تولید مسیر ابزار مبتنی بر نربز برای ماشین‌کاری فوق سریع

عبدالله اکبری [۱]
باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، واحد بوئین زهرا
دانشگاه آزاد اسلامی، بوئین زهرا، ایران

آرمان رخزادی [۲]
دانشجوی مقطع دکتری دانشگاه اُتاوا، اُتاوا، کانادا

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۳/۳۰؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۱۱/۱۵)

چکیده

اگر چه استفاده از ماشین‌های کنترل عددی فوق سریع به‌صورت روزافزون در حال زیادشدن است، ولی به‌کارگیری سامانه‌های تولید مسیر ابزار سنتی برای این نوع ماشین‌ها براساس تولید بلاک‌های اولیه خطی یا دایره‌ای و با به‌کارگیری استراتژی‌های استانداردی چون موازی، تراز ثابت و یا پارامتر ثابت، محدودیت ذاتی را برای کاربرد این ماشین‌ها خواهند داشت. این مقاله روش جدیدی را برای تولید مسیر ابزار مبتنی بر نربز مخصوص ماشین‌های فوق سریع ارائه می‌دهد. به‌منظور پیوسته‌کردن هرچه بیشتر ماشین‌کاری شیوه پیچشی تولید مسیر ابزار در این مقاله، مبتنی بر نربز ارائه می‌شود که تعداد بلاک‌ها نسبت به روش‌های سنتی تا پنج برابر کاهش می‌یابد. این الگوریتم با آفست‌کردن لبه بیرونی سطح ابزار در یک ارتفاع ثابت، صفحه راهنمای افقی دوبعدی مدل را تهیه می‌کند و سپس با آفست‌کردن کانتور حاصله به‌سمت داخل براساس مقدار فاصله آفست محاسبه شده، کانتورهای آفست تهیه و برروی سطح ابزار تصویر می‌شوند. در مرحله آخر، مسیرهای حاصله با الگوریتم نربز تخمین زده می‌شوند. الگوریتم تخمین طوری ارائه شده است که حداقل تعداد نقاط کنترلی حاصل شود. مثالی از این الگوریتم در مقایسه با شیوه سنتی به‌همراه صحت‌سنجی آن ارائه می‌گردد.

واژه‌های کلیدی: تولید مسیر ابزار پیچشی، نربز، آفست‌کردن، بیش‌برش، ماشین‌های فوق سریع

Tool-Path Generation in terms of NURBS for High Speed Machining

A. Akbari
Young Researchers and Elite Club, Buinzahra Branch
Islamic Azad University, Buinzahra, Iran

A. Rokhzadi
PHD student, University of Ottawa,
Ottawa, Canada

(Received:20/June/2015; Accepted: 3/February/2017)

ABSTRACT

In spite of increasingly utilizing high speed machining (HSM), the conventional tool path generation methods which are based on linear/circular blocks by applying standard strategies like parallel, z constant and Iso are usually employed in practice. Even though these tool-paths are employed by non-linear interpolators they have inherent limitations for HSM applications. This paper presents a new method for tool path generation in terms of NURBS. In order to increase the continuity of machining in HSM, a helical topology tool path in terms of NURBS is developed. This method reduces the number of CNC blocks up to five times. This algorithm creates a 2D-horizontal guide plane by offsetting the contour edges of the design surface. After that the inside offset of the contour is generated at a computed distance and then the contour and all its offsets are projected on the CL-surface. Finally, the tool-paths are approximated with NURBS approximation algorithm. The algorithm is designed to minimize the number of control points. An example of proposed approach consisting the comparison of the conventional method and verification is given.

Keywords: Helical Tool-Path generation, NURBS, Offsetting, Gouging, HSM.

۱- مربی (نویسنده پاسخگو): a.akbari@buiniau.ac.ir
۲- arokh061@uottawa.ca

CC	مکان هندسی نوک ابزار
CL	مکان هندسی مرکز ابزار
h	ارتفاع کاسپ
M	حداکثر مقدار مشتق دوم تابع آفست
N	بردار یکه عمود بر سطح
P	نقاط کنترل
PL	گره روی منحنی نربز[1]
Q	سطح طراحی
Q^o	سطح آفست
R	شعاع انحناء قائم
r	شعاع ابزار
u, v	پارامترهای سطح پارامتریک
w	فاصله بین دو مسیر

علائم یونانی

ε	خطای پیشروی جانبی

بالانویس

o	سطح آفست

زیرنویس

i	شماره پارامتر
p	درجه منحنی
u	مشتق اول برحسب u
uu	مشتق دوم برحسب u

۱- مقدمه

ساخت بهینه قطعاتی نظیر قالب، مبحثی بسیار مهم در صنعت مدرن می‌باشد. مخصوصاً از این جهت که اکثر قطعات امروزی دارای اشکالی آزاد[2] و پیچیده هستند. کاربرد روزافزون ماشین‌کاری فوق سریع[3]، امروزه به‌جهت افزایش راندمان تولید و یا به‌عبارتی کاهش زمان ماشین‌کاری قطعات می‌باشد.

ماشین‌های فوق سریع به‌علت سرعت برشی بالا و پیشروی بسیار زیادی که دارند، قادرند با کمترکردن فاصله بین مسیرها، پروسه‌های پرداخت در ماشین‌کاری قطعه را در زمان بسیار کمتری انجام دهند. هرچند راهبرد مورد استفاده در تولید مسیرهای ابزار عمدتاً براساس بلاک‌های سنتی خطی و یا دایره‌ای و استفاده از استراتژی‌های استاندارد موازی، ارتفاع ثابت و یا مکانیزم پارامتر ثابت[4] می‌باشند [۲-۱]. نظر به این‌که سرعت ماشین‌های فوق سریع حدود ده برابر بیشتر از ماشین‌های فرز کنترل عددی معمولی می‌باشد موضوع تولید مسیر ابزار راه‌حل جدیدی را می‌طلبد به‌خصوص این‌که با تولید ماشین‌های دارای کنترلرهای غیرخطی نربز سرعت‌های برشی و پیشروی نیز افزایش یافته‌اند و این روال در آینده نیز قطعاً ادامه خواهد داشت [۳].

ابزارهای مورد استفاده در ماشین‌های فوق سریع دارای سختی بسیار بالا و چقرمگی نسبتاً پایین‌تری هستند. چقرمگی پایین در این ابزارها مشکلات بسیار جدی را در لبه برنده ابزار که در حال براده‌برداری است ایجاد می‌کند. در ماشین‌های فوق سریع، لب‌پرشدن لبه برنده در اثر شوک‌های حرارتی و مکانیکی به‌وجود می‌آید و نوسانات در میزان بار تأثیر بسیار مهمی در این امر ایجاد می‌کند و این در حالی است که سرعت بسیار زیاد ماشین‌کاری در مرحله پرداخت‌کاری فرصتی را برای جبران خسارت حاصله باقی نمی‌گذارد.

مکانیزم‌های تولید مسیر ابزار برای ماشین‌های کنترل عددی مطرح در طراحی و تولید به کمک رایانه، به سه شیوه کلی قابل طبقه‌بندی هستند [۱]: ۱- شیوه پارامتریک ۲-شیوه کارتزین و ۳- شیوه صفحه راهنما.

شیوه پارامتریک در حقیقت محاسبه مسیرهای ابزار با انتقال نقاط حاصل‌شده در ناحیه پارامتریک سطح بر روی سطح CL می‌باشد. شیوه ایزوپارامتریک نمونه شناخته‌شده‌ای از این شیوه می‌باشد. در این شیوه، خصوصیت سطح به‌خوبی برروی مسیرهای ابزار منتقل می‌شود که خود باعث افزایش کیفیت سطح ماشین‌کاری می‌شود ولی تبعیّت از خصوصیات سطح توسط مسیرهای ابزار برروی سطوح پارامتریکی که نقاط کنترل آن چهاربعدی هستند همیشه نتیجه مطلوبی را دربر نخواهد داشت [۱ و۴]. به‌عنوان مثال شکل **۱** مسیر ابزار تولیدشده روی سطح نربز را نشان می‌دهد که دو نقطه کنترل آن همان‌گونه که مشخص است دارای وزن ۱۰، هستند و این امر موجب کشیده شدن مسیرهای ابزار به سمت این دو نقطه شده است و درنتیجه در برخی نواحی فاصله بین مسیرهای ابزار علی‌رغم کوچک بودن، میزان پیشروی جانبی زیاد شده است (شکل **۲**).

1- NURBS (non-uniform rational b-spline)
2- Free-form
3- HSM
4- ISO

شکل (۱): مسیر ابزار ایزوپارامتریک.

شکل (۲): رویه کلی تولید مسیر ابزار.

ساده‌ترین و مشهورترین شیوه تولید مسیر ابزار، شیوه ایزوپارامتریک می‌باشد که بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد. اگرچه شیوه ایزوپارامتریک با محاسبات ساده و نیاز به حافظه کم‌تر مسیرهای ابزار را تولید می‌کند، ولی فواصل بین مسیرهای ابزار در سطوح نربز که نقاط آن چهار بعدی می‌باشند باعث ایجاد خطای عدم ماشین‌کاری بین خطوط جانبی مسیر ابزار[1] در ماشین‌کاری می‌شود. شیوه معروف دیگر، شیوه کارتزین می‌باشد و برای اجرا، ابتدا سطح باید به یک مدل ریاضی تبدیل شده و حل معادلات تقاطع سطح با صفحه مسیر ابزار منحنی‌های مسیر ابزار را تولید می‌کند و عموماً برای سطوح با فرم پیچیده شیوه‌ای نسبتاً زمان‌بر می‌باشد [۱].

به‌منظور حداقل‌کردن نوسان در نیروی برشی و عدم لب‌پرشدن ابزار در ماشین‌های فوق سریع، روشن است که بهترین راه‌کار ممکن، ماشین‌کاری یک قطعه به‌صورت پیوسته می‌باشد یعنی این‌که باید تعداد بلاک‌های حرکت بدون براده‌برداری را حداقل نمود [۵]. در ماشین‌کاری فوق سریع باید مسیر ابزاری تهیه کرد که علاوه بر پیوستگی هرچه بیشتر، کیفیت سطح مطلوبی نیز حاصل شود و لذا در این مقاله حداکثر ارتفاع کاسپ هم لحاظ خواهد شد تا بعد از ماشین‌کاری، سطح با کیفیت مورد نظر ایجاد شود. ثابت نگهداشتن ارتفاع کاسپ در امتداد مسیر ماشین‌کاری و به‌خصوص ماشین‌کاری فوق سریع اگرچه باعث بهبود پرداخت قطعه کار نهایی می‌شود [۷-۶]، ولی به‌علت نوسانات بسیار شدیدی که در مسیر به‌منظور ثابت نگهداشتن ارتفاع کاسپ ایجاد می‌شود، علاوه بر افزایش طول مسیر، حجم بلاک‌های نربز را هم تا حد قابل توجه‌ای افزایش می‌دهد و از طرفی ممکن است مانع از افزایش سرعت ماشین‌کاری تا حد مطلوب شود [۳]. مقالات متعددی تاکنون درخصوص تولید مسیر ابزار براساس سامانه سنتی ارائه شده است که از ذکر آن‌ها به‌صورت مجزا خودداری می‌شود [۸].

با مطرح‌شدن ماشین‌های فوق سریع مبتنی بر نربز به‌جای بلاک‌های خطی و دایره‌ای آن‌ها را به‌صورت نربز دریافت می‌کند و به‌واسطه همین تکنولوژی نوین، سرعت و دقت اجرای بلاک‌ها تا حد بسیار زیادی افزایش یافته است. لارتینگ[2] تولید مسیر ابزار مبتنی بر نربز با استفاده از راهبرد کارتزین و درنظر گرفتن صفحات موازی را ارائه نموده است و مسیر ابزار را به‌صورت موازی تولید می‌کند. استفاده از رویه‌های ریاضی جبری در پیداکردن تلاقی بین صفحات قائم و سطح اصلی به خصوص زمانی که سطح طراحی پیچیده باشد منجر به زمان‌بر شدن اجرای الگوریتم می‌گردد [۹].

شرکت هواپیمایی بوئینگ، روش ماشین‌کاری چرخشی[3] را برای خشن‌کاری مواد سخت به شیوه سنتی پیشنهاد داد که سایش ابزار را با توجه به حرکت پیوسته ابزار روی سطح کاهش می‌دهد [۵].

زوو[4] و همکاران تولید مسیر ابزار روی سطح نربز را ارائه نمودند که براساس آن، سطح ابتدا با توجه به میزان زاویه شیب به نواحی جداگانه تقسیم‌بندی و مسیر ابزار روی این نواحی تولید می‌شود. این شیوه نسبت به روش ایزوپارامتریک تعداد بلاک‌های کمتری را ایجاد می‌کند که برای ماشین‌کاری فوق سریع مطلوب است [۱۰]. هارانود[5] و همکاران نیز روش تقسیم‌بندی یک سطح را براساس بردار عمود بر سطح انجام دادند و مسیر را روی این نواحی به‌طور جداگانه پیاده‌سازی کردند [۱۱].

1 - Uncut

2- Lartiguea
3 - Spiral
4- Zhu
5- Haranud

مکانیزم تولید مسیر ابزار استفاده‌شده در این مقاله، مشابه حالت پارامتریک است با این تفاوت که به‌جای انتقال نقاط به‌صورت پارامتریک برروی سطح CL، آن‌ها در راستای قائم برروی سطح تصویر می‌شوند. در واقع در این شیوه مسیرهای ابزار ابتدا برروی سطح راهنما که همان نمای فوقانی سطح CL می‌باشد، ایجاد شده (مسیرهای راهنما) و سپس برروی سطح CL و در راستای قائم که همان راستای محور ابزار است تصویر می‌شوند. شکل **۲** رویه کلی تولید مسیر ابزار که در این مقاله انجام شده را نشان می‌دهد. رویه ارائه‌شده برای ماشین‌کاری کلیه سطوح با فرم پیچیده در ماشین‌های فرز سه محوره کنترل عددی مبتنی بر نربز قابل استفاده خواهد بود.

در بخش (۲) آفست‌زدن کانتور راهنما تشریح می‌شود و در بخش (۳) نحوه تبدیل کانتورهای به‌دست‌آمده از مرحله قبل به نربز بیان می‌شود. بخش (۴) اتصال بین کانتورها مطرح می‌گردد. در بخش (۵) نمونه‌ای از روش به‌کار رفته در این مقاله ارائه می‌شود و بخش آخر نتیجه‌گیری این مقاله است.

۲- ساخت سطح راهنما (آفست کانتور)

اولین مرحله از تولید مسیر ابزار به شیوه بیان‌شده، تعریف‌کردن کانتور اولیه آفست می‌باشد. برای به‌دست‌آوردن این کانتور، کافیست z (ارتفاع) تمام نقاط کانتور مرزی جسم به ارتفاع مشخص انتقال یابد. حال کانتور دو بعدی آفست تشکیل شده است و باید این کانتور به سمت داخل آفست شود تا الگوی پیچشی[1] آن شکل گیرد. فاصله آفست در کیفیت سطح ماشین‌کاری شده نقش بسیار مهمی ایفا می‌کند و لذا باید طوری تعیین شود که میزان ارتفاع کاسپ از حد مجازی که توسط کاربر تعریف می‌شود بیش‌تر نشود. بعد از تشکیل تمام کانتورهای آفست که مسیرهای راهنما[2] نامیده می‌شوند آن‌ها را به‌روی سطح و در راستای محور ابزار برشی یعنی محور ارتفاع تصویر می‌کنیم [۱۲].

۲-۱- فاصله آفست

از آن‌جا که معمولاً حرکت ابزار بر اساس مرکز ابزار انجام می‌شود لذا برای حصول این نتیجه باید از سطح طراحی یک آفست به اندازه شعاع ابزار تهیه کرد. در این صورت سطح حاصله به‌عنوان سطح اصلی برای تولید مسیر ابزار درنظر گرفته می‌شود. اگر سطح طراحی Q به‌صورت یک سطح آزاد در فضای R^3 تعریف شود. برای چنین سطحی، سطح آفست براساس رابطه زیر قابل محاسبه است [۱۳]:

$$Q^o(u,v) = Q(u,v) \pm rN(u,v) \qquad (۱)$$

که در آن، r شعاع ابزار و به‌عنوان فاصله آفست درنظر گرفته شده است و N(u,v) بردار عمود بر سطح طراحی می‌باشد.

ارتفاع کاسپ ضخامت ناحیه باقی‌مانده برروی سطح است. فاصله دو مسیر با w تعریف می‌شود که پیشروی جانبی نامیده می‌شود. برای شعاع ابزار r داده شده و حداکثر ارتفاع کاسپ h برروی سطح تخت، فاصله بین دو مسیر به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۱].

$$w = 2\sqrt{h(2r-h)} \qquad (۲)$$

ولی اگر سطح در امتداد عمود بر منحنی مسیر ابزار دارای انحناء باشد، در این صورت فاصله بین مسیرها براساس رابطه زیر قابل محاسبه است [۱]:

$$w = \frac{\sqrt{4(R+r)^2(R+h)^2 - [R^2+2Rr+(R+h)^2]^2}}{|R+h|} \qquad (۳)$$

که در آن، R شعاع انحناء قائم برای نواحی برجسته مثبت و برای نواحی مقعر منفی درنظر گرفته می‌شود [۱]. در صورتی‌که در معادله (۳)، R به‌سمت بی‌نهایت میل کند، در این صورت معادله (۳) به معادله (۲) تبدیل می‌شود. حل این تابع یک رابطه نسبتاً زمان‌بر در الگوریتم‌های رایانه‌ای می‌باشد و برای پرهیز از هرگونه رابطه پیچیده ریاضی به‌منظور کاهش زمان اجرای الگوریتم، از رابطه تخمینی (۴) استفاده می‌شود:

$$w = \sqrt{\frac{8hr(R+r)}{R}} \qquad (۴)$$

برای استفاده از این معادله، فرض می‌شود که مقدار ارتفاع کاسپ خیلی کمتر از شعاع انحناء قائم است (h<<R). حال برای تعیین میزان دقت این رابطه در مقاله حاضر به این صورت می‌توان بررسی کرد که با توجه به این‌که برای تولید سطحی با کیفیت مطلوب با ماشین‌کاری فوق سریع، فاصله بین مسیرها طوری درنظر گرفته می‌شود که زبری سطح (R_{max}) کم‌تر از ۰/۰۱ mm باشد. اختلاف بین دو معادله (۳ و ۴) برای دو مقدار ارتفاع کاسپ ۰/۰۱ mm و ۰/۱ mm، شعاع ابزار بین ۱-۱۰ mm و شعاع انحناء بین ۱-۵۰ mm مقایسه شده است. مقدار خطا با رابطه (۵) قابل محاسبه است:

$$\varepsilon = \frac{w'-w}{w} \times 100\% \qquad (۵)$$

1- Helical
2- Guide Path

که در آن، w' مقدار پیشروی جانبی محاسبه‌شده با معادله (۳) و w مقدار محاسبه شده با معادله (۴) است.

نتیجه این مقایسه در شکل‌های **۴-۳** نشان داده می‌شود. همان‌گونه که در شکل **۳**، قابل مشاهده است در ارتفاع کاسپ ۰/۰۱ mm و برای ابزار با شعاع بزرگ‌تر از ۵ mm و شعاع انحناء قائم بیش‌تر از ۱۱ mm مقدار خطای تخمین کم‌تر از ۰/۱ ٪ است و برای همین ابزار و شعاع انحناء تقریباً ۴ mm این خطا به حدود ۰/۲ ٪ خواهد رسید.

برای ارتفاع کاسپ ۰/۱ mm نتیجه مقایسه در شکل **۴** نشان داده می‌شود. همان‌گونه که مشاهده می‌گردد برای ابزار با شعاع بیشتر از ۵ mm و شعاع انحناء بیشتر از ۴ mm مقدار خطا کمتر از ۲ ٪ است که نسبت به حالت قبل، ده برابر شده است و این خطا برای شعاع انحناء بیشتر از ۱۱ mm و همین ابزار به ۱ ٪ می‌رسد. برای سطوح مقعر نیز نتایج مشابهی حاصل می‌شود. برای ارتفاع کاسپ ۰/۰۱ mm، شعاع ابزار ۵ mm و شعاع انحناء کم‌تر از ۱۰ mm خطا از ۰/۰۲۵ ٪ کم‌تر خواهد بود و برای ارتفاع کاسپ ۰/۱ mm، شعاع انحناء کم‌تر از ۹ mm مقدار خطای تخمین ۰/۲۵ ٪ می‌شود.

شکل (۳): خطای محاسبه‌شده برای ارتفاع کاسپ ۰/۰۱ mm برای سطح محدب (a) و سطح مقعر (b).

شکل (۴): خطای محاسبه‌شده برای ارتفاع کاسپ ۰/۱ mm برای سطح محدب (a) و سطح مقعر (b).

هر چه شعاع انحناء بزرگ‌تر از ارتفاع کاسپ باشد با اطمینان بیشتری می‌توان از رابطه (۴) استفاده کرد. ارتفاع کاسپ زیاد خطای تخمین را زیاد می‌کند. در ماشین‌کاری فوق سریع ارتفاع کاسپ کم‌تر از حالت ماشین‌کاری معمولی می‌باشد. بنابراین دقت معادله تخمین برای محاسبه فاصله بین مسیرهای ابزار در ماشین‌کاری فوق سریع به اندازه کافی خوب می‌باشد و لذا با سرعت بسیار بالاتری می‌توان فاصله بین مسیرها را با تخمین خوبی به‌دست آورد. پس با اطمینان و جهت تسریع در

محاسبات به‌جای معادله (۳) از معادله (۴)، جهت به‌دست آوردن فاصله بین دو مسیر استفاده شده است.

۲-۲- آفست کانتور

در صورتی‌که کانتور حاصله‌شده، فرم استاندارد خط و یا کمانی از دایره داشته باشد به‌صورت دقیق و با درنظر گرفتن پارامترهای کلیدی آن قابل آفست‌شدن است.

چنان‌چه کانتور حاصله‌شده پروفیل یک منحنی با شکل دل‌خواه باشد از الگوریتم آفست لس پیگل استفاده می‌شود [۱۳]. در این الگوریتم، منحنی پروفیل برحسب مشتق دوم تابع نمونه‌گیری می‌شود و در ابتدا منحنی به تکه‌های بزیر تبدیل می‌شود. تعداد نقاطی که برای هر تکه منحنی بزیر باید نمونه‌گیری شود از رابطه (۶) به‌دست می‌آید.

$$n=\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{pow}\sqrt{\frac{M}{8}} \qquad (۶)$$

که در آن، M مقدار حداکثر روی مشتق دوم تابع آفست است، ε مقدار تلرانس تعریفی توسط کاربر و *pow* برای حالتی که تخمین خطی انجام شود برابر ۰/۵ و در غیر این صورت برابر با ۰/۳۴ درنظر گرفته می‌شود [۱۳].

آفست هر نقطه نمونه‌گیری شده در راستای بردار آفست d(u) انجام می‌شود که اندازه آن برابر فاصله آفست و جهت آن جهت بردار عمود بر منحنی است. نقاط آفست پیدا شده ابتدا اصطلاحاً تمیز می‌شوند و حلقه‌های بسته و یا به‌عبارتی نقاط خود تلاقی حذف می‌شوند تا منحنی حاصله خود تلاقی نباشد. برای استفاده از رابطه (۶)، به‌دست آوردن مقدار حداکثر مشتق دوم روی منحنی آفست نیاز می‌باشد. مشتق اول و دوم به‌صورت رابطه (۷) محاسبه می‌شود که در آن d(u) بردار عمود بر سطح با اندازه شعاع ابزار می‌باشد.

$$\begin{aligned} C_u^o(u) &= C_u(u)+\overrightarrow{d_u(u)} \\ C_{uu}^o(u) &= C_{uu}(u)+\overrightarrow{d_{uu}(u)} \end{aligned} \qquad (۷)$$

با توجه به فرمول فوق محاسبه مقدار حداکثر مشتق دوم برای M امکان‌پذیر می‌باشد.

برای محاسبه M از هر منحنی بزیر به تعداد 2(p+1) نقطه نمونه‌گیری شده و بعد از آفست‌کردن، مشتق دوم تابع آفست در این نقاط به‌صورت عددی محاسبه می‌شود [۱۴]. مقدار حداکثر محاسبه شده روی این نقاط همان مقدار M خواهد بود. با محاسبه M به تعداد نقاط محاسبه شده از رابطه (۶) از روی منحنی‌های بزیر نمونه‌گیری شده و براساس رابطه (۸) آفست می‌شوند. سپس یک منحنی بی-اسپلاین از این نقاط میان‌یابی می‌شود. البته قبل از محاسبه منحنی میان‌یابی، همان‌گونه که بیان شد روی چندضلعی نقاط عمل پاک‌سازی حلقه‌های بسته انجام می‌شود تا منحنی حاصله و در نتیجه سطح نهایی فاقد قسمت‌های خود تلاقی باشد. شکل **۵** نمونه‌ای از آفست کانتور بسته با شکل دل‌خواه می‌باشد که نقاط نمونه‌گیری شده برای رویت بهتر حلقه‌های بسته حذف شده‌اند و در شکل **۶** همان کانتور آفست که حلقه‌های بسته آن حذف شده‌اند را به‌همراه نقاط نمونه‌گیری شده، نشان می‌دهد.

$$C^o(u)=C(u)+\overrightarrow{d(u)} \qquad (۸)$$

شکل (۵): کانتور آفست به‌همراه حلقه‌های بسته

شکل (۶): کانتور آفست به‌همراه نقاط نمونه‌گیری شده

۳- تخمین نقاط با منحنی نربز

بعد از آفست‌کردن همه منحنی‌ها، منحنی‌های آفست باید برروی سطح CL تصویر شود. برای این منظور از مدل تصویر تراز استفاده می‌شود که جزئیات کامل این روش در مرجع [۱] آمده است. با منتقل‌شدن کلیه نقاط منحنی‌های آفست، اکنون نوبت تخمین این نقاط با منحنی نربز می‌باشد. عبوردادن منحنی با مجموعه‌ای از نقاط به دو روش قابل انجام است که یکی میان‌یابی و دیگری تخمین نامیده می‌شود [۲]. در حالت میان‌یابی، منحنی از مجموعه‌ای از نقاط به‌طور دقیق عبور می‌کند ولی در حالت تخمین ضرورتی در عبور منحنی از همه

نقاط وجود ندارد و منحنی فقط باید از نقاط ابتدائی و انتهائی عبور کند. به عبارت دیگر، منحنی به‌جز دو نقطه ابتدا و انتها ممکن است فقط از کنار سایر نقاط عبور کند و آن را براساس میزان خطا تخمین بزند. در این مقاله به‌منظور کاهش تعداد نقاط کنترلی منحنی نربز از شیوه تخمین استفاده شده است. طبعاً اگر مقدار خطا صفر درنظر گرفته شود الگوریتم به میان‌یابی تبدیل می‌شود.

برای توضیح این‌که یک منحنی با چه دقتی می‌تواند مجموعه‌ای از نقاط را تخمین بزند از پارامتر خطا استفاده می‌شود. اگر مجموع این خطاها حداقل شود منحنی با شباهت بیشتری نسبت به فرم چندضلعی حاصل از نقاط ورودی شکل خواهد گرفت.

۳-۱- تعریف منحنی نربز

منحنی نربز یک منحنی برداری است که با فرمولاسیون رابطه (۹) تعریف می‌شود [۱۵ و ۱۶]:

$$C(u)=\frac{\sum_{i=0}^{n} w_i P_i N_{i,p}(u)}{\sum_{i=0}^{n} w_i N_{i,p}(u)} \qquad (۹)$$

که در آن، Pi نقاط کنترل منحنی است. wi وزن نقاط و Ni,p بردار یکه تابع اولیه بی-اسپلاین است که دارای درجه p است. این تابع به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$N_{i,0}(u)=\begin{cases}1 & u_i \le u \le u_{i+1}\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$$

$$N_{i,p}(u)=\frac{u-u_i}{u_{i+p-1}-u_i}N_{i,p-1}(u)+\frac{u_{i+p+1}-u}{u_{i+p+1}-u_{i+1}}N_{i+1,p-1}(u) \qquad (۱۰)$$

برای محاسبه مقادیر تابع اولیه نیاز به تعریف بردار گره U می‌باشد که در ادامه تشریح می‌شود. توجه شود که وقتی همه مقادیر وزن برابر یک شوند منحنی نربز به منحنی بی-اسپلاین تبدیل می‌شود.

۳-۲- الگوریتم تخمین

برای m+1 نقطه داده شده $P_0, P_1, \ldots, P_m$ هدف پیداکردن یک منحنی بی-اسپلاین است که در امتداد چندضلعی که این نقاط را به‌هم وصل می‌کند قرار گیرد و دارای حداقل تعداد نقاط کنترل باشد و از طرفی رابطه خطا را نیز ارضاء کند. شکل **۷**، فلوچارت تقریب‌زنی منحنی نربز را نمایش می‌دهد که در ۵ مرحله تعریف شده است. در ابتدای پروسه، m+1 نقطه جهت تخمین و میزان خطای تخمین (ε) دریافت و تعداد نقاط کنترل نهایی (n) به‌طور پیش فرض برابر ۵ ٪ تعداد نقاطی که باید با منحنی نربز تخمین زده شوند، درنظر گرفته می‌شود و چک می‌شود که n حتماً بزرگ‌تر و یا مساوی درجه منحنی به‌علاوه یک باشد.

تخمین در مرحله دوم شکل می‌گیرد و چنان‌چه میزان خطا از میزان معین‌شده بیشتر باشد، به تعداد نقاط کنترل یکی افزوده می‌شود. توجه شود که این افزایش تا حداکثر m می‌باشد.

در مرحله سوم، کاهش نقاط کنترل مدنظر است و لذا با سعی و خطا تعداد نقاط کنترل کاهش پیدا می‌کند.

در مرحله چهارم بهینه‌سازی در تخمین با تغییر در مقادیر بردار گره با استفاده از رابطه (۱۷) انجام می‌شود و لذا در این مرحله نیز سعی در کاهش تعداد نقاط کنترل می‌شود.

در مرحله نهایی نقاط کنترل مرحله قبل که به ازای آن خطای تخمین از خطای مجاز بیشتر شده است، با اضافه‌کردن یک نقطه کنترل، یک مرحله به قبل برمی‌گردد و منحنی نهایی با این تعداد نقاط تخمین زده می‌شود و نقاط کنترل نهایی پیدا می‌شوند.

حداقل تعداد نقاط کنترل حاصل‌شده در بهترین حالت برابر درجه منحنی به‌علاوه یک می‌باشد. پروسه بهینه‌سازی، پروسه اضافه‌ای است که به پروسه اصلی اضافه شده تا میزان خطا را کمتر کند. در این حالت، تعداد نقاط کنترل ممکن است تغییری نکند. اگر این پروسه موفق شود مقدار خطا را کم‌تر کند این عمل مجدداً تکرار می‌گردد تا باز هم خطا کاهش پیدا کند و در واقع با این عمل پروسه مجدداً فرصت کاهش تعداد نقاط کنترل را به‌دست می‌آورد. اگر چنان‌چه خطا در هر مرحله‌ای تغییری نکرد و یا احیاناً بیشتر شد، آخرین مرحله‌ای که خطا کاهش یافته بود بازیابی شده و نقاط کنترل که اکنون با دقت بیشتر حاصل شده‌اند، حل نهایی پروسه تخمین خواهند بود.

۳-۳- بردار گره

مرحله اصلی در تخمین با منحنی نربز اختصاص‌دادن پارامتر به هر یک از نقاط ورودی است. این مرحله تأثیر قابل توجهی در شکل منحنی نهائی خواهد داشت. شیوه‌های مختلفی برای تعیین بردار گره ارائه شده‌اند که مهم‌ترین آن‌ها شیوه طول وتر[1]، مرکزگرا[2] و شیوه فاصله یکنواخت[3] است [۱۵].

1- Chord-length
2- Centripetal
3- Uniform

شیوه طول وتر براساس طول چندضلعی حاصله از نقاط کنترل عمل پارامتردهی را انجام می‌دهد. فرض مـی‌شـود d در رابطـه (۱۱) طول کل چندضلعی حاصله باشد.

$$d=\sum_{k=1}^{m}\left|P_k-P_{k-1}\right| \qquad (۱۱)$$

در این صورت، مطابق رابطه (۱۲) پارامتر نقطه ابتدائی صـفر و نقطه انتهائی یک درنظر گرفته می‌شود.

$$\bar{u}_0=0,\bar{u}_m=1 \qquad (۱۲)$$

و سایر پارامترها براساس رابطه (۱۳) قابل محاسبه هستند.

$$\bar{u}_k=\bar{u}_{k-1}+\frac{\left|P_k-P_{k-1}\right|}{d},\quad k=1,\cdots,n-1 \qquad (۱۳)$$

ایـن شـیوه معمـولی‌تـرین و مـورد اسـتفاده‌تـرین شـیوه در پارامتردهی می‌باشد چون تبعیّت منحنی از شکل چندضلعی به نسبت سایر روش‌ها مشهودتر است.

شیوه مرکزگرا به نسبت حالت طول وتر در مواردی که نقاط ورودی لبه‌های خیلی تیز (به‌واسطه چـرخش‌هـای ناگهـانی) را به‌وجود آورند، نتایج بهتری را نشان مـی‌دهـد ولـی در عـوض احتمال ایجاد حلقه‌های بسته نیز در این روش بیشتر می‌شـود. d در این روش به‌صورت رابطه (۱۴) درنظـر گرفتـه مـی شـود [۱۵].

$$d=\sum_{k=1}^{m}\left|P_k-P_{k-1}\right|^{\alpha} \qquad (۱۴)$$

که در آن، α معمولاً ۰/۵ در نظر گرفته می‌شود. هر چـه α بـه یک نزدیک‌تر شود، خصوصیت شیوه پارامتردهی طـول وتـر در شکل منحنی بیش‌تر ظاهر مـی‌شـود. بـه‌جـز اولـین و آخـرین پارامتر که مشابه حالت قبل است، سایر پارامترها براساس رابطه (۱۵) قابل تعیین هستند.

$$\bar{u}_k=\bar{u}_{k-1}+\frac{\left|Q_k-Q_{k-1}\right|^{\alpha}}{d},\quad k=1,\cdots,n-1 \qquad (۱۵)$$

برای تولید بردار گره از فرمول (۱۶) نیز استفاده می‌شود [۱۵].

$$\begin{aligned}
&u_0=u_1=\ldots=u_p=0\\
&u_{n+1}=u_{n+2}=\ldots=u_{n+p+1}=1\\
&D=\frac{m+1}{n-p+1}\\
&i=\mathrm{int}(jD)\\
&\delta=jD-i\\
&u_{p+j}=(1-\delta)\bar{u}_{i-1}+\delta\bar{u}_i\quad j=1,\ldots,n-p
\end{aligned} \qquad (۱۶)$$

این شیوه معمولاً باعث نوسان شدید در ابتدای تخمین می‌شود بـه‌خصـوص هنگـامی کـه اضـلاع چندضـلعی دارای اخـتلاف اندازه‌های بزرگ باشند. برای حل این مشـکل از بـردار گـره در رابطه (۱۷)، استفاده می‌شود [۱۵].

شکل (۷): فلوچارت تخمین نربز.

شکل (۸): منحنی میان‌یابی‌شده با شیوه پارامتردهی معمولی.

شکل (۹): منحنی میان‌یابی‌شده بعد از اصلاح فرمولاسیون

شکل‌های (۹-۸) مثالی مقایسه‌ای را از دو شیوه محاسبه بردار گره نشان می‌دهند. این دو شکل نشان می‌دهند که روش دوم نتیجه بهتری را در نوسانات منحنی حول چندضلعی با تعداد نقاط کنترل برابر ایجاد می‌کند.

$$\begin{aligned} &u_0 = u_1 = \ldots = u_p = 0 \\ &u_{n+1} = u_{n+2} = \ldots = u_{n+p+1} = 1 \\ &\delta = \mathrm{int}\left(\frac{i \times m}{n}\right) \quad , \quad u_{p+j} = \frac{1}{p}\sum_{i=j}^{j+p-1} \bar{u}_\delta \quad j = 1, \ldots, n-p \end{aligned} \qquad (۱۷)$$

۴- اتصال مسیرهای ابزار

پس از آن‌که همه بلاک‌ها تهیه شدند نوبت اتصال آن‌ها به هم می‌باشد تا آخرین مرحله از تولید مسیر ابزار نیز انجام شود. برای ماشین‌کاری، اتصال را طوری می‌توان ایجاد کرد که عمل ماشین‌کاری از داخل به سمت خارج و یا بالعکس انجام شود. در این مقاله ترتیب اتصال به اجرای ماشین‌کاری از بیرون قطعه به سمت داخل آن درنظر گرفته شده و ساختار درختی آن برای برقراری اتصال طراحی می‌شود [۱].

در ادامه برای تشریح ساختار درختی در اتصال مسیر ابزار با راهبرد پیچشی مثالی بررسی می‌شود.

شکل **۱۰** نمونه‌ای از اتصال مسیر ابزار را نشان می‌دهد که ۹ مسیر در آن به‌صورت بلاک‌های بسته موجود است. شکل **۱۱** نیز شبکه درختی مربوطه را نشان می‌دهد. خارجی‌ترین بلاک مسیر یکم می‌باشد و تنها پس مسیر آن یعنی بلاک دوم در زیر آن قرار می‌گیرد و بلاک سوم نیز که آفست درونی مسیر دوم است را به عنوان تنها پس مسیر آن در نظرگرفته می شود. مسیر سوم دارای دو پس مسیر است، آن‌ها به‌صورت شاخه‌ای و در زیر آن قرار می‌گیرد و این رویه تا تمام‌شدن همه مسیرها ادامه پیدا می‌کند. با اتصال شاخه‌های حاصله به یکدیگر، مسیر ابزار نهائی شکل می‌گیرد.

شکل (۱۰): نمونه‌ای از اتصال مسیرهای ابزار.

همان‌گونه که در شکل **۱۱** مشخص است کلاً سه زیر مسیر تشکیل شده است و شاخه‌ها با حرکت G01 و روی خود سطح به‌هم متصل شده‌اند. زیر مسیرها نیز با حرکت سریع G00 و در ارتفاع آزاد به‌هم متصل شده‌اند.

شکل (۱۱): شبکه درختی اتصال مسیر ابزار شکل (۱۰).

۵- پیاده‌سازی الگوریتم‌های ارائه‌شده

برای ارزیابی روش‌های به‌کار گرفته در این مقاله، نرم‌افزار ایجادشده برای ماشین‌کاری، یک قطعه‌کار به‌کار گرفته شده است. رایانه استفاده‌شده برای برنامه‌سازی و اجرای برنامه تولید مسیر ابزار از نوع Intel Pentium Dual CPU با فرکانس 8 1/GHz و حافظه 1024 Mb DDRII بوده و برنامه‌سازی در

محیط Visual C++ انجام شده است. تصویری از نرم‌افزار تهیه شده در شکل **۱۲** نشان داده می‌شود.

ماشین‌کاری با ابزار سرکروی به شعاع ۵ mm حاصل شده و به‌منظور مشخص‌شدن مسیر ابزار برروی سطح حداکثر ارتفاع کاسپ مجاز ۰/۲۵ mm درنظر گرفته شده است. در الگوریتم تخمین نیز درجه منحنی سه لحاظ شده است.

شکل (۱۲): تصویری از نرم‌افزار تهیه شده.

شکل **۱۳**، سطح طراحی مورد استفاده در این مقاله به همراه سطح آفست‌شده را نمایش می‌دهد. مسیر ابزار راهنما به دو صورت پیوسته و گسسته قابل طراحی است که در شکل‌های **۱۵-۱۴** نمایش داده می‌شود. در جدول **۱**، قسمتی از برنامه حاضرشده برای انتقال به ماشین فرز کنترل عددی مدل زیمنس 840D نشان داده شده است [۱۷]. در نهایت، به‌منظور مقایسه کدهای حاصله با شیوه سنتی و به‌دلیل عدم دسترسی به ماشین‌های مبتنی بر نربز کدها با الگوریتم ارائه شده در مرجع [۱۸] به بلاک‌های خطی تبدیل شده است. جدول **۲** قسمتی از برنامه را با نگارش خطی نشان می‌دهد. این بلاک‌ها در نهایت در نرم‌افزار شبیه‌ساز جی‌کدهای ماشین‌های کنترل عددی "SolidCam/Vericut module" شبیه‌سازی شده است. قطعه حاصل از بلاک‌های شبیه‌سازی شده در این نرم‌افزار با قالب‌بندی استریولیتوگرافی به نرم‌افزار "Geomagic Studio" منتقل شده تا میزان انحراف آن از مدل طراحی شده مشخص شود. نتیجه این مقایسه در شکل‌های **۲۱-۲۰** نشان داده شده است و حداکثر خطای گزارش‌شده توسط این نرم‌افزار برابر با مقدار مجاز داده‌شده در الگوریتم یعنی ۰/۲۵ mm می‌باشد. مقایسه تعداد تکه‌های نربز و تعداد بلاک‌های خطی برای هر دو مسیر پیوسته و گسسته در شکل‌های **۱۸-۱۷** نشان داده می‌شود. مسیر پیوسته برروی قطعه چوبی با استفاده از فرز سه محوره کنترل عددی فانوک پیاده‌سازی شد. شکل **۱۹** مدل چوبی را بعد از ماشین‌کاری نشان می‌دهد. تعداد بلاک‌های خطی حاصله، ۲۹۸۶ بلاک و تعداد بلاک‌های نربز، ۵۹۷ بلاک برای قطعه مذکور می‌باشد که کاهش بیش از ۵ برابری در تعداد بلاک‌ها حاصل شده است.

شکل (۱۳): سطح طراحی به‌همراه سطح آفست.

جدول (۱): نمونه‌ای از بلاک نربز تهیه شده برای کنترلر زیمنس 840D

```
Format SIEMENS 840D for ISO file
ORICURVE
G642
BSPLINE SD=3
N1   X78.75 Y20.25 Z7.612 W1 PL0 M4 P3
N2   X78.75 Y24.079 Z7.695 W1 PL0.0999 M2
N3   X78.75 Y28.384 Z7.577 W1 PL0.2252 M2
N4   X78.75 Y35.886 Z8.069 W1 PL0.4647 M2
⋮    ⋮      ⋮      ⋮      ⋮  ⋮        ⋮
N13  X78.75 Y66.896 Z13.415 W1
N14  X78.75 Y73.783 Z12.217 W1
N15  X78.75 Y76.118 Z11.138 W1
N16  X78.75 Y78.75 Z10.092 W1
```

جدول (۲): بخشی از برنامه خطی تهیه شده برای شبیه سازی

```
N10 G01 X78.75 Y23.166 Z7.652 F500
N20 X78.75 Y26.064 Z7.684
N30 X78.75 Y28.824 Z7.749
N40 X78.75 Y31.354 Z7.865
N50 X78.75 Y35.525 Z8.258
⋮   ⋮      ⋮       ⋮
N170 X78.75 Y69.105Z13.026
N180 X78.75 Y71.609 Z12.462
N190 X78.75 Y73.668Z11.877
N200 X78.75 Y75.502Z11.287
N210 X78.75 Y77.188Z10.692
N220 X78.75Y78.75Z10.092
```

شکل **۱۶**، نتایج ارزیابی یک مسیر منتخب از شکل **۱۴** را نشان می‌دهد. برای محسوس‌بودن اختلاف بین تصاویر، این منحنی برای خطای مجاز mm ۰/۵ محاسبه شده است. قسمت **(الف)** شکل مسیر میان‌یابی را نشان می‌دهد که منحنی از همه نقاط گذر کرده است. قسمت **(ب)** مسیر تخمینی ارائه‌شده در مقاله را نشان می‌دهد که منحنی تنها ملزم به عبور از نقاط ابتدا و انتهایی مسیر می‌باشد. قسمت **(ج)** خطای بین دو مسیر میان‌یابی و تخمین را نشان می‌دهد که در کل راستای منحنی کم‌تر از مقدار مجاز است.

جدول **۳** نیز مقایسه بین شیوه میان‌یابی نقاط، روش تخمین استاندارد [۱۵] و شیوه ارائه‌شده در این مقاله را برای مقادیر مختلف خطای مجاز و درجه منحنی ۵ نشان می‌دهد. برای مقادیر معمول این خطا در ماشین‌کاری (یعنی حدود ۱۰ تا ۵۰ میکرون) تقریباً به‌میزان ۱۰٪ تعداد نقاط کنترل بلاک نسبت به روش استاندارد تخمین، کاهش یافته است.

شکل (۱۴): مسیر ابزار نربز به همراه سطح راهنما برای مسیر پیچشی گسسته.

شکل (۱۵): مسیر ابزار نربز به همراه سطح راهنما برای مسیر پیچشی پیوسته.

شکل (۱۶): بلاک منتخب از شکل (۱۵) برای خطای مجاز mm ۰/۵ الف) مسیر میان‌یابی‌شده ب) مسیر تخمینی مقاله ج) خطای مابین الف و ب.

جدول (۳): مقایسه کاهش تعداد نقاط کنترل با سه روش میان‌یابی، تخمین استاندارد و تخمین به‌کار گرفته شده در این مقاله.

کاهش تعداد نقاط کنترل	تعداد نقاط کنترل: تخمین بهینه شده	تخمین استاندارد	میانیابی	خطا mm
-۲۰٪	۶	۷	۲۴	۰/۵
-۱۴٪	۱۲	۱۴	۵۷	۰/۲۵
-۱۱٪	۹۱	۱۰۲	۲۷۶	۰/۰۵
-۹٪	۷۶۳	۸۴۱	۱۳۶۵	۰/۰۱
-۸٪	۱۸۳۲	۱۹۸۷	۲۷۱۲	۰/۰۰۵

شکل (۱۷): مقایسه تعداد بلاکهای خطی با تکه‌های نربز برای مسیر پیچشی گسسته.

شکل (۲۰): نتیجه شبیه‌سازی مسیر گسسته، نواحی رنگی دارای حداکثر خطای ماشین‌کاری ۰/۲۵ mm هستند.

۶- تقدیر و تشکر

این مقاله با حمایت مالی باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان دانشگاه آزاد اسلامی واحد بویین زهرا انجام شده است که نویسنده از حمایت‌های آن تشکر می‌نماید.

۷- بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله شیوه جدیدی از تولید مسیر ابزار مبتنی بر نربز ارائه شده است. الگوریتم با تصویرکردن کانتور مرزی سطح در یک ارتفاع ثابت، سطح راهنمای افقی سطح آفست را تهیه

شکل (۱۸): مقایسه تعداد بلاک‌های خطی با تکه‌های نربز برای مسیر پیچشی پیوسته.

شکل (۱۹): نمونه قطعه ساخته‌شده برروی چوب.

شکل (۲۱): نتیجه شبیه‌سازی مسیر پیوسته، نواحی رنگی دارای حداکثر خطای ماشین‌کاری ۰/۲۵ mm هستند.

می‌کند و سپس کانتور بسته حاصله را به سمت داخل و با مقدار مشخص آفست می‌کند. مقدار آفست طوری تعیین می‌شود که حداکثر ارتفاع کاسپ حاصله بعد از ماشین‌کاری از مقدار مجاز و معرفی‌شده توسط کاربر بیش‌تر نشود. بنابراین این الگوریتم با کنترل‌کردن مقدار ارتفاع کاسپ کیفیت سطح خوب را برای ماشین‌کاری فوق سریع تضمین می‌کند.

مسیرهای حاصله که همگی به‌صورت کانتورهای تودرتو و بسته هستند برروی سطح آفست تصویرشده و نقاط نهائی شکل گرفته برروی سطح، برای هر کانتور و به‌صورت مجزا توسط

الگوریتم تخمین منحنی به بلاک‌های نربز تبدیل می‌شوند. کدهای حاصله که در اصل پارامترهای منحنی نربز هستند به ماشین‌های فرز کنترل عددی پرسرعت و دارای کنترلر نربز قابل انتقال است. این الگوریتم طوری بهینه‌سازی شده است که با کنترل مقدار خطای تخمین، حداقل تعداد نقاط کنترل لازم برای ساخت منحنی ایجاد شود که این مزیت خود باعث کاهش حجم اطلاعات و افزایش سرعت انتقال کدها به ماشین می‌شود.

در نهایت نیز بلاک‌های حاصله با روش درختی و در روی خود سطح به‌هم متصل شده‌اند. به‌طوری‌که حداقل حرکت بدون براده‌برداری در پروسه ماشین‌کاری یک سطح ایجاد می شود.

به‌منظور انجام صحت‌سنجی الگوریتم‌های استفاده‌شده، مسیر ابزار برای دو حالت گسسته و پیوسته پیچشی برروی یک سطح پیچیده پیاده‌سازی شد. برای ساخت قطعه به‌علت عدم دسترسی به ماشین‌های با کنترلر غیرخطی، بلاک‌های نربز به مدل خطی تبدیل و در نرم‌افزارهای تجاری شبیه‌سازی شد که صحت عملکرد الگوریتم‌ها را نشان دادند.

نرم‌افزار ایجادشده براساس روش‌های به‌کار رفته در این مقاله با موفقیت برای ماشین‌کاری قطعات مختلفی به‌کار گرفته شده است.

۸- مراجع

1. Choi, B. K. & Jerard, R. B. “Sculptured Surface Machining: Theory and Applications”, Springer Science & Business Media, 2012.
2. Chang, K-H. “Chapter 3 – Toolpath Generation, In The Computer Aided Engineering Design Series”, edited by Kuang-Hua Chang, Academic Press, Boston, Pages 95-131, Product Manufacturing and Cost Estimating Using Cad/Cae", ISBN, 2013.
3. Song Lin, Ding., Mo, J., and Yang, D. “HSM Strategies of CAD/CAM Systems—Part I Tool Path Generation.” In Key Engineering Materials, Vol. 426, pp. 520-524. 2010.
4. Subhajit, S., and Pratim Dey, Partha. “Tool Path Generation for Algebraically Parameterized Surface.” Journal of Intelligent Manufacturing , Vol. 26, No. 2, pp. 415-421.
5. Bieterman, M. “Curvilinear Tool Paths for Pocket Machining”, Industrial Problems Seminar, University of Minnesota IMA March 16, 2001.
6. Hauth, S., Claus, R., Lothar G., and Lars L. “Constant Cusp Toolpath Generation in Configuration Space Based on Offset Curves”, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 53, No. 1-4, pp. 325-338, 2011.
7. Lasemi, A., Deyi, X., and Peihua, Gu. “Recent Development in CNC Machining of Freeform Surfaces: A state-of-the-art review”, Computer-Aided Design, Vol.42, No. 7, pp. 641-654, 2010.
8. Dragomatz, D., Mann, S. “A Classified Bibliography of Literature on NC Milling Path Generation”, Computer Aided Design, Vol. 29, No. 3, pp. 239-47, 1997.
9. Lartiguea, C., Thiebauta, F., Maekawa, T. “CNC Tool Path in Terms of B-spline Curves”, Computer-Aided Design, Vol. 33, pp. 307-319, 2001.
10. Zhu, J. I. A. N. G., Akimitsu Hozumi, T. O. M. O. H. I. S. A. Tanaka, and Yoshio Saito. “High Efficiency Tool Path Generation for Freeform Surface Machining Based on NURBS Subdivision.” In Key Engineering Materials, Vol. 625, pp. 372-377, 2014.
11. Haranud, Z., Zhu, J., Tanaka, T., Saito, Y. “Optimal Tool Path Generation Method for Freeform Surface Machining”, Proceedings of the 5th International Conference on Leading Edge Manufacturing in 21st Century, Osaka, Japan, pp. 3-8, 2009.
12. Kim, B.H., Choi. B.K. “Guide Surface Based Tool Path Generation in 3-axis Milling: an Extension of the Guide Plane Method”, Computer-Aided Design, Vol. 32, pp. 191–199, 2000.
13. Les, A., Piegl, W. “Computing Offsets of NURBS Curves and Surfaces”, Computer-Aided Design, Vol. 31, pp. 147–156, 1999.
14. Manfredo, P. do Carmo. “Differential Geometry of Curves and Surfaces”, DOVER PUBLICATIONS, INC. Mineola, New York, 2016.
15. Piegl, L. & Tiller, W. “The NURBS book”, pp.117-140, Springer Science & Business Media, 2012.
16. Sánchez-Reyes, J. “A Simple Technique for NURBS Shape Modification”, IEEE Computer Graphics and Applications, VoL.17, pp. 52–59, 1997.
17. SINUMERIK 840D/840Di/810D Description of functions special functions (FB3). 09.01Edition.
18. Masood, S. H., Bagam, V. K. and Chantanabubpha, P. “A Computerised Minimum Distance Algorithm for Machining of Sculptured Surfaces.” Computers & industrial engineering, Vol. 42, No. 2, pp. 291-297, 2002.