

بررسی و حساسیت‌سنجی جامع توانمندی مدل‌های آشفتگی $k-\omega$ و $k-\varepsilon$ در تسخیر فیزیک جریان در لایه مرزی مافوق صوت آشفته تشکیل شده روی صفحات تخت صیقلی و زبر در اعداد رینولدز بسیار بالا

مهدی صنیعی نژاد^۱

پژوهشکده مبین

(تاریخ دریافت: ۹۰/۰۵/۰۳؛ تاریخ پذیرش: ۹۱/۰۳/۰۲)

چکیده

در این مقاله به بررسی جامع دقت مدل‌های آشفتگی دو معادله‌ای $k-\omega$ و $k-\varepsilon$ در تسخیر فیزیک لایه مرزی مافوق صوت تشکیل شده بر روی صفحات تخت صیقلی و زبر و نیز انجام تعداد قابل توجهی از حساسیت‌سنجی‌های نتایج نسبت به تغییر مهم‌ترین پارامترهای یک مدل آشفتگی پرداخته شده است. این حساسیت‌سنجی‌ها برای صفحات صیقلی مشتمل بر تغییر در نوع مدل، تغییر در تراکم شبکه (و به تبع آن اندازه Y^+ المان‌های مجاور دیواره) و تغییر در اندازه ضریب C_{μ} (برای مدل آشفتگی $k-\varepsilon$) می‌باشند. همچنین، به منظور دخیل نمودن اثرات زبری سطوح، حساسیت‌سنجی مشابهی نسبت به تغییر ضریب ثابت زبری C_{ks} و نیز وابستگی نتایج به اندازه K_s^+ (به‌عنوان عدد بدون بعد متناظر با ارتفاع زبری برای صفحات زبر) در لایه‌های مرزی مافوق صوت تشکیل شده بر روی صفحات زبر به انجام رسیده است. از طرفی دیگر، تأثیرات تراکم‌پذیری جریان بر روی پدیده آرام‌سازی مجدد یک لایه مرزی آشفته مورد بررسی قرار گرفته است. در نهایت، دقت این دو مدل در تسخیر نسبت C_f/C_{f0} در محدوده اعداد ماخ زیر ۵ مورد بررسی قرار گرفته است. کلیه نتایج به‌دست آمده در این مقاله و به تبع آن استنتاج‌های به‌عمل آمده از روی نتایج، با تعداد زیادی از نتایج منتشره در مقالات معتبر مورد مقایسه قرار گرفته‌اند.

واژه‌های کلیدی: مدل آشفتگی، صفحه تخت صیقلی و زبر، لایه مرزی آشفته مافوق صوت

Comprehensive Investigation of $k-\varepsilon$ and $k-\omega$ Turbulence Models in Simulation Turbulent Supersonic Boundary Layer Generated over Smooth and Rough Flat Plates at Very High Reynolds Numbers

M. Saniei Nejad

Aerospace Industries Organization

(Received: 25 July, 2011; Accepted: 23 May, 2012)

ABSTRACT

In this paper, the accuracy of $k-\varepsilon$ and $k-\omega$ turbulence models in super sonic boundary layer capturing of smooth/rough flat plates have been comprehensively investigated. Among these investigations, some sorts of sensitivity analysis, including change in turbulence model, generated-grid density, near wall affects, c_{μ} magnitude (for boundary layers generated on smooth flat plates), and change in C_{ks} , and also K_s^+ (for boundary layers generated on rough flat plates) have been performed. Also, the effects of compressibility on the Re-laminarization of the turbulent boundary layer have been investigated in details. Finally, the accuracy of these turbulence models in capturing C_f/C_{f0} for Mach number range lower than 5 have been numerically investigated. To confirm the validity of the results, the numerical results have been compared with some published references.

Keywords: Turbulence Model, Smooth and Rough Flat Plates, Supersonic Turbulent Boundary Layer

فهرست علائم

غیر از شرایط جریانی مورد نظر کاربران معمول این گونه مدل‌ها می‌باشند، این ضرایب نمی‌توانند همیشه و برای هر نوع جریانی و حتی برای تمامی نقاط یک میدان جریان مشخص، دقت مورد نظر کاربر را برآورده سازند. بنابراین برخی از محققین همواره به دنبال توسعه روشی جهت نزدیک کردن نتایج به دست آمده از این مدل‌ها به نتایج تجربی مورد نظر خود و دیگر محققین می‌باشند.

به طور کلی اصلاح نتایج به دست آمده از یک مدل آشفتگی و نزدیک کردن این نتایج به نتایج تجربی موجود از یک رژیم جریانی مورد نظر به دو روش امکان پذیر است [۱]:
 ۱- اضافه کردن جملاتی به عنوان ترم منبع به سمت راست معادلات آشفتگی مرتبه اول با هدف دخیل کردن و یا اصلاح اثراتی که در جریان تجربی پایه مورد توجه قرار نگرفته‌اند و
 ۲- تغییر دادن و یا تنظیم مجدد (کالیبراسیون) مقادیر ضرایب بستگی^۱ مورد استفاده در مدل آشفتگی مزبور با هدف تطبیق نتایج بر روی نتایج تجربی موجود.

در این مقاله، به بررسی جامع دقت مدل‌های آشفتگی $k-\epsilon$ و $k-\omega$ در تسخیر فیزیک لایه مرزی تشکیل شده بر روی صفحات تخت صیقلی و زبر در رژیم تراکم پذیر مافوق صوت پرداخته شده است. در این تحلیل‌ها، سعی شده است تا پس از انجام برخی حساسیت‌سنجی‌های مرسوم، مشتمل بر تغییر در نوع مدل، تغییر در تراکم شبکه (و به تبع آن اندازه y^+ المان‌های مجاور دیواره)، تغییر ضریب C_{μ} مورد استفاده در مدل آشفتگی $k-\epsilon$ (به عنوان یکی از رایج‌ترین مدل‌های آشفتگی) برای لایه مرزی تشکیل شده بر روی صفحات صیقلی، تغییر ضریب ثابت زبری C_{ks} و نیز تغییر در اندازه K_s^+ (به عنوان عدد بدون بعد متناظر با ارتفاع زبری برای صفحات زبر) در لایه‌های مرزی مافوق صوت تشکیل شده بر روی صفحات زبر، نسبت به بررسی اثرات تراکم پذیری جریان بر روی پدیده آرام‌سازی مجدد لایه مرزی^۲ در شدت‌های مختلف آشفتگی اقدام شده است. در این میان خصوصیات فیزیکی میدان جریان در داخل لایه‌های مرزی تحلیل شده (از قبیل پروفیل انرژی جنبشی آشفتگی، پروفیل نرخ اضمحلال آشفتگی و پروفیل ویسکوزیته آشفتگی) در عرض ضخامت

| | |
|-------------|--|
| c_p | ظرفیت حرارتی در فشار ثابت |
| E | انرژی کل $h-(p/\rho)+(U^2/2)$ |
| h | آنتالپی محسوس |
| k | انرژی جنبشی آشفتگی متوسط‌گیری شده |
| k | هدایت حرارتی |
| p | فشار استاتیک موضعی |
| Pr_t | عدد پرائنتل آشفته |
| R | ثابت گازی Ru/M |
| S | مقدار مطلق نرخ کرنش $(2S_{ij}S_{ij})^{1/2}$ |
| S_{ij} | تانسور نرخ کرنش $0.5(\partial u_i/\partial x_j + \partial u_j/\partial x_i)$ |
| T | دمای استاتیک موضعی |
| Tu | شدت آشفتگی $100(2k/3)^{1/2}/U$ |
| U | سرعت موضعی |
| u_i | سرعت موضعی در راستای x_i |
| u'_i | مؤلفه نوسانی سرعت در راستای x_i |
| x_i | i -امین مختصه دستگاه مختصات کارترین |
| y | فاصله از نزدیک‌ترین دیواره |
| y^+ | فاصله در دستگاه مختصات دیواره‌ای $\rho y u \tau / \mu$ |
| μ | ویسکوزیته مولکولی |
| μ_t | ویسکوزیته ادی |
| μ_r | سرعت برشی |
| ρ | چگالی |
| τ | تنش برشی دیواره‌ای |
| τ_{ij} | تانسور Deviatoric |
| ϵ | نرخ اضمحلال آشفتگی |
| ω | فرکانس آشفتگی |

۱- مقدمه

دقت مدل‌های آشفتگی مرتبه اول RANS عمدتاً متأثر از برخی از پارامترها و ضرایب ذاتی به کار گرفته شده در روند توسعه این نوع مدل‌هاست و مقدار آنها عمدتاً با استفاده از تطبیق نتایج این مدل‌ها بر روی طیف گسترده‌ای از نتایج تجربی موجود برای نواحی مشخصی از یک میدان جریان به دست آمده است. ولی با توجه به اینکه شرایط جریانی مورد استفاده برای تنظیم و کالیبراسیون ضرایب این مدل‌ها عمدتاً

1- Closure Constant
 2- Re-Laminarization

حرارت و انتقال جرم را بر روی پروفیل سرعت و پروفیل دما در لایه‌های مرزی مافوق صوتی با عدد ماخ بین ۲ الی ۵ تشکیل شده بر روی صفحات تختی با عدد رینولدز $Re_0 < 12000$ را مورد بررسی قرار داده و رابطه جدیدی برای تابع دیواره ارائه کردند.

در سال ۲۰۰۴، خو و مارتین^۵ [۵] تأثیرات استفاده از شرایط مرزی مختلف را بر روی لایه‌های مرزی تراکم‌پذیر و به سه روش DNS و TDNS و ETDNS مورد بررسی قرار دادند. همچنین در این مقاله، روش مقیاس‌بندی مجدد^۶ جدیدی برای شبیه‌سازی لایه‌های مرزی تماماً آشفته تراکم‌پذیر ارائه شده است.

در سال ۲۰۰۵، کرچتنيکف و لیپاتوف^۷ [۶] اقدام به بررسی تجربی اثرات اغتشاشات سه‌بعدی موجود در جریان آزاد بالادستی بر روی لایه‌های مرزی مافوق صوت تشکیل شده بر روی اجسام مختلف (با گرادیان فشار مثبت و منفی) در حضور دمش جریان از داخل دیواره و نیز سرمایش دیواره‌ای پرداختند.

در سال ۲۰۰۷، شریف و گو^۸ [۷] تأثیر زبری سطح بر روی خصوصیات آشفستگی و نیز جریان متوسط مربوط به لایه مرزی تشکیل شده مافوق صوتی (با عدد ماخ ۲/۷ و عدد رینولدز ۲۰ میلیون بر واحد طول) بر روی یک صفحه تخت را با استفاده از مدل‌های $k-\omega$ و $Stress-\omega$ مورد بررسی قرار دادند.

در سال ۲۰۰۸، چوئی، ادواردز و بورل^۹ [۸] با استفاده از روش پیوندی LES/RANS اقدام به بررسی توزیع خصوصیات فیزیکی میدان جریان بر روی لایه‌های مرزی تراکم‌پذیر در اعداد رینولدز تا یک میلیون پرداختند و نتایج خود را با نتایج تئوریک و تجربی موجود مقایسه کردند.

در سال ۲۰۰۹، ساهو، شولتز و اسمیت^{۱۰} [۹] اقدام به بررسی تأثیرات زبری بر روی لایه مرزی آشفته در رژیم ماوراء صوت $M=7/2$ و اعداد رینولدز پایین $Re_0=3600$ با استفاده از روش تجربی PIV پرداختند. در این تحقیق، تأثیرات

لایه مرزی تراکم‌پذیر مورد بررسی جامع و دقیق قرار گرفته است تا عامل اصلی میرایی نوسانات آشفستگی و به تبع آن آرام شدن جریان آشفته مشخص شود. در انتهای این مقاله نیز دقت هر یک از این دو مدل در تسخیر نسبت C_p/C_{p0} (نسبت میان ضریب پسی اصطکاکی تراکم‌پذیر به همین ضریب در جریان تراکم‌ناپذیر اما با همان عدد رینولدز) برای اعداد ماخ کمتر از ۵ مورد بررسی دقیق قرار گرفته است.

برای آنکه نتایج به‌دست آمده از اعتبار مناسبی برخوردار بوده و استنتاج‌های به‌عمل آمده از روی نتایج، معتبر باشند، از تعداد زیادی نتایج تجربی و عددی منتشره در مقالات معتبر استفاده شده و با استفاده از نتایج بیش از دویست تحلیل عددی مختلف که تماماً توسط نویسندگان مقاله و با استفاده از روش‌های معتبر به انجام رسیده است، اقدام به بازسازی و در حد امکان ارتقای بازه نتایج مندرج در مقالات مرجع شده است.

۲- پیشینه تحقیق

در این قسمت به بررسی برخی از تحقیقات تجربی یا عددی انجام شده توسط محققین در حوزه لایه‌های مرزی تراکم‌پذیر تشکیل شده بر روی صفحات تخت صیقلی و زبر خواهیم پرداخت.

در سال ۱۹۹۱، هنین و کورتا^۱ [۲] اثرات تراکم‌پذیری را بر روی عملکرد برخی مدل‌های آشفستگی مورد بررسی قرار دادند. در تحلیل‌های این دو محقق، نسخه‌های مختلفی از مدل $k-\epsilon$ (بدون استفاده از هر گونه تصحیحات تراکم‌پذیری) و نیز مدل $k-\omega^2$ (ارائه شده توسط ویلکاکس - روبسین^۲ که برای جریان‌های تراکم‌پذیر توسعه یافته است) مورد استفاده قرار گرفته است.

در سال ۱۹۹۲، لی، سوچلاو و لبلانک^۳ [۳] اقدام به بررسی عددی لایه‌های مرزی گذر صوت (با عدد ماخ کمتر از ۱) و مافوق صوت بر روی دیواره‌های به‌شدت گرم شده در اعداد رینولدز نه چندان بالا (کمتر از ۱۰ میلیون) پرداختند.

در سال ۱۹۹۵، فرر، کروز و پلگرینی^۴ [۴] تأثیرات انتقال

5- Xu and Martin

6 - Rescaling

7- Krechetnikov and Lipatov

8- Sharif and Guo

9- Chio, Edwards, and Baurle

10- Sahoo, Schultze, and Smiths

1- Hanine and Kourta

2- Wilcox-Rubensin

3- Lee, Sochelaou, and Leblanc

4- Freire, Cruz, and Pellegrini

به این معادلات به صورت زیر افزوده می‌شوند:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_\ell}{\partial x_\ell} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{u_i u_j}), \quad (2)$$

$$\frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial [u_i (\rho E + p)]}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(k + \frac{c_p \mu_i}{Pr_i} \right) \frac{\partial T}{\partial x_j} + u_i (\tau_{ij})_{eff} \right], \quad (3)$$

$$p = \rho RT. \quad (4)$$

ترم تنش رینولدز $-\rho \overline{u_i u_j}$ موجود در سمت راست معادله (۲) با استفاده از تقریب بوزینسک به گرادیان‌های سرعت موجود در میدان جریان متوسط مرتبط می‌شود [۱]. در معادله (۳)، k بیانگر ضریب هدایت حرارتی، E بیانگر انرژی کل و $(\tau_{ij})_{eff}$ بیانگر تنش منحرف شونده^۲ بوده و به صورت رابطه (۵) زیر تعریف می‌شود:

$$(\tau_{ij})_{eff} = \mu_{eff} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \mu_{eff} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \delta_{ij}. \quad (5)$$

با توجه به اینکه دستگاه معادلات حاکم هنوز بسته نشده است (یعنی هنوز تعداد معلومات از تعداد مجهولات کمتر می‌باشد) از انواع مختلف مدل‌های آشفتگی اعم از:

- 1- Spalart Allmaras
- 2- k-ε Standard, k-ε RNG
- 3- k-ω Shear Stress Transport (SST)

جهت بسته نمودن معادلات استفاده شده است.

۵- معرفی معادلات حاکم بر مدل‌های آشفتگی

در ادامه به بررسی معادلات حاکم بر مدل‌های مختلف آشفتگی استفاده شده در این مقاله پرداخته شده است. در این میان، ابتدا شرحی در مورد تقریب بوزینسک و نقش آن در بسته نمودن دستگاه معادلات حاکم بر یک مدل‌سازی آشفتگی ارائه می‌شود.

۵-۱- تقریب بوزینسک^۳

همان‌طور که پیش از این گفته شد، در یک مدل‌سازی آشفتگی نیازمند آن هستیم تا ترم تنش رینولدز $-\rho \overline{u_i u_j}$

تراکم‌پذیری بر روی نوسانات نرمالایز شده سرعت در راستای جریان مورد بررسی دقیق قرار گرفته است. و بالاخره در سال ۲۰۱۱، لاقا، کیم، الدرگ و ژونگ^۱ [۱۰] با استفاده از روش DNS اقدام به بررسی لایه‌های مرزی تماماً آشفتنه با عدد ماخ بین ۲/۵ الی ۲۰ کردند.

۳- دلایل بدیع بودن نتایج مندرج در این مقاله

در مقاله پیش رو، برای اولین بار سعی شده است تا قابلیت مدل‌های آشفتگی دو معادله‌ای k-ε و k-ω در تسخیر لایه‌های مرزی آشفتنه مافوق صوت تشکیل شده بر روی صفحات تخت صیقلی و زیر به ازای تغییراتی در ضریب C_{μ} (برای صفحات تخت صیقلی) و ثابت زبری C_{K_S} (برای صفحات تخت زبر) در اعداد رینولدز بسیار بالا (بیش از ۱۰ میلیون) مورد توجه قرار گیرد. در کنار این حساسیت‌سنجی‌ها، حساسیت پاسخ این مدل‌ها نسبت به تغییر در تراکم شبکه‌های محاسباتی ایجاد شده نیز مورد توجه قرار گرفته است. در این مقاله همچنین با بررسی‌های به‌عمل آمده در پروفیل کمیت‌های فیزیکی لایه مرزی (نظیر پروفیل انرژی جنبشی آشفتگی، پروفیل نرخ اضمحلال آشفتگی و پروفیل ویسکوزیته آشفتگی) نکات فنی بسیار جالبی در مورد فیزیک لایه‌های مرزی تراکم‌پذیر مافوق صوت و به‌ویژه دلایل میرایی آشفتگی در این‌گونه لایه‌های مرزی کسب شده است. همچنین برای اولین بار سعی شده است تا دقت هر یک از این دو مدل آشفتگی در تسخیر نسبت Cf/Cf_0 (نسبت میان ضریب پسای اصطکاکی تراکم‌پذیر به همین ضریب در جریان تراکم‌ناپذیر اما با همان عدد رینولدز) برای اعداد ماخ کمتر از ۵ مورد ارزیابی دقیق قرار گیرد.

۴- معرفی معادلات RANS حاکم بر میدان جریان و شرایط مرزی به‌کار رفته

معادلات RANS حاکم بر یک میدان جریان، به‌ترتیب معادله پیوستگی، و معادلات ناویر استوکس متوسط‌گیری شده و معادلات مربوط به آشفتگی موجود در میدان جریان می‌باشند که در یک جریان تراکم‌پذیر، معادله انرژی و معادله حالت نیز

2- Deviatoric
3- Boussinesq Approximation

1- Lagha, Kim, Eldredge, and Zhong

Y_M نیز بیانگر سهم اتساع^۱ نوسانی در آشفتگی تراکم‌پذیر از نرخ اضمحلال کلی می‌باشد. $C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, C_{\varepsilon 3}$ نیز در زمره ثوابت بسته نمودن این مدل محسوب می‌شوند. σ_K و σ_ε نیز به ترتیب بیانگر اعداد پراختل آشفته k و ε می‌باشند. این ثوابت و ضرایب آخر به ترتیب دارای مقادیر زیر می‌باشند [۱۱-۱۳]:

$$\begin{aligned} C_{\varepsilon 1} &= 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.92, \\ C_{\varepsilon 3} &= 0.09, \sigma_K = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3. \end{aligned} \quad (۹)$$

۵-۱-۲- مدل k-ε RNG

مدل $k-\varepsilon$ RNG با استفاده از معادلات لحظه‌ای ناویر استوکس و کمک گرفتن از روشی که اصطلاحاً "گروه نرمالیزاسیون مجدد"^۲ نامیده می‌شود، به‌دست آمده است. روش جدیدی که در مسیر توسعه این مدل مورد استفاده قرار گرفته است، منجر به آن شده است که اولاً توابع جدیدی به معادلات انتقالی k و ε افزوده شود و ثانیاً ضرایب این مدل کاملاً متفاوت از ضرایب مدل $k-\varepsilon$ استاندارد دربیاید [۱۴]. معادلات انتقالی مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ RNG شباهت زیادی به معادلات انتقالی مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ استاندارد دارد [۱۴]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \quad (۱۰)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \quad (۱۱)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \alpha_\varepsilon \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right\} + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{\varepsilon 3} G_b) - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon.$$

در این معادلات نیز، G_K بیانگر تولید انرژی جنبشی آشفتگی k تحت تأثیر گرادیان سرعت متوسط است. G_b نیز بیانگر تولید انرژی جنبشی آشفتگی k تحت تأثیر بویانسی می‌باشد. Y_M نیز بیانگر سهم اتساع نوسانی در آشفتگی تراکم‌پذیر از نرخ اضمحلال کلی است. $C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, C_{\varepsilon 3}$ نیز در زمره ثوابت بسته نمودن این مدل محسوب می‌شوند. σ_K و σ_ε نیز به ترتیب بیانگر اعداد پراختل آشفته k و ε می‌باشند. تنها تفاوت میان مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ RNG و مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ استاندارد، حضور ترم جدیدی در معادله انتقالی ε یعنی R_ε است. این ترم بدین صورت رابطه (۱۲) محاسبه می‌شود:

$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta/\eta_0) \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3 k}, \quad (۱۲)$$

موجود در سمت راست معادله (۲) را به‌نحوی مدل کنیم. یکی از روش‌های مدل کردن این تنش، استفاده از تقریب بوزینسک است که در آن اندازه این تنش $\overline{\rho u_i' u_j'}$ - به‌نحوی به گرادیان‌های سرعت موجود در "میدان جریان متوسط" مرتبط می‌شود. این تقریب به‌صورت رابطه (۶) بیان می‌شود [۱]:

$$-\overline{\rho u_i' u_j'} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \delta_{ij} \quad (۶)$$

در رابطه فوق، k بیانگر انرژی جنبشی آشفتگی (جمع مؤلفه‌های قطری تانسور تنش رینولدز) است. برای محاسبه ویسکوزیته آشفته μ_t (یا معادل آن $\nu_t \equiv \mu_t/\rho$) نیازمند استفاده از مدل‌های آشفتگی مختلف می‌باشیم که در ادامه به جزئیات هر یک از این مدل‌ها اشاره می‌شود.

۵-۱-۱- مدل k-ε استاندارد

مدل $k-\varepsilon$ استاندارد، یک مدل نیمه تجربی است که بر مبنای معادلات انتقالی مدل شده انرژی جنبشی آشفتگی k و نرخ اضمحلال آن، ε ، بیان شده است. در مسیر توسعه مدل $k-\varepsilon$ استاندارد، فرض بر این است که جریان تماماً آشفته می‌باشد و از تأثیرات ویسکوزیته مولکولی چشم پوشی شده است. بنابراین مدل $k-\varepsilon$ استاندارد تنها برای جریان‌های تماماً آشفته رینولدز بالا کاملاً معتبر بوده و در سایر نواحی به‌ویژه نواحی رینولدز پایین جریان با خطای محاسباتی مواجه است (مگر آنکه با داخل کردن جملات منبع جدید به‌سمت راست معادلات فوق، اصلاحات لازم جهت تسخیر اثرات عدد رینولدز پایین جریان در این مدل صورت گرفته باشد [۱۱-۱۳]). معادله انتقالی مدل شده انرژی جنبشی آشفتگی K و نرخ اضمحلال آن، ε ، به‌صورت دو معادله انتقالی (۷) و (۸) بیان می‌شوند [۱۱-۱۳]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \quad (۷)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \quad (۸)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right\} + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{\varepsilon 3} G_b) - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}.$$

در این معادلات، G_K بیانگر تولید انرژی جنبشی آشفتگی k تحت تأثیر گرادیان سرعت متوسط است. G_b نیز بیانگر تولید انرژی جنبشی آشفتگی k تحت تأثیر بویانسی می‌باشد.

نزدیکی سطح دیواره برابر واحد و در نواحی دور از دیواره برابر صفر بوده و وظیفه آن سوئیچ کردن از مدل $k-\omega$ در نزدیکی دیواره به مدل $k-\varepsilon$ در فواصل به اندازه کافی دور از دیواره است. با استفاده از این تابع اختلاطی می‌توان مدل $k-\omega$ را در نزدیکی دیواره و مدل $k-\varepsilon$ را در مابقی نقاط دامنه محاسباتی فعال کرد. با این کار می‌توان از مزایای قابل توجه مدل $k-\omega$ در نزدیکی دیواره بدون توجه به خطاهای رایج این مدل در نواحی دور از دیواره - که ناشی از حساسیت این مدل به پارامترهای جریان آزاد است - استفاده کرد. همچنین در مدل SST، اصلاح جدیدی بر روی تعریف ویسکوزیته آشفته صورت گرفته است و آن استفاده از یک ضریب C_μ متغیر در داخل دامنه محاسباتی (به جای استفاده از یک مقدار ثابت برای C_μ در مدل $k-\varepsilon$) می‌باشد. استفاده از این ضریب متغیر برای تعیین دقیق نقطه وقوع جدایش جریان تحت تأثیر گرادین فشارهای مختلف ضروری است [۱۵].

معادلات انتقالی حاکم بر انرژی جنبشی آشفتگی، k ، و نیز فرکانس آشفتگی، ω ، به این صورت بیان می‌شوند:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{u}_j k) = P_k - D_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right), \quad (14)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{u}_j \omega) = \frac{\gamma}{\nu_t} P_k - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + (1 - F_1) 2 \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}. \quad (15)$$

که در آن، جمله تولید P_k و تخریب D_k به صورت روابط ذیل تعریف می‌شوند:

$$P_k = \min(\mu_t S^2, 10 D_k), \quad (16)$$

$$D_k = \beta^* \rho \omega k, \quad (17)$$

و تابع اختلاطی F_1 نیز بدین صورت محاسبه می‌شود:

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4), \quad (18)$$

$$\arg_1 = \min \left(\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500 \nu}{\omega y^2} \right), \frac{4 \rho \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right), \quad (19)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(2 \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 1 e^{-10} \right). \quad (20)$$

در این صورت ویسکوزیته آشفته μ_t توسط رابطه (۲۱) محاسبه خواهد شد:

$$\mu_t = \min \left(\frac{\rho K}{\omega}, \frac{a_1 \rho K}{SF_2} \right), \quad (21)$$

که در آن، ثابت $a_1 = 0.31$ بوده و تابع اختلاطی F_2 نیز بدین صورت به دست می‌آید:

که در آن، $\Omega_{ij} = \frac{1}{2} (\partial u_i / \partial x_j - \partial u_j / \partial x_i)$ ، $\eta_\omega = 4/3 \lambda$ ، $\eta \equiv Sk/\varepsilon$ ، $\beta = 0.012$ و $S \equiv \sqrt{2 \Omega_{ij} \Omega_{ij}}$ به صورت $C_{\varepsilon 1} = 1/42$ و $C_{\varepsilon 1} = 1/68$ محاسبه می‌شوند.

۵-۳-۱-۳-۵ مدل $k-\omega$ استاندارد و مدل SST $k-\omega$

معادلات انتقالی حاکم بر مدل آشفتگی $k-\omega$ استاندارد به صورت معادلات انتقالی (۱۳) بیان می‌شوند [۱۵].

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} + G_k - Y_k \quad (1-13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right\} + G_\omega - Y_\omega \quad (2-13)$$

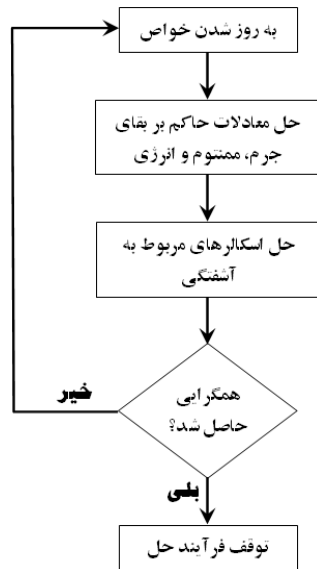
در این معادلات نیز، G_k بیانگر تولید انرژی جنبشی آشفتگی تحت تأثیر گرادین سرعت متوسط و G_ω بیانگر تولید ω است. Γ_k و Γ_ω نیز به ترتیب بیانگر پخش مؤثر k و ω می‌باشند. Y_ω نیز به ترتیب بیانگر اضمحلال آشفته k و ω می‌باشند. تفاوت اصلی موجود میان مدل آشفتگی $k-\omega$ SST و مدل $k-\omega$ استاندارد را می‌توان در موارد ذیل برشمرد [۱۶-۱۵]:

۱- تغییرات تدریجی از نسخه رینولدز پایین مدل $k-\omega$ استاندارد در نواحی داخلی لایه مرزی آشفته (نواحی لزوج نزدیک به دیواره) به نسخه رینولدز بالای مدل $k-\varepsilon$ در نواحی خارجی لایه مرزی (نواحی دور از دیواره) و
۲- فرمولاسیون اصلاح شده ویسکوزیته آشفته به منظور در نظر گرفتن اثرات انتقالی تنش‌های برشی اصلی آشفتگی.

این دو خصوصیت منجر به آن شده است که مدل آشفتگی $k-\omega$ SST نسبت به هر دو مدل $k-\omega$ استاندارد و $k-\varepsilon$ استاندارد از قابلیت‌های بالاتری برخوردار باشد؛ مدل $k-\omega$ SST در زمره مدل‌های بسیار قدرتمند از بابت تسخیر فیزیک جریان در هر دو ناحیه رینولدز بالای دور از دیواره و رینولدز پایین نزدیک به دیواره محسوب شده و نسبت به مدل‌های کلاسیک آشفتگی (نظیر مدل $k-\varepsilon$ استاندارد که از جامعیت بالایی در میان کاربران برخوردار است) از مزایای قابل توجهی برخوردار است.

به طور خلاصه در این مدل از مزایای هر دو مدل $k-\varepsilon$ و $k-\omega$ به صورت هم‌زمان استفاده شده است تا بتوان به مدلی با فرمولاسیون بهینه برای استفاده در طیف وسیعی از کاربردهای مهندسی دست یافت. بدین منظور در این مدل از یک تابع اختلاطی F_1 استفاده می‌شود که مقدار آن در

معادله‌ای ایجاد شده برای هر سلول از روش "گوس سایدل"^۳ به همراه روش "چند شبکه ای جبری"^۴ استفاده شده است [۱۷-۱۸].



شکل (۱): مراحل طی شده در هر تکرار از چرخه حل معادلات.

۷- شرحی بر دامنه محاسباتی و شرایط مرزی انتخاب شده بر روی آن

شماتیکی از ابعاد و اندازه دامنه محاسباتی و نیز شرایط مرزی به کار گرفته شده در شکل ۲ نشان داده شده است. جهت تسخیر هر چه بهتر خصوصیات میدان جریان به‌ویژه در لبه حمله صفحه مورد نظر (که محل تشکیل شوک بوده و دارای بیشترین اندازه تنش برشی در این ناحیه است) شبکه سازمان یافته تولید شده از تراکم مناسبی در هر دو راستا برخوردار است.

اگرچه در بسیاری از تحلیل‌های عددی از "توابع دیواره استاندارد یا در اصطلاح SWF" جهت تسخیر خصوصیات فیزیکی میدان جریان در نزدیکی دیواره استفاده شده است، ولی در برخی از تحلیل‌ها نیز از شرط مرزی "ارزیابی دقیق دیواره یا در اصطلاح EWT" و امتداد دادن تولید شبکه تا نواحی زیرلایه لزج VSL در کنار نسخه‌های رینولدز پایین

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (22)$$

$$\arg_2 = \max\left(\frac{2\sqrt{K}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{\omega y^2}\right) \quad (23)$$

ضرایب مورد استفاده در این مدل نیز که آنها را با استفاده از نماد ϕ نشان می‌دهیم، تماماً تابعی از تابع اختلاطی F_1 بوده و به صورت $\phi = F_1\phi_1 + (1 - F_1)\phi_2$ به دست می‌آیند که در آن ϕ_1 و ϕ_2 به ترتیب ضرایب مربوط به مدل‌های $k-\omega$ و $k-\epsilon$ می‌باشند:

$$\sigma_{K1} = 1.176, \sigma_{\omega 1} = 2.0, \kappa = 0.41, \quad (24)$$

$$\gamma_1 = 0.5532, \beta_1 = 0.075, \beta^* = 0.09, c_1 = 10,$$

$$\sigma_{K2} = 1.0, \sigma_{\omega 2} = 1.168, \kappa = 0.41, \quad (25)$$

$$\gamma_2 = 0.4403, \beta_2 = 0.0828, \beta^* = 0.09.$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، وابستگی رابطه (۱۹) منجر به آن شده است که در سوئیچ کردن از مدل $k-\omega$ در نزدیکی دیواره به مدل $k-\epsilon$ در فواصل به اندازه کافی دور از دیواره، فاصله از دیواره به خوبی لحاظ شده باشد.

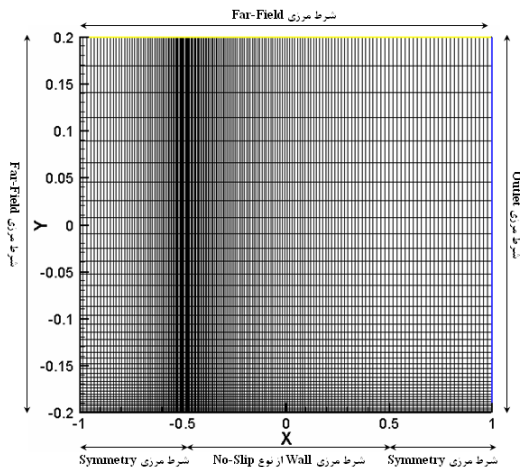
۶- روش حل معادلات

با توجه به دقت بالای روش "صریح کوپل شده"^۱ در رژیم تراکم‌پذیر، برای حل معادلات استفاده شده در این مقاله از این روش استفاده شده است. در این روش، معادلات حاکم بر بقای جرم، بقای مومنتوم و نیز بقای انرژی به صورت هم‌زمان با یکدیگر حل می‌شوند. معادلات انتقالی حاکم بر اسکالره‌های آشفنگی به صورت مجزا از دیگر معادلات پیش گفته حل می‌شوند. در هر بار تکرار، مراحل نشان داده شده در شکل ۱ طی می‌شوند.

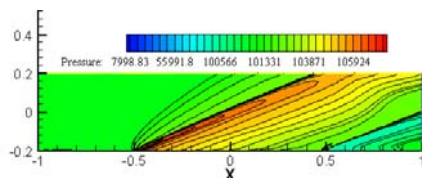
در فرآیند حل معادلات به روش کوپل شده، هر یک از معادلات غیرخطی بایستی به نحوی خطی‌سازی شوند و آنگاه دستگاه معادلات خطی حاصله حل می‌شود تا مقادیر متغیرها در تمام نقاط دامنه محاسباتی به‌روز شوند. در روش خطی‌سازی ضمنی^۲ مقدار مجهول یک متغیر در هر سلول محاسباتی با استفاده از مقادیر معلوم و مجهول همین متغیر در سلول‌های همسایه محاسبه می‌شود. خطی‌سازی معادلات به این روش منجر به تشکیل یک دستگاه معادلات خطی با N معادله برای هر سلول می‌شود که در آن N بیانگر تعداد معادلات کوپل شده است. برای حل دستگاه معادلات N

3- Gauss-Seidel
4- Algebraic-Multi-Grid

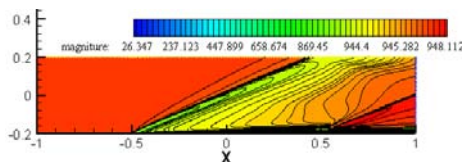
1- Coupled Implicit
2- Implicit



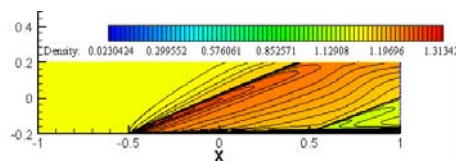
شکل (۲): شماتیکی از شبکه تولید شده و شرایط مرزی انتخاب شده.



شکل (۳): کانتور توزیع فشار استاتیکی؛ تشکیل یک شوک مایل و افزایش فشار در پایین دست این شوک به خوبی مشهود است.



شکل (۴): کانتور توزیع اندازه سرعت؛ کاهش سرعت جریان آزاد در پایین دست شوک به خوبی مشهود است.



شکل (۵): کانتور توزیع چگالی؛ افزایش چگالی جریان ناشی از اثرات تراکم‌پذیری جریان در پایین دست شوک به خوبی مشهود است.

مدل آشفتگی معتبر برای نواحی رینولدز پایین و لزج نزدیک به دیواره در این نواحی استفاده شده است تا تخمین مناسب و دقیقی از کمیت‌های میدان جریان تا مجاور دیواره به‌عمل آمده باشد.

در شرط مرزی تابع دیواره استاندارد از شکل رایج توابع دیواره به‌عنوان شرط مرزی تعیین خصوصیات آشفتگی میدان جریان در نزدیکی دیواره (برای مقادیر $y^+ < 30$) استفاده شده است، بنابراین در این شرط مرزی به استفاده از شبکه‌های ریز جهت تسخیر خصوصیات میدان جریان در داخل زیرلایه لزج و ناحیه بافر^۱ نیازی نیست و وظیفه تسخیر خصوصیات میدان جریان تماماً بر عهده تابع دیواره استفاده شده گذاشته می‌شود. در شکل استاندارد تابع دیواره، برای ناحیه حدی زیرلایه لزج، با مقدار $v \ll v_t$ ، از شرط مرزی (۲۶) استفاده می‌شود [۱].

$$u^+ = y^+ \quad (26)$$

برای ناحیه حدی تماماً آشفته، از شرط مرزی (۲۷) استفاده می‌شود [۱].

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \text{Ln}(y^+) + B = \frac{1}{\kappa} \text{Ln}(E y^+). \quad (27)$$

ضرایب κ, B, E در سمت راست معادله (۲۷) ضرایب عمومی بوده و مقادیر آنها برای جریان‌های عبوری از روی صفحات تخت صاف (و نه زبر) و در اعداد رینولدز بالا به‌صورت مقادیر (۲۸) بیان می‌شوند.

$$\kappa = 0.41, B = 5.5, E = 9.8. \quad (28)$$

افزایش زبری دیواره می‌تواند باعث کاهش مقدار B شود.

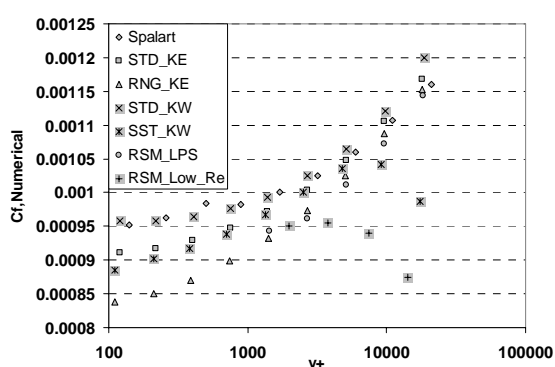
۸- نمونه کانتورهای از تحلیل‌های انجام شده

نمونه‌ای از نتایج حاصل از تحلیل این میدان جریان مافوق صوت تماماً آشفته در عدد ماخ $2/73$ و عدد رینولدز 20 میلیون و دمای دیواره 273 کلوین و $k^+ = 241$ در شکل‌های ۳-۵ ارائه شده‌اند.

در ادامه نتایج حاصل از تحلیل جریان مافوق صوت بر روی یک صفحه تخت به تفکیک شرایط هر بخش ارائه شده‌اند.

تبع آن کاهش اندازه y^+ به محدوده کمتر از ۵۰۰، اندازه خطای محاسباتی این مدل در تسخیر فیزیک پسای اصطکاکی دیواره به ۱ درصد و کمتر از آن خواهد رسید که دقت قابل توجهی برای یک مدل آشفتگی دو معادله‌ای محسوب می‌شود و

۴- پس از مدل آشفتگی SST-k- ω مدل آشفتگی k- ϵ استاندارد قرار داشته که با خطای کمتر از ۵ درصد به ازای محدوده y^+ کمتر از ۵۰۰، در رتبه دوم دقیق‌ترین مدل‌های آشفتگی قرار دارد.



شکل (۶): نتایج حاصل از تحلیل لایه مرزی مافوق صوت در عدد رینولدز ۸۲۷ میلیون و عدد ماخ ۲/۸۳۱.

بخش دوم: نتایج عددی مربوط به لایه مرزی مافوق صوت تماماً آشفته بر روی یک صفحه تخت صیقلی با دیواره‌های دما ثابت

شرایط جریان لایه مرزی مافوق صوت مورد استفاده در این قسمت بر روی جدول ۲ نشان داده شده است [۲۰].

نتایج عددی به‌دست آمده در شبکه‌های مختلف و در مقادیر مختلفی از y^+ در قالب نمودارهای مناسب شکل‌های ۷-۸ ترسیم شده‌اند.

همان‌طور که در نمودار شکل‌های ۷-۸ مشاهده می‌شود، برای مدل‌هایی که برای اعداد رینولدز بالا توسعه یافته‌اند (نمودارهای شکل ۷)، با ریزتر شدن شبکه، به یک نقطه حدی با بهترین دقت می‌رسیم و پس از آن با کاهش بیشتر اندازه المان‌ها و به تبع آن ورود به ناحیه لزج نزدیک به دیواره (به‌عنوان نواحی رینولدز پایین جریان)، کاهش دقت و افزایش

بخش اول: نتایج عددی مربوط به لایه مرزی مافوق صوت تماماً آشفته بر روی یک صفحه تخت صیقلی با دیواره‌های عایق

در این قسمت قصد داریم تا به بررسی دقت مدل‌های آشفتگی در یک لایه مرزی مافوق صوت تشکیل شده بر روی یک دیواره عایق بپردازیم. شرایط جریان لایه مرزی مافوق صوت مرجع مورد استفاده در این قسمت بر روی جدول ۱ نشان داده شده است [۱۹].

جدول (۱): شرایط جریان لایه مرزی مافوق صوت استفاده

شده به‌عنوان مرجع [۱۹].

| Mach | Re | $C_{f,Exp}$ | q_{Wall} |
|-------|------------|-------------|------------|
| ۲/۸۳۱ | $8/27E+08$ | ۰/۰۰۰۹ | ۰ |

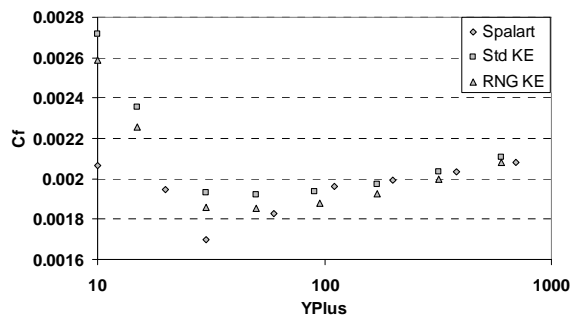
ابتدا نتایج حاصل از استفاده از مدل‌های آشفتگی مختلف برای لایه مرزی مافوق صوت تشکیل شده بر روی صفحه مزبور در مقادیر مختلف y^+ (به ازای تراکم‌های مختلف شبکه محاسباتی تولید شده) به‌دست آمده است. این نتایج در نمودار شکل ۶ ترسیم شده‌اند. از بررسی نتایج شکل ۶، نتایج ذیل به‌دست خواهد آمد:

۱- غیر از مدل آشفتگی SST-k- ω ، در بقیه مدل‌های آشفتگی، شبکه‌های درشتی که دارای y^+ در مرتبه ۱۰,۰۰۰ می‌باشند، بین ۲۰ تا ۳۰ درصد خطا در اندازه پسای اصطکاکی را به‌دنبال خواهند داشت. ولی در همین شرایط خطای مدل آشفتگی SST-k- ω کمتر از ۱۰ درصد است،

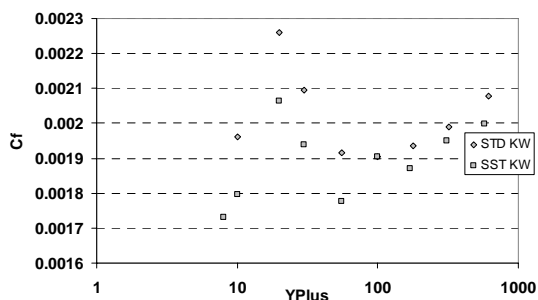
۲- چنانچه اندازه y^+ به نزدیکی و یا کمتر از ۱,۰۰۰ کاهش یابد، در این صورت می‌توان انتظار داشت تا اندازه خطای عمده مدل‌های آشفتگی تحلیل شده در شکل ۶ به زیر ۱۰ درصد کاهش یابد. بدیهی است که هر چه شبکه محاسباتی از تراکم بیشتری برخوردار باشد و المان‌های ریز در نزدیکی دیواره متراکم شده باشند، تا زمانی که از شرط مرزی تابع دیواره استاندارد استفاده شده باشد، بر دقت مدل مزبور افزوده خواهد شد،

۳- در بین مدل‌های آشفتگی تحلیل شده، مدل آشفتگی SST-k- ω از دقت بالایی در تسخیر فیزیک لایه مرزی مافوق صوت برخوردار است، به‌نحوی که با کاهش اندازه المان‌ها و به

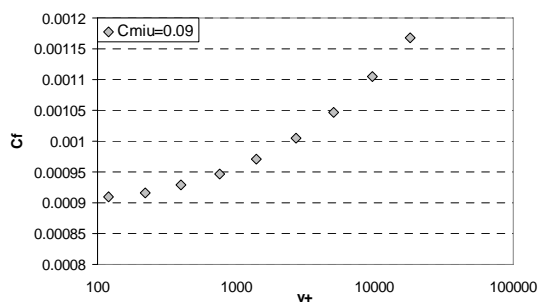
صورتی می‌توان امید داشت که به نتایج تجربی دست یافت که از مقادیر کوچک ضریب C_{μ} استفاده شده باشد تا به نوعی مقادیر بزرگ محاسبه شده برای نسبت k^2/ε به نوعی بالانس شوند. به عکس در شبکه‌های ریز انتظار بر این است که در مقادیر بزرگ‌تری از C_{μ} بتوان به نتایج تجربی دست یافت.



شکل (۷): تغییرات C_f بر حسب y^+ به دست آمده توسط مدل‌های آشفتگی مختلف (ترسیم شده در یک نمودار نیمه لگاریتمی).



شکل (۸): تغییرات C_f بر حسب y^+ به دست آمده توسط مدل‌های آشفتگی $k-\omega$ (ترسیم شده در یک نمودار نیمه لگاریتمی).



شکل (۹): وابستگی نتایج مدل $k-\varepsilon$ استاندارد (مجهز به تابع دیواره استاندارد) به مقدار عددی y^+ در $C_{\mu}=0.09$.

خط را خواهیم داشت. اما در مقابل برای مدل‌های $k-\omega$ استاندارد و $SST k-\omega$ ، با نزدیک شدن به دیواره دقت مدل به طور ناگهانی افزایش می‌یابد و این افزایش دقت برای مدل $SST k-\omega$ مشهودتر است.

بخش سوم: بررسی عددی وابستگی دقت نتایج به دست آمده از مدل $k-\varepsilon$ استاندارد (با تابع دیواره استاندارد) نسبت به تغییر مقدار ضریب C_{μ} در تسخیر لایه مرزی مافوق صوت با دیواره عایق

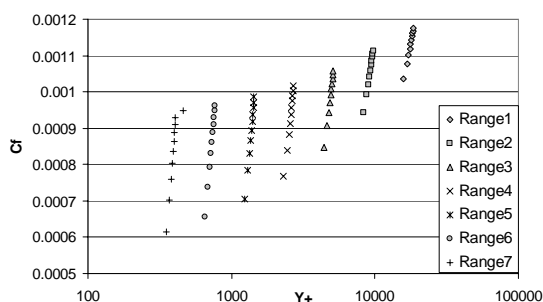
بدین منظور ابتدا میزان وابستگی نتایج مدل $k-\varepsilon$ استاندارد در مقدار $C_{\mu}=0.09$ (به عنوان مقدار عددی رایج برای این ضریب) به مقدار y^+ بررسی می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در مقدار C_{μ} ثابت، با افزایش تراکم المان‌ها در نزدیکی دیواره و به تبع آن کاهش y^+ به مقدار تجربی ضریب اصطکاک 0.0009 نزدیک می‌شود.

حال به بررسی دقیق‌تر نقش ضریب C_{μ} در نتایج عددی به دست آمده و به ویژه تأثیرات این پارامتر بر روی ضریب پسای اصطکاک پوسته‌ای خواهیم پرداخت؛ با توجه به اینکه ضریب C_{μ} به عنوان مضرری از نسبت k^2/ε در معادلات آشفتگی ظاهر می‌شود، بنابراین بدیهی است که به طور متقابل k^2/ε نیز به عنوان یک ضریب در کنار ضریب C_{μ} ظاهر شده و هر دو می‌توانند به طور مشابهی بر روی اندازه ضریب پسای اصطکاک پوسته‌ای نقش مستقیم داشته باشند. از همین رو بایستی به بررسی تغییرات نسبت k^2/ε در شبکه‌های درشت و همچنین شبکه‌های متراکم بپردازیم تا نحوه تأثیرگذاری تغییرات ضریب C_{μ} بر روی نتایج به دست آمده بهتر مشخص شود. این تغییرات در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

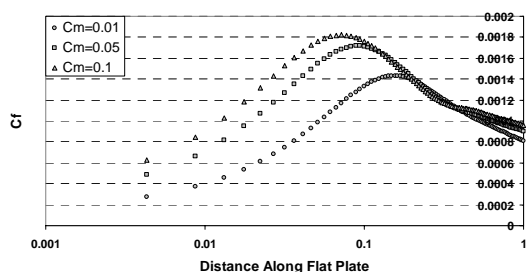
با نگاهی به نتایج نشان داده شده در شکل ۱۰، می‌توان دریافت که در شبکه‌های درشت با توجه به اینکه اندازه نسبت k^2/ε بسیار بزرگ‌تر از اندازه همین کمیت در شبکه‌های ریز محاسبه شده است، بنابراین در شبکه‌های درشت تنها در

جدول (۲): شرایط جریان لایه مرزی مافوق صوت تشکیل شده بر روی یک صفحه تخت [۲۰].

| Mach | Re | Twall(k) | Cf,Exp. | Roughness Height |
|------|----------|----------|---------|------------------|
| ۲/۷۵ | ۲/۰۰E+۰۷ | ۲۷۶ | ۰/۰۰۱۶ | ۰/۰۰E+۰۰ |



شکل (۱۱): تغییرات C_f برحسب تغییرات y^+ به ازای مقادیر مختلف C_{μ} ; در هر دسته نمودار، مقدار C_{μ} از نقاط تحتانی نمودار به سمت نقاط فوقانی آن، از مقدار ۰/۰۱ تا ۰/۱ افزایش یافته است.



شکل (۱۲): تغییرات C_f برحسب فاصله از ابتدای صفحه برای یک شبکه محاسباتی درشت (ترسیم شده در یک نمودار نیمه لگاریتمی).

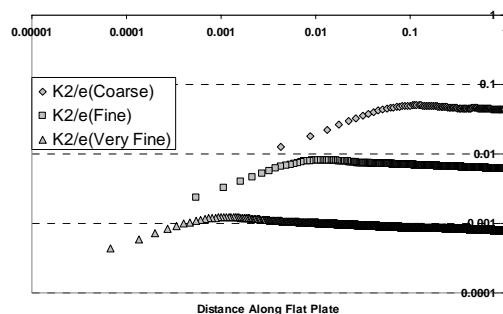
با مقایسه میان نتایج مندرج در شکل‌های ۱۲-۱۳ مشاهده می‌شود که برای شبکه‌های درشت و به ازای مقادیر بزرگ اندازه y^+ ، حساسیت مقدار ضریب پسای اصطکاکی موضعی به مقدار C_{μ} به‌ویژه برای نواحی ابتدایی صفحه نسبتاً مشهود است، اما با ریز شدن شبکه و کاهش اندازه y^+ ، این حساسیت به‌طرز قابل توجهی افزایش می‌یابد؛ به‌طوری که به ازای $C_{\mu}=0/01$ ، اندازه $C_{f,x}$ دارای مقداری بیشتر از ۰/۰۰۴ است، در حالی که همین کمیت به ازای $C_{\mu}=0/1$ به کمتر از ۰/۰۰۱ کاهش می‌یابد.

بخش چهارم: بررسی نقش تراکم‌پذیری جریان در

Re-laminarization یک لایه مرزی آشفته

همان‌طور که در شکل ۱۴ نیز نشان داده شده است [۱]، برای جریان عبوری از روی یک صفحه تخت، در یک عدد رینولدز

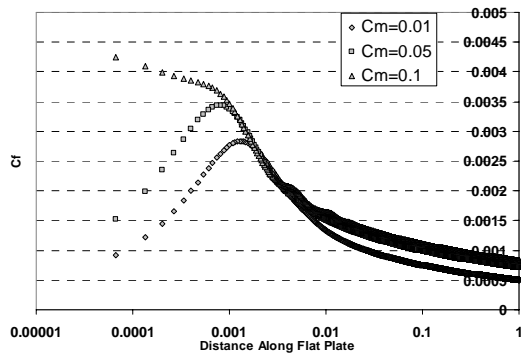
دقیقاً همین اتفاق در نتایج ترسیم شده در شکل ۱۱ مشاهده شده است. در این شکل، میزان وابستگی دقت مدل $k-\epsilon$ به مقدار عددی C_{μ} در مقادیر مختلف y^+ مشاهده می‌شود. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، در شبکه‌های درشت، کمترین خطا نسبت به مقدار تجربی با مقدار $C_{\mu}=0/009$ ، به ازای مقادیر کوچک C_{μ} به‌دست آمده است و با ریز شدن شبکه، مقدار C_{μ} متناظر با نتایج تجربی به‌سمت مقادیر بزرگ‌تر میل کرده است. همچنین با نگاهی به تغییرات C_{μ} مشخص می‌شود که با ریز شدن شبکه، با تغییر در مقدار C_{μ} ، محدوده تغییرات خطا گسترده‌تر شده و مثلاً از محدوده تغییر ۱۸ درصدی (در شبکه‌های درشت) به حوالی ۳۵ درصد و بیشتر از آن (در شبکه‌های ریز) افزایش می‌یابد.



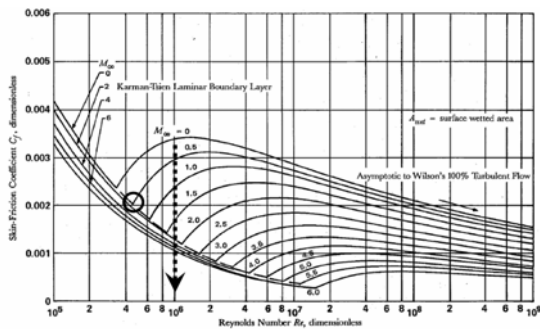
شکل (۱۰): تغییرات نسبت k^2/ϵ برحسب فاصله از ابتدای صفحه در یک نمودار تماماً لگاریتمی.

همان‌طور که در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود، با هر چه تراکم‌تر شدن شبکه (و به تبع آن کاهش اندازه y^+)، اگرچه به مقدار $C_{\mu}=0/09$ متناظر با نتایج تجربی نزدیک‌تر می‌شود، ولی حساسیت نتایج C_f به اندازه C_{μ} به‌طرز قابل توجهی افزایش می‌یابد. به‌طوری که با کاهش اندازه y^+ ، به مقادیری در حدود ۰/۰۰۰۶ برای ضریب پسای پوسته‌ای خواهیم رسید که مقدار کوچکی در مقایسه با مقدار تجربی ۰/۰۰۰۹ محسوب می‌شود.

جهت بررسی علت افزایش حساسیت به مقدار عددی C_{μ} در شبکه‌های عددی ریز، تغییرات اندازه ضریب پسای اصطکاکی موضعی را در طول صفحه و برای مقادیر مختلف C_{μ} در شبکه‌های درشت و ریز ترسیم شده است. این نتایج در شکل‌های ۱۲-۱۳ ترسیم شده‌اند.



شکل (۱۳): تغییرات C_f برحسب فاصله از ابتدای صفحه برای یک شبکه محاسباتی ریز (ترسیم شده در یک نمودار نیمه لگاریتمی).



شکل (۱۴): نمودار تجربی ضریب اصطکاک برحسب رینولدز در اعداد ماخ مختلف [۱].

آرام‌سازی مجدد جریان، دو تحلیل عددی در عدد رینولدز $8+27\gamma E$ یکی در عدد ماخ صفر (جریان تراکم‌ناپذیر) و دیگری در عدد ماخ مافوق صوت $2/831$ با استفاده از مدل $k-\epsilon$ استاندارد انجام شد تا عامل اصلی آرام‌سازی مجدد لایه مرزی آشفته به‌صورت عددی مشخص شود. نتایج حاصل از این تحلیل در شکل‌های ۱۵ و ۱۶ نشان داده شده است. در عدد ماخ $2/831$ ، مقدار y^+ برابر 405 و اندازه ضریب اصطکاک پوسته‌ای برابر $0/000928$ است، در حالی که در عدد ماخ صفر (جریان تراکم‌ناپذیر) برای مقدار y^+ در همین حدود (برابر $0/0016$) اندازه ضریب اصطکاک پوسته‌ای برابر $0/0016$ (بزرگ‌تر از همین مقدار در جریان مافوق صوت) به‌دست آمده است. جالب اینجاست که نتایج عددی به‌دست آمده از انطباق خوبی بر مقادیر تجربی مندرج در شکل ۱۵ برخوردار است که این امر حاکی از دقت تحلیل عددی انجام شده چه در جریان

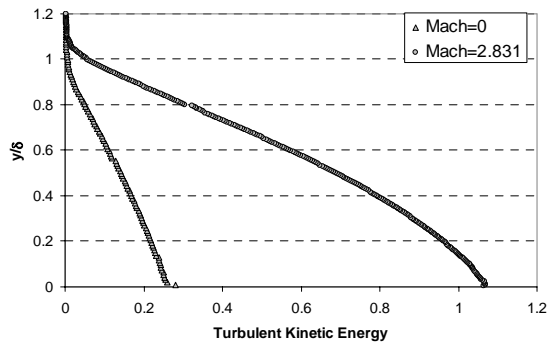
ثابت، با افزایش عدد ماخ جریان آزاد (افزایش میزان تراکم‌پذیری) به‌سمت میرا شدن نوسانات آشفتگی و به تبع آن آرام شدن لایه مرزی آشفته پیش می‌رویم که به این پدیده آرام‌سازی مجدد یا Re-Laminarization یک لایه مرزی آشفته اطلاق می‌شود.

در این قسمت به بررسی دقیق عددی نقش تراکم‌پذیری در میراسازی انرژی جنبشی آشفتگی و به تبع آن در آرام‌سازی لایه مرزی پرداخته شده است.

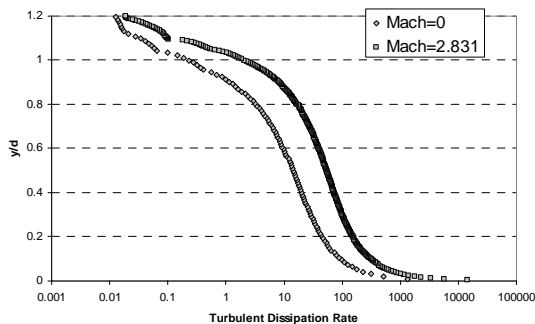
همان‌طور که در بند (۴) بخش اول از نتایج این مقاله نیز گفته شد، برای تحلیل‌های دارای $y^+ < 500$ ، مدل $k-\epsilon$ استاندارد از دقت قابل توجهی برخوردار است. بنابراین به‌منظور بررسی عددی نقش تراکم‌پذیری (نقش عدد ماخ) در آرام‌سازی مجدد جریان، دو تحلیل عددی در عدد رینولدز $8+27\gamma E$ یکی در عدد ماخ صفر (جریان تراکم‌ناپذیر) و دیگری در عدد ماخ مافوق صوت $2/831$ با استفاده از مدل $k-\epsilon$ استاندارد انجام شد تا عامل اصلی آرام‌سازی مجدد لایه مرزی آشفته به‌صورت عددی مشخص شود. نتایج حاصل از این تحلیل در شکل‌های ۱۵ و ۱۶ نشان داده شده است. در عدد ماخ $2/831$ ، مقدار y^+ برابر 405 و اندازه ضریب اصطکاک پوسته‌ای برابر $0/000928$ است، در حالی که در عدد ماخ صفر (جریان تراکم‌ناپذیر) برای مقدار y^+ در همین حدود (برابر $0/0016$) اندازه ضریب اصطکاک پوسته‌ای برابر $0/0016$ (بزرگ‌تر از همین مقدار در جریان مافوق صوت) به‌دست آمده است. جالب اینجاست که نتایج عددی به‌دست آمده از انطباق خوبی بر مقادیر تجربی مندرج در شکل ۱۵ برخوردار است که این امر حاکی از دقت تحلیل عددی انجام شده چه در جریان تراکم‌ناپذیر و چه در جریان مافوق صوت مورد نظر است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود و از قبل هم انتظار می‌رفت، در یک y/δ ثابت، انرژی جنبشی آشفتگی در عدد ماخ $2/831$ به‌مراتب (تقریباً ۵ برابر) بزرگ‌تر از همین کمیت در عدد ماخ صفر (جریان تراکم‌ناپذیر) در عدد رینولدز یکسان از ابتدای صفحه است.

همان‌طور که در بند (۴) بخش اول از نتایج این مقاله نیز گفته شد، برای تحلیل‌های دارای $y^+ < 500$ ، مدل $k-\epsilon$ استاندارد از دقت قابل توجهی برخوردار است. بنابراین به‌منظور بررسی عددی نقش تراکم‌پذیری (نقش عدد ماخ) در

خطا نسبت به نتایج تجربی به‌دست آمده و اندازه ضخامت لایه مرزی با احتساب معیار $99/9$ درصدی نیز با 10 درصد خطا نسبت به نتایج تجربی به‌دست آمده است. همچنین اندازه ضخامت ممنوم نیز 8 درصد خطا را نشان می‌دهد.



شکل (۱۵): پروفیل انرژی جنبشی آشفتگی در عرض ضخامت لایه مرزی برای دو جریان تراکم‌ناپذیر و تراکم‌پذیر مافوق صوت در عدد رینولدز یکسان از ابتدای صفحه.



شکل (۱۶): نمودار نیمه لگاریتمی مربوط به پروفیل نرخ اضمحلال آشفتگی در عرض ضخامت لایه مرزی برای دو جریان تراکم‌ناپذیر و تراکم‌پذیر مافوق صوت در عدد رینولدز یکسان از ابتدای صفحه.

جدول (۳): خلاصه‌ای از نتایج تجربی اندازه‌گیری شده بر روی یک صفحه تخت صیقلی و زبر (اندازه‌گیری شده در $X=0/56$ m از ابتدای صفحه).

| Roughness | K_s^+ | $T_w(K)$ | $\delta(mm)$ | $\theta(mm)$ | Mach |
|-----------|---------|----------|--------------|--------------|------|
| Smooth | 0 | 276 | 12/4 | 0/8 | 2/75 |
| 2D | 289 | 274 | 16/8 | 1/32 | 2/73 |
| 3D | 241 | 273 | 15/8 | 1/29 | 2/73 |

تراکم‌ناپذیر و چه در جریان مافوق صوت مورد نظر است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود و از قبل هم انتظار می‌رفت، در یک y/δ ثابت، انرژی جنبشی آشفتگی در عدد ماخ $2/831$ به مراتب (تقریباً 5 برابر) بزرگ‌تر از همین کمیت در عدد ماخ صفر (جریان تراکم‌ناپذیر) در عدد رینولدز یکسان از ابتدای صفحه است.

همان‌طور که در شکل 16 مشاهده می‌شود، در عدد ماخ $2/831$ ، شدت اضمحلال انرژی جنبشی آشفتگی بیش از 10 برابر بیشتر از همین کمیت در عدد ماخ صفر (جریان تراکم‌ناپذیر) است. با توجه به اینکه وظیفه میرا نمودن نوسانات آشفتگی در یک میدان عددی بر عهده ترم اضمحلال انرژی جنبشی آشفتگی است، بالاتر بودن شدت نرخ اضمحلال در جریان مافوق صوت را می‌توان اصلی‌ترین عامل آرام شدن مجدد جریان در مقایسه با یک جریان تراکم‌ناپذیر در همان عدد رینولدز محسوب کرد. فراموش نشود که جهت کاهش حجم محاسبات، در نسخه‌های RANS مدل‌های آشفتگی، از انرژی جنبشی آشفتگی به‌عنوان معیاری از نوسانات آشفتگی متوسط‌گیری شده استفاده می‌شود، بنابراین هر جا این ترم به سمت کاهش میل می‌کند، در واقع به سمت میرا شدن نوسانات آشفتگی و به عبارتی به سمت لایه‌ای شدن (آرام شدن) لایه مرزی حرکت شده است.

در ادامه نگاهی به نتایج تجربی مندرج در مرجع [21] انداخته شده تا دید بهتری نسبت به مقادیر عددی به‌دست آمده برای یک لایه مرزی تراکم‌پذیر تشکیل شده بر روی یک صفحه تخت کسب شود. این نتایج به ترتیب در جدول 3 درج شده‌اند. در این نتایج ارتفاع زبری بدون بعد به صورت ارتفاع زبری صفحه است. حال مقدار ضخامت لایه مرزی δ و ضخامت ممنوم θ مدل $k-\omega$ -SST با مقادیر تجربی مندرج در جدول 3 مقایسه شده و در جدول 4 این مقایسه ارائه شده است.

با نگاهی به نتایج مندرج در شکل 8 و نیز نتایج مندرج در جدول 5 مشاهده می‌شود که اندازه ضریب پسا‌ی اصطکاکی در ریزترین شبکه محاسباتی با کمتر از 10 درصد

غیره) و نیز اندازه زبری دیواره است. هیچ نوع تابع دیواره عمومی را نمی‌توان یافت که برای تمام انواع زبری معتبر باشد. ولی برای یک زبری دانه شن^۵ و انواع مشابهی از عناصر زبری یکنواخت، تابع زبری ΔB را می‌توان ارائه کرد که با ارتفاع زبری بدون بعد، $k_s^+ = \rho k_s u^* / \mu$ به خوبی همبسته شده است که در آن بیانگر ارتفاع فیزیکی زبری و $u^* = C_{\mu}^{1/4} k^{1/2}$ است. تحلیل نتایج تجربی حاکی از این حقیقت مهم است که تابع زبری ΔB یک تابع یکتا از k_s^+ نبوده، ولی بسته به مقدار k_s^+ دارای شکل‌های مختلفی می‌باشد. آنچه که در عمل مشاهده شده است آن است که سه رژیم مجزا از یکدیگر برای یک صفحه زبر وجود دارد:

- ۱- رژیم صیقلی (از لحاظ هیدرودینامیکی) با مقدار $k_s^+ < 3 \sim 5$
- ۲- رژیم گذار با مقدار $3 < k_s^+ < 70 \sim 90$
- ۳- رژیم تماماً زبر با مقدار $k_s^+ > 70 \sim 90$

در تحلیل عددی انجام‌شده نیز رژیم زبری به سه رژیم تقسیم شده و از فرمول‌های ارائه‌شده توسط Cebeci و بردشاو^۶ (که بر مبنای اطلاعات ارائه‌شده توسط نیکورادزه به‌دست آمده‌اند و در مقاله مرجع [۲۰] ارائه شده است) جهت محاسبه تابع زبری ΔB برای هر رژیم استفاده شده است. همان‌طور که انتظار می‌رود، برای رژیم صیقلی (با مقدار زبری بدون بعد $k_s^+ < 2.25$) از مقدار $\Delta B = 0$ استفاده شده است. برای رژیم گذار با مقدار $2.25 < k_s^+ < 90$ ، از تابع زبری (۳۰) استفاده شده است.

$$\Delta B = \frac{1}{\kappa} \ln \left[\frac{k_s^+ - 2.25}{87.75} + C_{ks} k_s^+ \right] \times \sin \left[0.4258 (\ln k_s^+ - 0.811) \right] \quad (30)$$

در این رابطه، C_{ks} بیانگر ثابت زبری بوده و وابسته به نوع زبری است. در رژیم تماماً آشفته (با مقدار زبری $k_s^+ > 90$) از تابع زبری (۳۱) استفاده می‌شود.

$$\Delta B = \frac{1}{\kappa} \ln \left(1 + C_{ks} k_s^+ \right) \quad (31)$$

با توجه به اینکه مقدار پیش فرض برای ثابت زبری برابر 0.5 در نظر گرفته می‌شود، در تحلیل‌های بعدی انجام شده،

جدول (۴): خلاصه‌ای از نتایج عددی مربوط به $y^+ = 8$ برای لایه مرزی با ماخ جریان آزاد $2/75$ و رینولدز 20 میلیون.

| معیار ضخامت لایه مرزی | ضخامت لایه مرزی عددی | درصد خطای عددی نسبت به تجربی | ضخامت منبوم عددی | درصد خطای عددی نسبت به تجربی |
|-----------------------|----------------------|------------------------------|------------------|------------------------------|
| $U/U_{inf} = 99\%$ | ۷/۷۷ | -۳۷/۳ | ۰/۷۲۳ | ۹/۶۲ |
| $U/U_{inf} = 99/5\%$ | ۸/۷۲ | -۲۹/۶۷ | ۰/۷۳۰ | ۸/۷۵ |
| $U/U_{inf} = 99/9\%$ | ۱۱/۱۶ | -۱۰ | ۰/۷۳۵ | ۸/۱۲ |

بخش پنجم: حساسیت نتایج به دست آمده به اثرات زبری (ثابت زبری C_{ks} و k_s^+) برای لایه مرزی مافوق صوت تماماً آشفته بر روی یک صفحه تخت زبر

در این قسمت قصد داریم تا به بررسی دقت مدل آشفتگی $k-\omega$ -SST در یک جریان لایه مرزی مافوق صوت تشکیل شده بر روی یک صفحه تخت زبر بپردازیم. پیش از ارائه نتایج عددی به دست آمده، مناسب‌تر آن است که توضیحاتی در مورد نقش کمیت‌هایی نظیر C_{ks} و k_s^+ در لایه‌های مرزی تشکیل شده بر روی صفحات زبر ارائه شود.

آزمایشات تجربی انجام‌شده بر روی لوله‌ها و کانال‌های زبر نشان داده است که توزیع سرعت متوسط در نزدیکی دیواره‌های زبر (زمانی که برحسب معمول در مقیاس نیمه لگاریتمی ترسیم می‌شود) دارای شیب یکسان $1/\kappa$ است، ولی به‌طور هم‌زمان دارای یک ثابت اضافی B در قانون لگاریتمی تابع دیواره است؛ بنابراین قانون تابع دیواره اصلاح شده برای سطوح زبر دارای رابطه (۲۹) می‌باشد:

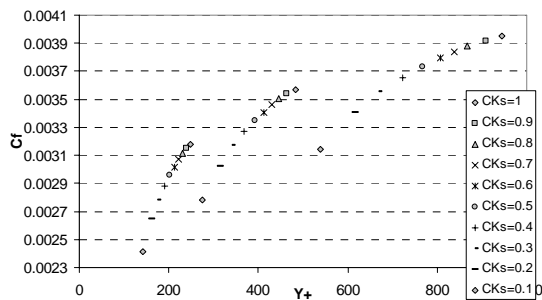
$$\frac{u_p u^*}{\tau_w / \rho} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(E \frac{\rho u^* y_p}{\mu} \right) - \Delta B \quad (29)$$

در این رابطه، u_p بیانگر اندازه سرعت در نقطه p (مرکز اولین المان محاسباتی مجاور به دیواره) و y_p نیز بیانگر فاصله نقطه p از دیواره زبر مورد نظر بوده و اندازه سرعت u^* نیز برابر $u^* = C_{\mu}^{1/4} k^{1/2}$ است. همچنین ΔB یک تابع زبری بوده که جابه‌جایی معادله تابع دیواره را به‌واسطه اثرات زبری بیان می‌کند. به‌طور کلی ΔB تابعی از نوع زبری (اعم از شن یکنواخت، ریوت‌ها^۱، نوارها^۲، شیارها^۳، سیم شبکه‌ای^۴ و غیره)

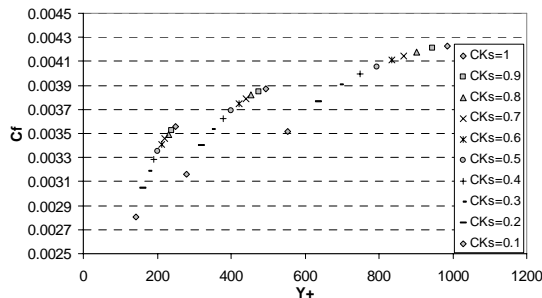
2- Threads
3- Ribs
4- Mesh-Wire
5- Sand-Grain
6- Bradshaw

1- Rivets

در تسخیر فیزیک جریان‌های تراکم‌پذیر، میزان دقت این مدل‌ها



شکل (۱۷): تغییرات C_f برحسب y^+ (به‌دست آمده از مدل آشفتگی $k-\omega$ SST) برای لایه مرزی با عدد ماخ جریان آزاد برابر $2/73$ و عدد رینولدز 20 میلیون و دمای دیواره 273 کلون و $k_s^+ = 104$.



شکل (۱۸): تغییرات C_f برحسب y^+ (به‌دست آمده از مدل آشفتگی $k-\omega$ SST) برای لایه مرزی با عدد ماخ جریان آزاد برابر $2/73$ و عدد رینولدز 20 میلیون و دمای دیواره 273 کلون و $k_s^+ = 571$.

در محاسبه رفتار نزولی مشاهده شده برای نسبت C_f/C_{f0} (نسبت میان ضریب پسای اصطکاکی محاسبه شده در یک عدد ماخ و عدد رینولدز مشخص به ضریب پسای اصطکاکی تراکم‌ناپذیر محاسبه شده در همان عدد رینولدز) در اعداد ماخ مختلف است. برای محاسبه ضریب پسای اصطکاکی جریان تراکم‌ناپذیر از رابطه پرانتل $C_{f0} = 0.07425 / (Re^{0.2})$ استفاده می‌شود. در این قسمت قصد داریم تا با استفاده از برخی نتایج معتبر منتشر شده، دقت دو مدل $k-\epsilon$ استاندارد و $k-\omega$ SST را در محاسبه رفتار نزولی C_f/C_{f0} در رژیم تراکم‌پذیر و به ازای کلیه اعداد ماخ کمتر از 5 مورد بررسی قرار داده و نتایج به‌دست آمده را با نتایج معتبر تجربی مورد مقایسه قرار دهیم.

حساسیت مقادیر ضریب پسای اصطکاکی برای یک جریان تماماً آشفته تراکم‌پذیر سرعت بالا با عدد ماخ $2/73$ و مقدار $k_s^+ = 104$ (مقادیر مندرج در جدول ۴) نسبت به مقادیر دو پارامتر تراکم شبکه در نزدیکی دیواره (با معیار y^+) و نیز ثابت زبری C_{ks} مورد بررسی قرار گرفته است. به‌واسطه سابقه مدل آشفتگی $k-\omega$ SST در کسب نتایجی با دقت بالا، در این تحلیل‌ها از این مدل آشفتگی استفاده شده است.

با توجه به نتایج عددی مندرج در شکل‌های ۱۷-۱۸ می‌توان به موارد ذیل اشاره کرد:

- با نگاهی به تغییرات y^+ برحسب مقدار C_{ks} ، به‌نظر می‌رسد که همان نقشی را که ریز شدن شبکه در کاهش y^+ ایفاء می‌کند، کاهش C_{ks} نیز می‌تواند در مقادیر C_f تغییر ایجاد نماید،

- با لحاظ کردن این نکته که مقدار پیش فرض برای ثابت زبری برابر $0/5$ در نظر گرفته می‌شود، به‌نظر می‌رسد که با افزایش مقدار k^+ از مقداری در مرتبه 100 به مرتبه 500 ، از قابلیت مدل $k-\omega$ SST در تسخیر فیزیک جریان کاسته می‌شود. به زبان ساده‌تر، با افزایش تداخل میان عنصر زبری و "لایه حائل"^۱ و "ناحیه بیرونی"^۲ و (نفوذ اثرات زبری به لایه‌های دورتر از دیواره با اندازه رینولدز موضعی بالاتر) از میزان دقت مدل $k-\omega$ SST کاسته می‌شود و

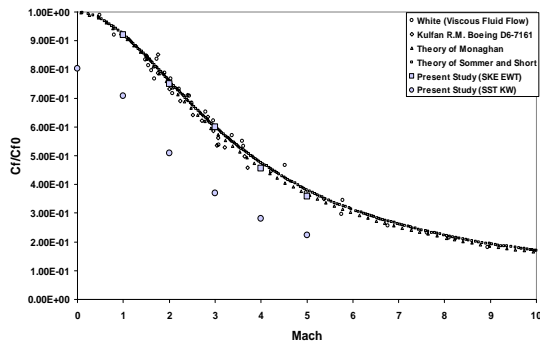
- با توجه به اینکه روابط ارائه شده توسط "سبچی و بردشاو"^۳ تماماً برای جریان‌های تراکم‌ناپذیر به‌دست آمده‌اند، بدیهی است که استفاده از شکل رایج این روابط می‌تواند در مقادیر عددی حاصله خطا ایجاد کند. از همین‌رو، اولاً بایستی در معیارهای تشخیص رژیم صیقلی، رژیم گذار و رژیم تماماً زبر و حدود بالا و پایین آنها تجدید نظر اساسی صورت گیرد و ثانیاً روابط ارائه شده توسط آنها مورد بازنگری قرار گیرد.

بخش ششم: بررسی دقت مدل‌های آشفتگی $k-\epsilon$ استاندارد و $k-\omega$ SST در محاسبه نسبت C_f/C_{f0} در اعداد ماخ مختلف

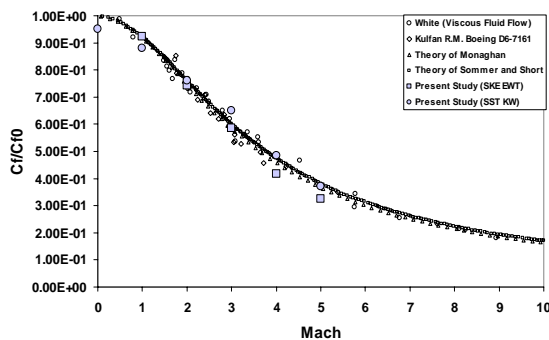
یکی از پارامترهای مهم در تشخیص قدرت مدل‌های آشفتگی

1- Buffer Layer
2- Outer Region
3- Cebeci and Bradshaw

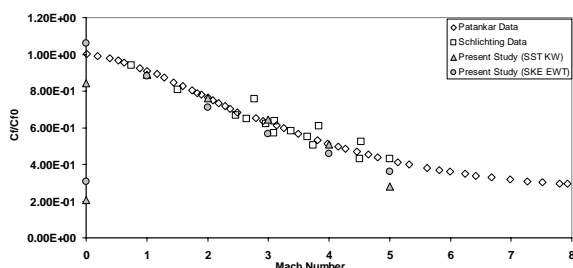
مندرج در مقاله منتشر شده توسط پاتانکار و شلیختینگ مقایسه شده است [۲۲].



شکل (۱۹): نتایج عددی نسبت C_f/C_{f0} در اعداد ماخ مختلف و ریزترین شبکه محاسباتی (با y^+ در مرتبه ۱) مقایسه شده با نتایج معتبر تجربی.



شکل (۲۰): نتایج عددی نسبت C_f/C_{f0} در اعداد ماخ مختلف و درشت ترین شبکه محاسباتی (با y^+ در مرتبه ۳۰) مقایسه شده با نتایج معتبر تجربی.



شکل (۲۱): نتایج عددی نسبت C_f/C_{f0} در ریزترین شبکه محاسباتی (y^+ مرتبه واحد) در اعداد ماخ مختلف.

در ابتدا نتایج به دست آمده از تحلیل جریان بر روی صفحه تخت در عدد رینولدز پایین پانصد هزار در شدت آشفتگی جریان آزاد ۱ درصدی و طول مقیاس آشفتگی یک میلی متری با مقدار ضریب اصطکاک جریان تراکم ناپذیر 0.05381 (به دست آمده از رابطه پرائنتل) در اعداد y^+ مختلف ارائه شده است.

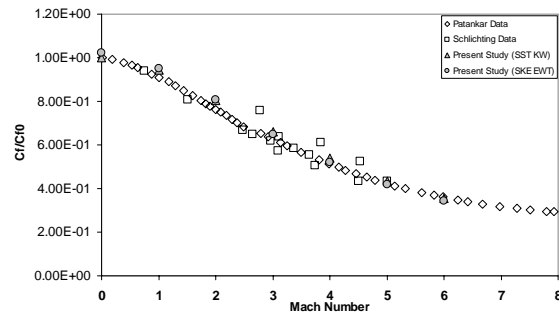
همانطور که در شکل های ۱۹-۲۰ مشاهده می شود، برای یک شبکه ریز (با y^+ در مرتبه واحد)، با افزایش عدد ماخ، مقدار نسبت C_f/C_{f0} به دست آمده از مدل $k-\omega$ SST در مقایسه با نتایج معتبر تجربی با یک مقدار Shift یکسان به سمت مقادیر کمتر میل کرده است؛ این امر حاکی از آن است که می توان با کمک گرفتن از روش تنظیم و کالیبراسیون مجدد ضرایب این مدل، نتایج این مدل را بر روی نتایج تجربی و تئوریک تأیید شده منطبق نمود. از طرفی به وضوح مشخص است که مدل $k-\varepsilon$ استاندارد با شرط مرزی EWT در شبکه های ریز دقت بهتری را حداقل در اعداد ماخ بالا و عدد رینولدز پانصد هزار در مقایسه با نتایج مدل $k-\omega$ -SST ارائه کرده است. اما در شبکه های درشت محاسباتی با مقدار y^+ در مرتبه ۳۰، اختلاف میان نتایج چندان مشهود نبوده و هر دو مدل $k-\varepsilon$ استاندارد و $k-\omega$ -SST از دقت مناسبی در تسخیر تغییرات نسبت C_f/C_{f0} برخوردار هستند.

این امر حاکی از آن است که می توان با کمک گرفتن از روش تنظیم و کالیبراسیون مجدد ضرایب این مدل، نتایج این مدل را بر روی نتایج تجربی و تئوریک تأیید شده منطبق نمود. از طرفی به وضوح مشخص است که مدل $k-\varepsilon$ استاندارد با شرط مرزی EWT در شبکه های ریز دقت بهتری را حداقل در اعداد ماخ بالا و عدد رینولدز پانصد هزار در مقایسه با نتایج مدل $k-\omega$ -SST ارائه کرده است. اما در شبکه های درشت محاسباتی با مقدار y^+ در مرتبه ۳۰، اختلاف میان نتایج چندان مشهود نبوده و هر دو مدل $k-\varepsilon$ استاندارد و $k-\omega$ -SST از دقت مناسبی در تسخیر تغییرات نسبت C_f/C_{f0} برخوردار هستند.

حال نتایج به دست آمده از تحلیل جریان بر روی صفحه تخت در عدد رینولدز بالایی نظیر ۱۰ میلیون با مقدار ضریب اصطکاک جریان تراکم ناپذیر 0.02956 (به دست آمده از رابطه پرائنتل) در اعداد y^+ مختلف ارائه شده و نتایج با نتایج

مراجع

1. Sanieinejad, M. "Fundamentals of Turbulent Flows and Turbulence Modeling", Daneshnegar Publications, Firth Pub., 2009 (In Persian).
2. Hanine, F. and Kourta, A. "Performance of Turbulence Models to Predict Supersonic Boundary Layer Flows", Computer Methods in Applied Mech. and Eng., pp. 221-235, 1991.
3. Lee, D.B., Sochelau, F., and Leblanc, R. "The Compressible Turbulent Boundary Layer on a Strongly Heated Wall", The 11th Australasian Fluid Mech. Conf., Univ. Tasmania, Dec. 1992.
4. Freire, A.P.S., Cruz, D.O.A., and Pellegrini, C.C. "Velocity and Temperature Distributions in Compressible Turbulent Boundary Layers with Heat and Mass Transfer", Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 38, No. 13, pp. 2507-2515, 1995.
5. Xu, S. and Martin, M.P. "Assessment of Inflow Boundary Conditions for Compressible Turbulent Boundary Layers", Phys. Fluids, Vol. 16, No. 7, July 2004.
6. Krechetnikov, R. and Lipatov, I. "On Upstream Influence in Supersonic Flows", J. Fluid Mech. Vol. 539, No. 1, pp. 167-178, 2005.
7. Sharif, M.A.R. and Guo, G. "Computational Analysis of Supersonic Turbulent Boundary Layers over Rough Surfaces Using the $k-\omega$ and the Stress- ω Models", Applied Math. Modeling, pp. 2655-2667, 2007.
8. Chio, J.I., Edwards, J.R., and Baurle, R.A. "Compressible Boundary Layer Predictions at High Reynolds Number Using Hybrid LES/RANS Methods", The 38th AIAA Fluid Dynamics Conf. and Exhibit, 2008.
9. Sahoo, D., Schultze, M., and Smiths, A.J. "Effects of Roughness on a Turbulent Boundary Layer in Hypersonic Flow", The 39th AIAA Fluid Dynamics Conf., San Antonio TX, 2009.
10. Lagha, M., Kim, J., Eldredge, J. D., and Zhong, X. "A Numerical Study of Compressible Turbulent Boundary Layers", Physics of Fluids, Vol. 23, No. 1, p015106, Jan 2011.
11. Launder, B.E. and Spalding, D.B. "Lectures in Mathematical Models of Turbulence", Academic Press, London, England, 1972.
12. Reynolds, W.C. "Fundamentals of Turbulence for Turbulence Modeling and Simulation", Agard Report No. 755, 1987.
13. Shih, T.H., Liou, W.W., Shabbir, A., Yang, Z., and Zhu, J. "A New $k-\varepsilon$ Eddy-Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows - Model Development and Validation", Computers Fluids, Vol. 24, No. 3, pp. 227-238, 1995.



شکل (۲۲): نتایج عددی نسبت C_p/C_{p0} در درشت‌ترین شبکه محاسباتی (y^+ مرتبه ۵۰) در اعداد ماخ مختلف.

همان‌طور که در نتایج مندرج در شکل‌های ۲۱ و ۲۲ مشاهده می‌شود، در اعداد رینولدز بالا و با افزایش اعتبار فرض جریان تماماً آشفته، برای شبکه‌های محاسباتی ریز و با افزایش عدد ماخ، مقدار نسبت C_p/C_{p0} به‌دست آمده از مدل $k-\omega$ -SST از دقت بالاتری نسبت به نتایج $k-\varepsilon$ استاندارد با شرط مرزی EWT برخوردار است؛ اما در شبکه‌های درشت محاسباتی با مقدار y^+ در مرتبه ۵۰، مجدداً اختلاف میان نتایج چندان مشهود نیست و هر دو مدل از دقت مناسب مهندسی برخوردار هستند. در ضمن با ریز شدن شبکه محاسباتی و ورود به ناحیه زیرلایه لزج، در عدد ماخ بالاتر از ۵، از اعتبار نتایج مدل $k-\omega$ -SST کاسته شده است.

۹- نتیجه گیری

همه نتایج به‌دست آمده حاکی از وابستگی بسیار زیاد نتایج عددی به‌دست آمده از دو مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ استاندارد و $k-\omega$ -SST برای یک لایه مرزی تراکم‌پذیر مافوق صوت به تراکم شبکه محاسباتی، نوع شرط مرزی در نظر گرفته شده برای دیواره و نواحی نزدیک به آن، ضریب C_{μ} (برای مدل آشفتگی $k-\varepsilon$)، ضریب ثابت زبری C_{Ks} و نیز اندازه k_s^+ (به‌عنوان عدد بدون بعد متناظر با ارتفاع زبری برای صفحات زبر) در لایه‌های مرزی تشکیل شده بر روی صفحات زبر است. این وابستگی به پارامترهای فوق می‌تواند به‌عنوان ابزاری برای تنظیم نتایج و انطباق‌دهی نتایج عددی بر نتایج تجربی موجود مورد استفاده قرار گیرد.

19. Moore, D.R. and Harkness, E.J. "Experimental Investigations of the Compressible Turbulent Boundary Layer at Very High Reynolds Numbers", Ling-Temco-Vought, Inc., Dallas, AIAA J., Vol. 3, No. 4, pp. 631, Apr. 1965.
20. Cebeci, T. and Bradshaw, P. "Momentum Transfer in Boundary Layers", Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1977.
21. Langtry, R.B. "A Correlation-Based Transition Model using Local Variables for Unstructured Parallelized CFD codes", Inst. für Ther. Ström., Stuttgart, 2006.
22. Patankar, S.V. "Calculation of Compressible Turbulent Boundary Layer on a Flat Plate", Aeronautical Research Council Current J Papers. 1969.
14. Choudhury, D. "Introduction to the Renormalization Group Method and Turbulence Modeling", Fluent Inc. Tech. Memorandum TM-107, 1993.
15. Menter, F.R. "Two-equation Eddy-viscosity Turbulence Models for Engineering Applications", AIAA J., Vol. 32, No. 8, pp. 1598-1605, August 1994.
16. Wilcox, D.C. "Turbulence Modeling for CFD", DCW Industries, Inc., La Canada, California, 1998.
17. Hutchinson, B.R. and Raithby, G.D. "A Multigrid Method Based on the Additive Correction Strategy", Numerical Heat Transfer, pp. 511-537, 1986.
18. Weiss, J.M., Maruszewski, J.P., and Smith, W.A. "Implicit Solution of Preconditioned Navier-Stokes Equations, Using Algebraic Multigrid", AIAA J., pp. 29-36, 1999.