

بررسی مشخصه‌های عملکرد یاتاقان ژورنال دو لب

با استفاده از روان کار میکروپلار

اصغر دشتی رحمت آبادی^۱، محسن نکوئی مهر^۲ و محمد سفید^۳

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه یزد

(تاریخ دریافت: ۸۷/۰۶/۱۰؛ تاریخ پذیرش: ۸۹/۰۶/۰۷)

چکیده

در این مقاله، مؤلفه‌های عملکرد استاتیکی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور که از سیال میکروپلار به‌عنوان روان کار استفاده می‌کنند، مورد مطالعه قرار گرفته است. معادله اصلاح شده رینولدز براساس تئوری سیال میکروپلار، با استفاده از روش عددی اجزاء محدود تحلیل و میدان فشار در یاتاقان به‌دست آورده می‌شود. پس از آن به کمک میدان فشار در ناحیه سیال روان کار، مشخصه‌های عملکرد استاتیکی، نظیر ظرفیت حمل بار، زاویه مشخصه، ضریب اصطکاک و نشستی انتهایی، برای یاتاقان بیضوی (دو لب) با روان کارهای نیوتنی و میکروپلار مورد بررسی قرار گرفته و تأثیر پارامترهای میکروپلار سیال، نظیر عدد کوپلینگ و طول مشخصه بی‌بعد، روی این مشخصه‌های عملکرد ارائه شده است. نتایج حاکی از آن است که استفاده از سیال میکروپلار به‌عنوان روان کار در سیستم یاتاقان‌های دو لب باعث افزایش ظرفیت حمل بار، افزایش زاویه مشخصه سیستم و همچنین افزایش ضریب اصطکاک ولی باعث کاهش جریان نشستی یاتاقان دو لب، در بار معین می‌شود.

واژه های کلیدی: سیال میکروپلار، یاتاقان ژورنال دو لب، مشخصه‌های عملکرد استاتیکی

Analysis of Performance Characteristics of Two-lobe Journal Bearing with Micropolar Lubricant

A.D. Rahmatabadi, M. Nekoei Mehr, and M. Sefid

Dep't. of Mech. Eng., Yazd Univ.

(Received: 31 August, 2008; Accepted: 29 August, 2010)

ABSTRACT

In this paper, static performance characteristics for a finite length two-lobe journal bearing lubricated with micropolar fluid is studied. Using finite element method, steady-state film pressure is obtained by solving modified Reynolds equation, based on micropolar lubrication theory. With the help of film pressure in bearing, the static performance characteristics in terms of load carrying capacity, attitude angle, friction coefficient, and rate of flow leakage of a two-lobe journal bearing are obtained for both Newtonian and micropolar lubricant. Finally, the effect of micropolar fluid characteristics parameters such as coupling number and non-dimensional characteristic length on the bearing static performance are presented. The computed results show that, compared with Newtonian fluids, the micropolar fluids exhibit an increase in load carrying capacity, also increase in attitude angle as well as increase in friction coefficient, while there will be decrease in side leakage flow for a specified external load.

Keywords: Micropolar Fluid, Two-lobe Bearing, Static Performance Characteristics

۱- دانشیار (نویسنده پاسخگو): dashti@yazd.ac.ir

۲- کارشناس ارشد: mnekoeimehr@yahoo.com

۳- استادیار

فهرست علائم	
w_x, w_y, w_z مؤلفه‌های سرعت میکروروتیشن حول محورها (1/s)	پارامترهای بی بعد مسئله با علامت بار می‌باشند.
ε نسبت خارج از مرکزی	C لقی شعاعی (m)
θ مختصات زاویه‌ای اندازه‌گیری شده از محور x	C_m کمترین میزان لقی، زمانی که محور و یاتاقان هم‌مرکز باشند (m)
θ_o^i زاویه خط‌المرکزین یاتاقان و لب نام با محور x	c_o, c_a, c_d ضرایب ویسکوزیته زاویه‌ای (N.s)
θ_1^i, θ_2^i زاویه شروع و انتهای ناحیه فشار مثبت لب نام	F_f نیروی اصطکاک (N)
δ پریلود سیستم یاتاقان (C_m / C)	\bar{F}_f نیروی اصطکاک بی بعد $\left(\frac{C}{\mu URL} F \right)$
ϕ زاویه مشخصه برای نگهداری بار عمودی	f ضریب اصطکاک
μ لزجت روان کار نیوتنی (Ns / m^2)	h ضخامت فیلم سیال (m)
μ_r لزجت چرخشی جزئی (Ns / m^2)	\bar{l}_m طول مشخصه بی بعد سیال میکروپلار
Λ طول مشخصه سیال میکروپلار (m)	L طول یاتاقان (m)
$\Lambda = \left(\frac{c_a + c_d}{4\mu} \right)^{1/2}$	\bar{N} عدد کوپلینگ سیال میکروپلار؛ $N = \left(\frac{\mu_r}{\mu + \mu_r} \right)^{1/2}$
ρ چگالی روان کار (kg / m^3)	O مرکز هندسی یاتاقان
$\bar{\lambda}$ نسبت طول به قطر یاتاقان	O_j مرکز هندسی ژورنال
λ_0 ضریب دوم لزجت روانکار نیوتنی؛ (Ns / m^2)	p فشار هیدرودینامیکی (N / m^2)
ω سرعت زاویه ای ژورنال (1/s)	\bar{p} فشار هیدرودینامیکی بی بعد $\left(\frac{C}{\mu URL} F \right)$
i شماره لب	Q_l نرخ جریان نشتی انتهای (m^3 / s)
	\bar{Q}_l جریان نشتی بی بعد $\left(\frac{6L}{CUR^2} Q \right)$
	R شعاع ژورنال (m)
	U سرعت خطی ژورنال (m / s)
	v_x, v_y, v_z مؤلفه‌های سرعت سیال روان کار (m / s)
	X, Y, Z محوره‌های مختصات با مبدأ عبوری از مرکز هندسی یاتاقان
	X_j, Y_j مختصات مرکز ژورنال
	x, y, z محوره‌های مختصات مطابق شکل ۱
	W منته‌جه بار روی یاتاقان (N)
	\bar{W} منته‌جه بار بی بعد $\left(\frac{C^2}{\mu ULR^2} W \right)$
	\bar{W}_x, \bar{W}_y مؤلفه‌های بار بی بعد در جهت‌های x و y

۱- مقدمه

امروزه یاتاقان‌های ژورنال، به دلیل اصطکاک کم و مشخصه‌های ضربه‌گیری مناسب، به طور گسترده در ماشین‌های دوار مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این یاتاقان‌ها در صورت وجود روان کار کافی در حین بارگذاری، یک فیلم هیدرودینامیکی سیال جداکننده سطوح لغزشی یاتاقان می‌باشد. از آنجا که فشارهای توسعه یافته در یاتاقان‌های هیدرودینامیکی لغزشی پایین است، از این رو معمولاً بارگذاری‌های سنگین، سرعت‌های پایین و همچنین استفاده از روان کارهای با لزجت کم برای این یاتاقان‌ها مناسب نیست. ضمناً تقاضا برای به کارگیری یاتاقان‌های ژورنال در سرعت‌های بالاتر، مسائل ارتعاشی به خاطر سرعت‌های بحرانی، نامتعادل بودن و ناپایداری، احتیاج برای اشکال هندسی

بارگذاری دائم، روان کاری شده با سیال میکروپلار پرداختند. در سال ۲۰۰۵، داس و گوها^۷ [۱۰]، مطالعاتی بر روی مشخصه‌های دینامیکی و پایداری یاتاقان ژورنال صلب مدور تحت روان کار میکروپلار با روش پرتوربیشن^۸ حول نقطه تعادل پایدار، انجام دادند. نتایج آنها بیانگر آستانه پایداری بالاتر یاتاقان با سیال میکروپلار در مقایسه با سیال نیوتنی است.

در تحلیل عملکرد یاتاقان‌های ژورنال، استفاده از فشار صفر در ناحیه فیلم واگرا معمول است. از آنجا که در این ناحیه فشار به زیر فشار اشباع کاهش می‌یابد، پدیده کاویتاسیون رخ می‌دهد. وانگ و ژو^۹ [۱۱]، در تحقیقاتشان مشخصه‌های عملکرد یاتاقان‌های ژورنال با روان کار میکروپلار را با در نظر گرفتن تاثیرات کاویتاسیون ارائه کردند.

اخیراً نایر^{۱۰} و همکارانش [۱۳-۱۲]، مطالعاتی بر روی عملکرد یاتاقان‌های ژورنال مدور و بیضوی الاستوهیدرودینامیکی تحت روان کار میکروپلار انجام دادند. اگرچه آنها در مطالعاتشان پارامترهای حجم تمرکز افزودنی‌های به سیال و نرخ انتقال جرم ذرات را به‌عنوان ویژگی‌های مشخصه سیال میکروپلار در نظر گرفتند، ولی در نهایت نتایج این مقالات نیز حاکی از ارتقاء مشخصه‌های عملکرد یاتاقان با روان کار میکروپلار در مقایسه با روان کارهای نیوتنی است.

از آنجا که در این تحقیقات کمتر به بررسی مشخصه‌های عملکرد سیستم یاتاقان غیرمدور دولب، تحت روان کار میکروپلار و بررسی پارامترهای میکروپلار ارینگن بر این عملکرد پرداخته شده است، در مقاله حاضر مشخصه‌های عملکرد یاتاقان دولب که با سیال نیوتنی و میکروپلار روان کاری شده مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

۲- تحلیل

معادله رینولدز در حالت کلی از ترکیب معادلات بقاء مومنوم خطی و زاویه‌ای و معادله پیوستگی سیال روان کار به‌دست می‌آید.

دیگری غیر از یاتاقان‌های ژورنال ساده مدور را به‌وجود آورده است. این هندسه‌ها، الگوهای متفاوتی از متغیر لقی دارند تا ضخامت‌های فیلم سیال که ناحیه‌های واگرا و همگرایی قوی‌تری دارند را ایجاد کنند. یاتاقان‌های دو لب (بیضوی) از معمول‌ترین یاتاقان‌های غیرمدور است.

تحقیقات بسیاری بر روی مشخصه‌های عملکرد یاتاقان‌های بیضوی با روان کار نیوتنی انجام شده است [۳-۱]. این در حالی است که به‌واسطه گسترش ماشین‌آلات مدرن، موج روزافزون استفاده از سیالات غیرنیوتنی به‌عنوان روان کار را شاهد هستیم. سیالات میکروپلار از جمله سیالات غیرنیوتنی هستند که در روان کاری مورد استفاده قرار می‌گیرند و باعث بهبود عملکرد یاتاقان می‌شوند.

تئوری سیال میکروپلار که سیالاتی شامل ذرات ریز جهت‌دار و یا کروی صلب معلق در محیط ویسکوز، با صرف‌نظر از تغییر شکل این ذرات را پوشش می‌دهد، اولین بار توسط ارینگن^۱ ارائه شد [۴]. سیالاتی نظیر کریستال‌های مایع، خون جانوران، سیالات پلیمری حقیقی و روغن‌های حاوی کثیفی‌ها و ذرات فلزی ریز معلق، در زمره این سیالات تقسیم‌بندی می‌شوند.

کار بر روی یاتاقان با روان کار میکروپلار با مطالعات آلن و کلاین^۲ [۵] آغاز شد. آنها مسئله یاتاقان کشویی یک‌بعدی تحت روان کار نیوتنی با ذرات فلزی معلق در آن را مورد بررسی قرار دادند. نتایج آنها حاکی از بهبود در روان کاری یاتاقان با به‌کارگیری سیال میکروپلار بود.

زهیرالدین و ایسا^۳ [۶]، همچنین پراکاش و سینها^۴ [۷]، مشخصه‌های عملکرد یاتاقان ژورنال مدور یک‌بعدی طویل و کوتاه را با روان کار میکروپلار در حالت پایدار ارائه کردند. در این مقالات به افزایش ویسکوزیته مؤثر سیال میکروپلار در مقایسه با سیال نیوتنی پایه آن اشاره شده بود که با مشاهدات تجربی منتشر شده توسط نیدز^۵ [۸]، همخوانی داشت.

پس از آن خونساری و بریوو^۶ [۹]، به بررسی دوبعدی مشخصه‌های عملکرد یاتاقان ژورنال مدور صلب در حالت

- 1- Eringen
- 2- Allen and Kline
- 3- Zaheeruddin and Isa
- 4- Prakash and Sinha
- 5- Needs
- 6- Khonsari and Brew

7- Das and Guha

8- Perturbation

9- Wang and Zhu

10- Nair

بسیار کوچک است، نیز در صفحه XZ وجود خواهند داشت. با توجه به فرض ذکر شده، بردارهای سرعت و سرعت میکروروتیشن به صورت زیر در می آیند:

$$\vec{v} = (v_x, 0, v_z), \quad (۴)$$

$$\vec{w} = (w_x, 0, w_z).$$

به این ترتیب، معادلات بقاء مومنتوم خطی و زاویه‌ای (معادلات (۱) و (۲)) در جهات X و Z با توجه به دائم بودن جریان، به ترتیب به صورت زیر ساده می شود [۱۵]:

$$(\mu + \mu_r) \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + 2\mu_r \frac{\partial w_z}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad (۵-الف)$$

$$(\mu + \mu_r) \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} - 2\mu_r \frac{\partial w_x}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad (۵-ب)$$

$$(c_a + c_d) \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + 2\mu_r \frac{\partial v_z}{\partial y} - 4\mu_r w_x = 0, \quad (۶-الف)$$

$$(c_a + c_d) \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2} - 2\mu_r \frac{\partial v_x}{\partial y} - 4\mu_r w_z = 0. \quad (۶-ب)$$

شرایط مرزی سرعت، بر روی سطح در حال چرخش ژورنال ($y=0$) و پوسته ثابت یاتاقان ($y=h$) مطابق شکل ۱ به صورت زیر می باشند [۱۵]:

$$v_x \Big|_{y=0} = U, v_z \Big|_{y=0} = w_x \Big|_{y=0} = w_z \Big|_{y=0} = 0, \quad (۷-الف)$$

$$v_x \Big|_{y=h} = v_z \Big|_{y=h} = w_x \Big|_{y=h} = w_z \Big|_{y=h} = 0. \quad (۷-ب)$$

با انتگرال گیری از معادلات ساده شده مومنتوم خطی و زاویه‌ای با لحاظ کردن شرایط مرزی فوق، مؤلفه‌های سرعت خطی و میکروروتیشنال به دست می آیند.

با جایگذاری این مؤلفه‌های سرعت در معادله پیوستگی و انتگرال گیری از معادله حاصله در عرض فیلم روان کار، معادله رینولدز اصلاح شده برای سیال میکروپلار با فرض دمای متوسط، به فرم زیر به دست خواهد آمد [۷]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\psi(N, \Lambda, h)}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\psi(N, \Lambda, h)}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 6U \frac{\partial h}{\partial x}, \quad (۸)$$

$$\psi(N, \Lambda, h) = h^3 + 12\Lambda^2 h - 6N \Lambda h^2 \coth \left(\frac{Nh}{2\Lambda} \right),$$

که در آن، N ، Λ به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\Lambda = \left(\frac{c_a + c_d}{4\mu} \right)^{1/2}, \quad N = \left(\frac{\mu_r}{\mu + \mu_r} \right)^{1/2}. \quad (۹)$$

همان طور که ملاحظه می شود، ضرایب لزجت و ماده این سیالات در قالب دو پارامتر N ، Λ قرار می گیرند. این دو

در اینجا با توجه به تئوری سیال میکروپلار و با صرف نظر کردن از نیرو و ممان‌های حجمی، معادلات بقاء مومنتوم خطی و زاویه‌ای به ترتیب به فرم‌های زیر نوشته می شود:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla p + (\lambda + \mu + \mu_r) \nabla (\nabla \cdot \vec{v}) + (\mu + \mu_r) \Delta \vec{v} + 2\mu_r (\nabla \times \vec{w}), \quad (۱)$$

$$\rho j \frac{d\vec{w}}{dt} = (c_o + c_d - c_a) \nabla (\nabla \cdot \vec{w}) + (c_d + c_a) \Delta \vec{w} + 2\mu_r (\nabla \times \vec{v} - 2\vec{w}), \quad (۲)$$

که در آن، v بردار سرعت، w بردار سرعت چرخش جزئی (سرعت میکروروتیشن^۱) که به سرعت زاویه‌ای چرخش ذرات معلق در سیال اشاره می کند، ρ چگالی، μ لزجت دینامیکی، λ_o ضریب دوم لزجت دینامیکی و μ_r لزجت دینامیکی چرخشی ذرات معلق در سیال (لزجت دینامیکی میکروروتیشن) می باشند. همچنین λ ثابت اینرسی و c_o, c_a, c_d ضرایب ویسکوزیته زاویه‌ای هستند.

معادله بقاء مومنتوم خطی در صورتی که سیال نیوتنی در نظر گرفته شود، همان معادله حرکت ناویر استوکس^۲ است. برای سیال میکروپلار معادله فوق با معادله بقاء مومنتوم زاویه‌ای که حرکت ذرات معلق درون حجم معیار میکرو را تشریح می کند، برای حصول معادله رینولدز ترکیب می شود. در یاتاقان ژورنال با توجه به نازک بودن ضخامت فیلم سیال نسبت به شعاع ژورنال می توان از انحناء فیلم سیال صرف نظر کرده و جریان را بر روی سطح تخت در نظر گرفت. با فرض نازک بودن ضخامت فیلم روان کار، از تغییرات فشار در امتداد فیلم روان کار صرف نظر می شود و در نتیجه خواهیم داشت [۱۴-۱۵]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} = 0, \\ P = P(x, y), \\ v_y = 0, \\ w_y = 0. \end{cases} \quad (۳)$$

بنابراین، با توجه به شکل ۱، مؤلفه سرعت خطی المان حجمی سیال، در جهات X و Z در نظر گرفته می شوند. بردار سرعت میکروروتیشن هم که در تحلیل سیال میکروپلار مبین حرکت چرخشی مستقل ذرات ریز ناهمگن معلق در سیال در ابعاد

1- Microrotation

2- Navier-Stokes Equation

$$\bar{P}(\theta_1^i, \bar{z}) = 0, \quad (۱۲-الف)$$

$$\bar{p}(\theta, \pm\lambda) = 0, \quad (۱۲-ب)$$

$$\bar{p}(\theta_2^i, \bar{z}) = \frac{d\bar{p}}{d\theta}(\theta_2^i, \bar{z}) = 0, \quad (۱۲-ج)$$

که در آن، λ نسبت طول به قطر یاتاقان، θ_1^i ، زاویه شروع هر لب و θ_2^i زاویه انتهایی ناحیه فشار مثبت در هر لب است.

در تحلیل واقعی میدان فشار یاتاقان‌های ژورنال عمدتاً فشار اشباع مشابه فشار محیط اطراف یاتاقان است و فشار پایین‌تر از فشار محیط (فشار منفی) نداریم، بنابراین بایستی فشار در قسمت واگراشونده فیلم روان کار، صفر در نظر گرفته شود. این رهیافت که تحلیل را محدود به فیلم همگرا می‌کند (حل نیمه سامرفلد^۱)، منتهی به عدم رعایت پیوستگی جریان در انتهای خروجی منحنی فشار می‌شود، که با به‌کارگیری شرط مرزی رینولدز می‌توان این مشکل را برطرف کرد (معادله (۱۲-ج)). شرط مرزی رینولدز براساس پیوستگی جریان روان کار در $\theta = \theta_2^i$ استوار می‌باشد که هم فشار در فیلم روان کار و هم گرادیان آن در $\theta = \theta_2^i$ صفر منظور می‌شوند. مقدار زاویه θ_2^i در هر لب در یک روند تکرار محاسبه می‌شود [۱۶]. بدین ترتیب بدون در نظر گرفتن فشارهای منفی می‌توان مقادیر فشار در فیلم سیال را به‌دست آورد.

در حالت دائم، محور دارای سرعت یکنواخت بوده و بار وارد بر سیستم نیز ثابت است، از این‌رو مرکز محور در یک موقعیت ثابت قرار می‌گیرد، و هندسه فضای لقی بین محور و یاتاقان همواره شکل ثابتی خواهد داشت. ضخامت بی‌بعد فیلم سیال در حالت دائم در فضای لقی بین محور و هریک از لب‌های یاتاقان به‌صورت زیر بیان می‌شود [۲]:

$$\bar{h} = \frac{1}{\delta} - X_j \cos \theta - Y_j \sin \theta + \left(\frac{1}{\delta} - 1\right) \cos(\theta - \theta_0^i). \quad (۱۳)$$

(X_j, Y_j) مختصات مرکز محور، δ پریلود سیستم و θ_0^i زاویه‌ای است که خط‌المركزین محور و لب θ_0^i ، با جهت مثبت محور x می‌سازد.

در حالت دائم

$$\begin{cases} X_j = \varepsilon \sin \varphi, \\ Y_j = -\varepsilon \cos \varphi. \end{cases} \quad (۱۴)$$

پارامتر که بیانگر ویژگی‌های سیال میکروپلار و متمایزکننده آن از سیال نیوتنی هستند، به ترتیب عدد کوپلینگ و طول مشخصه نامیده می‌شوند.

عدد کوپلینگ (N) پارامتر بی‌بعدی است که همبستگی معادلات بقاء مومنومم خطی و زاویه‌ای را نشان می‌دهد و می‌تواند به‌صورت نسبت نیروهای لزجت چرخشی به نیروهای لزجت نیوتنی سیال در نظر گرفته شود. در صورتی که لزجت میکرورویشن (μ_r) صفر شود، عدد کوپلینگ سیال میکروپلار صفر می‌شود و معادلات مومنومم خطی و زاویه‌ای مجزا از هم خواهند شد، به‌ترتیبی که معادله مومنومم خطی به معادله ناویراستوکس کاهش می‌یابد (رفتار سیال نیوتنی خواهد بود). با توجه به ملاحظات ترمودینامیکی، مقدار پارامتر N به صفر و یک محدود می‌شود [۴].

طول مشخصه (Λ)، پارامتر دیگری است که بیانگر ویژگی‌های سیال میکروپلار می‌باشد. طول مشخصه نشان دهنده کنش بین سیال میکروپلار و ضخامت فیلم روان کار است. این پارامتر با بعد طول، تابعی از اندازه مولکول‌ها و یا زیرساخت‌های سیال است. در این مورد نیز در صورتی که مقدار Λ به سمت صفر برود، سیال رفتار نیوتنی خواهد داشت و معادله رینولدز به‌دست آمده به معادله رینولدز کلاسیک تبدیل می‌شود. معمولاً پارامتر طول مشخصه را با لقی شعاعی (\bar{C})، بی‌بعد نموده و از پارامتر بی‌بعد طول مشخصه (\bar{l}_m) در مبحث روان کارهای میکروپلار استفاده می‌شود.

با بی‌بعد کردن، کمیت‌ها به‌صورت زیر است:

$$\bar{l}_m = \frac{C}{\Lambda}, \quad \theta = \frac{x}{R}, \quad \bar{h} = \frac{h}{C_m}, \quad (۱۰)$$

$$\bar{z} = \frac{z}{L}, \quad \bar{p} = \frac{pC_m^2}{\mu UR}.$$

معادله رینولدز بی‌بعد اصلاح‌شده برای سیال میکروپلار در حالت کلی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{\bar{\psi}(N, \Lambda, h)}{\mu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} \right] + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[\frac{\bar{\psi}(N, \Lambda, h)}{\mu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} \right] = 6U \frac{\partial \bar{h}}{\partial \theta}, \quad (۱۱)$$

$$\bar{\psi}(N, \Lambda, h) = \bar{h}^3 + \frac{12\bar{h}}{l_m^2} - \frac{6N\bar{h}^2}{l_m} \coth\left(\frac{N\bar{h}l_m}{2}\right).$$

به‌منظور حل معادله (۱۱) شرایط مرزی زیر برای یاتاقان دو لب در نظر گرفته می‌شود:

سطح و مرز هر المان دارند. N_k^e ، تابع درون‌یابی است که متغیر میدان (فشار) را در هر المان محاسبه می‌کند.

$$\bar{P}^e = \sum_{k=1}^{n_e} N_k^e \bar{P}_k \quad (۱۹)$$

\bar{P}_k مقدار فشار در هر گره المان است. با به‌کارگیری رابطه (۱۵) برای هر المان در میدان جریان و تشکیل ماتریس کلی \bar{A} ، شکل ماتریسی زیر به‌دست خواهد آمد:

$$[F]_{n \times n} \{\bar{P}\}_{n \times 1} + \{\bar{Q}\}_{n \times 1} = \{\bar{H}\}_{n \times 1} \quad (۲۰)$$

که در آن، n تعداد کل گره‌های میدان است. این معادلات اشاره به مجموعه روابط خطی، جهت به‌دست آوردن متغیرهای فشار و دبی جریان در گره‌ها با اعمال شرایط مرزی دارد. با در نظر گرفتن اینکه در هر گره یکی از این دو کمیت معلوم است، بنابراین با به‌کارگیری شرایط گره‌ای تمام آراییه‌های ستونی از ماتریس $[F]$ به جز آراییه قطری مطابق با گره مرزی برابر صفر است. معادله ماتریسی (۲۰)، برای محاسبه فشار در گره‌های داخلی و محاسبه دبی جریان در گره‌های مرزی تحلیل می‌شود.

۳- مشخصه‌های استاتیکی

با حل معادله (۱۱)، میدان فشار در حالت دائم به‌دست می‌آید و از این طریق می‌توان مشخصه‌های استاتیکی سیستم یاتاقان دو لب با روان‌کار میکروپلار را محاسبه کرد. مهم‌ترین مشخصه‌های استاتیکی یاتاقان‌ها عبارت است از: ظرفیت تحمل بار یاتاقان (W)، زاویه مشخصه (ϕ)، نیروی اصطکاک (F) و نرخ نشتی انتهایی (Q_l).

مؤلفه‌های نیروی سیال روی محور را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:

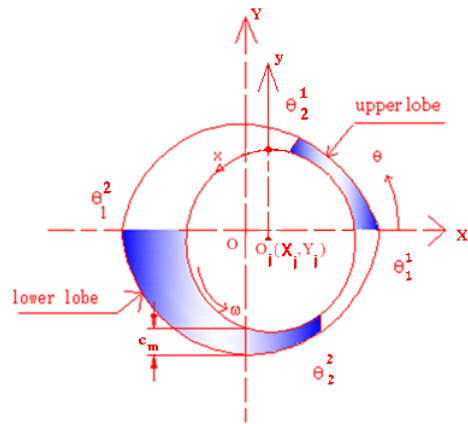
$$\begin{bmatrix} \bar{W}_x \\ \bar{W}_y \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^L \begin{bmatrix} \bar{W}_x^i \\ \bar{W}_y^i \end{bmatrix} = - \sum_{i=1}^L \int_{-\lambda}^{\theta_i^*} \bar{P}_i \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} d\theta d\bar{z} \quad (۲۱)$$

بنابراین، ظرفیت تحمل بار و زاویه مشخصه کلی یاتاقان به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{W} = (\bar{W}_x^2 + \bar{W}_y^2)^{\frac{1}{2}} \quad (۲۲)$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{X_j}{Y_j}\right) = \arctan\left(\frac{\bar{W}_x}{\bar{W}_y}\right) \quad (۲۳)$$

مختصات مرکز محور می‌باشند.



شکل (۱): شکل شماتیک یاتاقان ژورنال دو لب.

به‌منظور دستیابی به میدان فشار در حالت دائم، معادله (۱۱) با به‌کارگیری تکنیک اجزاء محدود، تحلیل می‌شود [۱۷]. معادلات با روش گالرکین به‌شکل روابط در اجزاء محدود در می‌آیند.

معادلات اجزاء محدود برای هر المان به‌شکل ماتریسی زیر نوشته می‌شود.

$$[F^e]_{n_e \times n_e} \{\bar{P}^e\}_{n_e \times 1} + \{\bar{Q}^e\}_{n_e \times 1} = \{\bar{H}^e\}_{n_e \times 1} \quad (۱۵)$$

که در آن، n_e تعداد گره‌های هر المان است.

ناحیه جریان در سیستم یاتاقان‌های ژورنال به‌شکل مستطیلی برای هر یک از لب‌های یاتاقان غیرمردور است. بنابراین المان‌های به‌کار گرفته شده از نوع المان‌های چهار گره‌ای ایزوپارامتریک^۱ می‌باشند.

مؤلفه‌های هر ماتریس به‌صورت زیر بیان می‌شوند:

$$F_{km}^e = \iint_{A^e} \Psi(N, \Lambda, h) \left[\frac{\partial N_k^e}{\partial \theta} \frac{\partial N_m^e}{\partial \theta} + \left(\frac{R}{L}\right)^2 \frac{\partial N_k^e}{\partial \bar{z}} \frac{\partial N_m^e}{\partial \bar{z}} \right] d\theta d\bar{z} \quad (۱۶)$$

$$\bar{Q}_k^e = \int_{S^e} \Psi(N, \Lambda, h) N_k^e \frac{\partial \bar{P}^e}{\partial \theta} d\bar{z} - \int_{S^e} \Psi(N, \Lambda, h) \left(\frac{R}{L}\right)^2 N_k^e \frac{\partial \bar{P}^e}{\partial \theta} d\theta \quad (۱۷)$$

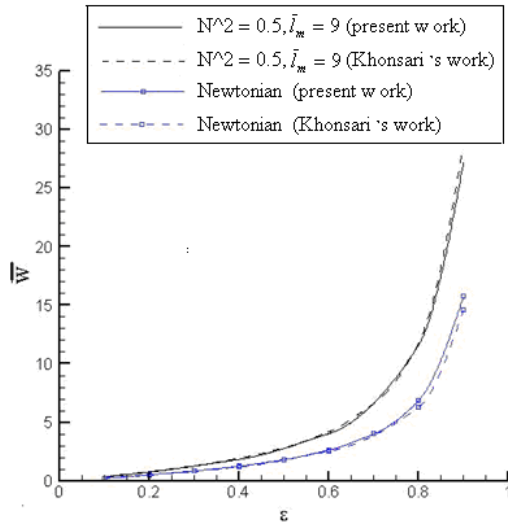
$$\bar{H}_k^e = \iint_{A^e} 6h \frac{\partial N_k^e}{\partial \theta} d\theta d\bar{z} \quad (۱۸)$$

که در آن، $k, m = 1, 2, \dots, n_e$ و S^e, A^e به‌ترتیب اشاره به

2- Global

1- Isoparametric

نسبتاً مناسب نتایج به دست آمده با تحقیقات معتبر پیشین است.



شکل (۲): تغییرات ظرفیت حمل بار یاتاقان مدور، با نسبت خارج از مرکزی.

شکل ۳، پروفیل سه بعدی میدان فشار بی بعد برای یاتاقان‌های ژورنال دو لب، در حالت دائم، در نسبت خارج از مرکزی معین (۰/۵)، برای مقادیر مختلف پارامترهای میکروپلار سیال را نشان می‌دهد. نمودارها نشان می‌دهند با وجودی که روند پروفیل توزیع فشار تقریباً بدون تغییر باقی می‌ماند، به این معنی که نحوه افزایش و کاهش فشار در زوایای مختلف، در نمودارهای مختلف یکسان است و بیشینه فشار نسبی در زوایای یکسان ایجاد می‌شود و گستره فشار صفر در شکل‌های مختلف مشابه است، ولی مقدار (بزرگی) فشار تحت تأثیر پارامتر N^2 ، قرار می‌گیرد. با افزایش عدد کوپلینگ، سیال خواص میکروپلار چشمگیرتری از خود بروز می‌دهد و لزجت سیال بیشتر می‌شود، که نتیجتاً افزایش مقدار فشار روان کار را به دنبال دارد. علاوه بر این تأثیر پارامتر بی بعد طول مشخصه (\bar{l}_m) بر روی توزیع فشار نیز در این شکل نشان داده می‌شود. همان‌طور که قبلاً اشاره شد، برای \bar{l}_m های کوچک، تأثیر زیرساخت‌های سیال بسیار بارز است. از این رو لزجت و پیرو آن فشار سیال روان کار بالاتر می‌باشد.

به منظور محاسبه نیروی اصطکاک در یاتاقان، رابطه تنش برشی در امتداد سطح ژورنال به صورت زیر به کار گرفته می‌شود:

$$\tau = (\mu + \mu_r) \frac{\partial v_x}{\partial y} + 2\mu_r w_z \quad (24)$$

با جایگذاری مؤلفه‌های سرعت خطی و میکروروتیشنال در رابطه (۲۴)، تنش برشی روی سطح ژورنال به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\tau|_{y=h} = \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu U}{h \left[1 - \frac{2N}{h} \tanh\left(\frac{Nh}{2\Lambda}\right) \right]} \quad (25)$$

با انتگرال گیری از این معادله روی سطح ژورنال، نیروی اصطکاک برای هر لب، حاصل می‌شود [۷].

$$\bar{F} = \sum_{i=1}^l \int_{-\lambda}^{\lambda} \int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i} A d\theta d\bar{z} + \int_{-\lambda}^{\lambda} \int_{\theta_2^{i+1}}^{\theta_1^{i+1}} A \frac{h(\theta_2^i)}{h} d\theta d\bar{z}, \quad (26)$$

$$A = \frac{\bar{h}}{2} \cdot \frac{d\bar{p}}{d\theta} + \frac{1}{\bar{h} - \frac{2N}{l_m} \tanh\left(\frac{Nl_m \bar{h}}{2}\right)}$$

ضریب اصطکاک، از تقسیم نیروی اصطکاک بر روی ظرفیت حمل بار یاتاقان به دست می‌آید.

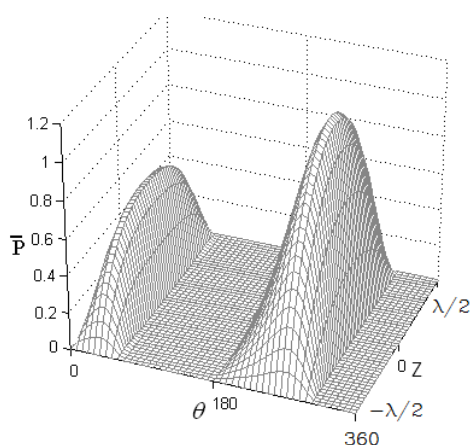
$$f(R/C) = \frac{\bar{F}}{W} \quad (27)$$

نهایتاً، نشی انتهای یاتاقان‌های ژورنال دو لب از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۷]:

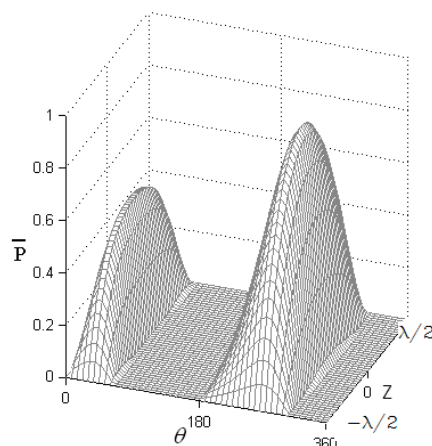
$$\bar{Q}_i = \sum_{i=1}^l \int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i} \psi(N, \Lambda, h) \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z}=\pm\lambda} d\theta \quad (28)$$

۴- بررسی نتایج

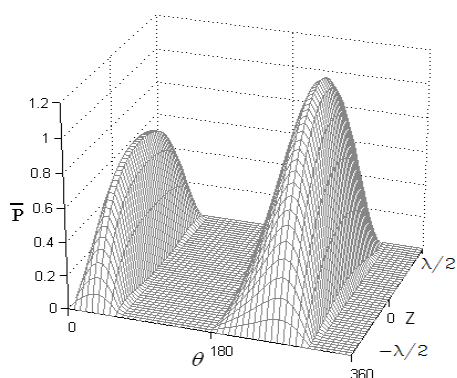
در این مقاله، مشخصه‌های عملکرد استاتیکی سیستم یاتاقان‌های دو لب با روان کار میکروپلار مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این حالت نسبت طول به قطر یاتاقان برابر یک و میزان پریلود برابر نیم در نظر گرفته می‌شود. در ابتدا به منظور تأیید نتایج حاصل از برنامه کامپیوتری تهیه شده، در شکل ۲، چگونگی تغییر ظرفیت حمل بار یاتاقان مدور با نسبت خارج از مرکزی، برای روان کارهای نیوتنی و میکروپلار با نتایج مرجع [۹] مقایسه شده است. نمودارها نشان‌دهنده تطابق



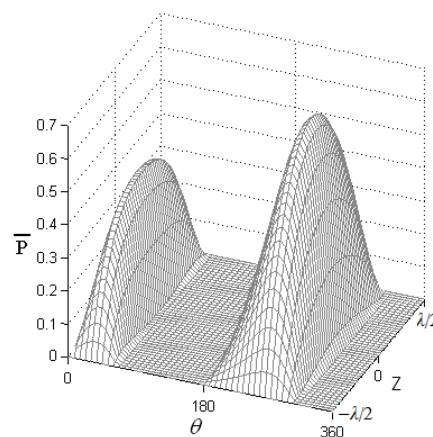
(d). $N^2 = 0.9$, $\bar{l}_m = 9$



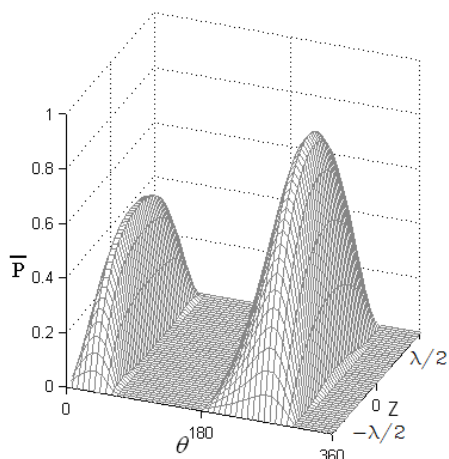
(a). Newtonian



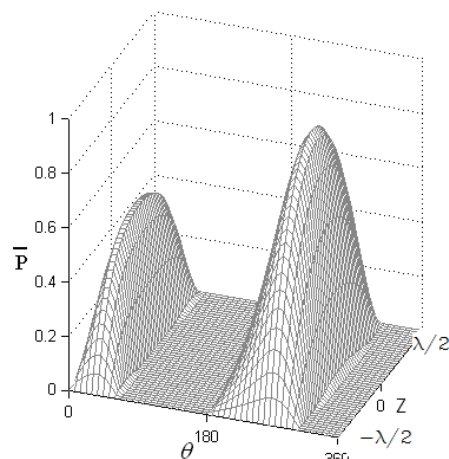
(e). $N^2 = 0.5$, $\bar{l}_m = 1$



(b). $N^2 = 0.1$, $\bar{l}_m = 9$

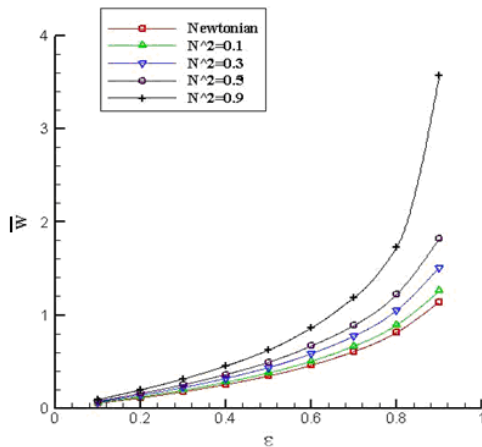


(f). $N^2 = 0.5$, $\bar{l}_m = 10$

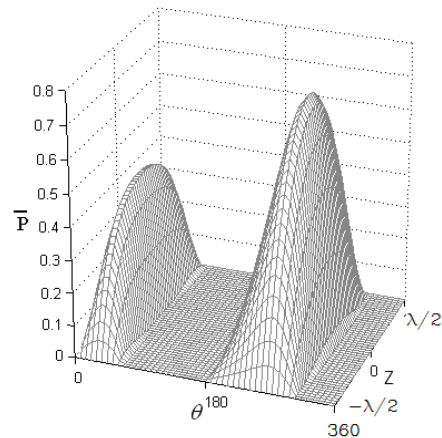


(c). $N^2 = 0.5$, $\bar{l}_m = 9$

شکل (۳): توزیع فشار در یاتاقان دو لب برای روان کار نیوتنی و میکروپلار، ($\delta = 0.5$, $\varepsilon = 0.5$, $L/D = 1$).

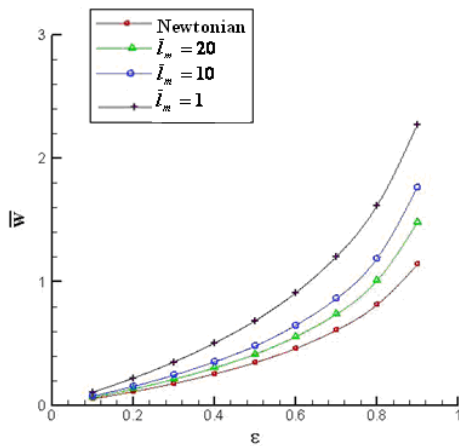


(a). $\bar{l}_m = 9$



(g). $N^2 = 0.5$, $\bar{l}_m = 20$

شکل (۳): ادامه



(b). $N^2 = 0.5$

شکل (۴): تغییرات ظرفیت حمل بار با نسبت خارج از مرکزی، (a) برای مقادیر مختلف N^2 ، (b) برای مقادیر مختلف \bar{l}_m .

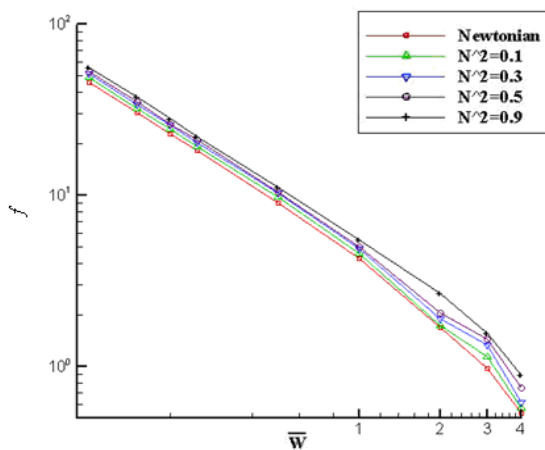
همان‌طور که از شکل ۶ برمی‌آید، با افزایش خواص میکروپلار سیال روان‌کار، نیروی اصطکاک و به تبع آن ضریب اصطکاک یاتاقان افزایش نسبی می‌یابد. به‌دلیل اینکه با افزایش پارامترهای عدد کولپینگ و طول مشخصه، ویسکوزیته روان‌کار بیشتر می‌شود، می‌توان اندک افزایشی در نیروی اصطکاک یاتاقان را توجیه کرد و از آنجا که ضریب اصطکاک به‌صورت حاصل تقسیم نیروی اصطکاک بر روی ظرفیت حمل بار یاتاقان تعریف شده است، با کاهش خواص میکروپلار و میل سیال به‌سمت سیال نیوتنی، ضریب

در حالی که با افزایش مقدار \bar{l}_m ، فشار کاهش می‌یابد. در حالت حدی در صورتی که \bar{l}_m به‌سمت بی‌نهایت میل کند، تأثیرات میکروپلار سیال از بین رفته و توزیع فشار به‌سمت توزیع فشار سیال نیوتنی می‌رود.

شکل ۴، تغییرات ظرفیت حمل بار با نسبت خارج از مرکزی برای مقادیر مختلف پارامترهای میکروپلار سیال روان‌کار را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش خواص میکروپلار سیال ($N^2 \rightarrow 1, \bar{l}_m \rightarrow 0$)، ظرفیت حمل بار یاتاقان بیشتر می‌شود. نمودارها نزدیک شدن ظرفیت حمل بار به مقدار آن برای سیال نیوتنی در حالت حدی ($N^2 \rightarrow 0, \bar{l}_m \rightarrow \infty$) را نشان می‌دهد. از آنجا که دستیابی به مشخصه‌های عملکرد یاتاقان در حالتی که مقدار بار عمودی روی آن معین است، بیشتر مورد توجه طراحان قرار دارد، بررسی مشخصه‌های عملکرد (زاویه مشخصه، نیروی اصطکاک و جریان نشتی انتهایی)، نسبت به بار اعمالی روی یاتاقان در ادامه آورده می‌شود.

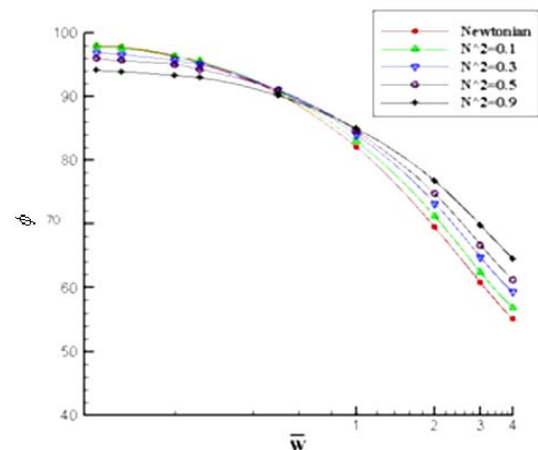
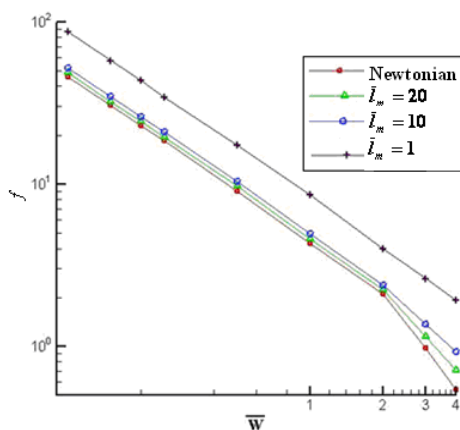
شکل ۵ نشان می‌دهد، به‌جز در بارهای بسیار سبک، با زیاد شدن خواص میکروپلار سیال زاویه مشخصه سیستم افزایش می‌یابد. در حالت کلی، افزایش زاویه مشخصه بیانگر افزایش پایداری دینامیکی سیستم یاتاقان است [۲]. به این ترتیب می‌توان بهبود پایداری یاتاقان تحت روان‌کار میکروپلار در مقایسه با روان‌کار نیوتنی را نتیجه گرفت.

خارجی عمودی اعمال شده بر یاتاقان، در شکل ۷ نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که با افزایش پارامتر عدد کولپینگ و نیز با کاهش پارامتر طول مشخصه روان کار میکروپلار، جریان نشتی از یاتاقان کاهش می‌یابد. افزایش لزجت سیال به واسطه افزایش خواص میکروپلار آن، می‌تواند موجب کاهش جریان نشتی انتهایی روان کار باشد.

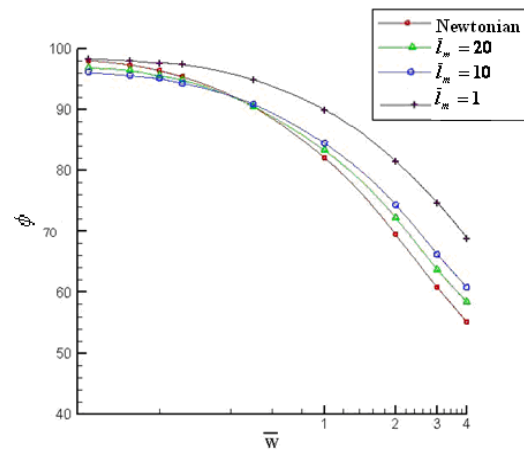
(a). $\bar{l}_m = 9$

اصطکاک متناسب با نیروی اصطکاک کاهش می‌یابد. از سوی دیگر با میل پارامتر طول مشخصه به سمت صفر ($\bar{l}_m = 1$)، افزایش نسبتاً بزرگ‌تری در ضریب اصطکاک مشاهده می‌شود. (شکل ۶-ب) بیانگر نیروی اصطکاک بیشتر در مقادیر پایین طول مشخصه است.

نمودار تغییرات جریان نشتی انتهایی روان کار برحسب بار

(a). $\bar{l}_m = 9$ (b). $N^2 = 0.5$

شکل (۶): تغییرات ضریب اصطکاک برحسب بار برای یاتاقان دو لب، (a) برای مقادیر مختلف N^2 ، (b) برای مقادیر مختلف \bar{l}_m .

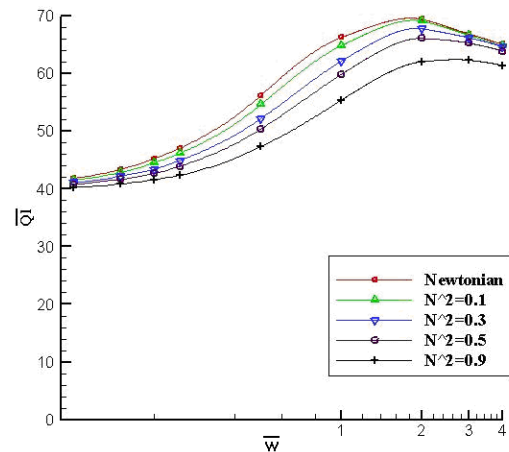
(b). $N^2 = 0.5$

شکل (۵): تغییرات زاویه مشخصه برحسب بار برای یاتاقان دو لب، (a) برای مقادیر مختلف N^2 ، (b) برای مقادیر مختلف \bar{l}_m .

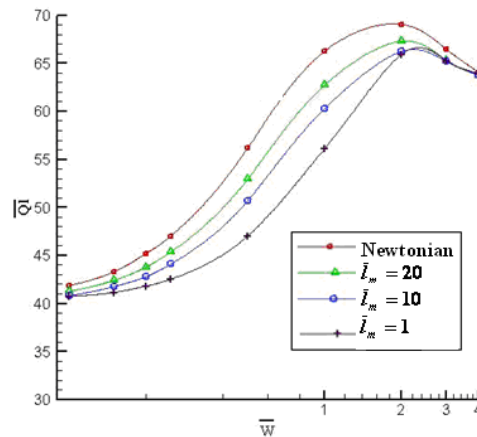
شدن رفتار آن از سیال نیوتنی است، موجب افزایش مناسب ظرفیت حمل بار یاتاقان و عمدتاً افزایش زاویه مشخصه و نیز افزایش نه چندان محسوس در ضریب اصطکاک یاتاقان تحت بار عمودی معین و نهایتاً کاهش نشستی سیال روان کار از یاتاقان می‌شود.

مراجع

1. Singh, D.V., Sinhasan, R., and Kumar, A. "A Variation Solution of Two Lobe Bearings", Mechanism and Machine Theory, Vol. 12, No. 4, pp. 323-330, 1977.
2. Kumar, A., Sinhasan, R., and Singh, D.V. "Performance Characteristics of Two-lobe Hydrodynamic Journal Bearings", J. Lubrication Tech., Vol. 102, No. 4, pp. 425-429, 1980.
3. Nagaraju, Y., Joy, M.L., and Nair, P. "Thermohydrodynamic Analysis of a Two-lobe Journal Bearing", Int. J. Mech. Sci., Vol. 36, No. 3, pp. 209-217, 1994.
4. Eringen, A. "Theory of Micropolar Fluids", J. Mathematics and Mech., Vol. 16, No. 1, pp. 1-18, 1966.
5. Allen, S. and Kline, K. "Lubrication Theory for Micropolar Fluids", J. Applied Mech., Vol. 38, No. 3, pp. 646-650, 1971.
6. Zaheeruddin, Kh. and Isa, M. "Micropolar Fluid Lubrication of One-dimensional Journal Bearing", Wear J., Vol. 50, No. 2, pp. 211-220, 1978.
7. Prakash, J. and Sinha, P. "Lubrication Theory of Micropolar Fluids and Its Application to a Journal Bearing", Int. J. Eng. Sci., Vol. 13, No.3, pp. 217-232, 1975.
8. Needs, S. "Boundary Film Investigations", Trans. ASME, Vol. 62, No. 4, pp. 331-342, 1940.
9. Khonsari, M. and Brewe, D. "On the Performance of Finite Journal Bearing Lubricated with Micropolar Fluids", Tribology Transaction, Vol. 32, No. 2, pp. 155-160, 1989.
10. Das, S. and Guha, S.K. "Linear Stability Analysis of Hydrodynamic Journal Bearing under Micropolar Lubrication", Tribology Int., Vol. 38, No. 5, pp. 500-507, 2005.
11. Wang, X. and Zhu, K.Q. "A Study of the Lubricating Effectiveness of Micropolar Fluid in a Dynamically Loaded Journal Bearing", Tribology Int., Vol. 37, No. 6, pp. 481-490, 2004.
12. Sukumaran Nair, V.P. and Prabhakaran Nair, K. "Finite Element Analysis of Elastohydrodynamic Circular Journal Bearing with Micropolar Lubricant", J. Finite Element Analysis and Design, Vol. 41, No. 1, pp. 75-89, 2004.
13. Prabhakaran Nair, K., Sukumaran Nair, V.P., and



(a). $\bar{l}_m = 9$



(b). $N^2 = 0.5$

شکل (۷): تغییرات جریان نشستی برحسب بار برای یاتاقان دو لب، برای مقادیر مختلف N^2 ، (a) برای مقادیر مختلف

$$\bar{l}_m$$

۵- نتیجه گیری

در مقاله حاضر، مشخصه‌های عملکرد استاتیکی سیستم یاتاقان‌های دو لب (بیضوی) که با سیالاتی با خواص میکروپولار روان کاری شده باشند، به کمک روش عددی اجزاء محدود مورد مطالعه قرار گرفته و تأثیر پارامترهای میکروپولار سیال بر روی این مشخصه‌های عملکرد ارائه شده است. نتایج به دست آمده نشان‌دهنده آن می‌باشد که افزایش پارامتر عدد کوپلینگ (N^2) و یا کاهش پارامتر بی‌بعد طول مشخصه (\bar{l}_m)، که به معنای افزایش خواص میکروپولار سیال و دور

15. Wang, X. and Zhu, K.Q. "Numerical Analysis of Journal Bearings Lubricated with Micropolar Fluids Including Thermal and Cavitation Effects", *Tribology Int.*, Vol. 39, No. 3, pp. 227-237, 2006.
16. Cameron, A. "The Principles of Lubrication", Wiley, New York, 1966.
17. Reddy, J. "An Introduction to Finite Element Method", McGraw-Hill, New York, 1984.
- Jayadas, N.H. "Static and Dynamic Analysis of Elastohydrodynamic Elliptical Journal Bearing with Micropolar Lubricant", *Tribology Int.*, Vol. 40, No. 2, pp. 297-305, 2007.
14. Singh, C. and Sinha, P. "The Three-dimensional Reynolds Equation for Micropolar Fluid Lubricated Bearings", *J. Wear*, Vol. 76, No. 2, pp. 199-209, 1982.