

# موقعیت‌یابی و تعیین وضعیت همزمان ماهواره با استفاده از حسگر ردیاب ستاره‌ای و الگوریتم‌های تلفیق مبتنی بر دینامیک ماهواره

حسن سالاریه<sup>۱</sup> و روح‌آ... خالصی<sup>۲</sup>

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه صنعتی شریف

(تاریخ دریافت: ۹۴/۵/۲۱؛ تاریخ پذیرش: ۹۵/۹/۲۰)

## چکیده

در این مقاله، امکان تعیین همزمان موقعیت و وضعیت ماهواره به کمک حسگر ردیاب ستاره بررسی شده است. در ابتدا معادلات ۶ درجه آزادی حرکت ماهواره به کمک قوانین نیوتن و اویلر استخراج و با در نظر گرفتن نیروی جاذبه زمین و گشتاور گرادیان جاذبه، حرکت ماهواره در مدار زمین شبیه‌سازی شده است. سپس با استفاده از کاتالوگ ستارگان و مسیر حرکت، خروجی حسگر تولید می‌شود. در این پژوهش از فیلتر UKF استفاده می‌شود. در هر گام با کمک معادلات حاکم، متغیرهای حالت در گام قبل و خروجی حسگر، سرعت زاویه‌ای ماهواره نسبت به دستگاه اینرسی و جهت‌گیری دستگاه بدنه نسبت به ناوبری تخمین زده شده و به‌عنوان ورودی فیلتر در گام جدید مورد استفاده قرار می‌گیرند. با توجه به شبیه‌سازی‌ها، تقریباً پس از یک گردش ماهواره حول زمین، فیلتر همگرا شده و نسبت خطای فیلتر به خطای حل دینامیک برای زوایای رول و یاو در حد ۲ درصد و برای زاویه پیچ و سرعت‌های زاویه‌ای در حدود ۳۳ درصد می‌باشد. برای کاهش خطای تخمین متغیرهای حالت مرتبط با سرعت و موقعیت، نیاز به زمان بیش‌تری بوده و در پایان سیکل ششم، عملکرد فیلتر در تخمین این پارامترها به‌طور متوسط ۴۰ درصد بهتر می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** تعیین همزمان موقعیت و وضعیت، فیلتر کالمن UKF، گشتاور گرادیان جاذبه، حسگر ردیاب ستاره، شبیه‌سازی ۶ درجه

آزادی، گشتاور میراکننده

## Simultaneous Attitude and Orbit Determination Using Sensor Fusion Algorithm Based on the Dynamic of Satellite and Star Tracker

H. Salarieh and R. Khalesi

Mechanical Engineering Department

Sharif University of Technology

(Received: August 12, 2015; Accepted: December 10, 2016)

### ABSTRACT

In this paper, simultaneously attitude and orbit determination of satellites using only star tracker measurement is investigated. At first, the 6 D.O.F. governing equation of the system considering the gravity force and gravity gradient torque is obtained using the Newton-Euler equations. Next using a simplified star catalog, star tracker output in the desired orbit is calculated. To estimate variables of the attitude-orbital equations, an estimation algorithm based on the UKF is proposed. In each step using the governing equation, estimated parameter and star tracker output, satellite angular velocity and orientation of body against NED frame are estimated and these calculated parameters are used as input for the next step. According to Results after about one revolution of orbit, the estimation is converging and the ratio of filter's solution error to dynamic's solution error for the roll and yaw angles is about 2 percent and for the pitch angle and angular velocities are about 33 percent. In order to reduce position and linear velocity errors, the filter needs more time and at the end of 6 cycles, the performance shows 40 percent improvement in average.

**Keywords:** Simultaneously Attitude and Orbit Determination, Unscented Kalman Filter, Gravity Gradient Torque, Star Tracker, 6 D.O.F Simulation, Damper Torque

۱- دانشیار (نویسنده پاسخگو): salarieh@sharif.edu

۲- دانشجوی دکتری: ro.khalesi@yahoo.com

## ۱- مقدمه

نشده کوپل شده با معادلات ماهواره، مانند دینامیک اغتشاشات جوی و یا دینامیک ناشی از گرانش جسم سوم را به عنوان اغتشاش، وارد معادلات فیلتر کرد [۱].

در حسگر ردیاب ستاره برای ایجاد خروجی، ابتدا تصویری از فضا گرفته شده و پس از دیجیتالی کردن تصویر، نوبت به عملیات تطبیق می‌رسد. پس از انجام این مرحله و به دست آمدن تصویر مورد نظر از کاتالوگ نوبت به تعیین وضعیت ماهواره از روی تصاویر می‌رسد. تعیین وضعیت را می‌توان توسط یک ماتریس دوران، که جهت‌گیری دستگاه مختصات بدنه را نسبت به یک دستگاه مختصات مرجع توصیف می‌کند، بیان کرد که در مورد حسگر ستاره دستگاه مرجع معمولاً دستگاه اینرسی زمین است. در سال ۱۹۶۵، وهبا<sup>۱</sup> و در سال ۱۹۸۱، شوستر<sup>۲</sup> و همکاران دو روش برای تعیین وضعیت ماهواره ارائه داده‌اند. برای این منظور ماتریس تبدیل یکه متعامدی تعریف می‌شود [۳ و ۴]. با بهره‌گیری از روش وهبا و روابط بخش‌های چهارگانه نیز، الگوریتم‌هایی برای تعیین وضعیت ماهواره به کمک حسگر ردیاب ستاره ارائه شده است [۵ و ۶].

انزای<sup>۳</sup> و همکاران نیز در [۷] به بررسی امکان تعیین وضعیت ماهواره تنها با استفاده از حسگر ردیاب ستاره پرداخته‌اند. در این مقاله نویسندگان بیان داشته‌اند که از نظر تئوری این امکان وجود دارد ولی به دلیل ضعف سامانه‌های به کاررفته در حسگرهای کنونی همچون سرعت پایین تصویر برداری، امکان تعیین دقیق وضعیت در تمام حالت‌ها وجود ندارد.

استفاده از روش فیلتر UKF برای تعیین وضعیت در سامانه‌های غیرخطی سبب مقاوم‌تر شدن مجموعه نسبت به مقادیر خطای اولیه می‌شود. در این روش با انتخاب نقاط نمونه با توجه به رفتار سامانه، نتایج بهتری نسبت به حالت خطی‌سازی در روش فیلتر کالمن بسط داده شده حاصل شده و سبب همگرایی سریع‌تر به جواب نهایی نیز خواهد شد [۲].

لو<sup>۴</sup> در [۸] و ژیانگ<sup>۵</sup> و همکاران در [۹] روش‌هایی برای تعیین وضعیت ماهواره (جهت‌گیری دستگاه بدنه نسبت به دستگاه اینرسی) با استفاده همزمان از حسگر ردیاب ستاره و

هدایت یک وسیله، به معنی تولید فرامین لازم برای کنترل مسیر و جهت‌گیری‌های آن است و سامانه کنترل، وظیفه پایدارسازی و اجرای فرامین تولیدشده توسط سامانه هدایت را بر عهده دارد. سامانه هدایت و الگوریتم‌های تصمیم‌گیری به کاررفته در آن، برای تعیین و صدور فرامین هدایتی مناسب، نیاز به اطلاعات دقیقی از موقعیت، سرعت و وضعیت فعلی وسیله هدایت شونده دارند. این اطلاعات، توسط سامانه ناوبری در اختیار سامانه هدایت قرار می‌گیرد.

حسگرهای ناوبری و تعیین وضعیت را، می‌توان به دو گروه تقسیم کرد. در گروه اول حسگرهای اینرسی مانند شتاب‌سنج‌ها و ژيروسکوپ‌ها قرار دارند که اطلاعات را با فرکانس بالا تولید می‌کنند اما دارای خطای جمع‌شونده می‌باشند. گروه دوم حسگرهای مطلق نظیر حسگر مغناطیسی، حسگر خورشید، حسگر ستاره و سامانه موقعیت‌یابی جهانی هستند که فرکانس داده‌برداری پایین‌تری دارند ولی خطای این دسته از حسگرها محدود می‌باشد. در اکثر کاربردهای فضایی که از ناوبری خودگردان استفاده می‌شود، از حسگرهای اینرسی و حداقل یکی از حسگرهای مطلق استفاده می‌شود تا معایب هر کدام از حسگرها پوشش داده شود [۱].

در کاربردهای ناوبری در بسیاری از موارد، تعدادی از متغیرهای حالت، به صورت مستقیم توسط حسگرها اندازه‌گیری نمی‌شوند و یا در صورت مشاهده شدن، دارای خطای زیادی بوده و نمی‌توان از آن‌ها به عنوان ورودی قابل اطمینان برای سامانه هدایت و کنترل استفاده کرد. لذا برای داشتن مشخصات حرکت وسیله نقلیه، از الگوریتم تخمین استفاده می‌شود. در صورتی که مدل فرایند و مدل اندازه‌گیری‌ها خطی باشند، الگوریتم فیلتر کالمن کاربرد خواهد داشت. در غیر این صورت باید از الگوریتم‌های تخمین غیرخطی استفاده شود. در بین الگوریتم‌های تخمین غیرخطی، UKF به دلیل دقت تخمین بالا و حجم محاسبات نسبتاً کم، در کاربردهای بسیاری مورد استفاده قرار گرفته است [۲].

در اغلب کارهای مشابه، ناوبری و تعیین وضعیت به کمک معادلات سینماتیک صورت گرفته است. در برخی از پژوهش‌ها نیز از معادلات دینامیکی اویلر برای تعیین وضعیت استفاده شده است. همچنین با توجه به این‌که مسیر حرکت خارج از جو بوده و اغتشاش روی سامانه در این حالت کم است، می‌توان از دینامیک سامانه، استفاده کرد و دینامیک‌های مدل

1 -Wahba

2 -Shuster

3 -Enright

4 -LO

5 -Xiong

موجود در این زمینه، موقعیت با کمک چند حسگر تخمین زده شده است.

در مقاله [۱۵] یک روش فیلترینگ غیربازگشتی ناپیوسته با استفاده از تبدیلات آنسنتد<sup>۶</sup> و بدون نیاز به خطی‌سازی بیان و نتایج حاصل از استفاده از این روش با روش کم‌ترین مربعات<sup>۷</sup> مقایسه شده است. با اعمال مقادیری خطا در شرایط اولیه سرعت و مکان، زمان نمونه‌برداری و خطا در مقادیر اندازه‌گیری شده توسط حسگرها، مشاهده شده است که در صورت وجود مقادیر کم خطا در شرایط اولیه، خروجی حسگرها و یا زمان اندازه‌گیری کوتاه نتایج حاصل از این دو روش تقریباً یکسان است اما در صورت وجود خطای زیاد در شرایط اولیه، داده‌های خروجی حسگرها و یا فاصله زمانی زیاد بین داده‌ها، عملکرد روش جدید بهتر بوده و این روش دارای سرعت همگرایی و مقاومت بیشتر خواهد بود که دلیل این امر نیز استفاده از تقریب خطی‌سازی در روش قبلی است.

در [۱۶] مطالبی پیرامون فیلترینگ داده‌های خروجی از حسگر مغناطیس با استفاده از روش فیلتر ذرات تطبیقی<sup>۸</sup> بیان شده و سعی شده است تا ایرادات مربوط به روش فیلتر ذرات<sup>۹</sup> که باعث واگرایی الگوریتم در اثر نمونه‌برداری نامناسب می‌شود برطرف شود. در این مقاله نشان داده شده است که در صورت استفاده از این روش و وجود خطای نسبتاً بزرگ در تخمین مقادیر اولیه، دقت تعیین موقعیت بیش‌تر از روش UKF خواهد بود اما در صورت وجود مقادیر کم خطا در تخمین اولیه، روش UKF به مقدار کمی دقیق‌تر خواهد بود.

در مقاله حاضر، امکان تعیین وضعیت (دستگاه بدنه نسبت به ناوبری) و موقعیت ماهواره با استفاده از بوم‌گرادیان جاذبه تنها با استفاده از خروجی حسگر ردیاب ستاره (وضعیت دستگاه بدنه نسبت به اینرسی) مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج این مقاله در تعیین وضعیت و تعیین موقعیت ماهواره‌ها و فضاپیمها کاربرد خواهد داشت. به جهت بررسی روش پیشنهادی و تاثیر استفاده از سنسور ستاره در فیلتر ارائه شده، شبیه‌سازی‌هایی بدون استفاده از فیلتر پیشنهادی و با استفاده از فیلتر پیشنهادی انجام شده است و در آن‌ها اثر تخمین موقعیت و سرعت خطی مورد مقایسه و ارزیابی قرار گرفته

ژیروسکوپ ارائه داده اند. در مقاله [۱۰] نیز روش تعیین وضعیت توسط استفاده همزمان از حسگر ردیاب ستاره و ژیروسکوپ ممز<sup>۱</sup> که در پروژه ST-6 توسط ناسا استفاده می‌شود، معرفی شده است. همچنین در صورت قرارگرفتن در وضعیت گم‌شدن در فضا (عدم اطلاع از وضعیت فعلی) نیز می‌توان از این الگوریتم استفاده کرد. در مقاله [۱۱] با استفاده از روابط مربوط به برآوردگر چهارگانه<sup>۲</sup> و فیلتر کالمن، الگوریتمی ارائه شده که میزان خطای ناشی از استفاده همزمان حسگر ردیاب ستاره و ژیروسکوپ را کاهش می‌دهد. از حسگر مغناطیس نیز می‌توان در کنار حسگر ستاره برای تعیین وضعیت ماهواره استفاده کرد. حسگر مغناطیس در فواصل دور از زمین به‌شدت با کاهش دقت مواجه خواهد شد اما در مناطق نزدیک زمین می‌تواند اطلاعات مناسبی از وضعیت ماهواره را به‌عنوان شرایط اولیه برای حسگر ردیاب ستاره فراهم کند و با شروع فرایند تعیین وضعیت توسط حسگر ستاره، دیگر نیازی به اطلاعات دقیق از حسگر مغناطیس وجود ندارد. بنابراین ضعف‌های موجود در داده‌های هریک از این حسگرها توسط حسگر دیگر پوشش داده شده و وضعیت ماهواره با دقت خوبی تخمین زده می‌شود [۱۲].

از خروجی حسگر ردیاب ستاره برای تعیین سرعت زاویه‌ای ماهواره نسبت به اینرسی نیز می‌توان بهره برد. در [۱۳] دو الگوریتم برای این امر در صورت مشخص‌بودن وضعیت ارائه شده است. در روش اول سرعت زاویه‌ای با کمک مدل دینامیکی و معلوم‌بودن وضعیت مشخص می‌شود. در روش دوم نیز در صورت امکان تصویربرداری سریع توسط حسگر ردیاب ستاره، راهی برای تخمین سرعت زاویه‌ای بیان شده است. روش‌های فیلترینگ متفاوتی برای تعیین وضعیت وجود دارد که از جمله می‌توان به روش‌های تخمین کواترنیون<sup>۳</sup>، تخمین کواترنیون بسط داده شده<sup>۴</sup> و فیلتر کالمن بسط داده شده با هموارسازی بازگشتی<sup>۵</sup> اشاره کرد [۱۴].

تعیین موقعیت به معنی مشخص کردن اطلاعات مکان حضور ماهواره و سرعت آن نسبت به زمین در سه بعد می‌باشد. پیرامون تعیین موقعیت ماهواره تنها با استفاده از حسگر ردیاب ستاره مقاله‌ای نوشته نشده است و در مقالات

6 - Unscented

7 - Least Square

8 - Adaptive Particle Filter

9 - Particle Filter

1 - Micro Electro Mechanical System (MEMS) Gyro

2 - Quaternion Estimator

3 - QUEST

4 - Extended QUEST

5 - Backward-Smoothing Extended Kalman Filter

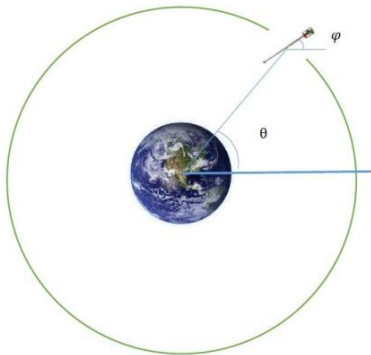
زویای  $\theta$  و  $\varphi$  مطابق شکل ۱ تعریف می‌شوند. رابطه دوم بیانگر اثر گشتاور گرادیان جاذبه می‌باشد.  $\alpha$  ضریب بخش خطی رابطه بوده و از ترم‌های بالاتر در این بخش صرف‌نظر می‌شود.  $y$  نیز خروجی حسگر بوده که به صورت تابعی از  $\varphi$  گزارش می‌شود. با بردن معادلات به فضای حالت می‌توان مشاهده‌پذیری سامانه را بررسی کرد [۱۸].

$$\begin{cases} x_1 = \theta \\ x_2 = \varphi \\ x_3 = \dot{\varphi} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{cases} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha & -\alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = Ax + B$$

$$C = \frac{\partial h}{\partial x} = \left[ \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad \frac{\partial h}{\partial \varphi} \quad \frac{\partial h}{\partial \dot{\varphi}} \right] = [0 \quad 1 \quad 0] \quad (2)$$

$$N = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha & -\alpha & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \det(N) = \alpha \neq 0 \Rightarrow \text{observable}$$

با توجه به ناصرفبودن دترمینان ماتریس  $N$  می‌توان دید در حالت دوبعدی ساده شده، موقعیت ماهواره تابعی از وضعیت آن است و سامانه مشاهده‌پذیر می‌باشد. در ادامه به بررسی مشاهده‌پذیری سامانه در حالت سه‌بعدی و با فرضیات ساده‌سازی کم‌تر پرداخته می‌شود.



شکل (۱): حرکت ماهواره در فضای دوبعدی.

## ۲-۲- معادلات حرکت ماهواره

با توجه به این‌که داده‌های واقعی حسگر ردیاب ستاره برای یک مسیر مشخص در دسترس نیست، ابتدا به کمک قوانین نیوتن و اویلر حرکت ماهواره با ۶ درجه آزادی شبیه‌سازی می‌شود. سرعت و موقعیت ماهواره نسبت به زمین بیان شده در دستگاه ناوبری، سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنه نسبت به دستگاه اینرسی بیان‌شده در دستگاه بدنه و جهت‌گیری دستگاه بدنه نسبت به دستگاه ناوبری ۱۳ متغیر حالت سامانه می‌باشند. معادله دینامیک متغیرهای حالت به صورت رابطه

(۳) است [۲۰ و ۱۹]:

است. نتایج همان‌طور که در بخش مربوطه هم مورد بحث قرار گرفته حکایت از بهبود چشم‌گیر در دقت تعیین موقعیت دارد.

## ۲- روش تحقیق

در این بخش ابتدا به اختصار دستگاه‌های اینرسی، زمین، ناوبری و بدنه که در این مقاله به کار رفته‌اند بیان می‌شوند. سپس معادلات مربوط به دینامیک ماهواره، ایجاد خروجی حسگر و فیلتر طراحی شده ارائه می‌شود. مرکز دستگاه اینرسی یا ICS منطبق بر مرکز زمین بوده و محور  $z$  این دستگاه نیز در جهت محور دوران زمین است. دستگاه اینرسی نسبت به ستاره‌های ثابت حرکت دورانی نداشته و محور  $x$  آن به سمت نقطه اعتدال بهاری<sup>۱</sup> می‌باشد. محور  $y$  دستگاه نیز به گونه‌ای تعیین می‌شود که یک چارچوب متعامد راستگرد را کامل کند. مرکز دستگاه مختصات زمین همانند دستگاه اینرسی روی مرکز جرم زمین قرار داشته و محورهای آن نسبت به زمین ثابت‌اند. محور  $z$  موازی محور دوران زمین، محور  $x$  به سمت نصف‌النهار مبدا (گرینویچ) و محور  $y$  آن به گونه‌ای تعریف می‌شود که یک دستگاه متعامد راستگرد را کامل کند. دستگاه ناوبری<sup>۲</sup> یا مداری یک دستگاه محلی بوده که مبدا آن منطبق بر مرکز جرم وسیله نقلیه بوده، محور  $x$  آن در جهت شمال جغرافیایی، محور  $z$  عمود بر سطح زمین و به سمت داخل و محور  $y$  هم یک دستگاه راستگرد متعامد را کامل می‌کند. دستگاه مختصات بدنه نیز، بر جسم متحرک سوار بوده و نسبت به آن هیچ‌گونه حرکتی ندارد. محورهای آن بر محورهای رول، پیچ و یاو متحرک منطبق است [۱۷].

## ۲-۱- بررسی مشاهده‌پذیری در حالت دوبعدی

در حالت دوبعدی و با فرض حرکت ماهواره در مسیر کاملاً دایره‌ای می‌توان گشتاور گرادیان جاذبه را به صورت ترکیبی خطی از زاویه نشان‌دهنده موقعیت ماهواره و وضعیت ماهواره به صورت رابطه (۱) تقریب زد:

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega \\ \ddot{\varphi} = -\alpha(\varphi - \theta) + h.o.t. \\ y = h(\varphi) \end{cases} \quad (1)$$

1 - Vernal Equinox

2 - Navigation Frame or Geodetic Frame or Geographic Frame

در این رابطه، I المان‌های ممان اینرسی ماهواره بوده که به صورت قطری در نظر گرفته شده‌اند. ضرایب  $C_1$  تا  $C_3$  نیز بیان گر وضعیت بردار رسم شده از مرکز زمین به مرکز ماهواره در دستگاه بدنه می‌باشند. P، Q و R سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره در راستای بدنه می‌باشند.

گشتاور گرادیان جاذبه سبب می‌شود تا اجسام در وضعیتی قرار گیرند که راستای دارای کمترین ممان اینرسی به سمت مرکز زمین قرار گرفته و جهت‌گیری به سمت زمین نقطه تعادل پایدار نوسانات باشد. افزودن عامل میرایی نیز سبب می‌شود تا نوسانات ماهواره حول نقطه تعادل میرا شده و در نهایت ماهواره در وضعیت تعادل قرار بگیرد. اگرچه بهترین وضعیت تعادل مربوط به حرکت دایره‌ای حول زمین می‌باشد اما در حرکت‌های مداری با خروج از مرکز  $0.08$  نیز می‌توان از این گشتاور به عنوان عامل پایدارساز بهره برد [۲۲].

### ۲-۳- تولید خروجی حسگر ردیاب ستاره

برای تولید خروجی حسگر، از ۳۰۰ ستاره پرنور در آسمان که از کاتالوگ هیپارکوس<sup>۱</sup> استخراج شده‌اند استفاده می‌شود. با توجه به مسیر حرکت ماهواره و وضعیت قرارگیری حسگر نسبت به دستگاه بدنه، دو ستاره موجود در زاویه دید انتخاب شده و پس از تعیین بردار واحد این ستارگان نسبت به دستگاه اینرسی، با استفاده از الگوریتم کوئست ماتریس دوران دستگاه بدنه نسبت به اینرسی محاسبه می‌شود. هدف این الگوریتم تعیین ماتریس دوران به گونه‌ای است که تابع هزینه J کمینه شود [۲۳]:

$$w_i = R_i^b v_i$$

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n a_k |w_k - R_i^b v_k|^2 = \sum a_k (1 - w_k^T R_i^b v_k) \quad (7)$$

$$g = \sum a_k w_k^T R_i^b v_k$$

در رابطه بالا،  $a_k$  وزن مربوط به هر اندازه‌گیری و مثبت می‌باشد. کمینه‌شدن J متناظر با بیشینه‌شدن g می‌باشد. پس از بازنویسی معادله بالا در قالب کوآرنیون، برای رسیدن به هدف باید نسبت به کوآرنیون مشتق گرفت. با توجه به این که مولفه‌های کوآرنیون مستقل از یکدیگر نیستند، یک قید نیز

$$\begin{bmatrix} \dot{r}^n \\ \dot{V}^n \\ \dot{q} \\ \dot{\omega}_{ib}^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D^{-1}V^n \\ g^n - (\omega_{en}^n + 2\omega_{ie}^n) \times V^n + C_b^n f^b \\ 0.5\Omega q \\ (I^b)^{-1}[M - \omega_{ib}^b \times (I^b \omega_{ib}^b)] \end{bmatrix} \quad (3)$$

در این معادله،  $V_n$  و  $\Gamma_n$  به ترتیب موقعیت و سرعت ماهواره در دستگاه ناوبری، q وضعیت دستگاه بدنه نسبت به ناوبری،  $\omega_{ib}^b$  سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنه نسبت به اینرسی بیان شده در دستگاه بدنه و  $C_b^n$  ماتریس دوران دستگاه بدنه به ناوبری می‌باشد. موقعیت ماهواره در دستگاه ناوبری شامل طول و عرض جغرافیایی و ارتفاع بوده و ماتریس D به کاررفته در رابطه (۳) نیز به صورت رابطه (۴) تعریف می‌شود:

$$r^n = \begin{bmatrix} \phi \\ \lambda \\ h \end{bmatrix}, D^{-1} = \begin{bmatrix} 1/M+h & 0 & 0 \\ 0 & 1/(N+h)\cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

در رابطه فوق، M و N شعاع انحنای نصف‌النهاری و عرضی زمین می‌باشند. با در نظر گرفتن اثر پخی زمین، بردار جاذبه در دستگاه ناوبری با استفاده از رابطه (۵) محاسبه می‌شود [۲۱]:

$$g^n = C_i^n g^i = C_i^n \begin{bmatrix} -\frac{\mu x}{r^3} [1 + \frac{3}{2} J_2 (\frac{R_e}{r})^2 (1 - 5 \frac{z^2}{r^2})] \\ -\frac{\mu y}{r^3} [1 + \frac{3}{2} J_2 (\frac{R_e}{r})^2 (1 - 5 \frac{z^2}{r^2})] \\ -\frac{\mu z}{r^3} [1 + \frac{3}{2} J_2 (\frac{R_e}{r})^2 (3 - 5 \frac{z^2}{r^2})] \end{bmatrix} \quad (5)$$

به دلیل ارتفاع زیاد حرکت ماهواره در شبیه‌سازی انجام شده، از نیرو و گشتاور آیرودینامیک صرف نظر شده و این موارد در کنار گشتاور ناشی از فشار تابش خورشید به صورت نویز در فیلتر اعمال می‌شوند. بنابراین عامل تعیین کننده وضعیت ماهواره، گشتاورهای گرادیان جاذبه و میراگر بوده که با استفاده از رابطه (۶) مقادیر این آن‌ها در دستگاه بدنه محاسبه می‌شود:

$$M_{gx} = \frac{3\mu}{R^3} (I_z - I_y) c_2 c_3$$

$$M_{gy} = \frac{3\mu}{R^3} (I_x - I_z) c_1 c_3 \quad (6)$$

$$M_{gz} = \frac{3\mu}{R^3} (I_y - I_x) c_2 c_1$$

$$\vec{R} = R(c_1 \vec{i} + c_2 \vec{j} + c_3 \vec{k})$$

$$u = \begin{pmatrix} f^b \\ M^b \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$\dot{x} = g(x, u) = g_1(x) + g_2(x)u \quad (16)$$

در روابط بالا،  $g_1$  دینامیک فرایند و  $g_2$  ماتریس طراحی و تابعی از متغیرهای حالت سامانه است که با توجه به رابطه (۳) به صورت روابط (۱۷) و (۱۸) تعریف می‌شوند:

$$g_1(x) = \begin{Bmatrix} D^{-1}v^n \\ g^n - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^e) \times V^n \\ 0.5\Omega q \\ (I^b)^{-1} [-\omega_{ib}^b \times (I^b \omega_{ib}^b)] \end{Bmatrix} \quad (17)$$

$$g_2(x) = \begin{Bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ C_b^n & 0_{3 \times 3} \\ 0_{4 \times 3} & 0_{4 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & (I^b)^{-1} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

مدل اندازه‌گیری حسگر نیز به صورت گسسته- زمان و به فرم کلی (۱۹) در نظر گرفته می‌شود:

$$y_k = h(x_k) + n_k \quad (19)$$

که در آن،  $y_k$  بردار اندازه‌گیری،  $n_k$  اغتشاش اندازه‌گیری و  $h_k$  تابعی غیرخطی از متغیرهای حالت سامانه است. معادله استخراج‌شده برای دینامیک سامانه، پیوسته- زمان و معادله اندازه‌گیری‌ها، گسسته- زمان است. بنابراین با گسسته‌سازی معادله دینامیک سامانه و قراردادن آن در کنار مدل گسسته- زمان اندازه‌گیری‌ها از فیلتر استفاده می‌شود:

$$x_{k+1} = f(x_k) + v_k \quad (20)$$

$$y_k = h(x_k) + n_k$$

در رابطه (۲۰)،  $x$  بردار متغیرهای حالت سامانه،  $v_k$  اغتشاش فرایند،  $n_k$  اغتشاش اندازه‌گیری،  $f$  دینامیک فرایند سامانه است که با استفاده از روابط (۲۱) و (۲۲) به دست می‌آید:

$$f(x_k) = x_k + \int_{t_k}^{t_{k+1}} g_1(x) dt + \int_{t_k}^{t_{k+1}} g_2(x) u_{det} dt \quad (21)$$

$$v_k = \int_{t_k}^{t_{k+1}} g_2(x) n_u dt \quad (22)$$

برای شروع محاسبات فیلتر، باید به ماتریس کواریانس اغتشاش فرایند و بردار تخمین، یک مقدار اولیه اختصاص داد، بعد از آن فیلتر به صورت رابطه (۲۳) ادامه خواهد یافت [۳]:

باید در نظر گرفته شود که در نهایت روابط به فرم معادله لاگرانژ خواهد بود:

$$g = q^T K q$$

$$K = \begin{bmatrix} S - \sigma I & Z \\ Z^T & \sigma \end{bmatrix} \rightarrow (4 \times 4 \text{ matrix})$$

$$B = \sum a_k (w_k \cdot v_k^T) \quad (8)$$

$$S = B + B^T$$

$$Z = \sum a_k (w_k \times v_k^T)$$

$$\sigma = tr(B)$$

$$g' = q^T K q - \lambda q^T q \quad (9)$$

$$K q = \lambda q \quad (10)$$

معادله (۱۰)، معادله مشخصه ماتریس  $K$  بوده و بزرگ‌ترین مقدار ویژه تابع سود را بیشینه می‌کند. برای کاهش زمان حل از یک تقریب در تعیین مقدار ویژه بیشینه استفاده می‌شود که این کار کاهش دقت را نیز در پی خواهد داشت [۲۴].

$$\lambda_{opt} = \sum a_k \quad (11)$$

پس از به دست آوردن مقدار ویژه نوبت به تعیین بردار ویژه متناظر با آن می‌رسد. با تعریف  $p$  به عنوان پارامتر رودریگز به صورت رابطه (۱۲) و بازنویسی معادلات خواهیم داشت:

$$p = \frac{\hat{q}}{q_4} \quad (12)$$

$$p = [(\lambda_{opt} + \sigma)I - S]^{-1} Z$$

به جای حل معادله (۱۲) به جهت تسریع در زمان می‌توان معادله خطی (۱۳) را به صورت مستقیم حل کرد [۲۲]. پس از مشخص شدن پارامتر رودریگز، کوآرنیون مربوط به دوران مورد نظر به صورت رابطه (۱۳) تعیین می‌شود:

$$[(\lambda_{opt} + \sigma)I - S] p = Z \quad (13)$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{1 + p^T p}} \begin{bmatrix} p \\ 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

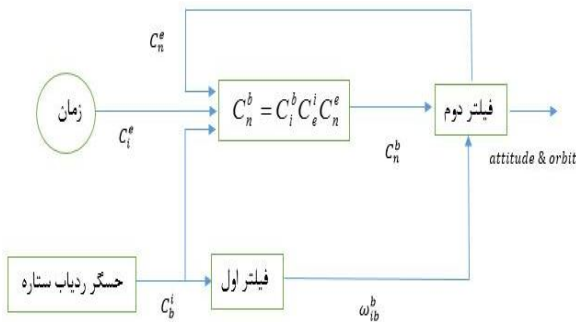
برای در نظر گرفتن سایر خطاهای مدل نشده، خروجی حسگر را با نویز آلوده کرده و سپس به فیلتر اعمال می‌کنیم.

#### ۲-۴- معادلات فیلتر طراحی شده

در این مقاله از فیلتر UKF استفاده شده و اثرات ناشی از پارامترهای مدل نشده به عنوان اغتشاش و همراه با ورودی سامانه،  $u$ ، در نظر گرفته می‌شود.

برای استفاده از خروجی حسگر در فیلتر، ابتدا مقادیر تخمینی طول و عرض جغرافیایی از گام قبل قرائت شده، و با استفاده از روابط (۲۶ و ۲۷) وضعیت دستگاه بدنه نسبت به ناوبری محاسبه می شود.

همان طور که اشاره شد، با استفاده از خروجی حسگر ردیاب ستاره و فیلتری مشابه با فیلتر بالا می توان سرعت زاویه ای دستگاه بدنه نسبت به اینرسی را نیز تخمین زد. بنابراین فرض می شود ابتدا یک فیلتر به صورت مستقیم از خروجی حسگر، سرعت زاویه ای ماهواره را تخمین زده و سپس سرعت زاویه ای به همراه کواترنیون وضعیت دستگاه بدنه نسبت به ناوبری، به عنوان اندازه گیری به فیلتر اصلی اعمال می شود. به دلیل خطی بودن اندازه گیری ها نسبت به متغیرهای حالت، در مرحله به هنگام کردن اندازه گیری از روابط فیلتر کالمن خطی استفاده شده است. گام زمانی فیلتر نیز متناسب با فرکانس داده برداری حسگر و برابر با ۰/۱ ثانیه لحاظ شده است. نحوه عملکرد فیلتر در شکل ۲ ترسیم شده است. در جدول ۱ نیز دو فیلتر مورد بحث از نظر متغیرها و ورودی ها به طور خلاصه معرفی شده اند.



شکل (۲): دیاگرام نحوه عملکرد فیلتر.

جدول (۱): مقایسه متغیرها و ورودی های دو فیلتر.

فیلتر اول	فیلتر دوم	
$C_b^i$	$\omega_{ib}^b$ و $C_n^b$	ورودی
$q_b^i$ و $\omega_{ib}^b$ , $q_b^n$ , $v^b$ , $r^n$	$\omega_{ib}^b$ و $q_b^n$ , $v^b$ , $r^n$	متغیرها
$\omega_{ib}^b$	وضعیت و موقعیت	خروجی

### ۳- شبیه سازی و نتایج

با توجه به روابط بیان شده در بالا، مسیر حرکت ماهواره با شرایط اولیه جدول ۲ شبیه سازی شده و خروجی حسگر

$$\begin{aligned} \hat{x}_0 &= E[x_0] \\ P_0 &= E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T] \\ X_{k-1} &= [\hat{x}_{k-1} \quad \hat{x}_{k-1} + \gamma\sqrt{P_{k-1}} \quad \hat{x}_{k-1} - \gamma\sqrt{P_{k-1}}] \\ k &\in \{1, \dots, \infty\} \end{aligned} \quad (23)$$

مرحله به هنگام کردن زمان:

$$\begin{aligned} X_{k|k-1}^* &= F[X_{k-1}, u_{k-1}] \\ \hat{x}_k^- &= \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} X_{i,k|k-1}^* \\ P_k^- &= \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [X_{i,k|k-1}^* - \hat{x}_k^-][X_{i,k|k-1}^* - \hat{x}_k^-]^T + R^v \end{aligned} \quad (24)$$

مرحله به هنگام کردن اندازه گیری:

$$\begin{aligned} K_k &= P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1} \\ \hat{x}_k &= \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H\hat{x}_k^-) \\ P_k &= (I - K_k H) P_k^- \end{aligned} \quad (25)$$

R و Rv به ترتیب کواریانس نویز فرایند و کواریانس نویز اندازه گیری است. خروجی حسگر وضعیت دستگاه بدنه نسبت به دستگاه اینرسی می باشد که طبق رابطه (۲۶)، ترکیبی غیرخطی از متغیرهای حالت است:

$$C_n^b = C_i^b C_e^i C_n^e \quad (26)$$

در این رابطه،  $C_e^i$  و  $C_n^e$ ، به ترتیب ماتریس دوران اینرسی به بدنه، ناوبری به زمین و زمین به اینرسی می باشند. این ماتریس ها با استفاده از روابط (۲۷) محاسبه می شوند.

$$C_e^i = \begin{bmatrix} \cos(\omega_e t) & -\sin(\omega_e t) & 0 \\ \sin(\omega_e t) & \cos(\omega_e t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$C_n^e = \begin{bmatrix} -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\cos \varphi \cos \lambda & -\cos \varphi \sin \lambda & -\sin \varphi \end{bmatrix}$$

در رابطه بالا،  $\omega_e$  سرعت دوران زمین بوده و برای محاسبه زمان نیز از مفهوم ساعت جهانی استفاده می شود. با معلوم بودن زمان و استفاده از خروجی حسگر و رابطه (۲۶)، می توان رابطه ای بین طول و عرض جغرافیایی ماهواره و وضعیت دستگاه بدنه نسبت به ناوبری برقرار کرد.

در جداول ۴ و ۵ نیز میزان خطای دینامیک و فیلتر در سه گردش آخر پیرامون زمین نمایش داده شده است. علت افزایش میزان خطا در برخی متغیرها با افزایش تعداد سیکل‌ها، یکسان نبودن دوره تناوب فیلتر با واقعیت و اختلاف زمانی بین شروع دوره در حالت واقعیت و فیلتر می‌باشد. این اختلافات با گذشت هر سیکل جمع شده و تاثیر بیش‌تری در نتایج بعدی می‌گذارد.

**جدول (۴):** مشخصات خطای ناوبری و تعیین وضعیت دینامیک.

پارامتر	سیکل چهارم	سیکل پنجم	سیکل ششم
زاویه پیچ (deg)	۵/۲۹۸	۶/۸۴۰	۷/۸۸۰
زاویه یاو (deg)	۱۵/۴۴۲	۱۸/۸۰۳	۲۲/۵۹۷
زاویه رول (deg)	۶/۸۹۰	۸/۵۹۹	۹/۸۷۶
ارتفاع (m)	۱۲۲۰۱	۱۲۱۸۹	۱۲۱۷۵
طول جغرافیایی (deg)	۲/۵۸۷	۳/۲۱۴	۳/۸۴۰
عرض جغرافیایی (deg)	-۰/۸۲۵	۱/۰۱۷	۱/۲۰۹
سرعت (m/s)	۱۲/۰۱	۱۲/۰۰	۱۱/۹۸
سرعت زاویه‌ای پیچ (rad/s)	$-۰/۲۷۲ \times 10^{-3}$	$-۰/۴۳۳ \times 10^{-3}$	$-۰/۴۱۳ \times 10^{-3}$
سرعت زاویه‌ای یاو (rad/s)	$-۰/۱۷۰ \times 10^{-3}$	$-۰/۲۱۰ \times 10^{-3}$	$-۰/۳۶۵ \times 10^{-3}$
سرعت زاویه‌ای رول (rad/s)	$-۰/۰۱۰ \times 10^{-3}$	$-۰/۰۱۰ \times 10^{-3}$	$-۰/۰۱۰ \times 10^{-3}$

**جدول (۵):** مشخصات خطای ناوبری و تعیین وضعیت فیلتر.

پارامتر	سیکل چهارم	سیکل پنجم	سیکل ششم
زاویه پیچ (deg)	۱/۹۵۹	۲/۴۳۱	۲/۹۱۰
زاویه یاو (deg)	۰/۶۸۲	۰/۷۳۸	۰/۹۵۹
زاویه رول (deg)	۰/۲۴۰	۰/۲۳۹	۰/۲۳۶
ارتفاع (m)	۷۸۵۷	۷۷۳۱	۷۹۲۰
طول جغرافیایی (deg)	۲/۰۲۷	۲/۴۵۰	۲/۹۸۰
عرض جغرافیایی (deg)	۰/۴۰۵	۰/۵۵۰	۰/۶۹۸
سرعت (m/s)	۶/۹۲	۶/۷۵	۶/۹۲
سرعت زاویه‌ای پیچ (rad/s)	$-۰/۲۸۹ \times 10^{-5}$	$-۰/۲۸۹ \times 10^{-5}$	$-۰/۲۹۰ \times 10^{-5}$
سرعت زاویه‌ای یاو (rad/s)	$-۰/۳۲۸ \times 10^{-5}$	$-۰/۳۳۰ \times 10^{-5}$	$-۰/۳۲۹ \times 10^{-5}$
سرعت زاویه‌ای رول (rad/s)	$-۰/۳۲۶ \times 10^{-5}$	$-۰/۳۲۵ \times 10^{-5}$	$-۰/۳۲۵ \times 10^{-5}$

ردیاب ستاره در این مسیر محاسبه می‌شود. زمان پرواز برابر با ۴۰/۰۰۰ ثانیه در نظر گرفته شده که در این مدت ماهواره تقریباً ۶ دور پیرامون زمین گردش می‌کند. در جدول ۲ شرایط اولیه، برای شبیه‌سازی مسیر نمایش داده شده است. همچنین برای بهبود عملکرد ماهواره تحت تاثیر گشتاور گرادیان جاذبه، ماهواره به صورت بوم متقارن در نظر گرفته شده و ماتریس مان اینرسی آن به صورت رابطه (۲۸) است:

$$I = \begin{bmatrix} 25 & 0 & 0 \\ 0 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} \text{Kg.m}^2 \quad (28)$$

در جدول ۳ مقادیر اولیه خطای اعمال شده به فیلتر مشاهده می‌شود.

**جدول (۲):** شرایط اولیه شبیه‌سازی ۶ درجه آزادی ماهواره.

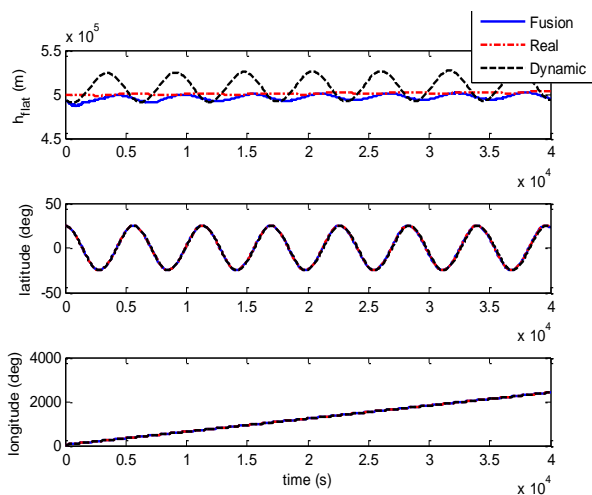
موقعیت	عرض جغرافیایی	$25^{\circ} 0' 0'' \text{ N}$
	طول جغرافیایی	$35^{\circ} 0' 0'' \text{ E}$
	ارتفاع	۵۰۰/۰۰۰ m
سرعت	$V_x$	۲۱۸۰ m/s
	$V_y$	۰
	$V_z$	۰
زوایای اوپلر	$\theta$	۰
	$\psi$	۹۰
	$\phi$	۰
سرعت زاویه‌ای	P	۰
	Q	۰
	R	۰
تاریخ	سال	۲۰۱۴
	ماه	۶
	روز	۱۱
زمان	ساعت	۱۲:۲۳:۳۴

**جدول (۳):** مقادیر خطای اولیه فیلتر.

مقدار خطای اولیه	متغیرهای حالت
-۵۰۰۰ m	ارتفاع
+۰/۱ deg	طول جغرافیایی
-۰/۱ deg	عرض جغرافیایی
+۱۰ m/s	سرعت
$[-۰/۱ \ -۰/۱ \ ۰/۱] \text{ deg}$	زوایای اوپلر
$[۱ \ ۱ \ ۱] \times 10^{-5} \text{ rad/s}$	سرعت زاویه‌ای



شکل ۵، متغیرهای حالت مربوط به موقعیت ماهواره را نمایش می‌دهد. ارتفاع خوانده شده از فیلتر از ورودی تاثیر گرفته و میزان خطا کم‌تر از حالت حل دینامیک است. با توجه به این که سرعت در راستای عمود بر زمین هنوز به خوبی تخمین زده نشده است، شاهد یکسان نبودن دامنه و دوره نوسان ارتفاع تخمین زده شده توسط فیلتر می‌باشیم. با این وجود میزان خطای تخمین این پارامترها نسبت به حل دینامیک در حدود ۴۰ درصد کم‌تر می‌باشد. با توجه به مقادیر خوانده شده از جدول ۵، در مورد طول و عرض جغرافیایی نیز این امر قابل بیان است.

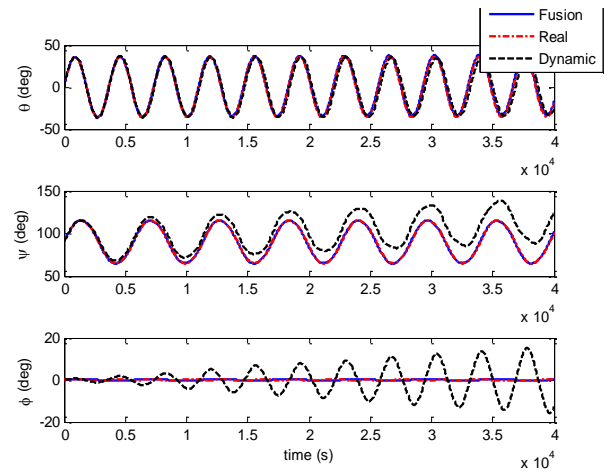


شکل (۵): تغییرات موقعیت ماهواره دستگاه ناوبری.

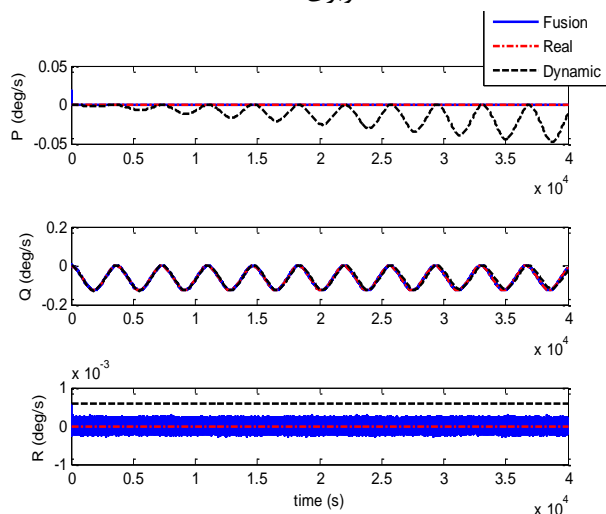
شکل ۶، مقادیر سرعت در دستگاه ناوبری را نشان می‌دهد. با توجه به بزرگی مقادیر سرعت در راستای شمال و شرق و کم بودن میزان خطا، مقادیر اختلاف فیلتر و حل دینامیک با مقدار واقعی به خوبی مشخص نمی‌باشد، اما نمودارهای مربوط به سرعت در راستای زمین و اندازه سرعت، نشان دهنده تاثیر عملکرد فیلتر و همگرا شدن با سرعت آهسته می‌باشند.

شکل ۷، خطای پارامترهای موقعیت را در دو حالت حل فیلتر و دینامیک نمایش می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود خطای عرض جغرافیایی ابتدا به سمت صفر می‌رود اما به دلیل وجود خطا در سایر متغیرها، مجدداً افزایش می‌یابد. این امر تاثیر مستقیم پارامترها بر روی یکدیگر را نشان می‌دهد و می‌توان گفت در صورتی که سرعت تخمین زده شده ابتدایی نزدیک به مقدار واقعی باشد سرعت همگرایی فیلتر افزایش می‌یابد.

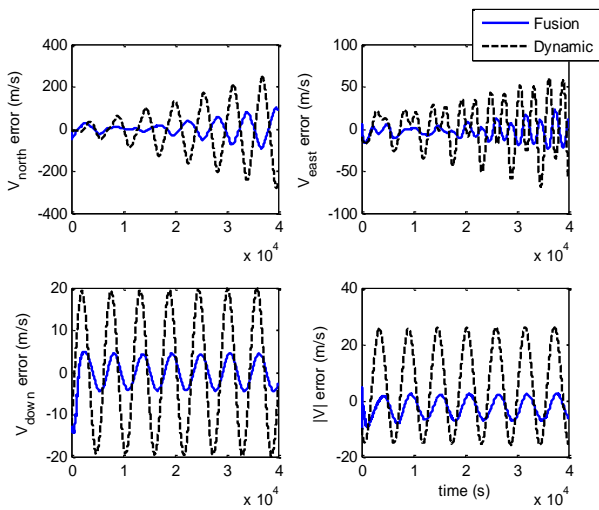
در نمودارهای رسم شده منحنی خط چین بیان گر مقادیر واقعی متغیرها، منحنی خط- نقطه نشان دهنده مقادیر حل دینامیک و منحنی خط ممتد نتایج حاصل از فیلتر می‌باشند. شکل‌های ۳ و ۴ به ترتیب بیان گر زوایای اوپلر دستگاه بدنه نسبت به دستگاه ناوبری و سرعت زاویه‌ای ماهواره می‌باشند. همان‌طور که مشاهده می‌شود عملکرد فیلتر به مراتب بهتر از حالت حل دینامیک می‌باشد. در حالت دینامیک میزان خطا با گذشت زمان افزایش می‌یابد اما در حالت استفاده از فیلتر، مقدار تخمین زده شده در زوایای پیچ، رول و یاو به ترتیب کم‌تر از ۳، ۱ و ۰/۳ درجه خطا دارد.



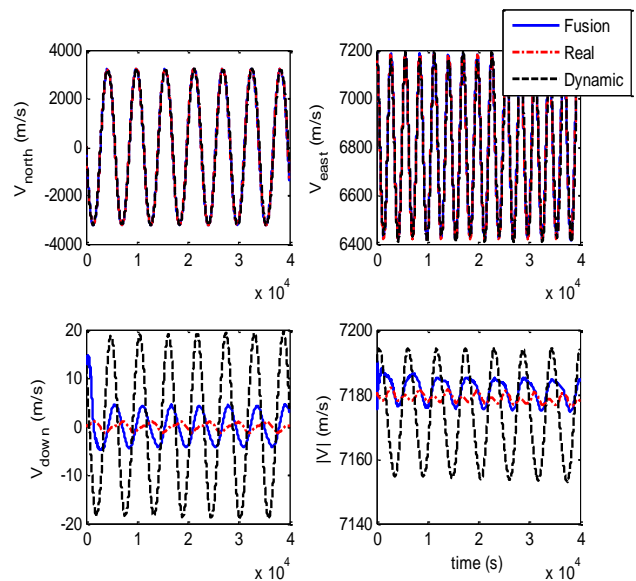
شکل (۳): تغییرات زوایای اوپلر دستگاه بدنه نسبت به دستگاه ناوبری.



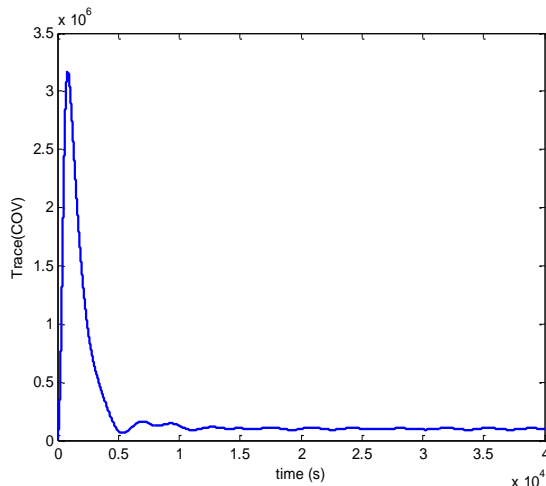
شکل (۴): تغییرات سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنه نسبت به دستگاه اینرسی.



شکل (۸): مقادیر خطای سرعت در دستگاه ناوبری.



شکل (۶): تغییرات سرعت ماهواره در دستگاه ناوبری.



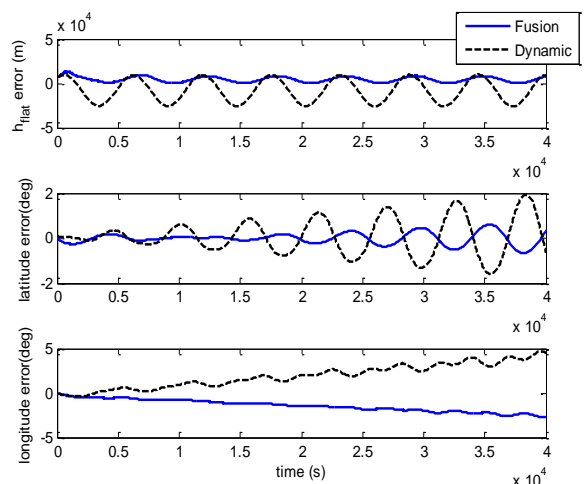
شکل (۹): تغییرات زمانی اثر ماتریس کواریانس خطای تخمین.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله امکان تعیین همزمان وضعیت و موقعیت توسط حسگر ردیاب ستاره برای ماهواره‌ای که به دلیل اثر گرادیان جاذبه به علت وجود بوم، در حالت نوسانات به سمت زمین است مورد بررسی قرار گرفت. پیش از این امکان تعیین وضعیت به کمک حسگر ردیاب ستاره در مقالات مورد بررسی قرار گرفته است، اما تعیین همزمان وضعیت و موقعیت ماهواره تنها با استفاده از حسگر ردیاب ستاره برای اولین بار در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته شد. نتایج پژوهش نشان می‌دهد وضعیت و سرعت زاویه‌ای ماهواره را می‌توان با دقت و سرعت مناسب توسط حسگر ردیاب ستاره تخمین زد که این امر در پژوهش‌های دیگر نیز مورد بررسی قرار گرفته بود. در این

شکل ۸، خطای سرعت در راستاهای مختلف و همچنین خطای اندازه سرعت را نمایش می‌دهد. خطای اندازه سرعت بهتر از حل دینامیک بوده و به سمت صفر می‌رود. با گذشت زمان و صفر کاهش خطای تخمین سرعت، خطای تخمین سایر متغیرها نیز کاهش خواهد یافت.

شکل ۹، تغییرات مقدار جمع درایه‌های واقع بر قطر اصلی ماتریس کواریانس با گذشت زمان را نشان می‌دهد. با توجه به همگراشدن فیلتر می‌توان انتظار داشت که سامانه از مشاهده‌پذیری خوبی برخوردار بوده و با گذشت زمان سایر پارامترها نیز با دقت بهتری تخمین زده شوند.



شکل (۷): مقادیر خطای موقعیت در دستگاه ناوبری.

- Automatica, Vol. 22, No. 4, pp. 477-482, 1986.
9. Xiong, K., Liang, T. and Yongjun, L. Multiple Model Kalman filter for Attitude Determination of Precision Pointing Spacecraft. *Acta Astronautica*, Vol. 68, No. 7, pp. 843-852, 2011.
  10. Brady, T., Tillier, C., Brown, R., Jimenez, A. and Kourepenis, A. "The Inertial Stellar Compass: A New Direction in Spacecraft Attitude Determination, 2002
  11. Quan, W., Xu, L., Zhang, H. and Fang, J. "Interlaced Optimal-REQUEST and Unscented Kalman Filtering for Attitude Determination", *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 26, No. 2, pp. 449-455, 2013.
  12. Xinlong, W., Bin, W. and Hengnian, L. "An Autonomous Navigation Scheme Based on Geomagnetic and Starlight for Small Satellites", *Acta Astronautica*, Vol. 81, No. 1, pp. 40-50, 2012.
  13. Singla, P., Crassidis, J.L. and Junkins, J.L. "Spacecraft Angular Rate Estimation Algorithms for Star Tracker-Based Attitude Determination", *Advances in the Astronautical Sciences*, Vol. 114, pp. 1303-1316, 2003.
  14. Crassidis, J.L., Markley, F.L. and Cheng, Y. "Survey of Nonlinear Attitude Estimation Methods", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 30, No. 1, pp. 12-28, 2007.
  15. Park, E.S., Park, S.Y., Roh, K.M. and Choi, K.H. "Satellite Orbit Determination using a Batch Filter Based on the Unscented Transformation. *Aerospace Science and Technology*, Vol. 14, No. 6, pp. 387-396, 2010.
  16. Wu, J., Liu, K., Wei, J., Han, D. and Xiang, J. "Particle Filter using a New Resampling Approach Applied to LEO Satellite Autonomous Orbit Determination with a Magnetometer", *Acta Astronautica*, Vol. 81, No. 2, pp. 512-522, 2012.
  17. Nobahari, H. and Mohammad-Karimi, H. "Strap Down Inertial Navigation System. Sharif University of technology, Aerospace Engineering, 2012, (in Persian).
  18. Ogata, K. "Modern Control Engineering", 4<sup>th</sup> Edition, Prentice Hall, 2002.
  19. Rogers, R.M. "Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems, Vol. 1, Aiaa. 2003.
  20. Ginsberg, J. "Engineering Dynamics", Vol. 10, Cambridge University Press, 2008.
  21. Titterton, D. and Weston, J.L. "Strapdown Inertial Navigation Technology, Vol. 17, IET. 2004.

حالت خطای مقدار تخمین‌زده‌شده در زاویای پیچ، رول و یاو به‌ترتیب کمتر از ۳، ۱ و ۰/۳ درجه و خطای سرعت‌های زاویه‌ای در حد  $10^{-4}$  رادیان بر ثانیه می‌باشد. همان‌طور که بیان شد امکان تعیین موقعیت ماهواره تنها به‌کمک خروجی حسگر ردیاب ستاره پیش از این مورد بررسی واقع نشده است. با توجه به نتایج می‌توان گفت مقادیر خطای تخمین ارتفاع، طول و عرض جغرافیایی و سرعت در صورت استفاده از فیلتر نسبت به حل دینامیک به‌ترتیب ۳۵، ۲۲، ۴۲ و ۴۲ درصد کاهش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌شود، در صورت استفاده از فیلتر کالمن UKF و سپری‌شدن زمان مناسب و پایداری نسبی وضعیت ماهواره، متغیرهای مرتبط با موقعیت به‌سمت مقادیر واقعی همگرا شده و می‌توان انتظار داشت که به‌کمک این روش، به‌طور همزمان موقعیت و وضعیت ماهواره را تخمین زد.

#### ۷- مراجع

1. Sadeghi, H. "UKF for Simultaneous Attitude and Orbit Determination using Sensor Fusion Algorithm Based on the Dynamic of Satellite and Sun Sensor", *Magnetometer and Star Tracker*. Sharif University of Technology, Mechanical Engineering, 2013. (in Persian)
2. Crassidis, J.L. and Markley, F.L. "Unscented Filtering for Spacecraft Attitude Estimation", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 26, No. 4, 536-542, 2003.
3. Wahba, G. "A Least Squares Estimate of Satellite Attitude", *SIAM Review*, Vol. 7, No. 3, pp. 409-409, 1965.
4. Shuster, M.D. and Oh, S.D. "Three-Axis Attitude Determination from Vector Observations", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 4, No. 1, pp. 70-77, 1981.
5. Choukroun, D., Weiss, H., Bar-Itzhack, I.Y. and Oshman, Y. "Quaternion Estimation from Vector Observations using a Matrix Kalman Filter", *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, Vol. 48, No. 4, pp. 3133-3158, 2012.
6. Yang, Y. "Spacecraft Attitude Determination and Control: Quaternion Based Method", *Annual Reviews in Control*, Vol. 36, No. 2, 198-219, 2012.
7. Enright, J., Sinclair, D., Grant, C., McVittie, G. and Dzamba, T. "Towards Star Tracker Only Attitude Estimation", 2010.
8. Lo, J.H. "Optimal Estimation for the Satellite Attitude using Star Tracker Measurements",

22. Siahpush, A. and Sexton, A. "A Study for Semi-Passive Gravity Gradient Stabilization of Small Satellites", 1987.
23. Bar-Itzhack, I.Y. "REQUEST-A Recursive QUEST Algorithm for Sequential Attitude Determination", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 19, No. 5, pp. 1034-1038, 1996.
24. Hall, C.D. "Spacecraft Attitude Dynamics and Control", *Lecture Notes Posted on Handouts* Vol. 12, 2003.