

مطالعه عددی تأثیر زبری سطح و تزریق جباب بر ضریب اصطکاک

پوسته‌ای در جریان تیلور - کوئت

علي محمد علوی نژاد^۲

محمد حسینی^۱

گروہ مهندسی، مکانیک

گروہ مهندسی، مکانیک

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد سیرجان

دانشگاه صنعتی سیهرجان

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۲/۱۰؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۵/۱۷)

حکایت

در این تحقیق اثر زیری سطح و تزریق حباب بر ضریب اصطکاک پوسته‌ای و نیروی درگ هیدرودینامیکی در جریان تیلور-کوئت به صورت عددی مورد بررسی قرار گرفته است. جریان مورد بررسی شامل دو سیلندر هم مرکز می‌باشد که سیلندر درونی متحرک و بیرونی ثابت است. معادلات حاکم بر جریان شامل معادلات پیوستگی، ممنتوم، معادلات اغتشاشی و معادلات توزیع حباب در جریان می‌باشد. این معادلات براساس روش عددی حجم محدود و با استفاده از روش گسسته‌سازی بالادست مرتبه دوم حل شده‌اند. برای مدل‌سازی جریان دوفازی از روش اویلر-lagrangian بپره برده شده است. در تمامی حالت‌های بررسی شده، جریان آشفته و گردابه‌های تیلور در فضای بین دو استوانه ظاهر شده‌اند. سیال هوا به عنوان فاز دوم به درون جریان تزریق شده است. محدوده رینولدزی که انتخاب شده از $10^3 \times 10^5$ می‌باشد. از یک تحقیق انجام شده به صورت تجربی برای اعتبارسنجی استفاده شده است. نتایج نشان دادند که با افزایش عدد رینولدز، ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد و همچنین با کاهش زیری، نیروی درگ کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: ضرب اصطکاک پوسته‌ای، حریان تیلو-کوت، تزیق حاب، زیری سطح، حریان آشفته

Numerical Study of the Effect of Surface Roughness and Bubble Injection on Skin Friction in Taylor-Couette Flow

M. Hosseini

A.M. AlaviNejad

Department of Mechanical Engineering Sirjan University of Technology

Department of Mechanical Engineering
Sirjan Branch, Islamic Azad University

(Received: 30/April/2015; Accepted: 8/August/2015)

ABSTRACT

In this research, the effect of surface roughness and bubble injection on skin friction and hydrodynamic drag force has been numerically considered. This research is based on Taylor-Couette flow. Considered flow includes two concentric cylinders which internal cylinder is movable and external is immovable. The effective equations on the flow includes: equations of momentum, continuous, turbulent and bubble distribution. These equations are based on finite volume numerical method and have been solved by second order upwind discrete method. For modeling of two-phase flow used Euler-Lagrange method. In all of observed views, turbulent flow and Taylor vortex has been revealed between spaces of two cylinders. Air flow has been injected into the flow as the second phase. Selected Reynolds range is 10^4 to 2×10^5 . For validation of the results an experimental study has been used. Results showed that friction coefficient will be decreased by Reynolds increasing and also, drag force will be decreased by roughness decreasing.

Keywords: Skin Friction Coefficient, Taylor- Couette Flow, Bubble Injection, Turbulent Flow.

۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): hosseini@sirjantech.ac.ir
۲- دانشجو، کارشناس ارشد: alavi.am1986@gmail.com

همواره برای حرکت اجسام شناور و غوطه‌ور در آب میزانی انرژی باید صرف کرد. این انرژی صرف غلبه بر نیروهای خلاف جهت حرکت می‌شود. هرچه این نیروها بیشتر باشد میزان انرژی صرف شده و همچنین میزان مصرف سوخت بالا می‌رود. بنابراین لازم است تا روش‌هایی برای کاهش این نیرو پیدا شود. نیروی درگ نیرویی است که خلاف جهت حرکت در سیال به جسم وارد می‌شود. این نیرو دارای چندین مولفه است که یکی از آنها درگ اصطکاکی^۱ می‌باشد که خود به تنها بیان اتفاق انرژی زیاد و مصرف هزینه بالا در اجسام شناور یا غوطه‌ور در سیال می‌شود.

تاکنون روش‌های گوناگونی برای کاهش درگ، به عنوان یکی از نیروهای بازدارنده در جریان، معرفی شده‌اند. از جمله این روش‌ها، می‌توان به استفاده از انواع، عوامل فعال در سطح^۲، پلیمرها^۳، حباب‌های کوچک^۴، پوشش‌های تسلیم‌شونده^۵ و صفحات دندانه‌دار^۶ اشاره کرد که هر کدام مزایا و معایب خود را دارا می‌باشند. در این پژوهش تنها به بررسی اثر حباب‌های کوچک بر ضریب اصطکاک پرداخته می‌شود.

ایده استفاده از سیال گازی جهت روان‌سازی حرکت اجسام شناور به سال‌های ۱۸۸۰ باز می‌گردد، اما در عین حال اولین مطالعه‌ی کاربردی ثبت شده در این زمینه در سال ۱۹۷۳ انجام پذیرفته است. مک‌کورمیک^۷ و بتاچاریا^۸ [۱]، اولین کسانی بودند که کار تجربی خود با استفاده از الکتروولیز، گاز هیدروژن را تولید و به لایه‌مرزی حاصل از حرکت بدنه غوطه‌ور در آب تزریق کردند. نتایج آنها نشان داد که میزان کاهش درگ به، نسبت جریان جرمی تشکیل شده از دنباله بدنه به سرعت تولید هیدروژن زیر لایه مرزی بستگی دارد. کاهش درگ ایجاد شده به تغییر ویسکوزیته در نزدیکی دیواره نسبت داده شده است. مسئله توزیع حباب‌ها در لایه مرزی توسط مدون^۹ و همکاران [۲] با استفاده از شبیه‌سازی عددی فرآیند کاهش درگ صورت پذیرفته است. اثر حباب‌ها بر خواص لایه مرزی با درنظر گرفتن ویسکوزیته و چگالی به صورت متغیرهای موضعی و به عنوان تابعی از پروفیل غلظت حباب که در اینجا یک پروفیل

فهرست علائم و اختصارات

C_f	ضریب اصطکاک سطحی استوانه درونی
C_{f0}	ضریب اصطکاک سطحی بدون تزریق حباب
$d_b(m)$	قطر حباب
Fr	عدد فرود در جریان تیلور-کوئت استوانه‌ای
$G_k \left(\frac{kg}{m.s^3} \right)$	تولید انرژی جنبشی
$G_\omega \left(\frac{kg}{m^3.s^2} \right)$	تولید نرخ اتفاق
$g \left(\frac{m}{s^2} \right)$	شتاب گرانش
$k \left(\frac{m^2}{s^2} \right)$	انرژی جنبشی متلاطم
K	بهره توان در جریان تیلور-کوئت استوانه‌ای
$Q \left(\frac{m^3}{s} \right)$	دبی تزریق هوا
Re	عدد رینولدز
$u_i(m/s)$	مولفه‌های سرعت متوسط
$u'_i(m/s)$	مولفه‌های سرعت نوسانی
$Y_k \left(\frac{kg}{m.s^3} \right)$	اتفاق انرژی جنبشی
$Y_\omega \left(\frac{kg}{m^3.s^2} \right)$	اتفاق نرخ اتفاق مخصوص
η	علائم یونانی
$\mu_t(N.s/m^2)$	نسبت ضریب اصطکاک سطحی
$\nu(m^2/s)$	لزجت مغشوش
$\tau_w(N/m^2)$	لزجت سینماتیکی سیال عامل
$\rho(kg/m^3)$	چگالی سیال عامل
$\rho_b(kg/m^3)$	چگالی حباب
$\mu(N.s/m^2)$	لزجت دینامیکی سیال عامل
$\sigma(N/m)$	کشش سطحی سیال عامل
δ_{ij}	دلتای کرونیک
Γ_k	ضریب پخش انرژی جنبشی
Γ_ω	ضریب پخش نرخ اتفاق مخصوص
$\omega \left(\frac{1}{s} \right)$	نرخ اتفاق مخصوص
$\Omega(rad/s)$	سرعت دورانی

1- Frictional Drag

2- Surfactants

3- Polymers

4- Picobubbles

5- Compliant Coating

6- Riblets

7- McCormick

8- Bhattacharyya

9- Madavan

انجام داده است. هدف او به دست آوردن مدلی برای جریان تیلور- کوئت با درنظر گرفتن سیال نیوتونی می‌باشد. در مدل معرفی شده توسط وی، گردابه‌های تیلور پس از به وجود آمدن، به صورت نوسانی در نخواهد آمد و همچنین پایداری خود را حفظ خواهد کرد. اتخن^۹ و همکاران [۱۰]، یک جریان محوری تیلور- کوئت دوفازی مخلوط آب و هوا که جریان محوری به صورت عمودی از پایین سیستم وارد می‌شود را به صورت تجربی مورد مطالعه قرار داده‌اند. از جمله نتایجی که به دست آورده‌اند این است که در اعداد تیلور زیاد، حباب‌ها قبل از حرکت به سمت پایین جریان در سطح آزاد گرفتار می‌شوند. همچنین آنها دریافتند که حباب‌ها در کنار استوانه دوار درونی انباشته می‌شوند و یک جریان حلقوی زنجیر وار را به وجود می‌آورند. هوباز^{۱۰} و همکاران [۱۱]، یک جریان تیلور- کوئت دوفازی سیال- گاز را بین دو استوانه هم‌محور افقی با استفاده از سیال آب- هوا را مورد بررسی قرار داده‌اند. آنها در این مقاله رژیم‌های جریان را براساس سرعت درونی استوانه درونی تقسیم‌بندی کرده‌اند. نوری^{۱۱} و سررشته‌داری^{۱۲}، به مطالعه تجربی تزریق حباب هوا در جریان مجاور یک قطعه استوانه‌ای چرخان پرداختند، آنها دریافتند که سرعت چرخشی‌ای که متناسب با اصطکاک پوسته‌ای است، با سرعت جریان، در محدوده آزمایش‌های انجام شده، رابطه مستقیم دارد. نتایج به دست آمده کاوش سرعت چرخشی تا ۹۰ درصد را با استفاده از تزریق حباب‌ها در تمامی محدوده‌ای عدد رینولدز را نشان می‌دهد. صداقت^{۱۳} و همکاران [۱۳]، به شبیه‌سازی عددی جریان تیلور- کوئت میان دو استوانه هم‌مرکز برای چند نوع شعاع مختلف با یک نسبت شعاعی پرداخته‌اند. در این کار به این نتیجه رسیده‌اند که، افزایش لزجت باعث می‌شود ناپایداری در سرعت زاویه‌ای بالاتری رخ دهد، اما افزایش لزجت روی تعداد شکل‌گیری گردابه‌ها در نقطه بحرانی موثر نبوده و تنها به هندسه جریان و نسبت شعاع‌ها بستگی دارد مریمی^{۱۴} و همکاران [۱۴]، به بررسی تجربی کاوش درگ اصطکاکی به وسیله حباب‌های هوا در یک سیستم تیلور- کوئت عمودی و در جریان آشفته پرداختند آنها دریافتند که افزایش عدد رینولدز تا یک مقدار مشخص سبب کاوش نیروی درگ

ذوزنقه‌ای است اعمال شده است. آنها دست یافتند که مقدار کاوش درگ پوسته‌ای به غلظت حجمی حباب‌ها و توزیع آنها در لایه بافری بستگی دارد. کوداما^۱ و همکاران [۳]، کاوش اصطکاک پوسته‌ای در حضور میکرو‌حباب‌ها بر روی یک صفحه تخت طولانی در یک تونل آب بسیار بلند را به صورت تجربی بررسی کردند. نتایج نشان می‌دهند کاوش اصطکاک پوسته‌ای نسبت به طول جریان غیرحساس می‌باشد. موهانارانگام^۲ و همکاران [۴]، کاوش درگ بوسیله تزریق میکرو‌حباب در لایه‌مرزی مغشوش روی یک صفحه تخت دو بعدی را با استفاده از روش اویلر- اویلر به صورت عددی بررسی کرده‌اند، ماتسون^۳ و ماهش^۴ [۵]، شبیه‌سازی سه‌بعدی لایه‌مرزی مغشوش روی صفحه تخت را با حضور حباب بررسی کرده‌اند. آنها مشاهده کرده‌اند که با فاصله گرفتن از قسمت تزریق، حباب‌ها از دیوار فاصله می‌گیرند که این سبب از دست رفتن کاوش درگ می‌شود. ون‌دن‌برگ^۵ و همکاران [۶] به بررسی اثر میکرو‌حباب‌ها روی کاوش درگ در یک سیستم تیلور- کوئت و در جریان آشفته پرداختند. در این کار میکرو‌حباب‌ها در کوچک‌ترین عدد رینولدز نیز کمترین کاوش درگ را از خود نشان می‌دهند و بیشترین کاوش درگ در بزرگ‌ترین عدد رینولدز به وقوع می‌پیوندد. سوجیاما^۶ و همکاران [۷]، تاثیر DNS میکرو‌حباب‌ها را بر جریان تیلور- کوئت به وسیله روش DNS بررسی کرده‌اند. آنها دریافتند که حباب‌های تغییرناپذیر کوچک که به صورت ذرات رقیق در سیال هستند، درگ پایدار را کاوش می‌دهند. مورای^۷ و همکاران [۸]، به بررسی اثر حباب‌های کاوش روی کاوش درگ به صورت تجربی در جریان تیلور- کوئت پرداخته‌اند. جریانی که بررسی کرده‌اند برای رینولدزهای کمتر از ۵,۰۰۰ می‌باشد. آنها دریافتند که با افزایش عدد رینولدز کاوش درگ حاصل می‌شود همچنین دیدند که علاوه‌بر افزایش عدد رینولدز تزریق حباب نیز به کاوش درگ کمک می‌کند و هرچه دبی تزریق حباب بیشتر شود، کاوش درگ بیشتری به دست می‌آید. کولمن^۸ [۹]، تحقیق خود را با درنظر گرفتن شکاف باریک بین دو استوانه که استوانه درونی با سرعت ثابت چرخیده و بیرونی ثابت است را

1- Kodama

2- Mohanarangam

3- Mattson, M. and

4- Mahesh

5- Van den Berg

6- Sugiyama

7- Murai

8- Kuhlmann

9- Atkhen

10- Hubacz

11- Nouri

12- Sarreshtehdari

13- Sedaghat

14- Maryami

بعضی حالات از جریان دوفازی استفاده می‌شود، برای مدل کردن این کار از دیدگاه اویلری- لاگرانژی^۳ استفاده خواهد شد] شد [۱۵].

با توجه به عدد رینولدز استفاده شده در کار حاضر، جریان متلاطم می‌باشد. برای حل مسئله از معادلات ناویر- استوکس متلاطم استفاده شده و برای مدل کردن تلاطم جریان از مدل دومعادلهای $k-\omega$ - استاندارد استفاده خواهد شد. علت استفاده از این مدل، تطابق خوب آن با جریان‌های تجربی و این که این مدل اثرات اعداد رینولدز پایین، تراکم‌پذیری و جدایش جریان‌های برشی را نیز به حساب می‌آورد همچنین این مدل در نواحی نزدیک دیواره خوب عمل می‌کند.

۴- مدل‌سازی اثرات زبری دیواره در جریان‌های آشفته
پروفیل سرعت یاتابع دیواره برای زبری سطح در ناحیه تمام‌آشفته به صورت رابطه زیر می‌باشد. این ناحیه اصطلاحاً ناحیه دارای قانون لگاریتمی گفته می‌شود.

$$u^+ = \frac{1}{k} \ln(Ey^+) - \Delta B. \quad (1)$$

در این فرمول $y^+ = \frac{\rho u^* y_p}{\mu}$ و $u^+ = \frac{u_p u^*}{\tau_\omega / \rho}$ و $u^* = C_\mu^{1/4} k^{1/2}$ و y_p فاصله نقطه p تا دیوار و u_p سرعت در نقطه p اولین نقطه مجاور به دیواره E و k ثابت جهانی می‌باشند. ΔB تابع زبری می‌باشد که تغییرات ناشی از اثرات سطح را مشخص می‌کند [۱۶].

۵- معادلات حاکم

معادلات مربوطه به ترتیب زیر ارائه می‌گردند:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i^-) = 0. \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i^- u_j^-) &= \\ - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right) \right] & \quad (3) \\ + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(- \rho \bar{u}_i' \bar{u}_j' \right). \end{aligned}$$

می‌شود و بیشترین کاهش درگ حبابی ۵ درصد گزارش شده است.

با توجه به کارهای انجام شده در زمینه جریان تیلور- کوئت مانند بررسی ناپایداری گردابه‌های تیلور و بررسی نوع گردابه‌های به وجود آمده مشاهده می‌شود که کاهش درگ در جریان تیلور- کوئت به خوبی مورد بررسی قرار نگرفته و دامنه کاری آن بسیار محدود انجام شده است. همچنین اثر زبری سطح و تزریق حباب بر کاهش این نیرو به صورت توان تاکنون مورد بررسی قرار نگرفته است. علت استفاده از سیستم تیلور- کوئت کاربرد آن در صنایع مختلف مانند یاتاقان‌ها و ... می‌باشد. به همین منظور لازم است که جریان تیلور- کوئت بین دو استوانه بررسی، ضریب اصطکاک سطحی در هر حالت محاسبه شده و تغییرات آنها با یکدیگر مقایسه شوند تا سیستمی به دست آورده شود که کمترین نیروی درگ به آن وارد شود.

۲- تعریف مسئله

در شکل ۱ شماتیک دو بعدی ساده‌ای از هندسه‌ی سیستم تیلور- کوئت شبیه‌سازی شده در کار حاضر نشان داده شده است. جریان به صورت عددی با نرم‌افزار فلوئنت شبیه‌سازی و حل خواهد شد. همان‌گونه که گفته شد، جریان تیلور- کوئت به جریان سیال مابین دو سیلندر گفته می‌شود که یک یا هر دو سیلندر دارای سرعت دورانی می‌باشند. در تحقیق حاضر، سیلندر درونی متحرک و سیلندر بیرونی ثابت می‌باشد. معادلات پیوستگی و مومنتوم مناسب با جریان سیال بین دو استوانه، برای به دست آوردن توزیع سرعت و فشار حل خواهد شد.

تمامی ابعاد و مشخصات هندسه کار حاضر درون جدول ۱ آورده شده است.

۳- روش حل عددی

در این پژوهش، از اثرات انتقال حرارت صرف‌نظر می‌شود. با توجه به خصوصیات جریان، معادلات برای جریان تراکم‌ناپذیر سه‌بعدی به روش حجم محدود حل می‌شوند. برای حل از الگوریتم سیمپل^۱ و برای گسسته‌سازی معادلات منtom از طرح طرح بالادست مرتبه دوم^۲ استفاده شده است. برای این که در

1- Simple

2- Second Order Upwind

برای نشان دادن نتایج می‌توان هم آنها را بی‌بعد نشان داد و هم بعددار، ولی از فواید روش بی‌بعد این است که، نتایج به صورت کلی تر به دست می‌آیند، حجم محاسبات کمتر شده، نتایج و منحنی‌ها بسیار کم می‌شوند. مهم‌ترین مزیت بی‌بعدسازی این است که، اعداد بدون بعد اثرگذار در مسئله ظاهر می‌شوند و می‌توان تأثیر آنها را بر جریان مشخص کرد. عدد رینولدز دورانی در جریان تیلور-کوئت بین دو سیلندر استوانه‌ای که سیلندر درونی متحرک است براساس سرعت دورانی استوانه درونی به صورت زیر می‌باشد:

$$Re = \frac{R_1(R_2 - R_1)\Omega}{\nu}. \quad (7)$$

که در این رابطه، R_1 و Ω به ترتیب شعاع و سرعت دورانی سیلندر درونی، R_2 شعاع سیلندر بیرونی و ν لزجت سینماتیکی سیال عامل می‌باشد.

در یک سیستم تیلور-کوئت، حباب‌ها معمولاً تحت تأثیر چند نیرو هستند. این نیروها عبارتند از: نیروی جانب از مرکزی که ناشی از دوران استوانه‌ی داخلی است، نیروی برا، نیروی درگ اصطکاکی و نیروی شناوری. از بین این نیروها، نیروهایی که مستقیماً روی توزیع حباب‌ها و نحوه حرکت آنها در جریان تیلور-کوئت نیز تأثیر می‌گذارند، نیروهای شناوری و نیروی جانب از مرکز هستند. زمانی که تأثیر حباب‌ها بر تغییر حالت جریان مورد بررسی قرار می‌گیرد، نسبت شتاب گریز از مرکز به جاذبه، یکی از پارامترهای کنترلی می‌باشد که این نسبت به وسیله عدد فرود تعریف می‌شود:

$$Fr = U(gR_1)^{0.5} = \Omega \left(\frac{R_1}{g} \right)^{0.5}. \quad (8)$$

اگر بخواهیم به صورت کلی تری بیان کنیم این عدد، نسبت نیروی گریز از مرکز به نیروی جاذبه می‌باشد. این عدد با افزایش سرعت دورانی تغییر می‌کند و حرکت حباب‌ها را درون جریان کنترل می‌کند.

مهم‌ترین پارامتری که در این تحقیق مورد بررسی قرار می‌گیرد، ضریب اصطکاک پوسته‌ای است. ضریب اصطکاک سطح سیلندر درونی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$C_f = \frac{\tau_w}{\rho \frac{U^2}{2}} = \frac{2\tau_w}{\rho(R_1\Omega)^2}. \quad (9)$$

که، τ_w تنش برشی وارد بر سطح سیلندر درونی می‌باشد.

معادلات (۲) و (۳) به ترتیب معادلات پیوستگی و منتوم می‌باشند. در اینجا \bar{u}_i سرعت متوسط در سه جهت $i = 1, 2, 3$ ، \bar{P} فشار، μ ویسکوزیته دینامیکی سیال، δ_{ij} دلتای کرانیکر می‌باشد، $\bar{\rho u_i u_j}$ - به عنوان تنش رینولدز شناخته می‌شود که به گرادیان‌های سرعت متوسط مرتبط است. در این مدل سازی آشفتگی نیازمند آن هستیم تا ترم تنش رینولدز $\bar{\rho u_i u_j}$ - موجود در سمت راست معادله (۲) را به‌نحوی مدل نماییم. یکی از رایج‌ترین روش‌های مدل نمودن این تنش، استفاده از تقریب بوزینسک است، درنتیجه با استفاده از فرض بوزینسک برای این ترم خواهیم داشت:

$$-\bar{\rho u_i u_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \right) \delta_{ij}. \quad (4)$$

در این معادله، k بیانگر انرژی جنبشی مغشوش (جمع مولفه‌های قطری تانسور تنش رینولدز) و μ_t ویسکوزیته آشفته می‌باشد. همان‌طور که از رابطه بوزینسک مشخص است برای حل دستگاه معادلات کافی است تا μ_t محاسبه شود. برای محاسبه ویسکوزیته آشفته μ_t مدل $k - \omega$ استاندارد یک مدل نسبتاً کامل و عمومی می‌باشد که برای تشریح آشفتگی کاربرد دارد. در این مدل دو معادله انتقال، یکی برای انرژی جنبشی مغشوش k و دیگری برای نرخ اتلاف مخصوص ω حل می‌شود.

معادلات انتقال برای انرژی جنبشی مغشوش k و نرخ اتلاف مخصوص ω :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k \bar{u}_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k. \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \omega \bar{u}_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega. \quad (6)$$

و Γ_k و Γ_ω به ترتیب ضریب پخش k و ω هستند [۱۷].

سیستم به جریان تزریق می‌شوند. مشخصات تزریق حباب و سرعت دورانی سیلندر درونی در جدول ۲ نشان داده شده است.

نوع سیال استفاده شده، روغن سیلیکن می‌باشد که دارای چگالی 915 kg/m^3 و لزجت $4575 \text{ m}^2/\text{s}$ می‌باشد. در جدول ۳ مشخصات سیال عامل آورده شده است.

۷- انتخاب و ساخت شبکه مناسب

پس از طراحی مدل مورد نظر بایستی آن را برای حل در نرم افزار شبکه‌بندی کرد. شبکه درنظر گرفته شده در این کار یک شبکه منظم چهارضلعی (در حالت دو بعدی) و شش وجهی (در حالت سه بعدی) می‌باشد. علت استفاده از شبکه منظم به جای یک شبکه نامنظم، دقت بالای آن در انجام محاسبات و هم‌گرایی بهتر و سریع تر آن می‌باشد. در شکل ۳ نحوه شبکه‌بندی جریان تیلور- کوئت در کار حاضر نشان داده شده است.

با توجه به شکل ۳ مشاهده می‌شود که در این هندسه از شبکه منظم استفاده شده است.

۸- بررسی اثر شبکه

مرسوم و مفید است که برای نشان دادن عدم تاثیر شبکه‌بندی بر نتایج عددی، مطالعه‌ای جداگانه بر نحوه شبکه‌بندی انجام پذیرد. این کار به روش‌های گوناگونی انجام می‌پذیرد. در یک روش تعداد کل سلول‌ها را به $1/5$ تا 2 برابر افزایش می‌دهند (به طوری که نسبت افزایش سلول در هر سه جهت محورهای مختصات یکسان افزایش یابد) سپس نتایج را با حالت قبل مقایسه می‌کنند. این روند تا جایی تکرار می‌شود که، افزایش تعداد سلول‌ها تغییر چندانی در نتایج به وجود نیاورد. در حالت تزریق از نرخ تزریق $67 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$ و در هر دو حالت، محاسبات در عدد رینولدز 4000 انجام شده است. درنهایت از ضریب اصطکاک پوسته‌ای به عنوان عامل بررسی شونده بهره جسته شده است. جدول ۴ نتایج این بررسی را نشان می‌دهد. با توجه به جدول ۴ مشاهده می‌شود که در هر مرحله تعداد سلول‌ها تقریباً دو برابر شده و با افزایش تعداد سلول شبکه، ضریب اصطکاک کاهش یافته است. در مراحل سوم و چهارم، ضریب اصطکاک به یکدیگر بسیار نزدیک می‌باشد که این خطای بسیار اندک یک درصدی را نشان می‌دهد. یعنی افزایش

برای تمرکز روی تاثیر حباب‌ها بر ضریب اصطکاک از عبارتی با عنوان نسبت ضریب اصطکاک نام برده می‌شود. این نسبت به صورت اختلاف ضریب اصطکاک پوسته‌ای در دو حالت با و بدون تزریق تقسیم بر ضریب اصطکاک پوسته‌ای در حالت بدون تزریق تعریف می‌شود:

$$\eta = \frac{C_{f0} - C_f}{C_{f0}} = 1 - \frac{C_f}{C_{f0}}. \quad (10)$$

اندیس 0 برای زمانی است که درون جریان تزریق وجود ندارد. یکی از نکات مهم که باید در استفاده از میکرو حباب‌ها و همچنین جریان محوری برقرارشده در فضای حلقوی بین دو استوانه‌ی هم مرکز در ایجاد کاهش درگ نیز مدنظر قرار داد، این است که، باید مقدار توان لازم برای تزریق هوا و همچنین پمپاژ جریان محوری به داخل سیستم در مقایسه با مقدار توان کاهش یافته به وسیله آنها نیز به اندازه کافی کم باشد. چنان‌چه این اختلاف کم باشد یا این که منفی باشد، آن‌گاه استفاده از چنین روش‌هایی برای کاهش اتفاقات اصطکاکی مقرر نباید. در حالت پارامتر بهره توان استفاده شده است که در حالت کلی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\kappa = \frac{(T_0 - T)\Omega}{\rho g L_1 Q} = \frac{\pi R_1^4 \Omega^3}{g Q} C_{f0} \eta. \quad (11)$$

که، Q دبی تزریق هوا می‌باشد.

۹- شرایط مرزی

سیستم تیلور- کوئت تشریح شده به این صورت است که سیلندر درونی با سرعت زاویه‌ای ثابت می‌چرخد و سیلندر بیرونی ثابت می‌باشد. مایع قرار گرفته در بین سیلندرها در ابتدا به صورت ثابت می‌باشد که با حرکت سیلندر درونی به حرکت در می‌آید. در خروجی یعنی در بالای سیلندرها از شرط مرزی خروجی فشار^۱ استفاده شده است. بر روی دیوارهای دیوار به این معنی که سرعت روی دیوارهای صفر است (شرط عدم لغزش) در نظر گرفته می‌شود. در شکل ۲ شرایط مرزی اعمال شده نشان داده شده است.

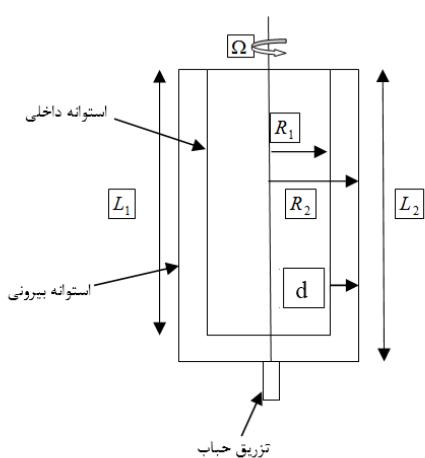
برای تزریق حباب به سیستم از مدل فاز گسسته^۲ استفاده خواهد شد. همچنین حباب‌ها مانند شکل ۱ از مقطع زیرین

1- Pressure Outlet

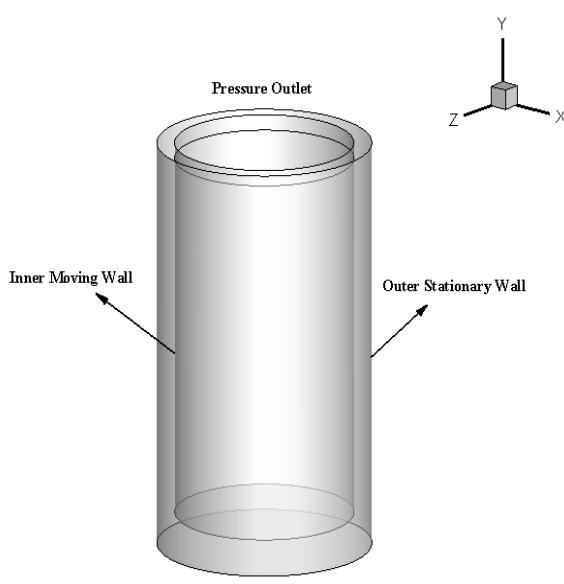
2- Discrete Phase Model

جدول (۴): مطالعه شبکه‌بندی برای ضریب اصطکاک پوسته‌ای.

ضریب اصطکاک پوسته‌ای با تزریق حباب	ضریب اصطکاک پوسته‌ای بدون تزریق حباب	تعداد سلول شبکه	ردیف
6×10^{-3}	6×10^{-3}	۹۰۰۰	۱
5.631×10^{-3}	5.662×10^{-3}	۱۷۵۰۰	۲
5.513×10^{-3}	5.548×10^{-3}	۳۵۰۰۰	۳
5.45×10^{-3}	5.493×10^{-3}	۶۳۰۰۰	۴



شکل (۱): شماتیک جریان تیلور- کوت نوبعدی.



شکل (۲): شرایط مرزی.

تعداد سلول اثر چندانی بر حل عددی و ضریب اصطکاک نمی‌گذارد. درنهایت بهمنظور کاهش دادن زمان و حجم محاسبات از شبکه با تعداد ۳۵۰,۰۰۰ سلول استفاده شده که خطای ناچیزی نسبت به شبکه با تعداد سلول ۶۳۰,۰۰۰ دارد.

۸- بررسی صحت کد محاسباتی

جهت بررسی کد محاسباتی به کارگرفته شده در این تحقیق، مقایسه‌ای بین نتایج تجربی مورای [۸] و نتایج عددی حاضر انجام شده است. این مقایسه در دو حالت با تزریق و بدون تزریق در رینولدزهای متفاوت انجامشده تا دقیق نتایج و کار عددی را در هر دو حالت به خوبی نشان دهد. نتایج این مقایسه در شکل ۴ قابل مشاهده است.

نتایج این بررسی نشان می‌دهد که مقدار خطای ضریب اصطکاک پوسته‌ای پژوهش حاضر در مقایسه با کار تجربی مورای [۸] در بیشترین حالت نزدیک به ۴ درصد می‌باشد. شکل ۴ بیانگر توافق مناسب نتایج می‌باشد و این تایید می‌نماید که روش عددی به کارگرفته شده مناسب می‌باشد. در این شکل مشاهده می‌شود که در هر دو حالت با تزریق و بدون تزریق روند تغییرات ضریب اصطکاک با عدد رینولدز در کار عددی مشابه کار تجربی می‌باشد.

جدول (۱): مشخصات و ابعاد مدل شبیه‌سازی.

۶۰	R_1 (mm)
۷۲	R_2 (mm)
۱۲	d (mm)
۲۴۰	L_1 (mm)
۲۶۰	L_2 (mm)

جدول (۲): مشخصات تزریق حباب و سرعت دورانی

سیلندر درونی.

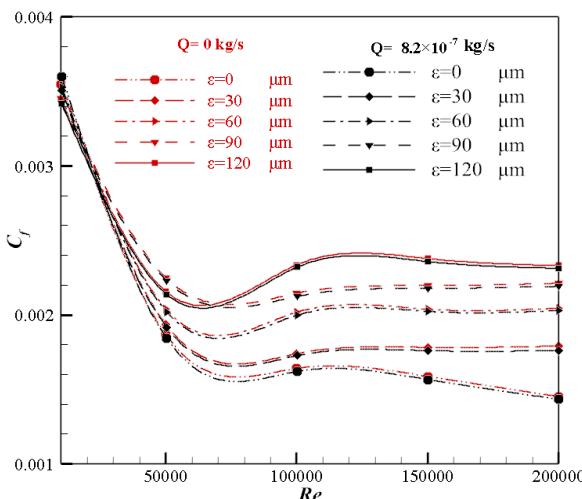
d_b قطر حباب	d_b mm
دبی تزریق حباب Q	$-0.67 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$
سرعت دورانی سیلندر درونی Ω	$69/44 - 1388/88 \text{ rad/s}$

جدول (۳): مشخصات سیال عامل روغن سیلیکن.

$915 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	چگالی سیال عامل ρ
$5 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$	لزجت سینماتیکی سیال عامل ν
$0.0197 \frac{\text{N}}{\text{m}}$	کشش سطحی سیال عامل σ

تغییرات در زبری‌های سطح متفاوت اندازه‌گیری شده و نتایج به دست آمده‌اند.

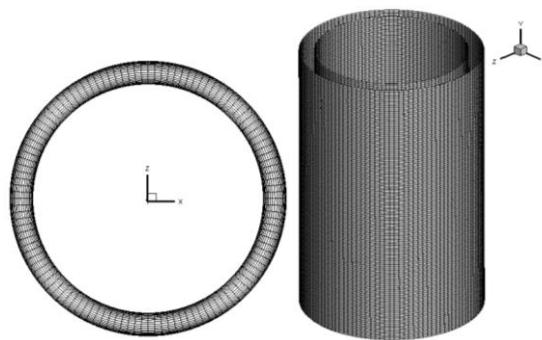
مشاهده می‌شود که در هر دو حالت با تزریق و بدون تزریق، ضریب اصطکاک پوسته‌ای روند نزولی دارد و این کاهش در تمامی زبری‌ها به خوبی قابل مشاهده است. یکی از علل کاهش ضریب اصطکاک با عدد رینولذ طول موج و تعداد گردابه‌های تیلور می‌باشد. به این معنی که با افزایش عدد رینولذ تعداد گردابه‌های تیلور کاهش می‌باید و بدنبال آن طول موج گردابه‌های افزایش پیدا می‌کند. همان‌گونه که می‌دانیم گردابه‌های تیلور، نوسانات ناپایداری هستند که درون جریان پدیدار می‌گردند و باعث افزایش بینظمی درون جریان می‌شوند. بنابراین هرچه تعداد آنها کمتر باشد یعنی بیننظمی درون جریان کمتر است. پس منطقی است که ضریب اصطکاک نیز کاهش می‌باید.



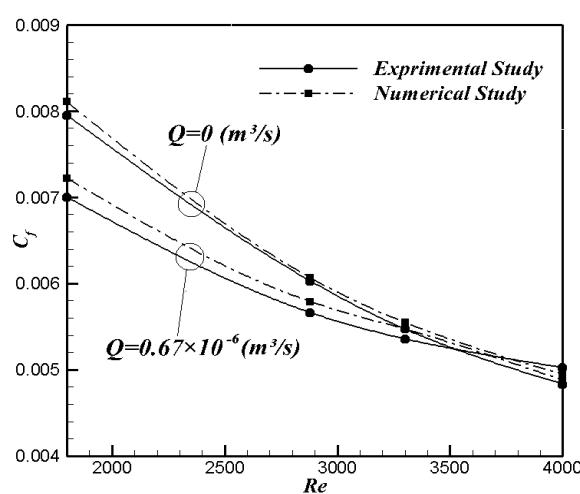
شکل (۵): تغییرات ضریب اصطکاک پوسته‌ای با عدد رینولذ در زبری‌های متفاوت و در حالت با تریق هوا و بدون تزریق هوا.

در شکل ۶ تغییرات ضریب اصطکاک را بر حسب زبری سطح در اعداد رینولذ گوناگون و در دو حالت بدون تزریق هوا و با تزریق هوا با دبی $8/2 \times 10^{-7} \text{ kg/s}$ مشاهده می‌شوند. دیده می‌شود که با افزایش زبری، ضریب اصطکاک پوسته‌ای افزایش می‌باید که این نتیجه مطابق نتایج نمودار موردی می‌باشد. این نتیجه در تمامی اعداد رینولذ مشاهده می‌شود. یعنی در تمامی رینولذها، ضریب اصطکاک با افزایش زبری افزایش می‌باید.

علت زیادبودن ضریب اصطکاک در عدد رینولذ $10,000$ نسبت به سایر اعداد رینولذ این می‌تواند باشد که در این عدد، تعداد گردابه‌های بیشتری تشکیل شده و همچنین با تغییر دادن عدد رینولذ از $10,000$ به $50,000$ ، این عدد ۵ برابر



شکل (۳): شبکه‌بندی جریان تیلور- کوئت.



شکل (۴): نمودار اعتبار سنجی برای ضریب اصطکاک در دو حالت تجربی و عددی حاضر.

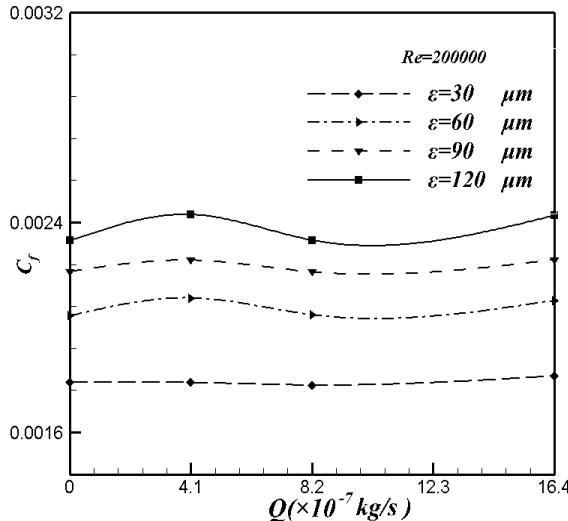
۹- نتایج و بحث

در این مقاله، جریان تیلور- کوئت بین دو استوانه در دو حالت با و بدون تزریق حباب و در حضور زبری سطح بررسی شد. هدف مقایسه ضریب اصطکاک پوسته‌ای در این حالات می‌باشد.

۹-۱- ضریب اصطکاک پوسته‌ای

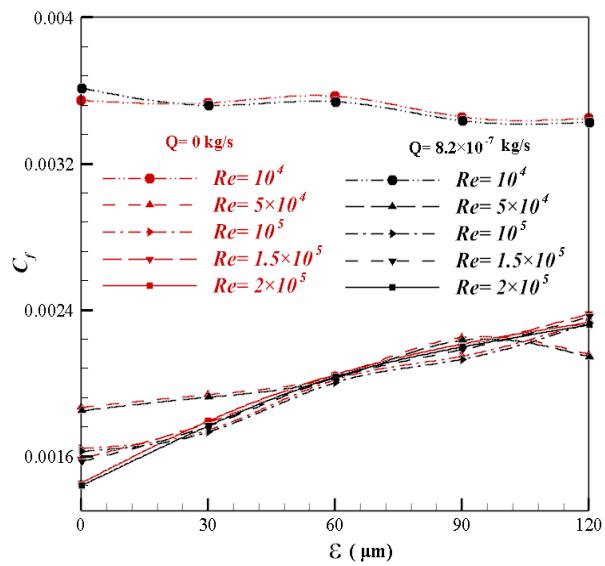
مهم‌ترین هدف این پژوهه تحقیقی، بررسی تغییرات ضریب اصطکاک پوسته‌ای در جریان تیلور- کوئت می‌باشد. در این قسمت تغییرات این پارامتر در این جریان براساس تغییرات عدد رینولذ ذکر می‌شود. شکل ۵ تغییرات ضریب اصطکاک پوسته‌ای را بر حسب عدد رینولذ به ترتیب بدون تزریق هوا و با تزریق حباب هوا با دبی $8/2 \times 10^{-7} \text{ kg/s}$ نشان می‌دهند. این

کاهش انتقال ممنتوم و درنتیجه کاهش اختشاشات ایجاد شده در جریان می‌گردد. لازم به ذکر است زبری سطح مانع افزایش طول موج و درنتیجه کاهش تعداد گردابه می‌شود.

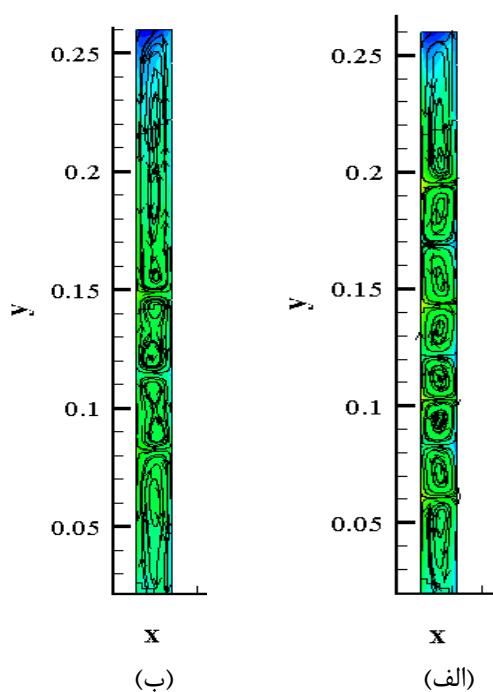


شکل (۷): تغییرات ضریب اصطکاک پوسته‌ای بر حسب نرخ هوای تزریقی به سیستم در حضور زبری‌های مختلف در عدد رینولدز ۲۰۰,۰۰۰.

شده در صورتی که از ۵۰,۰۰۰ به ۱۰۰,۰۰۰، این عدد دو برابر شده است.



شکل (۶): تغییرات ضریب اصطکاک پوسته‌ای با زبری سطح در رینولدزهای متفاوت و در حالت با تزریق هوا و بدون تزریق هوا.



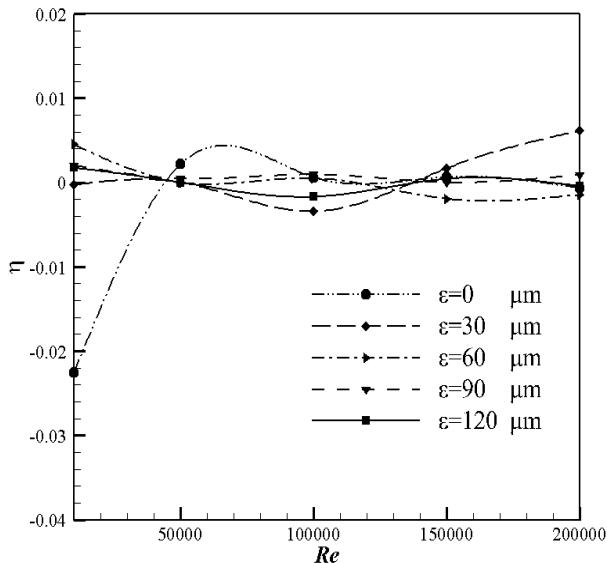
شکل (۸): گردابه‌های تیلور در فضای بین دو استوانه در حالت سطح صاف و بدون تزریق حباب در اعداد رینولدز (الف) ۱۰,۰۰۰ (ب) ۲۰۰,۰۰۰.

در شکل ۷ تغییرات ضریب اصطکاک پوسته‌ای بر حسب نرخ هوای تزریقی به سیستم در حضور زبری‌های مختلف در عدد رینولدز ۲۰۰,۰۰۰ را نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد هرچه زبری سطح کمتر باشد تاثیر حباب‌ها بر ضریب اصطکاک پوسته‌ای بیشتر است که این کاهش در زبری سطح ۳۰ میکرومتر کاملاً مشهود می‌باشد.

در شکل ۸ نحوه قرارگیری گردابه‌های تیلور در دو عدد رینولدز ۱۰,۰۰۰ و ۲۰۰,۰۰۰ در حالت بدون زبری نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش عدد رینولدز تعداد گردابه‌ها کاهش یافته و طول موج گردابه تیلور افزایش یافته است. این خود صحتی بر کاهش درگ با افزایش عدد رینولدز است.

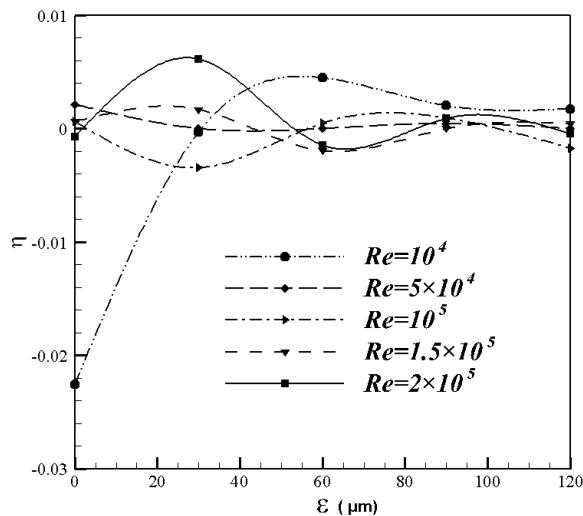
برای بهتر نشان دادن این مطلب در شکل ۹ گردابه‌های تیلور در همان دو عدد رینولدز ولی با تزریق حباب و در حالت سطح زبر نشان داده شده است. در این شکل نیز دیده می‌شود که طول موج گردابه‌ها افزایش یافته است. در حقیقت علاوه بر افزایش عدد رینولدز تزریق حباب‌ها به داخل سیستم باعث کشیدگی گردابه‌ها در راستای محور استوانه‌ها می‌شود. با کشیده شدن گردابه‌های تیلور در این راستا، تعداد آنها کاهش می‌یابد. همان‌گونه که گفته شد، کاهش تعداد گردابه‌ها سبب

که، تزریق حباب به درون جریان نتوانسته تاثیر مثبتی بر کاهش درگ بگذارد و حتی باعث افزایش آن نیز شده است.

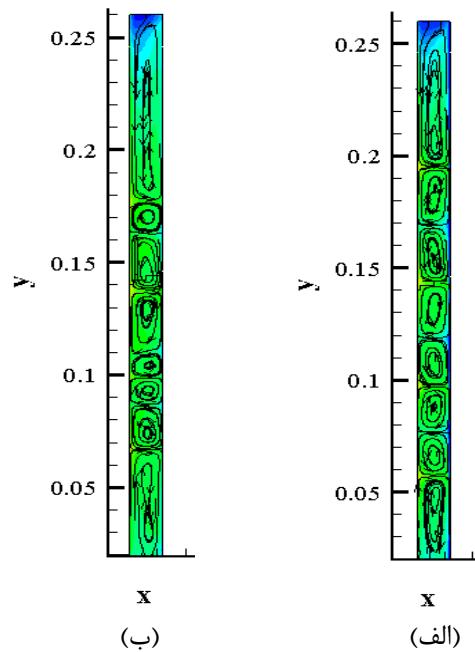


شکل (۱۰): تغییرات نسبت ضریب اصطکاک پوسته‌ای با عدد رینولدز در زیری‌های مختلف.

در شکل ۱۱ تغییرات نسبت ضریب اصطکاک پوسته‌ای با زیری سطح در اعداد رینولدز مختلف مشاهده می‌شود. با توجه به این شکل این گونه می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش زیری اثر تزریق حباب بر کاهش درگ کاهش می‌یابد. یعنی هرچه زیری بیشتر می‌شود، تزریق حباب کمتری بر کاهش درگ می‌کند.



شکل (۱۱): تغییرات نسبت ضریب اصطکاک پوسته‌ای با زیری سطح در اعداد رینولدز مختلف.



شکل (۹): گردابهای تیلور در فضای بین دو استوانه در حالت سطح با زیری $30 \text{ }\mu\text{m}$ و با تزریق حباب با دبی $8/2 \times 10^{-7} \text{ kg/s}$ در اعداد رینولدز (الف) $10,000$ و (ب) $200,000$.

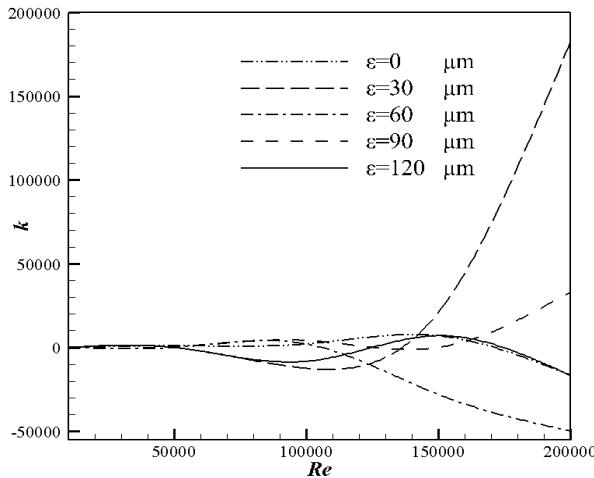
۲-۹-نسبت ضریب اصطکاک پوسته‌ای

شکل ۱۰ تغییرات نسبت ضریب درگ را بر حسب عدد رینولدز و به ازای زیری‌های مختلف نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهند که بیشترین میزان کاهش ضریب اصطکاک نزدیک به ۶ درصد و در عدد رینولدز $200,000$ می‌یابشد. نتایج نشان می‌دهند که در هر زیری سطح، با افزایش عدد رینولدز تا مقدار $100,000$ ، نسبت ضریب اصطکاک کاهش یافته و پس از آن افزایش می‌یابد.

افزایش اثر حباب‌ها روی کاهش درگ با افزایش عدد رینولدز در بازه دوم می‌تواند به خاطر جذب انرژی نوسانات جریان به وسیله الاستیسیته حباب‌ها باشد. در حقیقت با افزایش عدد رینولدز در این بازه، عدد و بر نیز افزایش می‌یابد که این منجر به افزایش الاستیسیته و تراکم‌پذیری حباب‌ها می‌گردد. در این حالت حباب‌ها می‌توانند در برهمکنش با نوسانات موجود در جریان، انرژی نوسانات را بیشتر جذب کنند. در این شرایط، انتقال ممنتوم که عامل اصلی ایجاد اغتشاشات و اتفاقات اصطکاکی در سیستم است بیشتر کاهش می‌یابد.

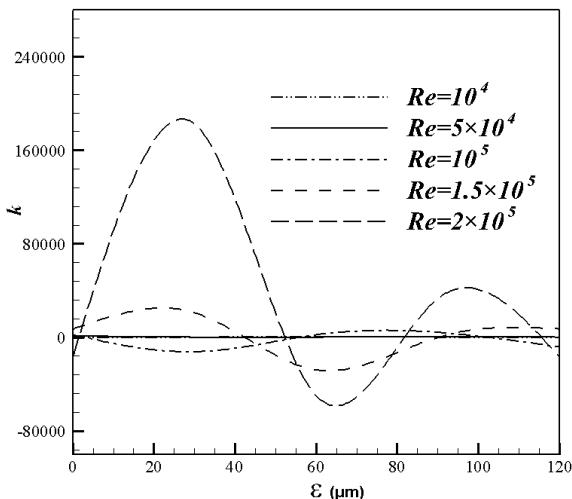
نکته قابل توجه، منفی شدن نسبت ضریب اصطکاک در بعضی اعداد رینولدز می‌باشد. عدد منفی این پارامتر به این معنا است

که، تغییرات بهره توان با عدد رینولدز غیریکنواخت بوده و حتی در برخی بازه‌ها منفی نیز می‌باشد. در شکل ۱۴ نیز تغییرات بهره توان با زبری سطح در اعداد رینولدز متفاوت نشان داده شده است. در این شکل نیز مشاهده می‌شود که تغییرات بهره توان با زبری سطح غیریکنواخت می‌باشد.



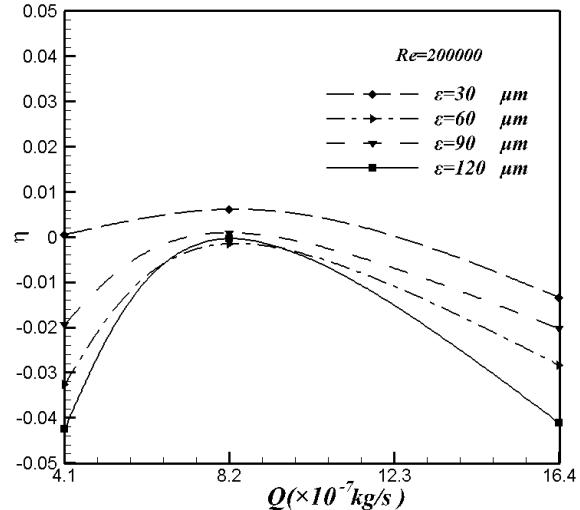
شکل (۱۳): تغییرات بهره توان با عدد رینولدز در زبری‌های مختلف سطح.

این گونه می‌توان نتیجه‌گیری کرد که در اعداد رینولدز بالا و زبری سطح ۳۰ و ۹۰ میکرومتر، سهم مکانیزم کاهش چگالی نسبت به سایر مکانیزم‌ها برای کاهش درگ بیشتر است. ولی در دیگر زبری‌ها این نتیجه به صورت عکس می‌باشد. یعنی توان مورد نیاز برای تزریق حباب بیشتر از توان کاهش یافته توسط آنها می‌باشد.



شکل (۱۴): تغییرات بهره توان با زبری سطح در اعداد رینولدز مختلف.

شکل ۱۲ تغییرات نسبت ضریب اصطکاک پوسته‌ای بر حسب نرخ هوای تزریقی به سیستم در حضور زبری‌های مختلف در عدد رینولدز ۲۰۰,۰۰۰ را نشان می‌دهد. نتایج حاکی از آن است که، با افزایش نرخ تزریق تا دبی جرمی kg/s $8/2 \times 10^{-7}$ در همه زبری‌ها نسبت ضریب اصطکاک پوسته‌ای افزایش و بعد از آن کاهش می‌یابد این کاهش می‌تواند به دلیل تجمع حباب‌ها و ایجاد ابرهای حبابی باشد.



شکل (۱۲): تغییرات نسبت ضریب اصطکاک پوسته‌ای بر حسب نرخ هوای تزریقی به سیستم در حضور زبری‌های مختلف در عدد رینولدز ۲۰۰,۰۰۰.

با توجه به این که تزریق در عدد رینولدز بالا صورت می‌گیرد و سرعت دورانی استوانه داخلی زیاد است اثر نیروی گریز از مرکز از نیروی شناوری بیشتر شده و درنتیجه با افزایش نرخ تزریق، حباب‌ها به سمت استوانه داخلی حرکت کرده و به صورت ابرهای حبابی جمع می‌شوند که این مهم با تحریب لایه مرزی روی دیواره سبب افزایش بی‌نظمی و افزایش نوسانات جریان می‌شود. لازم به ذکر است زبری روی استوانه داخلی هم به افزایش بی‌نظمی کمک می‌کند.

۳-۹- بهره توان

زمانی استفاده از تزریق حباب سودمند خواهد بود که پارامتر بهره توان مثبت بوده و مقدار بیشتری را به خود نسبت دهد. این مطلب نشان‌دهنده این موضوع است که، توان مورد نیاز برای تزریق هوا کمتر از توان کاهش یافته توسط حباب‌ها می‌باشد.

در شکل ۱۳ تغییرات بهره توان بر حسب عدد رینولدز در زبری‌های مختلف نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهند

یکی از دلایلی که با افزایش عدد رینولدز ضریب اصطکاک پوسته‌ای کاهش می‌یابد به علت تاثیر آن بر شکل‌گیری گردابه‌های تیلور می‌باشد. به این معنا که با افزایش عدد رینولدز، تعداد گردابه‌ها کاهش یافته و طول موج آنها افزایش می‌یابد. این اتفاق باعث کاهش نوسانات و اغتشاشات درون می‌یابد. این اتفاق باعث کاهش نوسانات و اغتشاشات درون می‌یابد. کاهش ممتد نیز باعث کاهش ضریب اصطکاک و نیروی درگ می‌شود. اثر میکروحباب‌ها روی کاهش نیروی درگ با افزایش عدد رینولدز بهدلیل جذب انرژی نوسانات جریان به وسیله الاستیسیته حباب‌ها است. چرا که حباب‌ها دارای الاستیسیته بالایی می‌باشند.

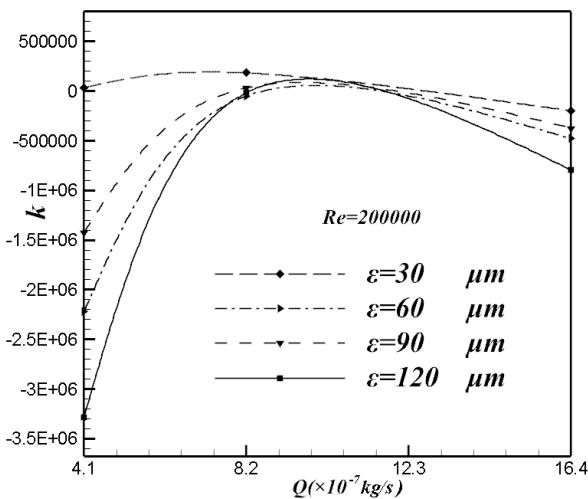
بیشترین میزان کاهش درگ در این کار نزدیک به ۶ درصد می‌باشد. نکته قابل توجه، منفی شدن نسبت ضریب اصطکاک در بعضی اعداد رینولدز می‌باشد. عدد منفی این پارامتر به این معنا است که تزریق حباب به درون جریان نتوانسته تاثیر مثبتی بر کاهش درگ بگذارد و حتی باعث افزایش آن نیز شده است.

در اعداد رینولدز بالا و زبری‌های کم تاثیر تزریق حباب بر کاهش درگ بیشتر است. پارامتری که در این زمینه بررسی شد، بهره توان می‌باشد. گفته شد هرچه بهره توان مثبت‌تر و بیش‌تر باشد، اثر تزریق حباب بیش‌تر است. مشاهده شد که در اعداد رینولدز بالا و زبری کم، توان لازم برای تزریق حباب کمتر از توان کاهش یافته توسط آنها می‌باشد.

۱۱- مراجع

- McCormick, M.E. and Bhattacharyya, R. "Drag Reduction of a Submersible Hull by Electrolysis", Naval Eng. J., Vol. 85, No. 2, pp. 11–16, 1973.
- Madavan, N.K., Merkle, C.L. and Deutsch, S. "Numerical Investigation into the Mechanisms of Microbubble Drag Reduction", J. Fluid Engineering, Vol. 107, pp. 370-377, 1985.
- Kodama, Y., Kakugawa, A., Takahashi, T. and Kawashima, H. "Experimental Study on Microbubbles and Their Applicability to Ships for Skin Friction Reduction", International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 21, No. 5, pp. 582-588, 2000.
- Mohanarangam, K., Cheung, C.P., Tu, J.Y. and Chen, L. "Skin Friction Reduction by Introduction of Micro-Bubbles into Turbulent Boundary Layer", 16th Australasian Fluid Mechanics Conference Crown Plaza, Gold Coast, Australia, 2-7 December, 2007.
- Mattson, M. and Mahesh, K. "Euler-Lagrangian Simulation of Bubble Migration in a Turbulent

در شکل ۱۵ تغییرات بهره توان بر حسب نرخ هوای تزریقی در حضور زبری‌های مختلف در عدد رینولدز ۲۰۰,۰۰۰ نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد تغییرات بهره توان در زبری‌های سطح ۶۰ و ۱۲۰ میکرومتر کاملاً منفی بوده و در عدد زبری ۳۰ و ۹۰ میکرومتر تا دبی جرمی $8/2 \times 10^{-7} kg/s$ افزایش و مثبت می‌شود و بعد از آن مجدد منفی می‌شود که این نشان می‌دهد که در زبری‌های ۳۰ و ۹۰ تا دبی جرمی $8/2 \times 10^{-7} kg/s$ توان مورد نیاز برای تزریق هوا کمتر از توان کاهش یافته توسط حباب‌ها می‌باشد.



شکل (۱۵): تغییرات بهره توان بر حسب نرخ هوای تزریقی در حضور زبری‌های مختلف در عدد رینولدز ۲۰۰,۰۰۰.

۱۰- نتیجه‌گیری

نتایج به دست آمده نشان می‌دهند که با افزایش عدد رینولدز ضریب اصطکاک پوسته‌ای کاهش می‌یابد. محدوده عدد رینولدز بین ۱۰,۰۰۰ تا ۲,۰۰۰,۰۰۰ می‌باشد. در هر دو حالت با تزریق و بدون تزریق، افزایش عدد رینولدز تاثیر مثبتی بر میزان کاهش درگ دارد. هنگامی که از سطوح زبر در سیستم استفاده می‌شود، با افزایش زبری، ضریب اصطکاک افزایش می‌یابد. نکته قابل توجه در اینجا این است که هرچه از سطح صاف‌تر و سرعت دورانی بیش‌تری استفاده شود به ضریب اصطکاک کمتر و همچنین کاهش درگ بیش‌تری دست یافته می‌شود. برای حالاتی که درون جریان حباب تزریق شده است، اثر این پارامتر بر کاهش درگ مثبت بوده البته این مثبت بودن در اعداد رینولدر بالا خود را نشان داده است. همچنین این مثبت بودن در زبری‌های کم‌تر سطح، تاثیرش بیش‌تر است.

- Boundary Layer”, 28th Symposium on Naval Hydrodynamics Pasadena, California, 12-17 September, 2010.
- 6. Van Den Berg, T.H., Luther, S., Lathrop, D.P. and Lohse, D. “Drag Reduction in Bubbly Taylor-Couette Turbulence”, Physical Review Letters, Vol. 94, No. 4, 044501, Lathrop, 2005.
 - 7. Sugiyama, K., Calzavarini, E. and Lohse, D. “Microbubbly Drag Reduction in Taylor–Couette Flow in the Wavy Vortex Regime”, J. Fluid Mech, Vol. 608, pp. 21–41, 2008.
 - 8. Murai, Y., Oiwa, H. and Takeda, Y. “Frictional Drag Reduction in Bubbly Couette-Taylor Flow”, Physics of Fluids, Vol. 20, No. 3, 2008.
 - 9. Kuhlmann, H. “Model for Taylor-Couette Flow”, Phys., Rev. A, Vol. 32, No. 3, pp. 1703-1707, 1985.
 - 10. Atkhen, K., Fontaine, J. and Wesfreid, E. “Highly Turbulent Couette-Taylor Bubbly Flow Patterns”, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 422, pp. 55-68, 2000.
 - 11. Hubacz, R. and Wronski, S., “Horizontal Couette–Taylor Flow in a Two-Phase Gas–Liquid System: Flow Patterns”, Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 28, pp. 457–466, 2004.
 - 12. Nouri, N.M. and Sarreshtehdari, A., “Effect of Air Bubble Injection on the Flow Near a Rotary Device”, Aerospace Mech. J., Vol. 4, No. 2, pp. 81-87, Summer 2008 (In Persian).
 - 13. Sedaghat, A., Abdollahi, A. and Sahebi, M., “Numerical Analysis of the Instability in the Couette-Taylor flow”, 12th Conference Of Fluid Dynamics, Babol noshirvani University Of Technology, 2009 (In Persian).
 - 14. Maryami. R., Javad Poor, M., Farahat, S. and Shafie Mayam, M.H., “Experimental Drag Reduction by Bubble in the Couette-Taylor System and in Turbulent Taylor Vortex Flow”, Modares Mechanical Engineering, Vol. 14, No. 1, pp. 113-122, 2014 (In Persian).
 - 15. Fluent 6.3 User’s Guid, 2006
 - 16. Cebeci, T. and Bradshaw, P. “Momentum Transfer in Boundary Layers”, Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1977.
 - 17. Wilcox, D.C., “Turbulence Modelling for CFD”, DCW Industries, California, USA, 1994