

مدل‌سازی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک

در حال توسعه در یک کانال مستطیلی

علی جلالی^۱ و محمد حسن کیهانی^۲

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه صنعتی شاهرود

(تاریخ دریافت: ۹۰/۰۳/۳۱؛ تاریخ پذیرش: ۹۱/۰۵/۲۴)

چکیده

در تحقیق حاضر، مدل‌سازی عددی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در حال توسعه در کانال‌های مستطیلی مد نظر قرار گرفته است. در جریان توسعه یافته سیالات ویسکوالاستیک، جریان‌های ثانویه‌ای در مقاطع عرضی کانال تشکیل شده که انتظار می‌رود این جریان‌های ثانویه باعث افزایش انتقال حرارت و جرم در جریان سیال شوند. از طرف دیگر، خواصی از سیال، همچون ویسکوزیته، ضریب رسانش حرارتی، ظرفیت حرارتی ویژه و همچنین ضریب آسودگی از تنش سیال نیز تابعی از دما بوده و با تغییرات دما تغییر می‌کنند که این وابستگی نیز در تحقیق حاضر منظور شده است. جهت مدل‌سازی ترم تنش از معادله متشکله، فن تین تیر بهبود یافته که یک معادله غیرخطی بوده و شامل اثرات الاستیک و باریک شونده ویسکوزیته می‌باشد، استفاده شده است. همچنین، گسسته‌سازی معادلات حاکمه روی یک شبکه جابه‌جا شده و با استفاده از روش تفاضل محدود صورت پذیرفته، برای حل آنها از روش تراکم‌پذیری مصنوعی که در نهایت منجر به حل صریح معادلات شده، استفاده شده است. لازم به ذکر است که علاوه بر نتایج مربوط به محدوده در حال توسعه و توسعه یافته، اثر برخی از پارامترهای بی‌بعد بر جریان و انتقال حرارت نیز مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج از تطابق خوبی با نتایج تحقیقات دیگر در این زمینه برخوردار می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: جریان ویسکوالاستیک، مدل‌سازی سه‌بعدی، ناحیه در حال توسعه، کمیته‌ای وابسته به دما، مدل فن تین تیر

Numerical Simulation of Viscoelastic Developing Flow and Heat Transfer in a Rectangular Duct

A. Jalali and M.H. Kayhani

Mech. Eng. Dep't.

Shahrood Univ. of Tech.

(Received: 21 June, 2011; Accepted: 14 August, 2012)

ABSTRACT

This paper presents a numerical simulation of developing flow and heat transfer of a viscoelastic fluid in a rectangular duct. In fully developed flow of a viscoelastic fluid in a non-circular duct, secondary flows normal to the flow direction are expected to enhance the rate of heat and mass transfer. On the other hand, properties such as viscosity, thermal conductivity, specific heat and relaxation time of the fluid are a function of temperature, which this dependency is also considered in this study. The rheological constitutive equation of the fluid is a common form of the Phan-Thien Tanner (PTT) model, which embodies both influences of elasticity and shear thinning in viscosity. The governing equations are discretized, using the FTCS finite difference method on a staggered mesh. The marker-and-cell method is also employed to allocate the parameters on the staggered mesh and static pressure is calculated, using the artificial compressibility approach during the numerical simulation. In addition to report the results of flow and heat transfer in the developing region, the effect of some dimensionless parameters on flow and heat transfer has also been investigated. The results are in a good agreements with the results reported by others in this field.

Keywords: Viscoelastic Flows, 3D Simulation, Developing Region, Temperature-Dependent Properties, PTT Model

۱- دانشجوی دکتری (نویسنده پاسخگو): Ali_Jalali@shahroodut.ac.ir

۲- دانشیار: h_kayhani@shahroodut.ac.ir

۱- مقدمه

کانال‌های غیر دایروی با استفاده از روش‌های تحلیلی توسط اریکسون^۶ و همکارانش [۵] و گرین و ریولین^۷ [۶] نیز گزارش شده بود.

در سال ۱۹۷۴ دادسون^۸ و همکارانش [۷] به بررسی جریان‌های ثانویه واقع در جریان سیال ویسکوالاستیک در کانال‌های مستطیلی با استفاده از مدل کریمینال اریکسون فیبلی^۹ پرداختند و در ادامه با استفاده از تجهیزات آزمایشگاهی محلول ویسکوالاستیک به دست آمده را که حاوی ترکیب چند ماده خاص بوده، مورد بررسی قرار دادند که هماهنگی خوبی از مقایسه نتایج آزمایشگاهی و مدل‌سازی عددی گزارش شده است. تانسن^{۱۰} و همکارانش [۸] نیز با استفاده از مدل کریمینال اریکسون فیبلی و روش حساب اختلالات^{۱۱}، جریان سیال ویسکوالاستیک را در کانال‌های مستطیلی مورد مطالعه قرار دادند و همچنین در یک تحقیق آزمایشگاهی، جریان ۶ سیال ویسکوالاستیک مختلف را بررسی کردند که در هر ۶ مورد، ۸ جریان ثانویه در کل سطح مقطع کانال مستطیلی گزارش شده است. همچنین ایشان دریافتند که شدت جریان‌های ثانویه با مقدار اختلاف تنش نرمال دوم رابطه مستقیم دارد. در سال ۱۹۷۷ تنر^{۱۲} و همکارانش [۹]، معادله متشکله جدیدی را که از تئوری شبکه به دست آمده بود، ارائه کردند. این مدل که به مدل فن تین تنر^{۱۳} مشهور است، یک مدل غیر خطی بوده که به طور هم‌زمان اختلاف تنش نرمال اول و دوم در آن غیر صفر بوده و همچنین دارای رفتار باریک‌شوندگی^{۱۴} نسبت به نرخ برش برای ویسکوزیته می‌باشد. به علت کامل بودن نسبی این مدل در برابر مدل‌های موجود دیگر، تحقیقات زیادی در زمینه سیالات ویسکوالاستیک با استفاده از این مدل نیز صورت پذیرفته است.

در تحقیق تجربی دیگری، رائو^{۱۵} [۱۰] جریان سیال

سیالات ویسکوالاستیک شاخه‌ای از سیالات غیرنیوتونی بوده که به طور هم‌زمان دارای خواص سیال ویسکوز و جامد الاستیک می‌باشند. بالا بودن وزن ملکولی این سیالات که در نتیجه درشت و زنجیره‌ای بودن ملکول آنها است، باعث به وجود آمدن برخی پدیده‌های خاص در جریان این‌گونه سیالات می‌شود که وجود اختلاف تنش‌های نرمال و در پی آن تشکیل جریان‌های ثانویه در مقاطع عمودی جریان اصلی سیال در کانال‌های غیردایروی نمونه‌ای از این پدیده‌ها می‌باشد. با توجه به افزایش موارد کاربرد این سیالات و همچنین لزوم شناخت میادین سرعت، تنش و دما در جریان این سیالات در هندسه‌های مختلف، تاکنون تحقیقات زیادی با استفاده از روش‌های عددی، تجربی و همچنین تحلیلی در زمینه جریان و انتقال حرارت سیالات ویسکوالاستیک با استفاده از معادلات متشکله متنوعی انجام شده است که در برخی از آنها معادلات جریان به صورت تنها و در برخی دیگر به همراه معادلات انتقال حرارت مورد تحلیل قرار گرفته است.

در اولین تحقیقات انجام شده در این زمینه، هارتنت^۱ و همکارانش [۱] به بررسی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در کانال‌های مستطیلی با نسبت ابعاد ۲ پرداختند. ایشان در روند تحقیقاتشان به افزایش انتقال حرارت به علت وجود جریان‌های ثانویه پی بردند. البته در تحقیقاتی که توسط ویلر^۲ و همکارانش [۳-۴] با استفاده از مدل پاورلا^۳ در سال ۱۹۶۵ انجام شده است، جریان‌های ثانویه ضعیفی مشاهده شده بود که به نظر می‌رسید این جریان‌های ثانویه حاصل از خطای عددی در این تحقیق باشد و با صرف نظر از آنها، جریان مستقیم الخط^۴ به نظر می‌رسد. ایشان در ادامه تحقیقاتشان با استفاده از روش پرتونگاری^۵، به بررسی پروفیل سرعت در جریان سیال ویسکوالاستیک پرداختند که نتایج به دست آمده، نتایج قبلی آنها را تأیید می‌کرد. در تحقیقات دیگری نیز وجود جریان‌های ثانویه در جریان سیال ویسکوالاستیک در

6- Eriksen

7- Green and Rivlin

8- Dodson

9- Criminale-Eriksen-Filbey (CEF)

10- Townsend

11- Perturbation Method

12- Tanner

13- Phan-Thien-Tanner (PTT)

14- Shear Thinning

15- Rao

1- Hartnett

2- Wheeler

3- Power Law

4- Rectilinear

5- Optical Diagnostic

گزارش کردند. در تحقیقات دیگری ناساچ^۷ و همکارانش [۱۶-۱۷]، انتقال حرارت اجباری و آزاد در جریان سیال ویسکوالاستیک در یک کانال مستطیلی را مورد مطالعه قرار دادند. محققین دیگری از جمله نیکولرس^۸ [۱۸]، شین^۹ [۱۹]، سیرجالا^{۱۰} [۲۰]، سوهن^{۱۱} [۲۱]، پینهو^{۱۲} [۲۲]، کولهو^{۱۳} [۲۳]، نوبرگا^{۱۴} [۲۴] و پرس^{۱۵} [۲۵]، با استفاده از معادلات متشکله گوناگونی به مدل‌سازی و بررسی اثر جریان‌های ثانویه در افزایش انتقال حرارت آزاد و اجباری در جریان سیال ویسکوالاستیک در هندسه‌های متفاوت پرداختند. نوروزی و همکارانش [۲۶-۲۹] نیز، جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک توسعه یافته را در کانال‌های مستطیلی خمیده و در حالت‌های متفاوتی با استفاده از روش‌های عددی و تحلیلی مورد بررسی قرار دادند. در تحقیقات ایشان که با استفاده از مدل‌های کریمینال اریکسون فیلی و سیال مرتبه دو انجام شده است، جنبه‌های متفاوتی از جریان از قبیل پایداری، جریان خزشی و همچنین انتقال حرارت مورد توجه قرار گرفته است.

با توجه به اینکه در اکثر تحقیقات گذشته که در زمینه جریان و انتقال حرارت سیالات ویسکوالاستیک انجام شده است، جریان سیال به صورت توسعه یافته و انتقال حرارت در حال توسعه فرض شده است و در محدود تحقیقاتی که جریان هم در حال توسعه در نظر گرفته شده است، با فرض دامنه دوبعدی حل، جریان‌های ثانویه قادر به مدل‌سازی نمی‌باشند، بدین ترتیب در مقاله پیش‌رو، مدل‌سازی عددی سه‌بعدی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در حال توسعه در کانال مستطیلی با استفاده از معادله متشکله فن تین تر مد نظر قرار گرفته است که حل سه‌بعدی ناحیه ورودی جریان جزو نوآوری‌های این تحقیق است. از طرف دیگر استفاده از معادله متشکله فن تین تر که همان‌طور که گفته شد، جزو کامل‌ترین مدل‌های موجود جهت مدل‌سازی

ویسکوالاستیک در یک کانال مستطیلی با نسبت ابعاد ۵ را مورد مطالعه قرار داد که نتایج حاصل از تحقیق ایشان افزایش ۲۵ درصدی در مقدار عدد ناسلت را نشان می‌دهد. جروانگ و لارسن^۱ [۱۱] نیز با استفاده از دستگاه لیزر داپلر^۲، داپلر^۳، به بررسی و اندازه‌گیری شدت جریان‌های ثانویه در مقاطع غیر دایروی پرداختند که نتایج به دست آمده از تحقیق تجربی آنها، در ادامه توسط مدل‌سازی عددی انجام شده توسط خود ایشان مورد تأیید قرار گرفت. در تحقیق دیگری ژو^۳ و همکارانش [۱۲] و همچنین شریف [۱۳] با استفاده از معادله متشکله فن تین تر به بررسی جریان‌های ثانویه و تأثیر آنها در جریان اصلی در کانال‌های غیردایروی پرداختند.

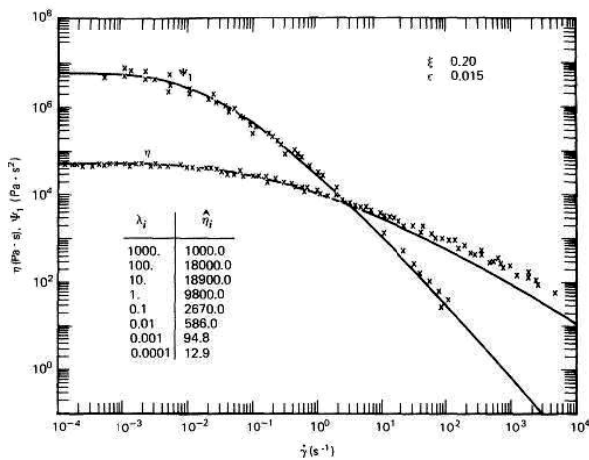
در سال ۲۰۰۷ یو^۴ و همکارانش [۱۴] با استفاده از محاسبات تحلیلی و نیز مدل‌سازی عددی به بررسی عوامل تشکیل و جهت چرخش جریان‌های ثانویه در جریان سیالات ویسکوالاستیک در کانال‌های مستطیلی پرداختند. در تحقیقات ایشان که با استفاده از معادله متشکله گزیکس انجام شده است، غیر صفر بودن اختلاف تنش نرمال دوم و همچنین عدم تقارن محوری جریان، عامل اصلی به وجود آمدن جریان‌های ثانویه بیان شده است. در ادامه ایشان براساس نسبت اختلاف تنش نرمال دوم به ویسکوزیته شرط دیگری را مطرح کردند و نشان دادند که در جریان سیال ویسکوالاستیک جهت چرخش گردابه‌ها به مشتق نسبت اختلاف تنش نرمال دوم به ویسکوزیته وابسته است.

تحقیقات بر روی انتقال حرارت در جریان سیال ویسکوالاستیک نیز به صورت گسترده‌ای مورد نظر قرار گرفته است. تحقیقات جاو^۵ و همکارانش [۱۵] جزو اولین تحقیقات تحقیقات انجام شده در زمینه انتقال حرارت سیالات ویسکوالاستیک می‌باشد. ایشان در تحقیقاتشان که با استفاده از معادله متشکله راینر-یولین^۶ انجام شده است، افزایش انتقال حرارت را به علت حضور جریان‌های ثانویه

7- Naccache
8- TEO NIKOLERIS
9- SEHYUN SHIN
10- Seppo Syrjala
11- Chang-Hyun Sohn
12- Pinho
13- Coelho
14- Nobrega
15- Peres

1- Gervang and Larsen
2- Laser-Doppler Anemometry
3- Xue
4- Yue
5- Gao
6- Reiner-Rivlin

که در آن، ε و ξ پارامتر مادی، λ زمان آسودگی از تنش، η_{m0} ویسکوزیته توزیع شده ملکولی در نرخ برش صفر، $\dot{\gamma}$ نرخ برش تعمیم یافته^۱ و D تانسور نرخ تغییر شکل می‌باشند. همان‌طور که در شکل ۱ دیده می‌شود، این مدل علاوه بر دارا بودن خواص الاستیک و همچنین پیش‌بینی مقادیر غیر صفر برای تنش‌های نرمال، رفتاری باریک شونده برای ویسکوزیته و اختلاف تنش‌های نرمال نسبت به نرخ برش از خود نشان می‌دهد [۳۰].



شکل (۱): نحوه تغییرات ویسکوزیته و اختلاف تنش نرمال اول حاصل از مدل PTT و همچنین مذاب پلی‌اتیلن با دانسیته کم (LDPE).

جهت استفاده مؤثر از نتایج به‌دست آمده از این تحقیق، معادلات حاکمه با استفاده از مقادیری با عناوین سرعت مشخصه W_{ref} ، طول مشخصه D_h و η_0 ویسکوزیته سیال در نرخ برش صفر و همچنین تعریف بقیه مقادیر بشکل نشان داده شده در معادله (۵) بی‌بعد شده که در این حالت با فرض جریان دائمی، تراکم ناپذیر و بدون حضور نیروهای خارجی، صورت کلی معادلات حاکم بر مسئله مورد نظر به‌شکل معادلات (۶) تا (۹) تغییر می‌یابند.

ترم تنش سیالات ویسکوالاستیک است، از مزایای این تحقیق به‌شمار می‌رود. نکته حائز اهمیت دیگر، وابستگی برخی از خواص این سیالات از قبیل ضریب رسانش، ویسکوزیته، ضریب آسودگی و همچنین ظرفیت حرارتی ویژه به دمای نقطه‌ای سیال است [۲۴]. زیرا با توجه به بالا بودن ویسکوزیته سیالات غیر نیوتونی و همچنین بالا بودن دمای ذوب این سیالات که پلیمرهای مذاب مثالی مناسب و پرکاربرد از این گروه است، اختلاف دما زیادی در جریان این‌گونه سیالات مشاهده می‌شود. از این‌رو بررسی هم‌زمان معادله انرژی به‌همراه معادلات جریان در این سیالات و همچنین اعمال وابستگی برخی از خواص سیال به دما، در جریان این‌گونه سیالات ضروری به‌نظر می‌رسد که این مطلب نیز در این تحقیق لحاظ شده است.

۲- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در حالت کلی به‌شکل زیر است:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho c T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho c u_i T)}{\partial x_i} = \sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} (-k \frac{\partial T}{\partial x_j}). \quad (3)$$

در معادلات فوق، u_i مولفه‌های بردار سرعت، p فشار، σ تانسور تنش، k ضریب رسانش، C ظرفیت حرارتی ویژه، ρ چگالی سیال و T دمای سیال می‌باشند.

همان‌طور که بیان شد، در این تحقیق جهت مدل‌سازی ترم تنش سیال مربوط به معادله مومنوم از معادله متشکله بهبود یافته فن تین^۱ استفاده شده است که صورت کلی این معادله به‌شکل زیر است:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= -pI + 2(1 - \beta)\eta_0 D_{ij} + \tau_{ij} \\ \lambda \left(\frac{\partial \tau}{\partial t} + \nabla \cdot (V\tau) \right) &= 2\mu\beta\eta_0 D + \lambda(L\tau + \tau L^T) - g\tau, \\ g &= 1 + \frac{\lambda\varepsilon}{\eta_{m0}} \text{tr}(\tau), \quad \beta = \frac{\eta_{m0}}{\eta_0} = 1, \quad L = \nabla V^T - \xi D, \\ \mu &= \frac{\eta_m}{\eta_{m0}} = \frac{1 + \xi(2 - \xi)\lambda^2 \dot{\gamma}^2}{(1 + \lambda^2 \dot{\gamma}^2)^{\frac{1-n}{2}}}, \quad \dot{\gamma} = \sqrt{2\text{tr}D^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

معادلات مومنوم و پیوستگی و همچنین ایجاد ترم‌گذاری فشار، معادلات به‌روش صریح حل می‌شوند. لازم به‌ذکر است که معادلات مومنوم حاکم بر مسئله در ابتدا از نوع معادلات بیضوی^۶ بوده که با استفاده از روش تراکم‌پذیری مصنوعی به‌حالت سهموی^۷ تبدیل شده که در این حالت برای حل معادلات به شرایط اولیه نیز نیاز است. بدین‌منظور مقدار صفر برای سرعت در جهت‌های عرضی و مقدار یک برای سرعت محوری فرض شده است. دمای نقاط مختلف کانال نیز در حالت اولیه یک فرض شده است. مقادیر اولیه کمیت‌هایی از جمله ویسکوزیته، ضریب رسانش، ظرفیت حرارتی ویژه و ضریب آسودگی تنش که با تغییرات دما در طول کانال تغییر می‌کنند، برابر با مقدار آنها در دمای ورودی کانال در نظر گرفته شده است. لازم به‌ذکر است که شرایط اولیه فرض شده هیچ تأثیری در نتایج حالت دائم سیستم ندارند، ولی فرض بعضی از شرایط اولیه که توجیه فیزیکی نداشته و یا از حالت دائم سیستم اختلاف زیادی دارند، باعث واگرایی جواب‌ها و یا همگرایی معادلات به مقادیر غیر منطقی می‌شود.

همچنین، جهت فائق آمدن بر مشکل عدم وجود شرط مرزی مناسب برای فشار، دامنه حل را با استفاده از دو شبکه مجزا، شبکه‌بندی می‌کنیم که مقادیر فشار بر روی شبکه داخلی تعریف می‌شوند. در این حالات شمارنده‌های فرد بر روی مرزهای جانبی قرار گرفته و سرعت در جهت X بر روی نودهای $u(2i+1, 2j, 2k)$ ، سرعت در جهت Y بر روی نودهای $v(2i, 2j+1, 2k)$ و سرعت در جهت Z بر روی نودهای $w(2i, 2j, 2k+1)$ قرار گرفته و بقیه کمیت‌ها تماماً بر روی نودهای زوج تعریف می‌شوند. نظر به اینکه فشار بر روی شبکه داخلی تعریف شده و در معادلات حاکم فاقد مشتق مرتبه دوم است و از طرفی قرارگیری مرزها بر روی شبکه خارجی، می‌توان گسسته‌سازی معادلات را به‌نحوی انجام داد که نیازی به تعریف شرط مرزی برای فشار نباشد. همان‌طور که پیشتر گفته شد، تنش سیالات ویسکوالاستیک، متشکل از تنش نیوتنی و تنش الاستیک است. ترم تنش نیوتنی که در نهایت منجر به لاپلاسیان^۸

$$D^* = \frac{D}{D_h}, \quad P^* = \frac{PD_h}{\eta_0 W_{ref}}, \quad \tau^* = \frac{\tau D_h}{\eta_0 W_{ref}}, \quad Pr = \frac{\eta_0}{\rho \alpha},$$

$$Wi = \frac{\lambda W_{ref}}{D_h}, \quad Br = \frac{\eta_0 W_{ref}^2}{k(T_{in} - T_w)}, \quad Re = \frac{\rho W_{ref} D_h}{\eta_0}, \quad (5)$$

$$Nu = \frac{h D_h}{k}, \quad \alpha = \frac{k}{\rho c}, \quad T^* = \frac{T - T_w}{T_{in} - T_w},$$

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial x_i^*} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial (u_i^* u_j^*)}{\partial x_j^*} = \frac{1}{Re} \left(-\frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{\partial \tau_{ij}^*}{\partial x_j^*} \right), \quad (7)$$

$$u_i^* \frac{\partial T^*}{\partial x_i^*} = \frac{1}{Re \cdot Pr} \left(\frac{\partial^2 T^*}{\partial x_j^{*2}} + Br (\sigma_{ij}^* \frac{\partial u_j^*}{\partial x_i^*}) \right), \quad (8)$$

$$g \tau^* + Wi (V^* \cdot \nabla \tau^* - L^* \tau^* + \tau^* L^{T*}) = 2\mu D^*. \quad (9)$$

در معادلات فوق Wi^1 عدد وایزنبرگ، Br^2 عدد برینکمن که بیانگر نسبت تلفات ویسکوز بر انتقال حرارت و Pr^3 عدد پرانتل که بیانگر نسبت طول توسعه یافتگی حرارتی به طول توسعه یافتگی هیدرودینامیکی است.

۳- مدل‌سازی عددی و روش حل

با توجه به معادلات حاکم و همچنین هندسه مورد بررسی در این تحقیق که یک کانال مستطیلی می‌باشد، دستگاه مختصات کارتزین مورد استفاده قرار گرفته است. بدین ترتیب معادلات با استفاده از روش تفاضل محدود گسسته‌سازی شده و همچنین با استفاده از روش تراکم‌پذیری مصنوعی^۴ که موجب تغییر شکل معادلات به حالت صریح می‌شوند، مورد تحلیل قرار گرفته‌اند. در این حالت تمامی معادلات حاکم، در ظاهر به‌صورت گذرا با زمان تبدیل می‌شوند. با حل معادلات حاکم با استفاده از روش‌های گام به جلو^۵ در بازه زمانی مصنوعی و در نهایت دستیابی به حل دائم مسئله، تمامی ترم‌های اضافه شده به معادلات که بیانگر تغییرات پارامتر مورد نظر با زمان است، به‌سمت صفر میل کرده و حل دائم مسئله که مد نظر این تحقیق نیز می‌باشد، حاصل می‌شود. در این روش علاوه بر ایجاد یک کوپل دوطرفه بین

1- Weissenberg Number

2- Brinkman Number

3- Prandtl Number

4- Artificial Compressibility Method

5- Marching Method

6- Elliptic Differential Equation

7- Parabolic Differential Equation

8- Laplacian

در نظر گرفته شده‌اند. لازم به ذکر است که فرض این توابع برای متغیرهای مذکور با استفاده از داده‌های تجربی مربوط به فرآیند یک پلیمر واقعی تهیه شده است [۳۱].

$$\eta(T) = \eta_0 a(T), \quad a(T) = \exp\left[\alpha\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_m}\right)\right], \quad (10)$$

$$\lambda(T) = \lambda_0 a(T), \quad (11)$$

$$k(T) = k_0(k_0^* + k_s^* T), \quad (12)$$

$$C_p(T) = C_{p0}(C_{p0}^* + C_{ps}^* T), \quad (13)$$

و بقیه مقادیر عددی برای کمیت‌های موجود در معادلات در اکثر مراحل حل به صورت جدول ۱ در نظر گرفته شده‌اند.

جدول (۱): مقادیر فرض شده برای ضرایب معادلات.

β	ξ	k_0^*	ε	k_0
۱	۰/۲	۰/۷۷۵۳	۰/۱	۰/۰۸
$T_w (^{\circ}k)$	$W_{ref} (m/s)$	$\rho (kg/m^3)$	$\lambda_0 (s)$	$\eta_0 (Pa.s)$
۳۲۳.۱۵	۰/۴	۲۵	۰/۰۱	۰/۱
α	C_{ps}^*	C_{p0}^*	C_{p0}	k_s^*
۱۷۲۰	-۰/۰۰۱۱۲	۱/۲۱۲۲	۰/۴	۰/۰۰۱۱۸

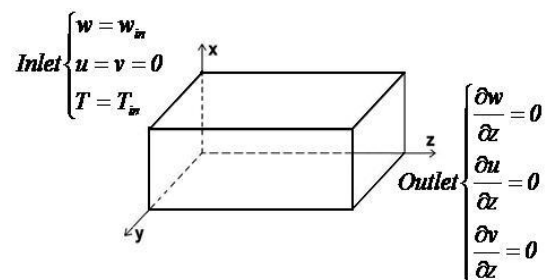
در روش صریح استفاده شده در این تحقیق، پس از حل معادلات جریان و انتقال حرارت با استفاده از مقادیر اولیه و در پی آن به دست آمدن میادین جدید سرعت و دما، متغیرهای فوق با دماهای جدید محاسبه شده و محاسبات مجدداً صورت می‌پذیرد. این عمل تا همگرایی کامل نتایج و دستیابی به جواب دائم مسئله تکرار می‌شود.

۴- نتایج

به منظور کمینه کردن هزینه محاسبات و از طرف دیگر دستیابی به دقت قابل قبول نتایج، دامنه حل با شبکه‌بندی‌های متفاوتی مورد تحلیل قرار گرفته و همان‌طور که در جدول ۲ نشان داده شده است، شبکه N_3 به عنوان شبکه بهینه در انجام محاسبات انتخاب شده است. همان‌طور که گفته شد، تاکنون تحقیقات وسیعی در زمینه جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک انجام شده است، ولی اکثر آنها معطوف به ناحیه توسعه یافته جریان می‌باشند و از جریان در حال توسعه سیال

میدان سرعت شده، نقش مؤثری را در افزایش پایداری عددی کد کامپیوتری ایفا می‌کند. از این‌رو در معادله متشکله مورد استفاده در این تحقیق با استفاده از روش جداسازی تنش الاستیک ویسکوز^۱ که در مراجع [۱۲] و [۱۳] نیز از این روش استفاده شده است، سعی بر جداسازی ترم تنش الاستیک از تنش ویسکوز شده است. به عبارت ساده‌تر تنش کلی سیال را به صورت مجموع تنش پلیمری و تنش ویسکوز در نظر می‌گیریم.

لازم به ذکر است که با توجه به متقارن بودن دامنه حل در راستای X و Y، جهت کاهش حجم محاسبات تنها یک چهارم هندسه اولیه به عنوان دامنه حل مورد تحلیل قرار گرفته است. در این حالت به جای دو دیواره جامد در راستای X و Y دو مرز تقارن در این جهت‌ها ایجاد می‌شود. شرایط مرزی حرارتی فرض شده در این تحقیق، شرط دما ثابت برای دیواره‌ها در دو حالت سرمایش و گرمایش سیال و دمای یکنواخت در ورودی کانال است. بر روی دیواره‌ها شرط مرزی عدم لغزش برای سرعت و بر روی مرزهای تقارن تمامی شرایط تقارن برای میدان‌های سرعت و دما اعمال شده است. در ورودی کانال جریان یکنواخت با سرعت ثابت و در خروجی کانال فرض توسعه یافتگی میدان جریان و دما مفروض می‌باشد.



شکل (۲): هندسه مورد بررسی.

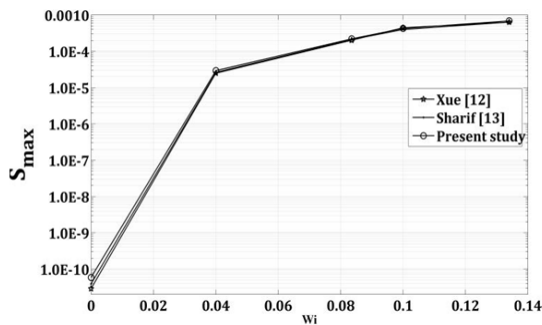
همان‌طور که گفته شد برخی پارامترهای سیال تابعی از دما می‌باشند که با توجه به غیر همدمای بودن سیال و تغییرات دمای آن در نقاط مختلف کانال این پارامترها در جریان حل به صورت معادلات (۱۰) تا (۱۳)، تابعی از دما

1- Elastic Viscous Split Stress(EVSS)

نرمال دوم می‌باشد که در پی آن پارامترهای اثرگذار در این مقدار می‌توانند شدت جریان‌های عرضی را تغییر دهند.

$$S = \sqrt{u^2 + v^2}, \quad (14)$$

که در آن، u سرعت بی‌بعد در جهت محور X و v سرعت بی‌بعد در جهت محور Y است.



شکل (۳): تأثیرات عدد وایزنبرگ بر شدت جریان‌های ثانویه در تحقیق حاضر و نتایج ارائه در مراجع دیگر.

همان‌طور که در شکل ۴ نشان داده شده است، سرعت جریان در روی خط مرکزی کانال از مقدار اولیه آن (۱) شروع شده و با پیشروی در راستای کانال و تشکیل لایه مرزی و در پی آن کاهش مومنوم عبوری در قسمت‌های مجاور مرز، افزایش می‌یابد. این روند افزایشی تا تکمیل لایه مرزی ادامه پیدا کرده و در نهایت پس از مقداری کاهش که در نتیجه تداخل دو لایه مرزی جانبی است، به مقدار ثابتی رسیده و تا انتهای کانال با همین مقدار ثابت ادامه پیدا می‌کند. در این حالت پروفیل سرعت محوری در مقاطع عرضی کانال از ابتدا تا کامل شدن لایه مرزی و رسیدن جریان به ناحیه توسعه یافته دائماً تغییر پیدا کرده و در نهایت به پروفیل یکنواختی می‌رسد.

با ترسیم میدان جریان‌های عرضی در مقاطع اولیه کانال و تا رسیدن به محدوده جریان توسعه یافته در می‌یابیم که در این مقاطع هیچ جریان ثانویه‌ای شکل نمی‌گیرد.

البته همان‌طور که در شکل ۵ مشخص است، در دو قسمت از ناحیه در حال توسعه، جریان‌های عرضی تمایل به تشکیل جریان‌های ثانویه پیدا می‌کنند، ولی به‌علت تغییرات دائم مؤلفه‌های جریان، الگوی جریان‌های ثانویه توسط جریان اصلی از بین رفته و هیچ جریان گردابی شکل نمی‌گیرد تا

ویسکوالاستیک نتایج جامعی در دست نیست. به‌همین لحاظ تنها نتایج توسعه یافته حاصل از این تحقیق با نتایج ارائه شده در مراجع دیگر [۱۲-۱۳] مورد مقایسه قرار گرفته است و همان‌طور که در شکل ۳ دیده می‌شود، نتایج از تطابق خوبی برخوردار می‌باشد.

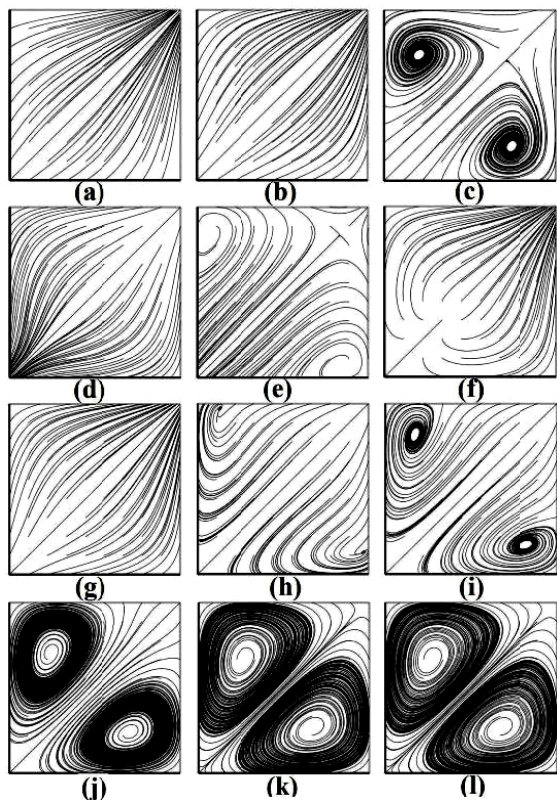
جدول (۲): مقادیر خطا و زمان محاسبه به ازای

شبکه‌بندی‌های مختلف.

شبکه	تعداد سلول‌های شبکه	درصد خطا	زمان محاسبه (Second * GHz)
N_1	$24 \times 24 \times 204$	۵.۱۲	۲۱۸۸۸۰
N_2	$44 \times 44 \times 204$	۱/۱۰۲	۵۵۲۹۶۰
N_3	$64 \times 64 \times 304$	۰/۵۶	۱۳۸۲۴۰۰
N_4	$84 \times 84 \times 304$	۰/۲۳۶	۲۵۲۷۶۰۰

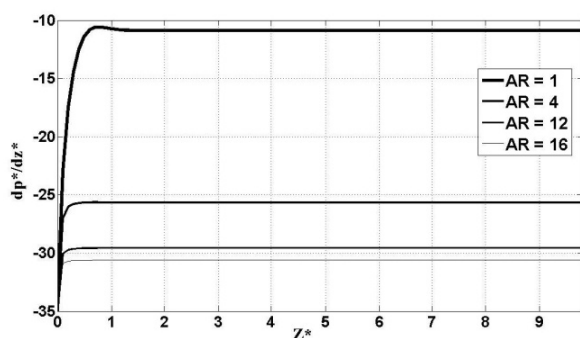
یکی از پدیده‌های مهم و قابل توجه در جریان سیال ویسکوالاستیک در کانال‌های غیر دایروی ایجاد جریان‌های ثانویه در مقاطع عمودی جریان است که البته جهت تشکیل و قابل رویت بودن این جریان‌های عرضی علاوه بر فرض سه‌بعدی دامنه، وجود برخی شرایط دیگر نیز لازم است. در سال ۱۹۶۵ شرایطی توسط اولدروید^۱ [۳۲] بیان شد که در صورت وجود این شرایط، جریان سیال ویسکوالاستیک مستقیم‌الخط^۲ بوده و جریان‌های گردابی تشکیل نمی‌شوند. لازم به‌ذکر است که در تحقیق حاضر عدم انطباق با شرایط بیان شده توسط اولدروید مد نظر قرار گرفته است. به‌صورت کلی، وجود جریان‌های ثانویه باعث افزایش تحرکات عرضی جریان شده و در نهایت باعث افزایش انتقال حرارت و جرم در مسیر حرکت جریان می‌شود. از این‌رو شدت جریان‌های ثانویه نسبت به جریان اصلی حائز اهمیت است. جهت مشخص شدن شدت جریان عرضی، پارامتری را با عنوان شدت جریان‌های عرضی همانند معادله (۱۴) تعریف کرده که بزرگی این کمیت نسبت جریان‌های عرضی به جریان اصلی را نشان می‌دهد. با توجه به معادلات جریان و همان‌طور که در مرجع [۱۴] نیز به تفصیل اشاره شده است، شدت جریان‌های عرضی بسیار متأثر از وجود اختلاف تنش

1- Oldroyd
2- Rectilinear



شکل (۵): تغییرات جریان‌های عرضی در ناحیه در حال توسعه جریان.

$a) z^* = 0.3, b) z^* = 0.5, c) z^* = 0.9, d) z^* = 1$
 $e) z^* = 1.7, f) z^* = 1.8, g) z^* = 1.9, h) z^* = 2.9,$
 $i) z^* = 3, j) z^* = 3.2, k) z^* = 3.4, l) z^* = 3.5.$

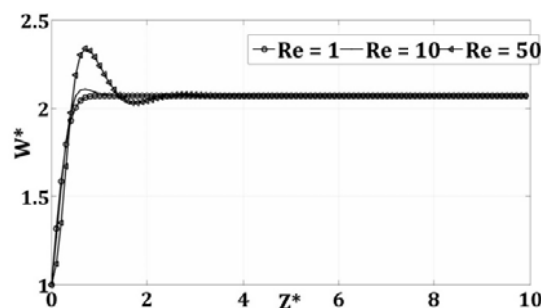


شکل (۶): تغییرات افت فشار بی‌بعد در راستای محور کانال در نسبت ابعاد مختلف سطح مقطع.

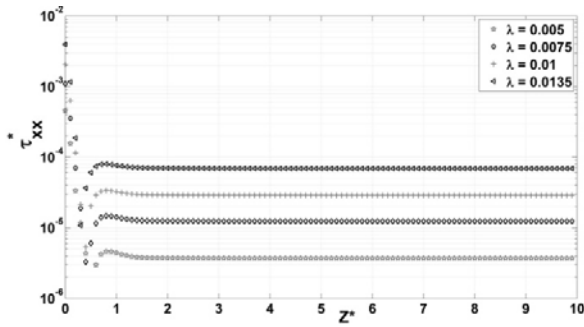
در نهایت با رسیدن به محدوده توسعه یافتگی جریان، جریان‌های ثانویه شروع به شکل‌گیری کرده و پس از تشکیل کامل آنها تا انتهای کانال بدون تغییر باقی می‌مانند. لازم به ذکر است علی‌رغم اینکه در ناحیه در حال توسعه هیچ جریان ثانویه‌ای شکل نمی‌گیرد، ولی شدت جریان‌های عرضی در این ناحیه بسیار بیشتر از شدت جریان‌های گردابی در ناحیه توسعه یافته می‌باشد.

در جریان سیال ویسکوالاستیک در کانال‌های مستطیلی، با رسیدن جریان به ناحیه توسعه یافته، در هر یک چهارم کانال دو جریان ثانویه تشکیل می‌شود که البته قدرت و الگوی تشکیل این جریان‌های ثانویه وابستگی زیادی به پارامترهای مادی سیال و همچنین نسبت ابعاد کانال دارد. با افزایش نسبت ابعاد کانال، گردابه نزدیک به ضلع بزرگ‌تر، به سمت ضلع دیگر گسترش یافته و باعث تضعیف گردابه کوچک‌تر و در نتیجه حذف آن می‌شود، به نحوی که در نسبت ابعاد بیشتر تنها یک گردابه در هر یک چهارم کانال باقی می‌ماند. این پدیده هماهنگی خوبی با نتایج ارائه شده در مرجع [۱۲] دارد.

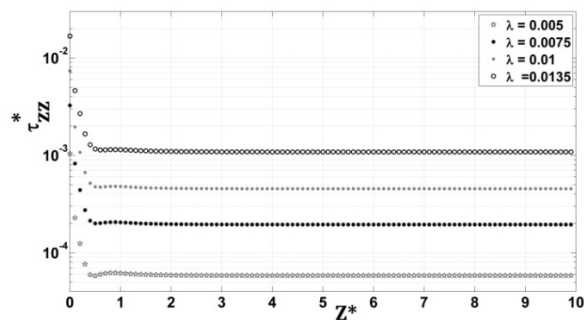
تغییرات فشار استاتیکی هم در راستای کانال تا حدی مشابه تغییرات سرعت محوری کانال است. بدین صورت که در ابتدای کانال - ناحیه در حال توسعه - به علت شدت بالای تحرکات عرضی مقادیر افت فشار شدت بیشتری داشته و تا رسیدن به ناحیه توسعه یافته کاهش می‌یابد که در نهایت، این تغییرات در ناحیه توسعه یافته به مقدار ثابتی رسیده و تا انتهای کانال به همین نحو باقی می‌ماند. البته همان‌طور که در شکل ۶ دیده می‌شود، با افزایش نسبت ابعاد کانال مقادیر افت فشار تغییرات بیشتری پیدا می‌کنند.



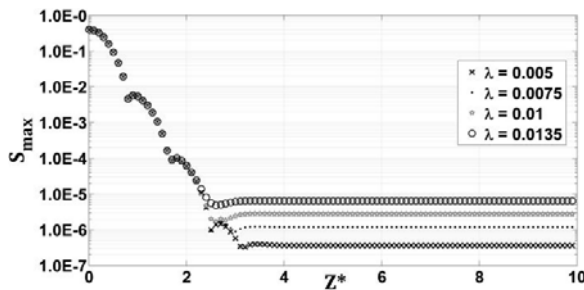
شکل (۴): تغییرات سرعت محوری در راستای کانال در اعداد مختلف Re.



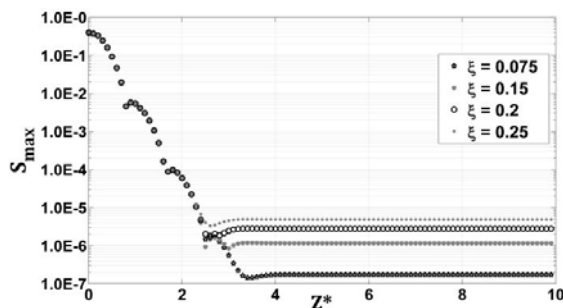
شکل (۷): تغییرات تنش نرمال X در راستای محور کانال به‌ازای تغییرات λ .



شکل (۸): تغییرات تنش نرمال Z در راستای محور کانال به‌ازای تغییرات λ .



شکل (۹): تغییرات شدت جریان‌های عرضی در راستای محور کانال به‌ازای تغییرات λ .



شکل (۱۰): تغییرات شدت جریان‌های عرضی در راستای محور کانال به‌ازای تغییرات ξ .

تغییرات تنش‌های نرمال نیز در راستای کانال در شکل‌های ۷ و ۸ نشان داده شده است. در ناحیه در حال توسعه، تنش‌های نرمال نیز مقادیر بیشتری نسبت به ناحیه توسعه‌یافته داشته و بعد از رسیدن به ناحیه توسعه‌یافته تغییرات این کمیت‌ها صفر شده و تا انتهای کانال با مقدار ثابتی ادامه پیدا می‌کند. لازم به ذکر است که اختلاف تنش‌های نرمال اول و دوم نیز تغییرات مشابهی همچون تنش‌های نرمال دارند. نکته حائز اهمیت دیگر، اثرگذاری مقدار زمان مشخصه سیال بر تنش‌های نرمال است. با افزایش زمان مشخصه، خواص الاستیک سیال تقویت شده و باعث افزایش تنش‌های نرمال و همچنین اختلاف تنش‌های نرمال سیال می‌شوند.

در مقاطع عرضی کانال نیز در اطراف جداره‌ها به‌علت وجود مرزهای جامد تنش‌های نرمال مقادیر بیشتری داشته و با میل به سمت مرکز کانال از شدت این مقادیر کم شده تا روی خط مرکزی به مقدار ثابتی می‌رسد.

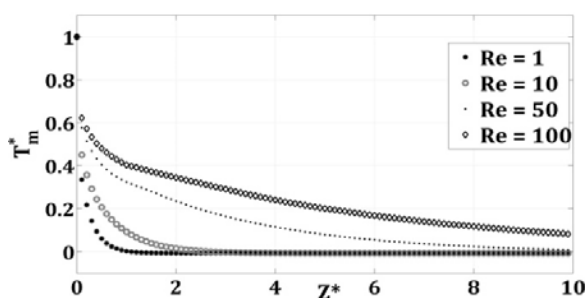
همان‌طور که بیان شده، یکی از پارامترهای لازم و همچنین اثرگذار در تشکیل جریان‌های ثانویه، مقادیر اختلاف تنش نرمال دوم است. در مدل‌سازی جریان برشی سیال ویسکوالاستیک با استفاده از معادله متشکله PTT رابطه اختلاف تنش نرمال اول و دوم در معادلات (۱۵) و (۱۶) نشان داده شده است [۱۶]. در این حالت تغییر در تمامی پارامترهای اثرگذار بر اختلاف تنش نرمال دوم می‌تواند مقادیر شدت جریان‌های عرضی را تغییر دهد.

$$N1 \approx \frac{2\lambda}{g} \eta(\dot{\gamma}) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \quad (15)$$

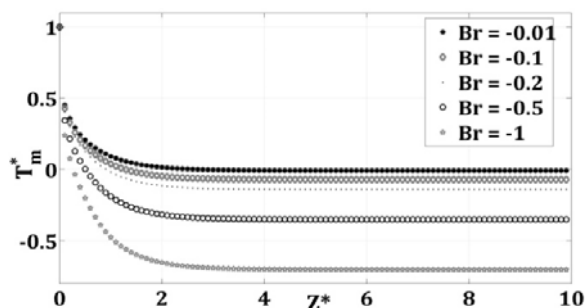
$$N2 \approx \frac{\xi\lambda}{g} \eta(\dot{\gamma}) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \quad (16)$$

همان‌طور که در شکل‌های ۹ و ۱۰ نشان داده شده است، در ابتدای کانال مقادیر مربوطه به شدت جریان‌های عرضی بسیار زیاد بوده که تغییر در پارامترهای مذکور تأثیر چندانی به شدت آنها اعمال نمی‌کند. با پیشروی در راستای محور کانال این مقادیر کاهش یافته تا با رسیدن به ناحیه توسعه یافته به مقدار ثابتی رسیده و تا انتهای کانال ادامه می‌یابد. همچنین افزایش پارامترهایی چون $\lambda, \xi, \lambda, \xi$ با افزایش خواص الاستیک سیال و در پی آن افزایش اختلاف تنش نرمال دوم، باعث افزایش شدت جریان‌های عرضی می‌شود.

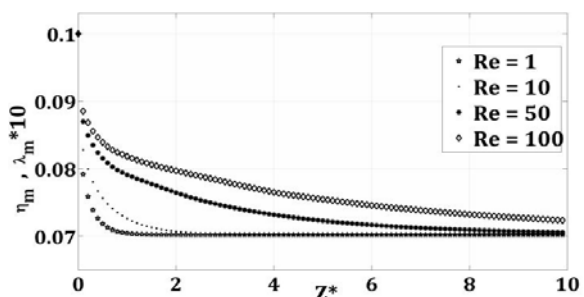
افزایش دمای سیال کاهش می‌یابند. از طرف دیگر، در مقاطع عرضی کانال نیز نحوه توزیع این مقادیر برخلاف توزیع دمای سیال در مقاطع متناظر است. این مطلب در مورد ضریب رسانش حالت متفاوتی خواهد داشت. با افزایش دمای سیال، شدت و سرعت حرکات موضعی ملکول‌ها بیشتر شده و این مطلب باعث افزایش ضریب انتقال حرارت رسانش می‌شود. در مقاطع عرضی کانال و به ازای اعداد برینکمن منفی نیز مقدار ضریب رسانش و در پی آن مقدار انتقال حرارت با نزدیک شدن به دیواره‌ها افزایش می‌یابد.



شکل (۱۱): تغییرات دمای متوسط سیال در راستای کانال و حالت گرمایش سیال، به ازای تغییرات عدد Re .



شکل (۱۲): تغییرات دمای متوسط سیال در راستای کانال به ازای تغییرات عدد Br .

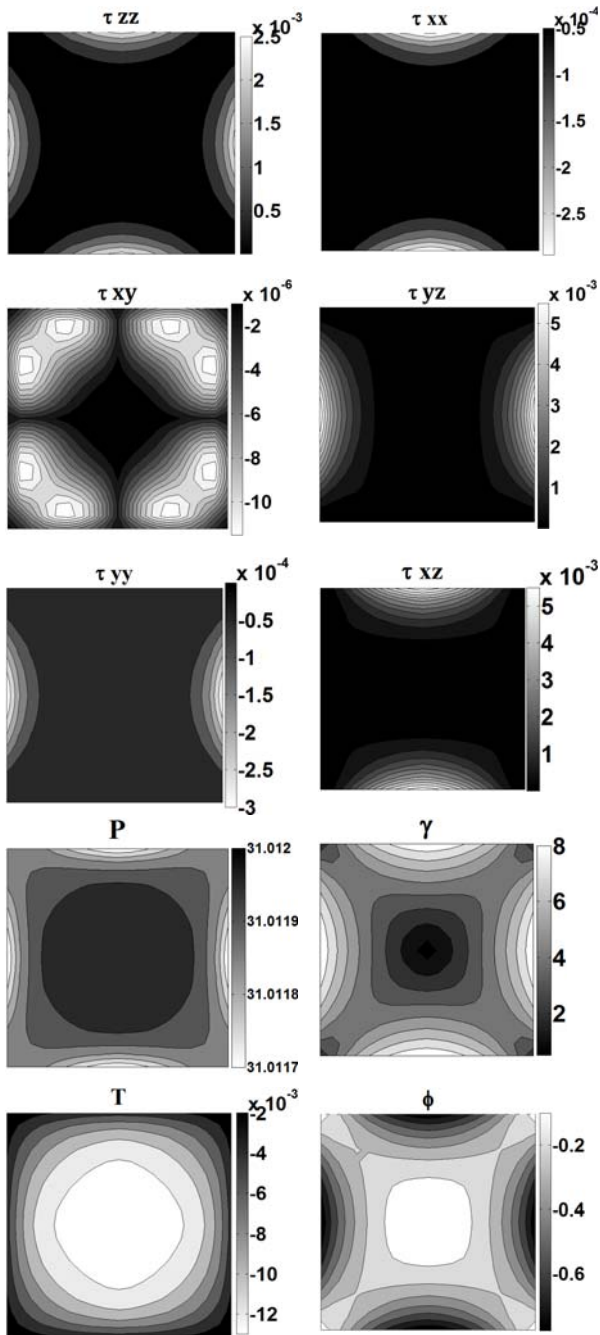


شکل (۱۳): تغییرات متوسط ویسکوزیته و زمان آسودگی سیال به ازای تغییرات عدد Re .

چنانچه که در نمودارهای فوق مشخص است، نمودار مربوط به شدت جریان‌های عرضی در دو قسمت از ناحیه در حال توسعه از الگوی نمودار خارج شده و مقداری پرش دارد. لازم به ذکر است که این نواحی دقیقاً همان نواحی مذکوری بوده که در این قسمت‌ها، جریان‌های ثانویه شروع به شکل‌گیری کرده، ولی توسط جریان اصلی از بین می‌روند. با رسیدن جریان به ناحیه توسعه یافته و درحالی که ابعاد سطح مقطع کانال با هم برابر است، در هر یک چهارم مقطع کانال، دو جریان گردابی به وجود می‌آید که شدت و الگوی این دو جریان گردابی تا پایان کانال بدون تغییر باقی می‌ماند.

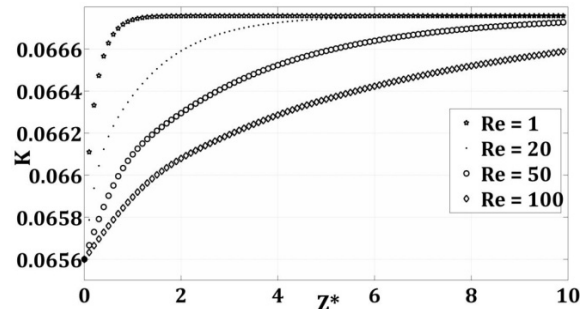
همان‌طور که بیان شد، در تحقیق حاضر، میدان جریان و همچنین انتقال حرارت، در حال توسعه در نظر گرفته شده است. همان‌طور که در شکل ۱۱ نشان داده شده است، میانگین سیال از مقداری که همان دمای ورودی سیال است، شروع شده و در راستای کانال با تبادل حرارت با دیواره تغییر یافته و به مقدار دمای دیواره‌ها نزدیک می‌شود که میزان شیب نمودار دمای سیال بستگی زیادی به عدد رینولدز جریان دارد. از طرف دیگر با توجه به معادله (۸) درمی‌یابیم که ترم کار میدان تنش همانند یک منبع حرارتی در این معادله عمل می‌کند که باعث افزایش دمای سیال در راستای کانال می‌شود. در اعداد برینکمن کمتر از صفر که دمای ورودی سیال پایین از دمای دیواره‌ها است، بعد از مقداری دریافت حرارت از دیواره‌ها و همچنین تولید حرارت توسط میدان تنش دمای متوسط سیال از دمای دیواره‌ها بالاتر رفته و در این حالت انتقال حرارت معکوس رخ می‌دهد. این روند با کاهش تفاوت دمای ورودی سیال نسبت به دمای دیواره‌ها شدت بیشتری پیدا کرده و دمای متوسط سیال در نواحی نزدیک‌تری نسبت به ابتدای کانال به دمای دیواره رسیده و بعد از آن انتقال حرارت معکوس اتفاق می‌افتد. این مطلب در شکل ۱۲ قابل مشاهده است.

با توجه به وابستگی برخی از کمیت‌ها فرض شده در این تحقیق به دما، مقادیر آنها در نقاط مختلف کانال با تغییرات دما، تغییر می‌یابند. همان‌طور که در شکل‌های ۱۳-۱۴ نشان داده شده است، این پارامترها از مقادیر اولیه خود از ابتدای کانال شروع شده و چون همه آنها به جز ضریب رسانش توابعی نزولی نسبت به دما بوده، در راستای کانال با



شکل (۱۵): توزیع مقادیر بی‌بعد مولفه‌های تنش، فشار، نرخ برش تعمیم یافته، دما و کار میدان تنش در مقطع توسعه یافته $Br < 0$, $Z^* = 9$.

$$NU(x, y, z) = \frac{\partial T}{\partial n} D_h}{T_m - T_w} \quad (17)$$

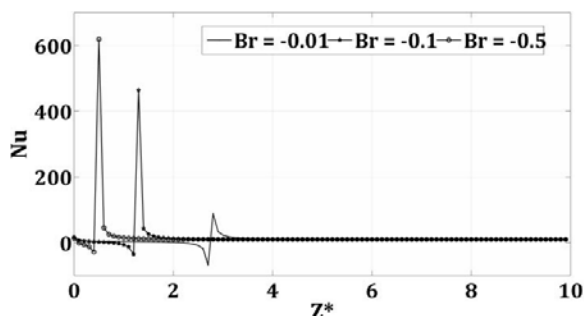


شکل (۱۴): تغییرات متوسط ضریب رسانش سیال به ازای تغییرات عدد Re.

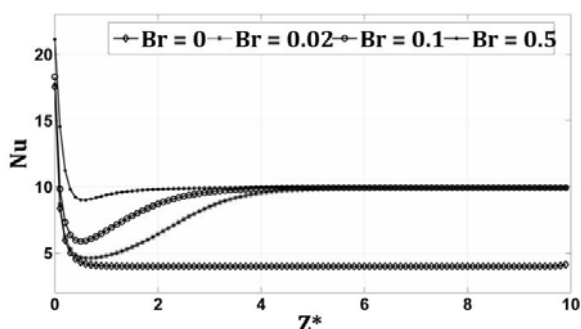
در شکل ۱۵، توزیع برخی از کمیت‌های بی‌بعد جریان و دما در حالت توسعه یافتگی هیدرودینامیکی و حرارتی در کل مقطع کانال رسم شده است. بنابر انتظار به علت شدید بودن نرخ برش در اطراف دیواره‌ها، مؤلفه‌های تنش نیز در اطراف دیواره‌ها مقدار بیشتری نسبت به محور کانال داراست و با نزدیک شدن به نواحی مرکزی کانال که از نرخ برش کمتری برخوردار می‌باشند، اکثر مؤلفه‌های تنش کاهش پیدا می‌کنند. نرخ برش تعمیم یافته نیز وضعیت مشابهی داراست و در پی آن کار میدان تنش که در معادله (۱۹) تعریف شده و مستقیماً متأثر از نرخ برش سیال است، در اطراف دیواره‌ها نسبت به محور کانال بیشتر می‌باشد. میدان فشار سیال نیز در مقاطع عرضی کانال و در ناحیه توسعه یافته، دارای توزیعی نسبتاً یکنواخت می‌باشد. نکته قابل ذکر دیگری که در شکل مربوط به میدان دمای سیال مشخص است، منفی بودن دمای بی‌بعد سیال در مقاطع توسعه یافته و به ازای اعداد برینکمن منفی می‌باشد. زیرا همان‌طور که گفته شد، علی‌رغم پایین تر بودن دمای ورودی سیال نسبت به دیواره‌ها، با پیشروی در راستای کانال و رسیدن به نواحی توسعه یافته هیدرودینامیکی، عملکرد میدان تنش به‌عنوان یک منبع حرارتی تقویت شده و باعث افزایش دمای سیال و در نهایت انتقال حرارت معکوس می‌شود.

در ادامه با نوشتن موازنه انرژی در اطراف مرزهای جامد، عدد ناسلت موضعی و همچنین با متوسط‌گیری از آن، عدد ناسلت متوسط به شکل معادلات (۱۷) و (۱۸) به‌دست می‌آید.

راستای کانال و شکل‌گیری لایه‌های مرزی هیدرودینامیکی و حرارتی کاهش می‌یابد. در اعداد برینکمن غیر از صفر، به‌علت فعالیت ترم کار میدان تنش که در معادله (۱۹) نشان داده شده است، عدد ناسلت نیز تحت این اثر مقداری افزایش پیدا کرده و در نهایت با رسیدن به مقداری ثابت تا انتهای کانال ادامه پیدا می‌کند.



شکل (۱۶): تغییرات عدد ناسلت متوسط در راستای کانال به ازای تغییرات عدد Br.



شکل (۱۷): تغییرات عدد ناسلت متوسط در راستای کانال به ازای تغییرات عدد Br.

همانطور که در شکل ۱۸ مشخص است، کار میدان تنش، در ابتدای کانال به‌علت بالا بودن نرخ برش، زیاد بوده و با پیشروی در راستای کانال و شکل‌گیری لایه مرزی هیدرودینامیکی کاهش پیدا می‌کند. با نزدیک شدن با ناحیه توسعه یافتگی، این کمیت مقداری افزایش پیدا کرده و در نهایت با رسیدن به مقداری ثابت ادامه پیدا می‌کند. افزایش در عدد ناسلت نیز ناشی از افزایش در مقدار کار میدان تنش و در پی آن افزایش حرارت تولید شده در سیال می‌باشد که البته با توجه به اینکه عدد برینکمن ضریب کار میدان تنش در معادله انرژی است، در اعداد برینکمن

$$NU(z) = \frac{1}{P} \int \frac{\frac{\partial T}{\partial n} D_h}{(T_m - T_w)} dp \quad (18)$$

در روابط فوق، P محیط مقطع کانال و T_m دمای متوسط سیال در مقطع کانال است.

همان‌طور که در قسمت‌های قبل بیان شده، در حالتی که عدد برینکمن منفی بوده و دمای ورودی سیال کمتر از دمای دیواره‌ها می‌باشد، با پیشروی در راستای کانال و عملکرد میدان تنش به‌عنوان یک منبع حرارتی، در قسمتی از کانال دمای میانگین سیال به دمای دیواره نزدیک شده و بعد از آن انتقال حرارت معکوس اتفاق می‌افتد. از طرف دیگر به‌علت وجود ترم تفاضل میانگین دمای سیال در هر مقطع و دمای دیواره‌ها در مخرج عدد ناسلت، دقیقاً در همان نقطه‌ای که بعد از آن جهت انتقال حرارت عوض می‌شود، عدد ناسلت پرش داشته و به‌عبارت دیگر عدد ناسلت بی‌نهایت می‌شود. در این حالت با افزایش عدد برینکمن، پرش نمودار شدت بیشتری پیدا کرده و به‌سمت ورودی کانال متمایل می‌شود. در ادامه با پیشروی در راستای محور اصلی کانال، موازنه حرارت به حالتی دائم رسیده و عدد ناسلت با مقداری ثابت تا انتهای کانال ادامه می‌یابد که این مطالب در شکل ۱۶ قابل مشاهده است.

لازم به‌ذکر است که در شکل فوق منفی بودن عدد ناسلت در قسمت‌هایی از نمودار، مفهوم فیزیکی نداشته و صرفاً با توجه به تعریف ریاضی عدد ناسلت قابل توجیه است. در حالتی که عدد برینکمن مثبت بوده و دمای ورودی سیال بیشتر از دمای دیواره‌ها می‌باشد، از همان ابتدای کانال، سیال در حالت سرمایش قرار گرفته و با پیشروی در راستای محور کانال، موازنه حرارتی به حالتی دائم رسیده و پس از آن عدد ناسلت با مقدار ثابت ۹/۹ تا انتهای کانال ثابت باقی می‌ماند. در اعداد برینکمن بزرگ‌تر که اختلاف دمای ورودی سیال با دمای دیواره کمتر است، تعادل حرارتی در فواصل نزدیک‌تری نسبت به ابتدای کانال رخ می‌دهد.

مطلب حائز اهمیت دیگری که در شکل ۱۷ دیده می‌شود، تغییرات عدد ناسلت متوسط در طول کانال می‌باشد. به‌صورتی که همانند سیالات نیوتونی، در ابتدای کانال عدد ناسلت از مقداری زیاد شروع شده و با پیشروی در

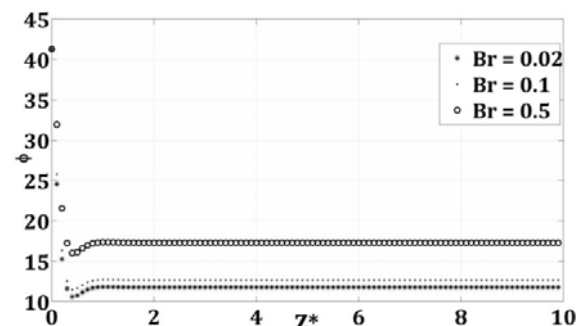
ابتدای کانال و ناحیه در حال توسعه، شدت بیشتری نسبت به ناحیه توسعه یافته دارا می‌باشند. در اعداد برینکمن منفی با فعالیت ترم تنش به‌عنوان یک منبع حرارتی، در نقطه‌ای از کانال دمای متوسط سیال به دمای دیواره نزدیک شده و بعد از آن انتقال حرارت معکوس رخ می‌دهد که در پی آن یک پرش در عدد ناسلت متوسط ایجاد می‌شود. ولی در اعداد برینکمن مثبت، از همان ابتدا انتقال حرارت از سمت سیال به دیواره است که در ابتدای کانال عدد ناسلت متوسط مقدار بیشتری داشته و با پیشروی در راستای کانال از مقدار آن کاسته شده و بعد از مقداری افزایش که در نتیجه افزایش در ترم کار میدان تنش می‌باشد، با رسیدن به ناحیه توسعه یافته حرارتی به مقداری ثابت رسیده و تا انتهای کانال بدون تغییر باقی می‌ماند.

مراجع

- Hartnett, J.P. and Kostic, M. "Heat Transfer to a Viscoelastic Fluid in Laminar Flow Through a Rectangular Channel", *Int. J. Heat & Mass Transfer*, Vol. 28, No. 6, pp. 1147-1155, 1985.
- Wheeler, J.A. and Wissler, E.H. "The Friction Factor-Reynolds Number Relation for the Steady Flow of Pseudo Plastic Fluids through Rectangular Ducts", Part I, *AIChE J.*, Vol. 11, No. 2, pp. 207-212, 1965.
- Wheeler, J.A. and Wissler, E.H. "The Friction Factor-Reynolds Number Relation for the Steady Flow of Pseudoplastic Fluids through Rectangular Ducts", Part II, *Experimental Results*, *AIChE J.*, Vol. 11, No. 2, pp. 212-216, 1965.
- Wheeler, J.A. and Wissler, E.H. "Steady Flow of Non-Newtonian Fluids in a Square Duct", *Trans. Soc. Rheol.*, Vol. 10, No. 1, pp. 353-367, 1966.
- Eriksen, J.L. "Over Determination of the Speed in Rectilinear Motion of Non-Newtonian Fluids", *Quart. Appl. Math.*, Vol. 14, pp. 318-321, 1956.
- Green, A.E. and Rivlin, R.S. "Steady Flow of Non-Newtonian Fluids through Tubes", *Quart. Appl. Math.*, Vol. 14, pp. 299-308, 1956.
- Dodson, A.G., Townsend, P., and Walters, K. "Non-Newtonian Flow in Pipes of Non-circular Cross Section", *J. Computers and Fluids*, Vol. 2, No's. 3-4, pp. 317-338, 1974.
- Townsend, P., Walters, K., and Waterhouse, W.M. "Secondary Flows in Pipes of Square Cross-section and Measurement of the Second Normal Stress Difference", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 1, No. 2, pp. 107-123, 1976.

مختلف مقدار این اثرگذاری نیز تغییر پیدا می‌کند، به‌نحوی که با صفر شدن عدد برینکمن، دیگر هیچ افزایش مجددی در مقدار عدد ناسلت دیده نمی‌شود. لازم به‌ذکر است که موقیت افزایش در مقدار کار میدان تنش با موقعیت افزایش عدد ناسلت در طول کانال مقداری متفاوت بوده که علت آن را می‌توان تأخیر زمانی اثرگذاری میدان جریان بر میدان دما بیان کرد.

$$\Phi = Br \times \sigma_{ij}^* \frac{\partial u_j^*}{\partial x_i^*} \quad (19)$$



شکل (۱۸): تغییرات میزان کار میدان تنش در راستای

کانال به ازای تغییرات عدد Br.

۵- نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر، مدل‌سازی سه‌بعدی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در حال توسعه با استفاده از معادله متشکله بهبود یافته فن تین تر مد نظر قرار گرفته است. با توجه به اینکه پلیمرهای مذاب جزو سیالات ویسکوالاستیک بوده و با تغییرات محسوس دما، برخی از خواص آنها نیز تغییر می‌کند، بدین ترتیب علاوه بر حل هم‌زمان معادله انرژی، وابستگی برخی از خواص سیال به دما نیز در این تحقیق مد نظر قرار گرفته است. در مقاطع اولیه کانال و تا رسیدن به ناحیه توسعه‌یافتگی جریان، با وجود شدت بالای جریان‌های عرضی، ولی جریان‌های ثانویه شکل نمی‌گیرند و تمامی کمیت‌های جریان و دما دائماً در حال تغییر می‌باشند. با رسیدن جریان به ناحیه توسعه یافته هیدرودینامیکی، در هر یک چهارم کانال دو جریان گردابی شکل گرفته و تا انتهای کانال به‌همین شکل ادامه پیدا می‌کند. بقیه خواص سیال نیز از قبیل کار میدان تنش، اختلاف تنش‌های نرمال، نرخ برش، عدد ناسلت متوسط در

- Viscoelastic Non-Newtonian Fluid with Buoyancy Effect in 2:1 Rectangular Duct", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 27, No. 2, pp. 159-168, 2000.
22. Pinho, F.T. and Oliveira, P.J. "Analysis of Forced Convection in Pipes and Channels with the Simplified Phan-thin Tanner Fluid", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 43, No. 13, pp. 2273-2287, 2000.
 23. Coelho, P.M., Pinho, F.T., and Oliveira, P.J. "Thermal Entry Flow for a Viscoelastic Fluid: The Graetz Problem for the PTT Model", *J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, No. 20, pp. 3865-3880, 2003.
 24. Nóbrega, J.M., Pinho, F.T., Oliveira, P.J., and Carneiro, O.S. "Accounting for Temperature-dependent Properties in Viscoelastic Duct Flows", *J. Heat & Mass Trans.*, Vol. 47, No's. 6-7, pp. 1141- 1158, 2004.
 25. Peres, N., Afonso, A.M., Alves, M.A., and Pinho, F.T. "Heat Transfer Enhancement in Laminar Flow of Viscoelastic Fluids through a Rectangular Duct", *Congreso Métodos Numéricos en Ingeniería*, 2009.
 26. Norouzi, M., Kayhani, M.H., Shu, C., and Nobari, M.R.H. "Flow of Second-order Fluid in a Curved Duct with Square Cross-section", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 165, No. 7, pp. 323-339, 2010.
 27. Norouzi, M., Kayhani, M.H., Nobari, M.R.H., and Talebi, F. "Analytical Investigation of Viscoelastic Creeping Flow and Heat Transfer Inside a Curved Rectangular Duct", *Theoretical Foundations of Chemical Eng.*, Vol. 45, No. 1, pp. 53-67, 2011.
 28. Norouzi, M., Kayhani, M.H., Nobari, M.R.H., and Talebi, F. "A Numerical Investigation of Convective Heat Transfer of Viscoelastic Fluid in a Curved Square Duct", *J. Computational Methods in Eng.*, Vol. 29, No. 2, pp. 85-101, 2011.
 29. Norouzi, M., Nobari, M.R.H., Kayhani, M.H., and Talebi, F. "Instability Investigation of Creeping Viscoelastic Flow in a Curved Duct with Rectangular Cross-section", *Int. J. Non-Linear Mech.*, Vol. 47, No. 1, pp. 14-25, January 2012.
 30. Bird, R.B., Curtiss, C.F., Armstrong, R.C., and Hassager, O. "Dynamics of Polymeric Liquids", Vol. II, John Wiley & Sons, New York, 1987.
 31. Mark, J.E. "Physical Properties of Polymers Handbook", Institute of Physics, New York, 1996.
 32. Oldroyd, J.G. "Some Steady Flows of the General Elastico-viscous Liquid", *Proc. R. Soc. London, Ser. A* 283, pp. 115-133, 1965.
 9. Phan Thin, N. and Tanner, R.I. "A New Constitutive Equation Driven from Network Theory", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 2, No. 4, pp. 353-365, 1977.
 10. Rao, B.K. "Laminar Mixed Convection Heat Transfer to Viscoelastic Fluids in a 5:1 Rectangular Channel", *Int. J. Heat Fluid Flow* Vol. 10, No. 4, pp. 334-338, 1989.
 11. Gervang, B. and Larsen, P.S. "Secondary Flows in Straight Ducts of Rectangular Cross Section" *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 39, No. 3, pp. 217-237, 1991.
 12. Xue, S.C., Phan Thien, N., and Tanner, R.I. "Numerical Study of Secondary Flows of a Viscoelastic Fluid in Straight Pipes by an Implicit Finite Volume Method", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 59, No's. 2-3, pp. 191-213, 1995.
 13. Sharif, F. "Three-dimensional Finite Element Analysis of Viscoelastic Flow", PhD Dissertation, McMaster Univ., Dep't of Chemical Eng., 1999.
 14. Yue, P., Dooley, J., and Feng, J.J. "A General Criterion for Viscoelastic Secondary Flow in Pipes of Non-circular Cross Section", *J. Rheol.* Vol. 52, No. 1, pp. 315-332, January/February 2008.
 15. Gao, S.X. and Hartnett, J.P., "Heat Transfer Behaviour of Reiner-Rivlin Fluids in Rectangular Ducts", *J. Heat Mass Trans.*, Vol. 39, No. 6, pp. 1317-1324, 1996.
 16. Naccache, M.F. and Souza Mendes, P.R. "Heat Transfer to Non-Newtonian Fluids in Laminar Flow through Rectangular Ducts", *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 17, No. 6, pp. 613-620, 1996.
 17. Naccache, M.F. and Souza Mendes, P.R., "Mixed Convection in the Laminar Flow of Viscoelastic Liquids through Rectangular Ducts", *J. Thermo physics Heat Trans.*, Vol. 11, No. 1, pp. 98-104, 1997.
 18. Nikoleris, T. and Darby, R. "Numerical Simulation of the Non-isothermal Flow of a Non-linear Viscoelastic Fluid in a Rectangular Channel", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 31, No. 2, pp. 193-207, 1989.
 19. Shin, S. and Cho, Y. "Laminar Heat Transfer in a Rectangular Duct with a Non-Newtonian Fluid with Temperature-dependent Viscosity", *Int J. Heat Mass Transfer*, Vol. 37, Suppl. I, pp. 19-30, 1994.
 20. Syrjala, S. "Laminar Flow of Viscoelastic Fluids in Rectangular Duct with Heat Transfer: A Finite Element Analysis", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 25, No. 2, pp. 191-204, 1998.
 21. Sohn, C.H., Ahn, S.T., and Shin, S. "Heat Transfer Behavior of Temperature-dependent