ می‌باشد. با فرض این‌که $k = n$ است مراحل پیش‌پردازش و اجرا به شرح ذیل می‌باشند.

۳-۲-۱- مرحله پیش پردازش

در جدول هلمن، با شروع از یک نقطه تصادفی مانند $x_۰$ یک زنجیره به طول t به‌صورت $x_۰ \to x_۱ \to x_۲ \to \cdots \to x_t$ تولید می‌شود [۴].

برای ساختن یک جدول هلمن در اندازه $m \times t$، ابتدا m نقطه تصادفی به‌عنوان نقاط شروع انتخاب می‌شوند که اولین عنصر در یک زنجیره را نقطه شروع و آخرین عنصر یک زنجیره را نقطه پایانی می‌نامند. با دانستن نقطه شروع، عناصر زنجیره پی‌درپی محاسبه می‌شوند [۳]. همچنین، به‌منظور بالابردن سرعت جستجو در زمان اجرا، جداول نسبت به نقاط پایانی مرتب می‌شوند.

۳-۲-۲- مرحله زمان اجرا

در این مرحله، هدف یافتن پیش‌تصویر یک قالب متن رمز $c_۰$ است به شرطی که کلید استفاده‌شده برای تولید $c_۰$ در میان جداول تولیدشده، وجود داشته باشد. با اعمال مکرر f روی $c_۰$ به همراه عمل رمزگذاری، یک زنجیره توسط $c_۰$ تولید کرده و مقدار به‌دست‌آمده در هر بند از زنجیره را با نقاط پایانی همه جداول مقایسه می‌کنیم [۲]. اگر تطابقی پیدا شد، از روی نقطه آغازین، اقدام به تولید مجدد زنجیره متناظر کرده و کلید مورد نظر را با جستجوی کامل پیدا می‌کنیم. توجه داشته باشید که مواقعی پیش می‌آید که کلید مدنظر در نودهایی از زنجیره پیدا می‌شوند که با زنجیره‌های دیگر جداول تصادم دارند. لذا، در چنین مواقعی با خطا مواجه می‌شویم. بنابراین، میزان موفقیت حمله بستگی دارد به تعداد کلیدهای متمایزیی که در مرحله پیش‌پردازش به‌دست آمده‌اند [۴].

۴- حالت‌های گراف تصادفی جهت‌دار براساس مدل توپ و ظرف

در این قسمت، با استفاده از مدل توزیع توپ در ظرف‌ها، روش مصالحه حافظه و زمان هلمن در رمزهای قالبی را براساس گراف تصادفی بیان می‌شود. روشی برای تولید زنجیره‌های بدون تصادم ارائه می‌شود. با توجه به این‌که بسیاری از مسائل آنالیز ترکیبی با مدل توزیع توپ‌ها در ظرف‌ها قابل بیان می‌باشند، لذا با گراف تصادفی جهت‌دار می‌توان از طریق این مدل، الگوریتم رمز را تحلیل کرد [۹]. به‌طور مثال، اگر $n = 16$ باشد و فرض کنیم که با احتمال یکنواخت توپ‌ها در ظرف‌ها توزیع شده‌اند، لذا مطابق جدول (۱) داریم:

جدول (۱): توزیع توپ در ظرف

توپ‌ها	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
ظرف‌ها	9	2	5	7	B	8	A	9
توپ‌ها	8	۹	A	B	C	D	E	F
ظرف‌ها	2	1	A	3	7	8	5	0

مطابق جدول می‌گوییم که، توپ شماره یک، دو، سه و الی آخر به‌ترتیب در ظرف‌هایی با شماره ۲، ۵، ۷ و الی آخر قرار می‌گیرند. حال می‌توان مجموعه فضای حالت توپ‌ها را A و مجموعه فضای حالت ظرف‌ها را B نامیده و یک تابع f به‌صورت $f: A \to B$ تعریف می‌کنیم.

با تعمیم مدل توپ و ظرف به گراف‌های تصادفی، توابع مصالحه و توابع رمزهای قالبی بدین ترتیب شکل می‌گیرند که در گراف‌های تصادفی، یال‌ها را توپ‌ها و رأس‌ها را ظرف‌ها درنظر می‌گیرند [۱۳]. در تابع رمزهای قالبی، کلیدها را توپ‌ها و قالب متن رمزی را ظرف‌ها فرض کرده و در توابع مصالحه کلیدها را توپ‌ها و قالب متن رمزی را ظرف‌ها فرض می‌کنیم.

مدل گراف تصادفی اردوش را برای تابع مصالحه درنظر می‌گیریم [۱۱]. از روی مدل گراف تصادفی اردوش گراف تصادفی $(V(D), A(D), \psi_D)$ را که در آن D یک گراف تصادفی جهت‌دار، V نشان‌دهنده رأس‌ها، A نشان‌دهنده یال‌ها و ψ نشان‌دهنده تابع TMTOای که رأس‌های متمایز را مجاور و رأس‌های غیرمتمایز را طوقه‌دار می‌کند، د نظر می‌گیریم [۱۳]. حال اگر

1- Inversion

جدول (۱) در بالا را در نظر بگیریم، $D(16,14)$ گراف تصادفی جهت‌داری می‌شود که ۱۶ رأس و ۱۴ یال ثابت دارد.

$D = (V(D), A(D), \psi_D)$ که در آن $V(D) = \{0,1,2,..,C,D,E,F\}$

$$A(D) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_A, e_B, e_C, e_D, e_E,\}$$

و ψ_D برابر است با

$$\psi_D(e_1) = E0, \psi_D(e_2) = 09, \psi_D(e_3) = 4B, \psi_H(e_4) = B3, \psi_H(e_5) = 37, \psi_H(e_6) = 79, \psi_H(e_7) = 91, \psi_H(e_8) = 12, \psi_H(e_9) = 25, \psi_H(e_A) = E5, \psi_H(e_B) = 58, \psi_H(e_C) = 8C, \psi_H(e_D) = 82$$

در مسئله انداختن m توپ در n ظرف به‌صورت یکنواخت و مستقل با سوالات زیر مواجه می‌شویم [۱۳]:

الف) توزیع توپ‌ها چیست؟

ب) چند تا ظرف خالی داریم؟

ج) بیشترین تعداد توپ در یک ظرف چقدر است؟

اگر سوالات بالا را براساس گراف تصادفی جهت‌دار تفسیر کنید با مسئله قرارگرفتن m یال در n رأس به‌صورت یکنواخت و مستقل مواجه شده و باید به سوالات زیر پاسخ بدهید.

۱- توزیع یال‌ها چیست؟

۲- چند تا رأس درجه ورودی صفر داریم؟

۳- بیشترین تعداد یال‌ها در یک رأس چقدر است؟

برای پاسخ به این سوالات، به تحقیقاتی که در زمینه توزیع آماری نگاشت تصادفی انجام شده است، مراجعه کنید [۲ و۳و ۸]. که آقای هلمن نیز در تحقیقاتش از آن‌ها استفاده کرده است [۲].

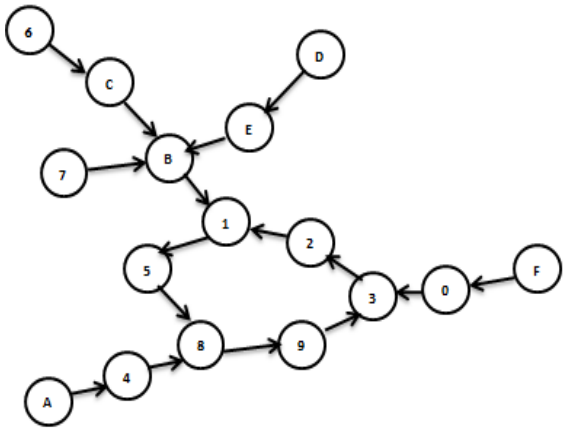
با توجه به حالت گفته‌شده از مدل توپ و ظرف، گراف تصادفی به‌دست‌آمده در این تحقیق، ازنظر پراکندگی فرق کرده و در کل دو حالت از گراف تصادفی جهت‌دار را پدید می‌آورد که دلیل به‌وجودآمدن این دو حالت عبارتند از:

- انداخته‌شدن همه توپ‌ها درون ظرف‌ها
- احتمال خالی‌ماندن بعضی ظرف‌ها
- قرارگرفتن بعضی توپ‌ها در ظرف‌های هم ترتیب و هم شماره

در زیر این دو حالت از گراف تصادفی جهت‌دار معرفی می‌شوند.

❖ گراف تصادفی جهت‌دار تک مولفه‌ای

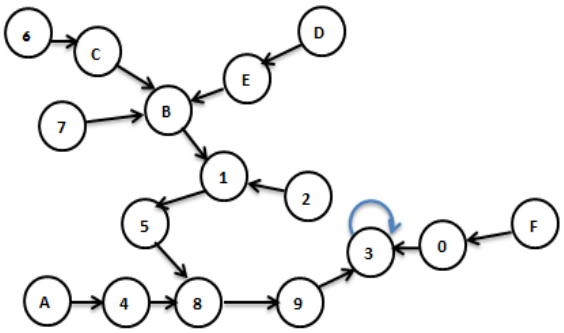
اگر در گراف تصادفی جهت‌دار جهت یال‌ها را برداریم لذا گراف به یک گراف همبند کامل تبدیل می‌شود. ممکن است چنین گراف تصادفی یکپارچه دارای دور و طوقه نیز باشد که در شکل زیر آن را مشاهده می‌کنید.



شکل (۷): گراف تصادفی جهت‌دار دوردار و بدون طوقه

دور گراف فوق عبارت است از: $1 \to 5 \to 8 \to 9 \to 3 \to 2 \to 1$

اگر گراف جهت‌دار را به‌صورت یکپارچه و طوقه‌دار نشان دهیم لذا گراف بالا به شکل زیر می‌باشد.



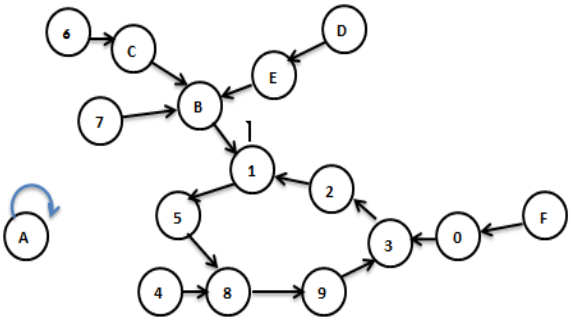
شکل (۸): گراف تصادفی دوردار و طوقه‌دار

طوقه در گراف فوق عبارت است از: $3 \to 3$

همان‌طورکه در دو شکل (۸-۷) ملاحظه می‌کنید، دور و طوقه بر روی گراف فراگیر یکپارچه قرار دارند.

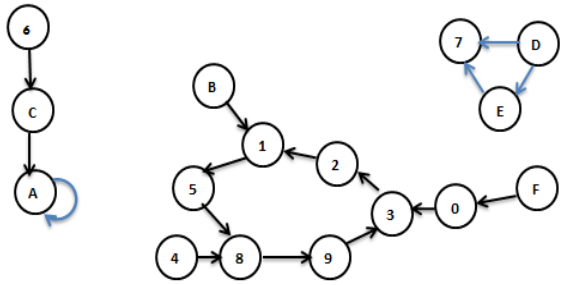
❖ گراف تصادفی جهت‌دار چندمولفه‌ای

در اشکال (۱۰-۹) در زیرگراف تصادفی جهت‌داری که شامل مولفه‌های یکپارچه و طوقه‌دار و دوردار هست، نشان داده شده است.



شکل (۹): گراف تصادفی جهت‌دار با دو مولفه

همان‌طورکه ملاحظه می‌شود گراف فراگیر شکل (۹) شامل یک مولفه یکپارچه و یک مولفه طوقه‌دار با طوقه $A \to A$ است. در شکل (۱۰) نیز یک گراف فراگیر شامل سه مولفه یکپارچه را نشان می‌دهد.



شکل (۱۰): گراف تصادفی با سه مولفه

دور در گراف فراگیر عبارت است از $D \to 7 \to E$.

در تحقیق حاضر، تنها با این دو حالت از گراف‌ها مواجه می‌شویم. آن‌ها گراف جهت‌دار تصادفی هستند که ویژگی‌های منحصر به فردی دارند. در مدل حاضر، ظرف‌هایی که هیچ توپی در خود جای ندادند و ظرف‌هایی که بیشتر از یک توپ در خود جای دادند، برای ما حائز اهمیت هستند. تناظر آن‌ها در گراف تصادفی رأس‌هایی هستند با درجه ورودی صفر و درجه خروجی بیشتر از یک. به عبارتی، رأس‌های با درجه ورودی صفر، ظرف‌های خالی هستند که هیچ توپی را در خود جای نداده‌اند. رأس‌ها با درجه خروجی بیشتر از یک، ظرف‌هایی هستند که بیش از یک توپ در خود جای داده‌اند. با توجه به زنجیره‌های هلمن، بهترین نقاط برای شروع یک زنجیره نقطه‌ای است که پیش‌تصویر ندارد [۲]. تناظر این نقاط در گراف تصادفی جهت‌دار، رأس‌هایی هستند که درجه ورودی آنها صفر است. بنابراین، بهترین رأس برای شروع یک زنجیره رأسی است که درجه ورودی صفر دارد.

۵- الگوریتم یافتن دورها "روش چابک‌سازی گراف"

در این تحقیق، روی حالت‌های مختلف گراف تصادفی حاصل‌شده در بخش چهارم بررسی‌هایی انجام شد که با حذف رأس‌های درجه صفر از گراف توانستیم به مولفه‌هایی از گراف برسیم که همگی دورهای توابع مصالحه هستند. لذا، این روش را "چابک‌سازی گراف " نامیده و الگوریتمی برای آن ساخته‌ایم.

برای یافتن دورها در گراف روش‌ها و الگوریتم‌های مختلفی ارائه شده‌اند. الگوریتم‌های فلوید[1]، پولارد[2]، برنت[3] و یاو[4] [۶] برای یافتن دور مورد استفاده قرار می‌گیرند. نحوه کار همه این الگوریتم‌ها براساس یافتن دو نود هم‌نام در مسیری از گراف می‌باشد. هر الگوریتم این عمل را با روش خاص خود و متفاوت از دیگری انجام می‌دهد. نحوه یافتن دور در الگوریتم پیشنهادی متفاوت از این الگوریتم‌ها می‌باشد که در یافتن دورهای گراف‌های تصادفی جهت‌دار کارایی بهینه دارد. این روش را تحت عنوان الگوریتم "چابک‌سازی گراف" ارائه داده و از آن در یافتن دورها استفاده می‌کنیم. الگوریتم پیشنهادی به شکل زیر می‌باشد:

1. while zero_indegree
   a. zero_indegree=[indegree(node)==0]
   b. remove_nodes(zero_indegree)
2. data=[nodes(indegree and outdegree==1)]

الگوریتم یافتن دورها در گراف تصادفی جهت‌دار را به شکل زیر شرح می‌دهیم:

۱- فرض می‌شود گراف تابع مصالحه تشکیل شده است.
۲- یک حلقه به نحوی تعریف می‌کنیم که همه رأس‌های با درجه صفر را پیمایش کرده و آن‌ها را از گراف حذف کند.
۳- حلقه را تا جایی‌که هیچ رأس با درجه ورودی صفر در گراف وجود نداشته باشد ادامه می‌دهیم.
۴- مولفه‌های مانده از گراف همگی دور یا طوقه هستند.

با درنظرگرفتن چند گراف فراگیر، دورهای آن‌ها را استخراج می‌کنیم.

گراف اول مربوط به تابع مفروضی است که ۱۶ توپ را براساس آن در ۱۶ ظرف توزیع می‌کنیم. گراف فراگیر آن را در زیر شکل (۱۱) مشاهده می‌کنید.

تابع مفروض گراف فراگیر مقادیر عددی است که در جدول (۲)

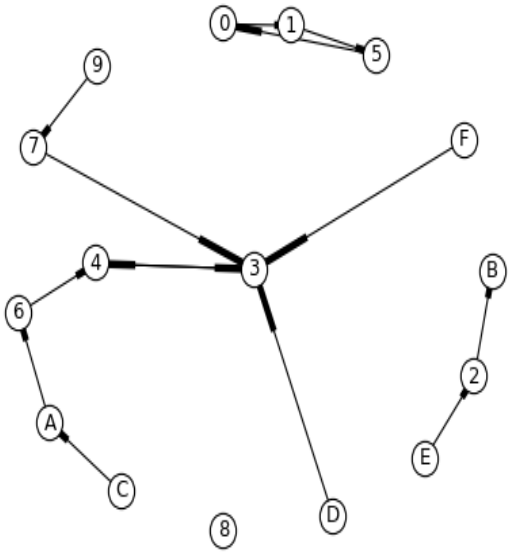
1- Floyd
2- Polard
3- Berent
4- Yao

دیده می‌شود:

جدول (۲): توزیع ۱۶ توپ در ۱۶ ظرف

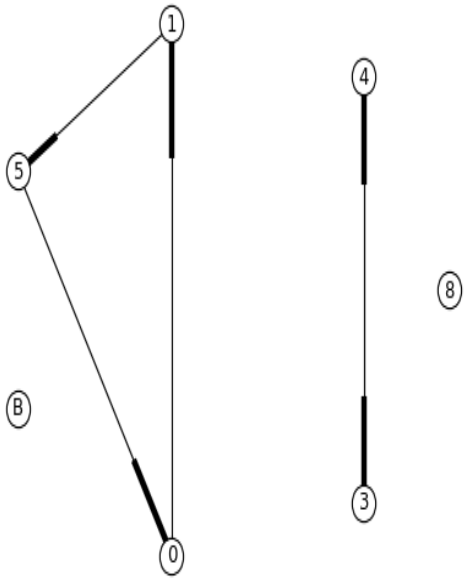
X	0	1	2	3	4	5	6	7
H(X)	1	5	B	4	3	0	4	3
X	8	9	A	B	C	D	E	F
H(X)	8	7	6	B	A	3	2	3

گراف فراگیر تابع مفروض بالا در شکل (۱۱) در زیر رسم شده است:



شکل (۱۱): گراف فراگیر اول

همان‌طورکه ملاحظه می‌کنید چهار مولفه شامل دورها و طوقه‌ها استخراج شده که در شکل (۱۲) دیده می‌شود.



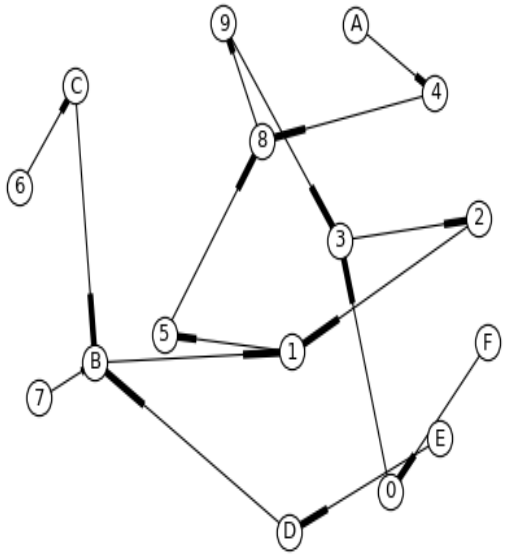
شکل (۱۲): دورها و طوقه‌های گراف فراگیر اول

گراف فراگیر دوم که از روی تابع مفروضی که ۱۶ توپ بر اساس آن در ۱۶ ظرف توزیع می‌شوند، ساخته شده در زیر مشاهده می‌شود. دورهای گراف با الگوریتم چابک‌سازی گراف پیدا شده‌اند که در شکل (۱۳) در زیر مشاهده می‌شوند.

مقادیر تابع مفروض گراف فراگیر دوم در جدول (۳) در زیر مشخص شده است:

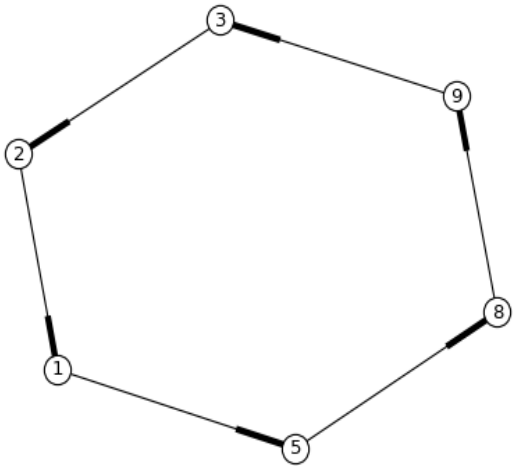
جدول (۳): توزیع ۱۶ توپ در ۱۶ ظرف

X	۰	۱	۲	3	4	5	۶	۷
H(X)	3	۵	1	2	8	۸	C	B
X	8	9	A	B	C	D	E	F
H(X)	9	3	4	1	B	B	D	0



شکل (۱۳): گراف فراگیر دوم

دورهای گراف فراگیر دوم عبارت است از شکل (۱۴):



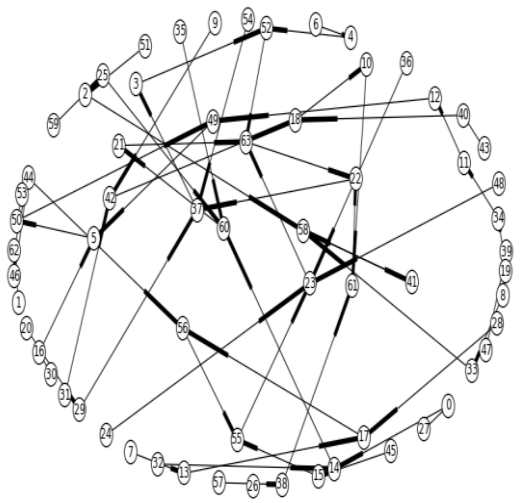
شکل (۱۴): دور در گراف فراگیر دوم

گراف سوم مربوط می‌شود به تابع مفروضی که براساس آن ۶۴ توپ را در ۶۴ ظرف توزیع می‌کنیم. گراف فراگیر آن در جدول (۴) در زیر مشاهده می‌شود.

جدول (۴): توزیع ۶۴ توپ در ۶۴ ظرف

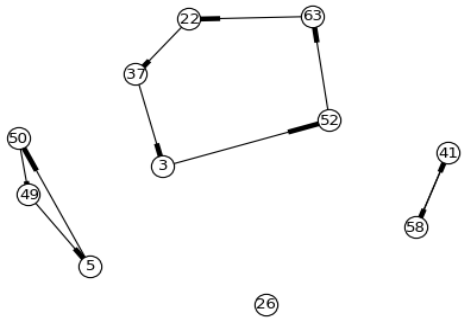
X H(x)	0 14	1 62	2 58	3 52	4 52	5 50	6 4	7 13
X H(X)	16 5	17 56	18 10	19 34	20 29	21 63	22 37	23 63
X H(x)	32 14	33 58	34 11	35 60	36 23	37 3	38 61	39 8
X H(x)	48 23	49 5	50 49	51 2	52 63	53 50	54 37	55 23
X H(x)	8 33	9 42	10 61	11 12	12 49	13 17	14 60	15 55
X H(X)	24 23	25 60	26 26	27 0	28 17	29 37	30 16	31 42
X H(x)	40 18	41 58	42 18	43 40	44 56	45 15	46 44	47 39
X H(x)	56 55	57 38	58 41	59 25	60 21	61 22	62 44	63 22

تابع مفروض گراف سوم عبارت است از:



شکل (۱۵): گراف فراگیر سوم

همان‌طورکه ملاحظه می‌کنید، دورها و طوقه‌های حاصل‌شده از گراف فراگیر سوم به صورت زیر می‌باشند:



شکل (۱۶): دورها و طوقه در گراف فراگیر سوم

۶- بحث و نتایج

در سال ۲۰۰۶ بارکان و همکارانش روش هلمن و تمام روش‌های منطبق با آن را با نظریه گراف بررسی کرده و نتیجه گرفتند که همه این روش‌ها ریشه در نظریه گراف دارد. آنها با استفاده از گراف تصادفی به ویژگی‌های یک تابع رمز قالبی پرداختند و مدلی را ارائه دادند که همه روش‌های طرح شده تا سال ۲۰۰۶ و یا هر مدل دیگر منطبق با این مدل را پوشش می‌دهد. ما برای بهبود روش هلمن بر اساس گراف تصادفی از مدل توزیع و توپ استفاده کرده و همه مدل‌هایی که این روش روی گراف تصادفی ایجاد می‌کند را استخراج کردیم. از روی این مدل‌ها و بررسی ویژگی آنها روشی جدید تحت عنوان "چابک سازی گراف" برای استخراج دورها و طوقه‌ها ارائه دادیم که با توجه به شکل‌ها و جداول فوق، دیده می‌شود با روش چابک‌سازی گراف تصادفی، دورها و طوقه‌ها در توابع مصالحه برای تولید زنجیرهای بدون تصادم به‌سادگی و به نحو کارا مشخص می‌شوند. همچنین، گراف تصادفی ساخته‌شده در روش جدید، کل دامنه تابع رمز قالبی را پوشش می‌دهد. این روش در تولید زنجیره‌های بدون تصادم موثر بوده و در نحوه یافتن دورها و طوقه‌ها در تابع مصالحه نسبت به سایر روش‌های موجود متفاوت و بهتر عمل می‌کند. لذا این روش باعث افزایش پوشش کلید رمز قالبی هم در مرحله پیش‌پردازش و هم در مرحله اجرا می‌شود.

۷- نتیجه‌گیری

در این تحقیق روش مصالحه زمان- حافظه (TMTO) که اولین بار توسط هلمن برای تحلیل رمزهای قالبی استفاده شد، مورد بررسی قرار گرفت. هلمن از روی کلید و متن رمز زنجیره‌هایی ساخت و با ذخیره‌سازی نقاط شروع و نقاط پایانی زنجیره‌ها در حافظه، نوعی مصالحه میان زمان و حافظه برقرار کرد. اشکال این روش پوشش ندادن کل دامنه تابع رمز قالبی است. روش‌هایی که در توسعه و بهبود روش هلمن ارائه شدند همگی در کاهش حافظه ذخیره‌سازی و افزایش درصد پوشش کلید رمز قالبی نقش داشتند اما به تنهایی پوشش صد در صد ندارند. ما برای بررسی مجدد و بهبود روش هلمن بر اساس گراف تصادفی از مدل توزیع و توپ استفاده کرده و همه مدل‌هایی که این روش روی گراف تصادفی ایجاد می‌کند را استخراج کردیم. از روی این مدل‌ها و بررسی ویژگی آنها روشی جدید تحت عنوان "چابک سازی گراف" برای استخراج دورها و طوقه‌ها ارائه شد. باید توجه داشت

که گراف تصادفی ساخته‌شده در روش جدید کل دامنه تابع رمز قالبی را پوشش می‌دهد. روش چابک سازی گراف در تولید زنجیره‌های بدون تصادم مورد استفاده موثر بوده و در نحوه یافتن دورها و طوقه‌ها در تابع مصالحه نسبت به سایر روش‌های موجود متفاوت عمل کرده و باعث افزایش پوشش کلید رمز قالبی هم در مرحله پیش پردازش و هم در مرحله اجرا می‌شود.

۸- مراجع

[1] M. Helman, "A cryptanalytic time-memory trade off," IEEE Transactions on Information Theory, vol. 26, no. 4, pp. 401–406, 1980.

[2] E. Barkan, E. Biham, and A. Shamir, "Rigorous Bounds on Cryptanalytic Time/Memory Trade Offs," Lecture note in computer science, pp. 1-21, 2006.

[3] E. Barkan, E. Biham, and A. Shamir, "Rigorous Bounds on Cryptanalytic Time/Memory, "Proceedings of Crypto 2006, LNCS 4117, pp. 1-21, 2006.

[4] N. A. Saran, "Time memory trade off attack on symmetric ciphers," Applied Mathematics of Middle East Technical University, Feb. 2009.

[5] M. Sourav, "A study on time/memory trade off cryptanalysis," Applied Statistical Unit Indian Statistical 203, B. T. Road, Calcutta 700 108, INDIA, March 2006.

[6] A. Shamir, "Random Graph in Security and Privacy," The Weizmann Institute, Hifa, June 2010.

[7] A. Shamir, "Random Graph in Cryptography," The Weizmann Institute I...., Haifa, May 2007.

[8] A. Doganakosy and S. Nurdan, "Variant Constructions for TMTO based on Random Mapping Statistics," in 3rd Information Security & Cryptology Conferece With International Participation, Ankara, December 2008.

[9] A. Gaini, "Introduction for probability thory," The Publishing Center of Imam Hussein, Tehran, 1979.

[10] S. Haridi and P. Roy, "Concepts, Techniques and Models of Computer Programing," Universit´e catholique de Louvain (at Louvain-la-Neuve), 2003.

[11] A. Renyi and P. Erdos, "On Random Graph," Publication Mathematicas 6, pp. 290-297, Nov. 1958.

[12] H. A. Zakerzade, H. Bigdeli, and M. A. Iranmanesh, "The concept of random graphs and models," The Student publication Statistics (Neda), Tehran, vol. 7, no. 2, pp. 30-34, 2010.

[13] E. Upfal and M. Mitzenmacher, "Balls, Bins, Random Graphs (Balls-and-Bins Model)," Probability and Computing, published by Cambridge University Press, 2005.

Journal of Electronical & Cyber Defence
Vol. 6, No. 1, 2017, Serial No. 21

TMTO Method Analysis for Block Ciphers Using a Random Graph

A. R. Mirghadri*, A. Dini, N. H. Gharavi, A. A. Fathizadeh

*Imam Hossein University

(Received: 19/09/2016, Accepted: 13/04/2017)

ABSTRACT

In this paper, we consider the Time-Memory-Trade-Off (TMTO) method for analysis of block ciphers and related methods. Also, we discuss some subjects including coverage in the Hellman chains, collision in chains, cycles and rings that create a block cipher function. Hellman method is analyzed by a random graph. The random graph is made of a function block cipher, which is applied to extract non-collision chains, cycles and rings. According to the unique modes and features available in the random graph, a new method for extraction of cycles and rings in the random graph entitled "agility of graph" is offered. This method extracts the cycles and rings of the lock cipher function as easily and at a very low cost. The obtained cycles and rings are used for generating non-collision chains in the block ciphers that they make a complete coverage of block ciphers in the TMTO method .

Keywords: Directed Graph, Random Graph, Non-Collision Chains, Trade-Off Method, Block Cipher.

* Corresponding Author Email: amrghdri@ihu.ac.ir