

بررسی تجربی و عددی شکست بین لایه‌های کامپوزیت بافتی شیشه - اپوکسی تحت بارگذاری مود مرکب I/II

نقدعلی چوپانی^۱ و محرم شاملی^۲

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه صنعتی سهند

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۲/۱۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۲/۱۰)

چکیده

امروزه کامپوزیت‌های بافتی به دلیل داشتن مزایایی نظیر مقاومت بالا در برابر بارهای ضربه‌ای در مقایسه با کامپوزیت‌های تک‌جهته، محبوبیت زیادی برای استفاده در زمینه‌های مختلف از جمله صنایع هوافضا پیدا کرده‌اند. با این وجود لایه‌های کامپوزیت بافتی به دلیل وجود تنش‌های بین‌لایه‌ای، حساسیت بسیار زیادی به ترک‌های موجود بین لایه‌ای و جدایش لایه‌ها دارند. در این راستا روش‌های متعدد عددی و تجربی برای بررسی خواص شکست مواد مرکب ارائه و توسعه یافته‌اند. در این تحقیق، شکست بین‌لایه‌ای یک ماده کامپوزیت بافتی ساخته شده از پارچه شیشه بافته با زوایای ۰ و ۹۰ درجه و زمینه اپوکسی تحت بارگذاری مود مرکب داخل صفحه I/II و با به‌کارگیری فیکسچر بهبودیافته مورد مطالعه قرار گرفته است. طراحی فیکسچر بهبودیافته که معایب روش‌های تست قبلی را برطرف کرده به گونه‌ای است که تست حالت‌های مختلف بارگذاری مود مرکب داخل صفحه، از حالت مود خالص I (زاویه ۰ درجه) تا مود خالص II (زاویه ۹۰ درجه) و هر حالت ترکیبی بین آنها را امکان‌پذیر می‌سازد. ضرایب بی‌بعد شدت تنش برای مود اول و مود دوم با استفاده از تحلیل اجزاء محدود توسط نرم‌افزار آباکوس به دست آورده شده است. نمودارهای نیرو-جابجایی از تست‌های تجربی فراهم شده‌اند و بارهای بحرانی جهت تخمین نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی بین لایه‌ای از آنها استخراج گردیده است. نتایج نشان می‌دهد که ماده کامپوزیت استفاده شده در این مطالعه در شرایط بارگذاری برشی دارای چقرمگی بیشتری بوده و در بارگذاری‌های کششی (مود I) ضعیف‌تر است.

واژه‌های کلیدی: شکست مود مرکب، چقرمگی شکست بین لایه‌ای، کامپوزیت بافتی، تحلیل اجزاء محدود.

Experimental And Numerical Investigation Of In-Plane Interlaminar Fracture Of Woven Glass-Epoxy Composite Under Mixed-Mode Loading Conditions

N. Choupani and M. Shamel

Mechanical Engineering Department
Sahand University of Technology

(Received: 4/May/2015; Accepted: 29/April/2016)

Abstract

Polymeric composite materials are widely used in aerospace, marine, automobile and other industries. These materials are often subjected to different defects and damages from in-service and manufacturing conditions. Interlaminar fracture or delamination is the most important of these defects. In this paper numerical and experimental study of the interlaminar mixed-mode fracture behavior of woven glass epoxy composite is performed using recently modified Arcan fixture. Mixed-mode fracture tests from pure mode I to pure mode II were performed by varying the loading angle, α from 0° to 90°. Finite-element analyses were done by ABAQUS and mode-I and mode-II non-dimensional stress intensity factors, $f_I (a/w)$ and $f_{II} (a/w)$ respectively, were obtained for various a/w ratios and different loading angles (mixed-mode). As the result, it can be seen that the shearing mode interlaminar fracture toughness is larger than the opening mode. This means that interlaminar cracked specimen is tougher in shear loading condition and weaker in tensile.

Keywords: Interlaminar Mixed-Mode Fracture, Woven Composite, Stress Intensity Factor, Finite Element Method.

۱- استاد (نویسنده پاسخگو): choupani@sut.ac.ir

۲- دانشجوی دکتری: m_shameli@sut.ac.ir

۱- مقدمه

تنش‌های بین‌لایه‌ای حساسیت بسیار زیادی به ترک‌های موجود بین‌لایه‌ای و جدایش لایه‌ها دارند. در این راستا روش‌های متعدد عددی و تجربی برای بررسی خواص شکست مواد مرکب ارائه و توسعه یافته‌اند.

۱-۱- مکانیک شکست ارتجاعی خطی

مکانیک شکست ارتجاعی خطی (LEFM)^۲، روشی برای بیان میدان توزیع تنش و جابجایی‌ها در حوالی نوک ترک بر حسب تنش اسمی اعمالی به قطعه، اندازه و شکل هندسی ترک و خصوصیت‌های ارتجاعی ماده به‌دست می‌دهد. در مکانیک ارتجاعی خطی فرض می‌شود که تغییر مکان‌های نقاط مختلف ماده در اثر اعمال بار بسیار کوچک بوده و ماده دارای رفتار خطی است به این معنا که تنش‌ها و کرنش‌های موجود در ماده با هم به طور خطی متناسب باشد. در این روش دو عامل ضریب شدت تنش^۳ (K) و نرخ رهایی انرژی کرنشی^۴ (G) محاسبه می‌شوند. این دو عامل در علم مکانیک شکست نقش اساسی دارند و علاوه بر نشان دادن حساسیت قطعه به ترک، می‌توانند نحوه رشد (از نظر پایداری و ناپایداری) و جهت رشد ترک را نیز تبیین کنند. مهمترین اصل مکانیک شکست ارتجاعی خطی این است که توزیع تنش نزدیک یک ترک نوک تیز بر حسب یک کمیت به نام فاکتور شدت تنش K، (با واحد $MPa \sqrt{m}$) قابل بیان است که به هر دو عامل تنش وارده به قطعه در دور دست و هندسه قطعه (شامل طول ترک) بستگی دارد. بنابراین، سطح بارگذاری روی ترک بر حسب فاکتور شدت تنش قابل بیان است و از این حیث این فاکتور شبیه تنش می‌باشد. چون هر قطعه‌ای که تحت بار قرار می‌گیرد در واقع تا سطح مشخصی تنش در آن ایجاد می‌شود و یک قطعه ترک‌دار که تحت بار واقع می‌گردد تا سطح معینی فاکتور شدت تنش در آن ایجاد می‌شود [۲].

اولین گام در بررسی یک ترک، تحلیل تنش قطعه ترک‌دار است که توسط آن بررسی رشد ترک و در نتیجه حساسیت قطعه به ترک امکان‌پذیر می‌شود. برای متمایز نمودن مولفه‌های تنش برای مودهای مختلف تغییر شکل، سه مود مختلف تغییر شکل نسبی سطوح ترک تعریف شده است. این مودهای تغییرشکل عبارتند از (شکل ۱)؛ مود I یا مود

مواد کامپوزیت به علت دارا بودن مزایایی از قبیل دارا بودن نسبت مقاومت مکانیکی به وزن بالا، مقاومت بالا در برابر خوردگی، خصوصیات خستگی خوب، توانایی بالا در جذب انرژی، سهولت تولید، قابلیت شکل‌دهی و کنترل بالا، خواص خوب عایقی حرارتی و سایر قابلیت‌های دیگر، روز به روز مورد توجه بیشتری قرار گرفته و انواع متنوعی از این مواد در سازه‌های مهندسی، طراحی و به‌کار گرفته می‌شوند. در حقیقت مهم‌ترین مزیت مواد کامپوزیت آن است که با توجه به نیازهای سازه، می‌توان خواص آن‌ها را دست‌کاری و کنترل نمود.

کامپوزیت‌های پایه پلیمری مهمترین و پرکاربردترین دسته از کامپوزیت‌ها می‌باشند. طیف وسیعی از صنایع، از صنایع با تکنولوژی بالا مانند تولید سازه‌های هوافضایی گرفته تا صنایع رده پایین با محصولات ساده نظیر تولید وسایل خانگی از کامپوزیت‌های پایه پلیمری بهره می‌برند و در حال حاضر حدود ۵۹ درصد بازار کامپوزیت‌ها را به خود اختصاص داده‌اند و به همین دلیل بزرگترین زیر مجموعه مواد مرکب محسوب می‌گردند [۱]. امروزه اکثر صنایع از مزایای چشمگیر این مواد بهره می‌جویند و کاربرد کامپوزیت‌ها را در حوزه‌های نظیر صنایع حمل و نقل هوایی، جاده‌ای و دریایی، صنایع نظامی و هوافضا، صنایع انرژی شامل تولید و انتقال برق، صنعت نفت، گاز و پتروشیمی، حوزه ساخت و ساز شامل صنایع زیر بنایی و ساختمان، صنایع مبلمان شهری، وسایل خانگی، لوازم ورزشی و ... می‌توان مشاهده کرد.

با وجود این‌که مواد کامپوزیتی دارای مقاومت خوبی در حد فلزات می‌باشند، حساسیت این مواد در برابر ضربات و صدمات مکانیکی مهمترین نقطه ضعف این مواد به‌شمار می‌رود. این مواد در اثر اصابت ضربه، دچار خمش و فشار بین لایه‌ای می‌شوند. در نتیجه این امر باعث لایه‌لایه شدن^۱ ماده می‌گردد. سپس این لایه‌لایه‌شدگی در سایر قسمت‌های ماده پخش شده و سبب شکست‌های مصیبت‌باری می‌شود. برای مقابله با این مشکل روش‌های مختلفی پیشنهاد شده است که یکی از این روش‌ها استفاده از انواع کامپوزیت‌های بافتی است [۱]. با این وجود، لایه‌های کامپوزیت بافتی نیز به دلیل وجود

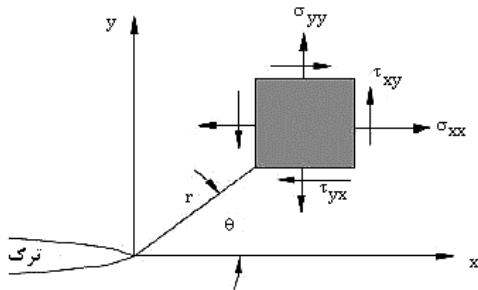
2- Linear Elastic Fracture Mechanics

3- Stress Intensity Factor

4- Strain Energy Release Rate

1- Delamination

در این روابط r و θ مختصات قطبی می‌باشند که در شکل ۲ نشان داده شده‌اند. K_I و K_{II} نیز به ترتیب فاکتور شدت تنش برای مودهای I، II می‌باشند.



شکل (۲): تعریف سیستم مختصات و مولفه های تنش در نوک ترک

این معادلات نشان می‌دهند که در نوک ترک ($r=0$) تنش‌ها حالت ویژه داشته و قابل تعریف نمی‌باشند. وقتی r به سمت صفر میل می‌کند معادلات تنش وسترگارد دقیق می‌باشند و هر چه مقدار r بزرگتر شود، دقت این معادلات کاهش خواهد یافت. تحلیل ابعادی معادلات توزیع تنش، نشان دهنده این است که فاکتور شدت تنش باید با حاصل ضرب تنش و ریشه دوم یک طول مشخصه نسبت مستقیم داشته باشد که بر اساس تحلیل ارائه شده برای ماده شیشه (آنالیز گریفیث) و بسط و گسترش آن برای سایر مواد، می‌توان آن طول مشخصه را برابر طول ترک در نظر گرفت. لذا فاکتور شدت تنش با حاصل ضرب تنش اعمال شده (σ) و ریشه دوم طول ترک (\sqrt{a}) نسبت مستقیم دارد و فرم عمومی آن با در نظر گرفتن ضریب تناسبی مانند f که تابع هندسه قطعه و ترک است به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$K = \sigma \sqrt{a} f(g) \quad (3)$$

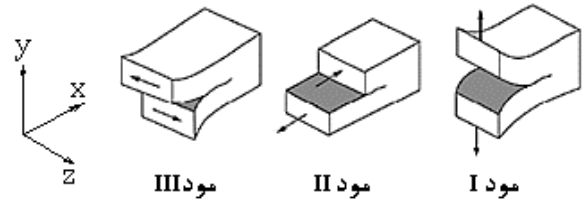
تعیین تابع f برای هندسه و ترک‌های مختلف، یکی از موارد مهم تحقیقات است و تاکنون برای بسیاری از قطعات با هندسه‌ها و ترک‌های مختلف، تعیین گردیده است [۴-۵]. در مواردی که این تابع معلوم نباشد، می‌توان با استفاده از روش‌های آزمایشگاهی و یا روش‌های عددی فاکتور شدت تنش را محاسبه نمود.

۲-۱- مکانیک شکست بین‌لایه‌ای مواد مرکب لایه‌ای

تحت شرایط بارگذاری مود ترکیبی

با توجه به این که مواد کامپوزیتی دارای خواص عالی تنها در

بازشدگی، مود II یا مود برشی داخل صفحه و مود III یا مود برش خارج صفحه‌ای یا مود پارگی.



شکل (۱): مودهای تغییر شکل ترک

هر یک از سه مود اصلی تغییر مکان سطوح ترک، دارای روابط تنش و جابجایی منحصر به خود است که به نام تنش‌ها و جابجایی‌های وسترگارد [۲-۳] شناخته می‌شوند. تغییر شکل یک ترک در قطعه‌ای از ماشین یا سازه می‌تواند در هر یک از این مودها و یا ترکیبی از این مودها اتفاق افتد. زمانی که تغییر مکان ترک فقط در یک مود رخ می‌دهد حالت مود خالص و در شرایطی که ترکیبی از مودها جهت بیان جابجایی سطوح ترک لازم باشد، حالت مود ترکیبی جابجایی ترک نامیده می‌شود. البته مهم‌ترین و متداول‌ترین مود شکست، مود I یا مود بازشدگی و در رده بعدی مود II و حالت ترکیبی این دو می‌باشد. معادلات نشان داده شده در روابط ۱ و ۲ میدان‌های تنش را در نزدیکی نوک ترک برای دو مود خالص I و II در یک صفحه با ابعاد بی‌نهایت بیان می‌کنند.

$$\sigma_x = \frac{K_I}{2\pi r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right]$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad (1)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)$$

$$\sigma_x = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\frac{\theta}{2} \left(2 + \cos\frac{\theta}{2} \cos\frac{3\theta}{2}\right)$$

$$\sigma_y = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{\theta}{2} \cos\frac{3\theta}{2} \quad (2)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2} \left(1 - \sin\frac{\theta}{2} \sin\frac{3\theta}{2}\right)$$

که در آن، $\tau_{xy}, \sigma_y, \sigma_x$ و $\gamma_{xy}, \varepsilon_y, \varepsilon_x$ تنش‌ها و کرنش‌های صفحه‌ای هستند. برای صفحات ضخیم، شرایط کرنش صفحه‌ای معمولاً به صورت زیر فرض می‌شود:

$$\varepsilon_z = \gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0 \quad (۸)$$

این فرض در ترکیب با قانون هوک تعمیم یافته، به رابطه (۹) منجر می‌شود:

$$\sigma_z = -\frac{(a_{13}\sigma_x + a_{23}\sigma_y + a_{36}\tau_{xy})}{a_{33}} \quad (۹)$$

در نتیجه، σ_z یک کمیت مستقل نیست و ممکن است از قانون تعمیم یافته هوک حذف شود (به اضافه τ_{yz}, τ_{xz}):

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{16} \\ b_{12} & b_{22} & b_{26} \\ b_{16} & b_{26} & b_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (۱۰)$$

که ترم‌های ثابت b_{ij} بر حسب عناصر غیر صفر ماتریس سازگاری ارتوتروپیک به صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$b_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{i3}a_{j3}}{a_{33}} \quad (i, j = 1, 2, 4, 5, 6) \quad (۱۱)$$

برای مواردی که سیستم xy با محورهای اصلی ماده منطبق می‌شوند:

$$\begin{aligned} a_{16} = a_{26} = a_{36} = a_{45} = 0, \quad b_{16} = b_{26} = 0 \\ b_{11} = \frac{a_{11}a_{33} - a_{13}^2}{a_{33}}, \quad b_{12} = \frac{a_{12}a_{33} - a_{13}a_{23}}{a_{33}} \quad (۱۲) \\ b_{22} = \frac{a_{22}a_{33} - a_{23}^2}{a_{33}}, \quad b_{66} = \frac{a_{66}a_{33} - a_{36}^2}{a_{33}} \end{aligned}$$

به خاطر حضور صفحات ضعیف بین لایه‌های کامپوزیت لایه‌ای، شکست بین لایه‌ای اغلب تحت شرایط مود مرکب رخ می‌دهد [۹]. فاکتور شدت تنش در نوک ترک بین لایه‌ای (داخل ماتریس) با استفاده از معادلات زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} K_I = \frac{P_c \sqrt{\pi a}}{Wt} f_I(a/W) \\ K_{II} = \frac{P_c \sqrt{\pi a}}{Wt} f_{II}(a/W) \quad (۱۳) \end{aligned}$$

که در آن، P_c بار بحرانی شکست، W عرض نمونه، t ضخامت نمونه و a طول ترک می‌باشد. K_I, K_{II} به ترتیب با استفاده از فاکتورهای هندسی یا ضرایب شدت تنش بی‌بعد^۳ از فاکتورهای هندسی $f_{II}(a/W), f_I(a/W)$ به دست می‌آیند، که فاکتورهای هندسی

جهت الیاف هستند تعیین مقاومت به جدایش لایه‌ها خیلی مهم است. مقاومت به جدایش لایه‌ها به چقرمگی شکست بین‌لایه‌ای^۱ یا مقاومت شکست بین‌لایه‌ای مشهور است. فعالیت‌های تحقیقاتی گسترده‌ای در زمینه شکست بین‌لایه‌ای مواد کامپوزیتی به طور تئوری، آزمایشگاهی و عددی وجود دارد [۶-۸]. مسأله اصلی پیش‌بینی کردن شکست مواد کامپوزیتی و مشخص کردن مقاومت به جدایش لایه‌ها بر حسب چقرمگی شکست بین‌لایه‌ای مخصوصاً تحت شرایط بارگذاری مود مرکب می‌باشد. مکانیک شکست الاستیک خطی یک روش مفید در زمینه ترک‌های بین‌لایه‌ای در کامپوزیت‌ها می‌باشد. فرض می‌شود که نمونه‌ها از مواد الاستیک خطی ارتوتروپیک^۲ با تغییر شکل‌پذیری مطابق با قانون تعمیم یافته هوک ساخته شده‌اند [۷-۹].

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (۴)$$

که در آن، a_{ij} عناصر غیر صفر ماتریس سازگاری ارتوتروپیک بر حسب ثابت‌های الاستیک مهندسی به صورت زیر تعریف شده است:

$$\begin{aligned} a_{11} = \frac{1}{E_x}, \quad a_{22} = \frac{1}{E_y}, \quad a_{33} = \frac{1}{E_z}, \quad a_{44} = \frac{1}{G_{yz}}, \quad a_{55} = \frac{1}{G_{xz}}, \quad a_{66} = \frac{1}{G_{xy}} \\ a_{12} = a_{21} = -\frac{\nu_{xy}}{E_x} = -\frac{\nu_{yx}}{E_y}, \quad a_{13} = a_{31} = -\frac{\nu_{xz}}{E_x} = -\frac{\nu_{zx}}{E_z}, \quad a_{23} = a_{32} = -\frac{\nu_{yz}}{E_y} = -\frac{\nu_{zy}}{E_z} \quad (۵) \end{aligned}$$

برای یک صفحه نازک، محورهای اصلی ماده در صفحه xy قرار دارند و رابطه بین تنش و کرنش به صورت تنش صفحه‌ای تخمین زده می‌شود:

$$\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{xz} = 0 \quad (۶)$$

اگر تنش‌ها با توجه به معادله بالا در معادله ۴ جاگذاری شود این معادله ساده می‌شود به :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (۷)$$

نیرو- تغییر مکان در آزمون K_{Ic} دو سوال مهم را باید جواب داد. ابتدا، چقرمگی شکست در کرنش صفحه‌ای ماده چقدر است؟ دوم، آیا این مقدار معتبر است؟ بدین لحاظ که نمونه‌ای ضخیم‌تر و یا بزرگتر از این نمونه نباید چقرمگی شکست K_{Ic} کمتری ایجاد کند. اگر با نمونه ضخیم‌تر چقرمگی شکست کمتری به دست آمد، آن‌گاه مقدار اولیه معتبر نیست. استاندارد ASTM 5045 ذکر می‌کند وقتی آزمون تعیین چقرمگی معتبر است که ضخامت و پهنای نمونه و طول ترک از حداقل معینی بزرگتر باشند:

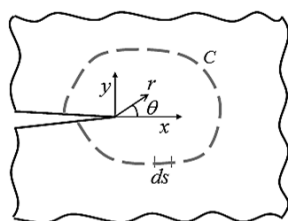
$$t, a, \frac{W}{2} \geq 2.5 \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_{ys}} \right)^2 \quad (17)$$

۴-۱- تعیین چقرمگی شکست و تحلیل الاستو پلاستیک با انتگرال J

برای تعیین شرایط شکست قطعه‌ای که هم تغییر شکل الاستیک و هم تغییر شکل پلاستیک دارد پارامترهای کلیدی دیگری عرضه شده است. رایس با تعریف انتگرال مداری J به عنوان یک مشخصه شکست برای مواد با رفتار غیرخطی موفق شد مسئله‌های مربوط به ترک دوبعدی را در حضور تغییر شکل پلاستیک حل کند. فرم این انتگرال خطی در معادله زیر ارائه شده است که بر این اساس شکست (شروع ترک) وقتی رخ می‌دهد که J به مقدار بحرانی برسد [۳-۴].

$$J = \int_c \left(w dy - T \frac{\partial u}{\partial x} ds \right) \quad (18)$$

که در آن، x و y مختصات عمود در نوک ترک (شکل ۳)، ds افزایش در امتداد خط مرزی c، بردار تنش که بر خط مرزی عمل می‌کند، u بردار تغییر مکان و w چگالی انرژی کرنش است.



شکل (۳): خطوط مرزی که اطراف ترک را احاطه کرده‌اند

برای شرایط الاستیک خطی یا غیرخطی و برای مواد همسانگرد، J مقدار انرژی موجود در راس ترک بر واحد

به‌وسیله روش‌های عددی نظیر آنالیز المان محدود به دست می‌آیند [۴-۳ و ۱۰].

مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی G به مود I و مود II تقسیم می‌شود. برای مواد ارتوتروپیک که جهت ترک آنها موازی با جهت اصلی ارتوتروپیک که منطبق بر جهت الیاف است می‌باشد نرخ رهایی انرژی کرنشی می‌تواند از رابطه زیر محاسبه شود [۳ و ۹-۸]:

$$G_I = K_I^2 / E_I, \quad G_{II} = K_{II}^2 / E_{II} \quad (14)$$

که در آن، E_I, E_{II} مدول موثر و K_I, K_{II} به ترتیب فاکتورهای شدت تنش مود I و مود II می‌باشند. اگر در مسائل شکست بین‌لایه‌ای، صفحه ترک با جهت کمینه مقاومت به ترک منطبق باشد مسیر انتشار ترک هم‌راستا با ترک اصلی می‌باشد و مقادیر محاسبه شده G_I, G_{II} و $G_T = G_I + G_{II}$ به‌طور فیزیکی با معنی می‌باشند. فرض می‌شود که نمونه‌ها از مواد الاستیک خطی ارتوتروپیک هستند و مدول موثر E_I, E_{II} به صورت زیر تعریف شده است:

$$E_I = \sqrt{\frac{2}{a_{11}a_{22}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}} + \frac{2a_{12} + a_{16}}{2a_{11}}}} \quad (15)$$

$$E_{II} = \frac{\sqrt{2}}{a_{11}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}} + \frac{2a_{12} + a_{16}}{2a_{11}}}}$$

برای شرایط کرنش صفحه‌ای:

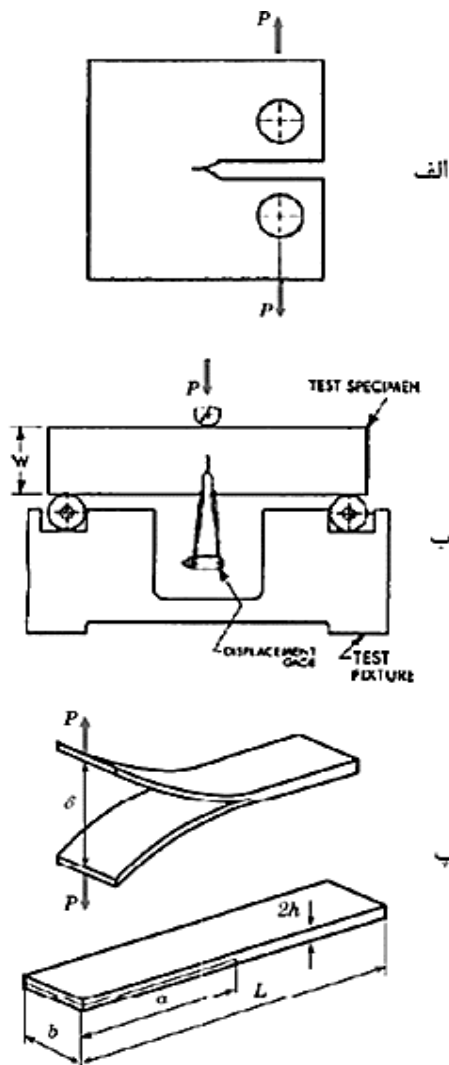
$$E_I = \sqrt{\frac{2}{b_{11}b_{22}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{b_{22}}{b_{11}} + \frac{2b_{12} + b_{66}}{2b_{11}}}} \quad (16)$$

$$E_{II} = \frac{\sqrt{2}}{b_{11}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{b_{22}}{b_{11}} + \frac{2b_{12} + b_{66}}{2b_{11}}}}$$

۳-۱- آزمون چقرمگی شکست در حالت کرنش صفحه‌ای

از آنجا که برای جلوگیری از شکست، چقرمگی شکست در حالت کرنش صفحه‌ای، K_{Ic} ، یکی از خواص مهم ماده است روش‌های بررسی صحت این پارامتر معرفی می‌گردد. روش‌های قابل قبول آزمون تحت عنوان استاندارد E399-90 و D5045-99 در استاندارد ASTM ارائه شده است [۱۲-۱۳]. نکات مهم آزمون تعیین K_{Ic} در این بخش خلاصه شده است. از منحنی‌های

(ELS) برای تعیین پارامترهای شکست بین‌لایه‌ای مواد کامپوزیتی است. ترک ایجاد شده در این آزمایش‌ها همانند آزمایش تیر طره‌ای دوبل است و مقادیر بحرانی از روابط خمش تیر ساده محاسبه می‌شوند [۱۳] (شکل ۵). ASTM D7905، استاندارد روش آزمون برای تعیین چقرمگی شکست مود II بین‌لایه‌ای مواد مرکب با ماتریس پلیمری و الیاف تک جهته است که در سال ۲۱۰۴ به تصویب نهایی رسیده است [۱۴] و در آن نمونه ENF به عنوان نمونه استاندارد شکست تحت مود II معرفی و الزامات به‌کارگیری آن تشریح شده است.



شکل (۴): الف) آزمایش کششی نمونه فشرده CT،

ب) آزمایش خمش یک لبه شکاف‌دار SENB، پ) آزمایش

تیر طره‌ای دوبل DCB [۱۰].

گسترش ترک، da ، است. یعنی J برابر با انرژی رانش ترک است و لذا:

$$J = G = \frac{K^2}{E'} \quad (19)$$

به طوری که در شرایط تنش صفحه‌ای $E' = E$ و در شرایط کرنش صفحه‌ای $E' = E(1-\nu^2)$ است.

۲- روش‌های تجربی در مکانیک شکست

روشهای تجربی مورد استفاده برای بررسی مقاومت شکست مواد در مودهای مختلف بارگذاری در بخشهای زیر به تفکیک آورده می‌شود:

۱-۲- آزمایش‌های استاندارد مود اول شکست

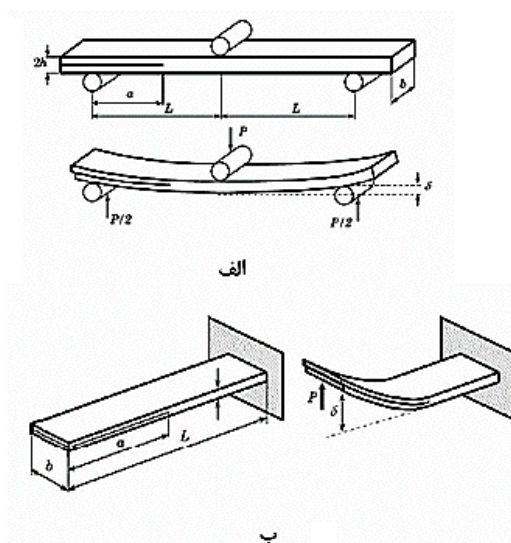
آزمایش‌های استاندارد شده توسط ASTM شامل: آزمایش کششی نمونه فشرده^۱ (CT)، تحت عنوان روش آزمایش استاندارد تعیین چقرمگی شکست K_{IC} الاستیک خطی در شرایط کرنش صفحه‌ای در مواد فلزی [۱۰] و در مواد پلاستیکی [۱۱]، آزمایش خمش نمونه با یک لبه شکاف‌دار^۲ (SENB) برای تعیین چقرمگی شکست و نرخ رهایی انرژی کرنشی در شرایط تنش صفحه‌ای برای مواد شکل‌پذیر، با شماره استاندارد $E399-06$ و $D5045-99$ [۱۰-۱۱] و آزمایش تیر طره‌ای دوبل^۳ (DCB) برای مطالعه شکست بین‌لایه‌ای با شماره استاندارد $D5528-01$ [۱۲] است. مشخصات این آزمایش‌ها در شکل ۴ ارائه شده است. از میان روش‌های فوق‌الذکر، مهمترین روش برای به‌دست آوردن نرخ رهایی انرژی کرنشی مود اول، استفاده از روش DCB می‌باشد. این نمونه به راحتی ساخته و نتیجه به روش عددی محاسبه می‌شود.

۲-۲- آزمایش‌های مود دوم شکست

برای اندازه‌گیری چقرمگی شکست تحت مود دوم روش‌های مختلفی در کتب و تحقیقات مختلف ارائه شده است، از جمله: آزمایش خمش تیر با شکاف انتهایی^۴ (ENF) که بر مبنای تئوری تغییر شکل برشی تیر برای مشاهده انتشار ترک بین لایه‌ای و همچنین آزمایش بارگذاری انتهایی تیر شکاف‌دار^۵

- 1- Compact Tension Specimen
- 2- Single Edge Notched Bending
- 3- Double Cantilever Beam
- 4- End Notched Flexure
- 5- End Load Split

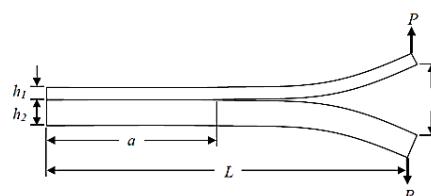
آزمایش مود مرکب بارگذاری انتهایی تیر شکاف‌دار^۵ (*MMELS*)، که به آزمایش مود مرکب نیز معروف است توسط هاشمی و همکاران، در سال ۱۹۹۰ مطرح شد [۱۶]. آزمایش کششی، برشی تیر ترک‌دار^۶ (*CLS*) که بیشتر برای آزمایش مواد کامپوزیتی کاربرد دارد، اولین بار در سال ۱۹۸۵ توسط رامکومار و وایت کام^۷ برای آزمایش خستگی و شکست بین‌لایه‌ای مواد کامپوزیتی مورد استفاده قرار گرفت [۱۷]. آزمایش مود مرکب خمشی^۸ (*MMF*) نیز در سال ۱۹۸۵ توسط راسل و استریت^۹ پیشنهاد شد [۱۸] و به نام خمش تک‌پایه^{۱۰} (*SLB*) نیز معروف است و از ترکیب آزمایش‌های ENF و CLS ایجاد شده است. این آزمایش‌ها در شکل ۷ نشان داده شده‌اند.



شکل (۵): (الف) آزمایش خمش شکاف انتهایی ENF، (ب) آزمایش بارگذاری انتهایی تیر شکاف‌دار ELS [۱۳].

۲-۳- آزمایش‌های مود مرکب داخل صفحه

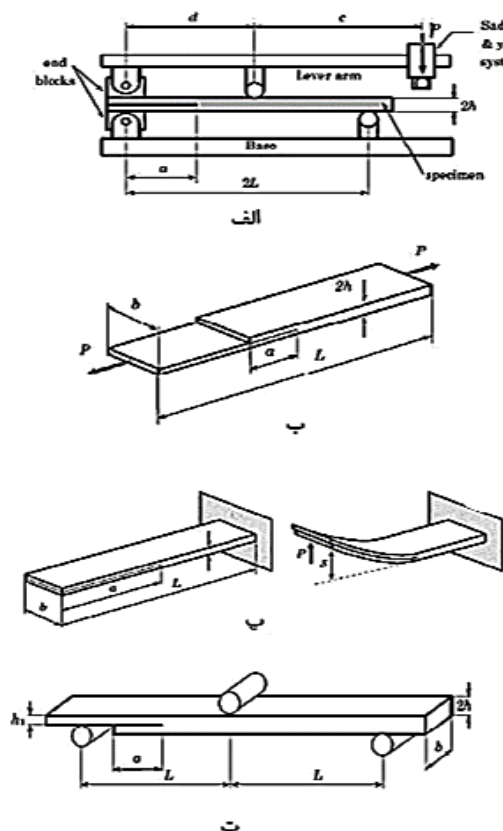
با نامتقارن کردن هندسه مورد استفاده در مود اول یا مود دوم می‌توان مود مرکب را ایجاد کرد؛ روش‌های *ADCB*، *AENF*^۱ و *AELS*^۲ برخی از روش‌های مرسوم جهت ایجاد مود مرکب با این روش می‌باشند. نمونه *ADCB* به علت ساخت راحت و مشابهت با نمونه *DCB* به‌طور گسترده استفاده می‌شود. شکل ۶ نمای شماتیکی از نمونه *ADCB* را نشان می‌دهد.



شکل (۶): نمای شماتیکی از نمونه *ADCB* با تغییر در

ضخامت نمونه *DCB* [۱۳].

آزمایش خمش مود مرکب^۴ (*MMB*) که در شکل ۷ نشان داده شده است در سالهای ۱۹۹۰ و ۱۹۹۲ توسط ریدر و کروس پیشنهاد شد و در سال ۲۰۰۳، دستگاه آزمایش مربوطه اصلاح و به شماره *D6671-01* در استاندارد *ASTM* به ثبت رسید [۱۵]. این آزمایش عموماً برای تعیین چقرمگی بین‌لایه‌ای به‌کار می‌رود.



شکل (۷): (الف) آزمایش خمش مود مرکب، (ب) آزمایش کششی- برشی تیر ترک‌دار، (پ) آزمایش مود مرکب بارگذاری انتهایی تیر شکاف‌دار، (ت) آزمایش مود مرکب خمشی [۱۹].

- 5- Mixed-Mode End Load Split
- 6- Cracked Lap Shear
- 7- Ramkumar and Whitcomb
- 8- Mixed- Mode Flexure
- 9- Russell & Street
- 10- Single Leg Bending

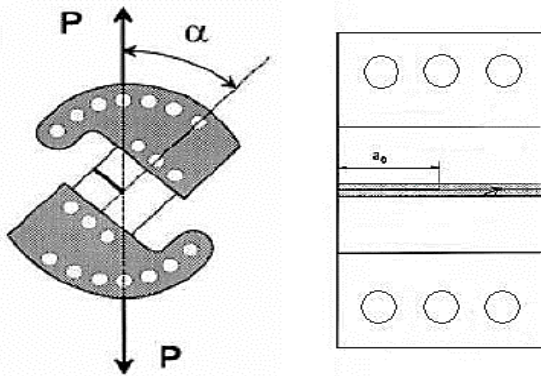
- 1- Asymmetric Double Cantilever Beam
- 2- Asymmetric End Notch Flexure
- 3- Asymmetric End Loaded Split
- 4- Mixed-Mode Bending

۲-۳-۱- آزمایش اصلاح شده آرکان^۱

اصلاح نمودند [۲۱]. محققین بسیاری در ادامه به کمک این دستگاه تست، انواع مختلفی از مواد مثل فولاد، سنگ، بتن و کامپوزیت‌ها را مورد آزمایش قرار دادند و با مقایسه جواب‌های به دست آمده با نرم‌افزارهایی مثل ANSYS و ABAQUS به جواب‌های مشابهی رسیدند. در مطالعاتی، آیت‌اللهی از طریق نمونه آرکان، ریدر از طریق MMB و زکرینیس از طریق نمونه‌های DCB، ENF و MMB اقدام به محاسبه مقادیر بحرانی شکست مود مرکب در مواد مرکب و بررسی رفتار آنها کرده‌اند [۱۹]. در تحقیقاتی که توسط پیوسل و همکارانش صورت گرفته [۲۳]، یک هندسه بهینه جدیدی برای آزمایش آرکان ارائه شده است که قادر است تاثیرات تمرکز تنش موجود در نقاط نوک تیز ترک را به حداقل برساند و به همین دلیل از شکست زود هنگام نمونه جلوگیری کند.

۲-۳-۲- آزمایش ریچارد^۲

این آزمایش شبیه آزمایش آرکان است. نمونه مورد استفاده نیز در شکل ۹ نشان داده شده است. ریچارد در سال ۱۹۸۳ از این دستگاه برای مطالعه شکست مواد همگن تحت شرایط بارگذاری داخل صفحه استفاده نمود [۲۲].

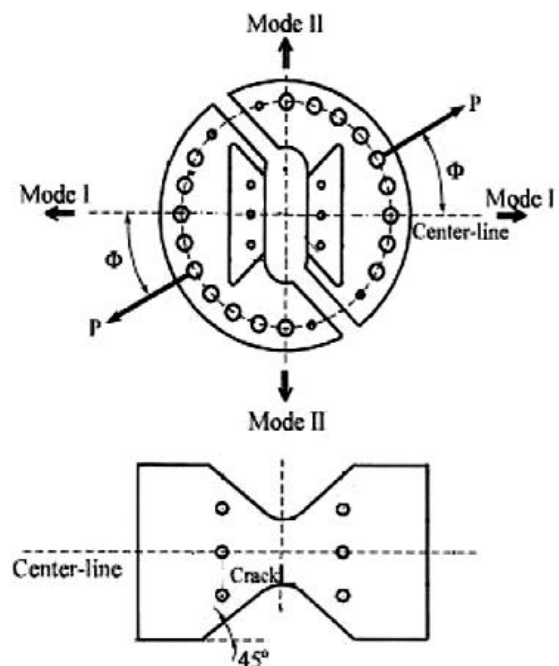


شکل (۹): نمونه و دستگاه ریچارد [۲۲].

۲-۴- معرفی فیکسچر بهبود یافته

در سال‌های اخیر طی تحقیقات متعددی که با استفاده از دستگاه آرکان صورت گرفته، به تدریج نقایص این دستگاه آزمایش بروز کرده و باعث احساس نیاز به طراحی دستگاه آزمایش جدید یا رفع نقایص آن شده است. نقایصی که در مورد دستگاه آرکان می‌توان به آن‌ها اشاره کرد به قرار زیر است [۲۴-۲۶]:

یکی از بهترین روش‌های اندازه‌گیری مود مرکب، روش آرکان می‌باشد که در سال ۱۹۸۷ توسط آرکان و همکاران بر روی مواد کامپوزیتی استفاده شد [۲۰]. آزمایش بر مبنای بارگذاری تک محوری نمونه ترک‌دار که بین دو قطعه‌ی فلزی، به منظور ترکیب مودهای مشخص داخل صفحه، قرار گرفته استوار است. در سال ۱۹۹۵ آمستوتز^۲ و همکاران با ایجاد سوراخ‌هایی در محیط دستگاه جهت اعمال بار، دستگاه را اصلاح نمودند [۲۱]. در واقع این روش، روش مناسبی جهت اندازه‌گیری مود اول و دوم و مود مرکب، تنها با استفاده از یک گیره برای آزمایش می‌باشد. نمونه آزمایش آرکان، به شکل پروانه‌ای است که ترکی در وسط آن ایجاد می‌گردد و توسط پین به فیکسچر متصل می‌شود. دستگاه و نمونه در شکل ۸ نشان داده شده است.



شکل (۸): نمونه و دستگاه اصلاح شده آرکان [۲۲].

۲-۳-۲- تحقیقات انجام شده با دستگاه آرکان

این دستگاه اولین بار توسط آرکان و همکاران در سال ۱۹۸۷ برای آزمایش بر روی مواد کامپوزیتی به کار گرفته شده است. پژوهشگران دیگری مثل آمستوتز و همکاران در سال ۱۹۹۵ دستگاه آرکان را برای بررسی رشد ترک پایدار در آلومینیوم

د) در گیره آرکان، برای تغییر زاویه نیاز به جابجا کردن پین می‌باشد یا برای تغییر اندازه نمونه از کوچک به بزرگ، نیاز به باز کردن پیچ‌هایی می‌باشد؛ حذف این دو محدودیت هم می‌تواند مفید باشد، چرا که بنابه تجربه بسیاری از کاربران، علاوه بر دشواری استفاده، در اثر استهلاک گیره‌ها و تغییر شکل‌های ماندگار، اندازه سوراخ‌های آن تغییر می‌کند.

ه) در گیره آرکان فقط زوایای خاصی را می‌توان تحت آزمایش قرار داد که حذف این محدودیت از این جهت می‌تواند مفید باشد که با توجه به تغییرات شدید پارامترهای شکست در زوایای نزدیک به ۹۰ درجه، امکان بررسی دقیق‌تر این زوایا فراهم می‌شود.

با توجه به نقایص و محدودیت‌های اشاره شده در فوق، نیاز به طراحی وسیله آزمایشی که این نقایص را رفع کند احساس شد؛ که این امر توسط اسحق، چوپانی و شاملی [۲۴-۲۶] انجام گرفته و نمای آن در شکل ۱۲ نشان داده شده است.

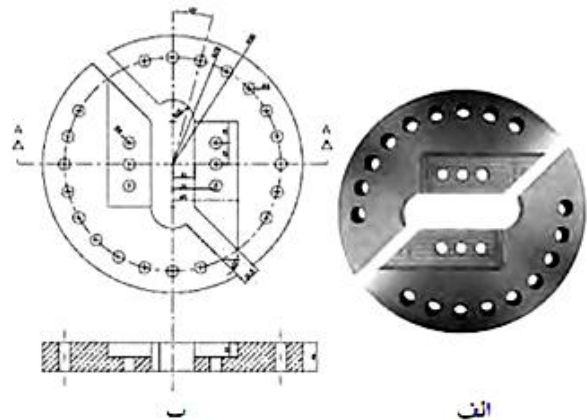


شکل (۱۲): فیکسچر بهبودیافته

۳- مروری به سایر پژوهش‌های تجربی مرتبط

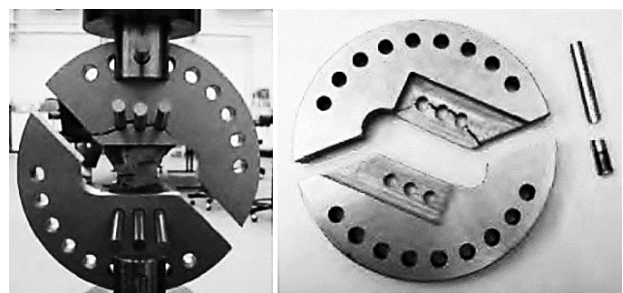
رفتار شکست مواد مرکب چندلایه پلیمری به‌طور گسترده‌ای مورد بررسی قرار گرفته است. یک بررسی مختصری از این تحقیقات در مراجع [۹ و ۲۵ و ۲۶] داده شده است. مشکل اصلی در پیش‌بینی شکست مواد کامپوزیت ارزیابی خواص چقرمگی شکست بین‌لایه‌ای تحت شرایط بارگذاری مود مرکب است. روش‌های مختلفی برای توسعه نمونه‌های آزمایشی برای شرایط بارگذاری مود مرکب، استفاده شده است. یکی از تلاش‌های جدید، یک ویرایش ترکیبی نمونه CTS است که کلیه شرایط بارگذاری مود مرکب داخل صفحه از حالت مود خالص I گرفته تا مود خالص II و مودهای مرکب I/II ما بین این دو حالت را پوشش می‌دهد. نمونه CTS برای آزمایش شکست مواد ایزوتروپیک تحت شرایط بارگذاری داخل صفحه

الف) گیره آرکان دارای نوعی نامتقارنی است که مانع ایجاد شرایط صفحه‌ای خالص در آزمایش‌ها می‌شود، این در حالی است که در تحلیل‌ها با تقریب، شرایط صفحه‌ای اعمال می‌شود؛ وجود مود سوم در تحلیل‌ها در واقع باعث شکست زودرس نمونه‌ها و در نتیجه بروز خطا در نتایج خواهد شد؛ این نامتقارنی در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود.



شکل (۱۰): نمایی از گیره‌ی اصلاح شده آرکان [۲۴]

ب) در گیره آرکان به‌دلیل این‌که تمام بار به وسیله تعداد محدودی (دو یا سه) پین منتقل می‌شود، نمی‌توان نمونه‌های با مقاومت بالا را مورد آزمایش قرار داد، چنانچه در یکی از موارد که یک ماده با مقاومت بالا مورد آزمایش قرار گرفته بود، دستگاه از ناحیه اطراف سوراخ‌های پین دچار شکست شده بود که در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود [۲۴].



شکل (۱۱): تصویر گیره اصلاح شده آرکان که به علت استفاده از تعداد محدودی پین، دچار شکست از ناحیه سوراخ‌ها شده است [۲۴]

ج) در گیره آرکان تنها نمونه با ضخامت 10mm قابل استفاده است، البته نمونه‌های ضخیم‌تر به شرط افزایش مود سوم قابل استفاده‌اند، این در حالی است که امکان آزمایش نمونه‌های ضخیم‌تر با توجه به اینکه تئوری حاکم بر تحلیل‌ها معمولاً کرنش صفحه‌ای است، می‌تواند مفید باشد.

(با نسبت ترکیب وزنی ۱۰۰ به ۱۵) از شرکت مواد مهندسی مکرر بکار گرفته شده است. برای ساخت نمونه‌ها، ابتدا صفحه‌ای با عرض ۴۰۰ و طول ۵۰۰ میلی‌متر به روش لایه‌گذاری دستی تهیه شده و این صفحه بلافاصله در دستگاه اتوکلاو به مدت ۶ ساعت تحت فشار ۵ بار و دمای ۶۰ درجه قرار داده شده است (شکل ۱۳). پس از آن صفحه به مدت یک هفته در محیط اتاق نگهداری شده است تا مراحل پخت و سفت شونده‌گی آن تکمیل گردد.

صفحه به‌صورت ۱۰۰ لایه تهیه شده است که مابین لایه ۵۰ و ۵۱ از نوارهای پارچه نسوز با ضخامت ۱۰۰ میکرون جهت ایجاد ترک بین‌لایه‌ای استفاده شده است. سپس نمونه‌ها به کمک دستگاه واترجت از این صفحه برش داده شده‌اند و در نهایت به صورت نمونه‌های پروانه‌ای تهیه شده‌اند (شکل ۱۴). درصد وزنی الیاف در ماده نهایی با انتخاب نمونه‌های با وزن مشخص و سوزاندن آنها به‌منظور آزادسازی رزین اپوکسی از نمونه‌ها محاسبه گردید که این مقدار در حدود ۶۰ درصد وزن کل به‌دست آمد. خصوصیات کششی ماده در جدول ۱ نشان داده شده است.

جدول (۱): مشخصات ماده کامپوزیت بافتی شیشه-اپوکسی

E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	E_3 (GPa)	G_{12} (GPa)	G_{13} (GPa)	G_{23} (GPa)	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}
۲۰	۲۰	۱۲	۱/۹	۲/۸۵	۱/۹	۰/۳	۰/۱۳	۰/۱۳



شکل (۱۳): ورق کامپوزیت بافتی ساخته‌شده و نمایی از دستگاه اتوکلاو و قرارگیری ورق در داخل آن

پیشنهاد شد. سپس این نمونه توسط ریکاردز برای مطالعه خواص چقرمگی شکست کامپوزیت شیشه-اپوکسی تحت مد خالص I و مود خالص II و حالات مختلف مود مرکب I/II به‌کار گرفته شد و نتایج حاصله با نتایج نمونه‌های تیری شکل مراجع دیگر مقایسه گردید [۶].

نقدعلی چوپانی و همکاران در سال ۲۰۰۴ از فیکسچر آرکان برای مطالعه تجربی شکست مود مرکب اتصالات چسبی چندین ماده مهم مورد استفاده در صنایع هوافضا و به کارگیری چسب‌های مختلف استفاده نمودند و اثرات پارامترهای مختلفی از قبیل مشخصات مواد و چسب و هندسه اتصال را مورد بررسی قرار دادند. ایشان سپس در سال ۲۰۰۶ با استفاده از این فیکسچر، شکست بین لایه‌ای مواد مرکب بافتی با الیاف کربن و زمینه پلی‌تریمید و بعدها با زمینه اپوکسی بررسی و ضرایبی را برای معیار شکست مود مرکب این مواد ارائه کرده‌اند. نیکبخت و چوپانی با استفاده از فیکسچر آرکان شکست مود مرکب کامپوزیت بافتی کربن-اپوکسی را مورد مطالعه قرار داده و نتایجی را در ارتباط با رفتار شکست این ماده و معیار شکست مود مرکب آن ارائه کرده‌اند [۲۶].

محمود مهرداد شکریه و همکاران رفتار مکانیکی کامپوزیت‌های پارچه‌ای مرکب را تحت ضربه و کمناش مورد بررسی و فواید حاصله را گزارش کرده‌اند [۲۶]. ناصر سلطانی و همکارانشان نیز با استفاده از تکنیک نوری غیرمخرب برشنگاری دیجیتال ضریب شدت تنش مود بازشوندگی در ترک‌های لبه‌ای نمونه‌های کامپوزیتی را بررسی کرده‌اند [۲۷ و ۲۸]. محمدباقر نظری و همکاران [۲۹] با استفاده از روش بدون المان گلرکین، تحلیل شکست مود I مواد مرکب هدفمند تحت بارگذاری حرارتی را بررسی کرده‌اند.

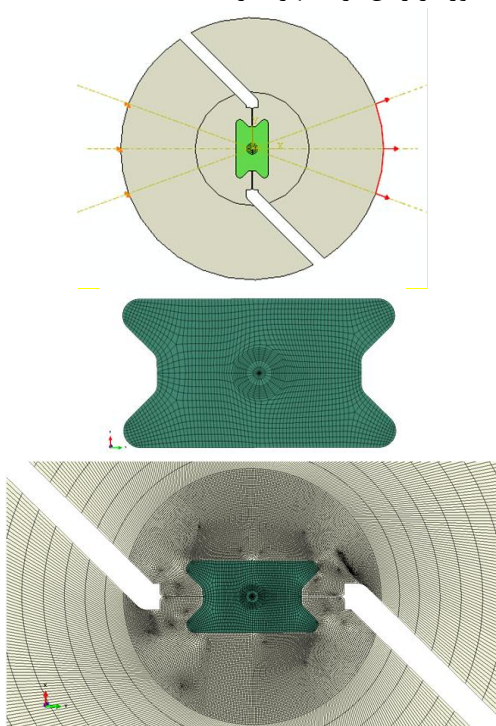
۴- مطالعات و آزمایش‌ها

تست‌های تجربی اجرا شده در این مطالعه و همچنین شبیه‌سازی‌های انجام شده در این قسمت تشریح می‌گردد:

۴-۱- مواد و نمونه‌ها

ماده مورد استفاده در این تحقیق، کامپوزیت بافتی شیشه-اپوکسی لایه‌ای بوده که در آن از پارچه‌های بافتی ساده با چگالی سطحی ۲۰۰ گرم بر مترمربع بهره برده شده است. رزین اپوکسی ML-506 به همراه هاردنر HA-11

از ۵ کانتور در راس ترک بهره گرفته شده است.

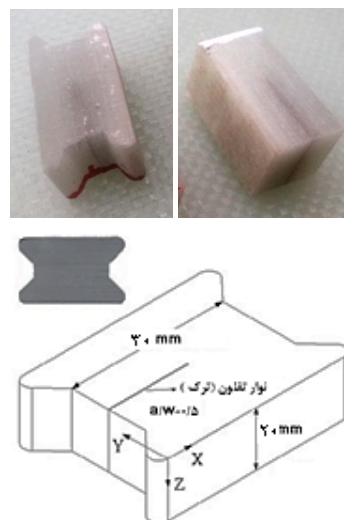


شکل (۱۵): الگوی مش‌بندی و بارگذاری گیره و نمونه جدید.

برای اطمینان از صحت مطالعات عددی و مدل‌های المان محدود مورد استفاده، با مدل‌سازی آزمایش شکست استاندارد مود یک (نمونه CT)، مقادیر ضریب شدت تنش بی‌بعد، $f(a/W)$ ، محاسبه شده توسط مدل المان محدود با مقادیر ارائه شده توسط استاندارد ASTM D5045 مقایسه شد و انطباق خوبی (خطای کمتر از ۲ درصد) به دست آمد. همچنین با تغییر اندازه المان‌ها (و ریزتر کردن تدریجی) و مش‌زنی‌های مختلف، مناسب‌ترین ابعاد المان یافته شد که در آن، کوچکترین اندازه اضلاع المان‌ها در نزدیکی نوک ترک در حدود ۰/۲۵ mm به دست آمد. تعداد المان‌ها جهت دست‌یابی به نتایج بهتر، برای نمونه ۱۶۳۸ و برای گیره ۲۹۶۵ و در مجموع برابر ۴۶۰۳ اختیار شده است و ریزترکردن بیشتر المان‌ها تغییر محسوسی در نتایج (کمتر از ۰/۲ درصد) نشان نداد. اعمال بار در زوایای بارگذاری متفاوت (از ۰ تا ۹۰ و با گام ۱۵ درجه) و به صورت بار گسترده در طول یک کمان انجام گرفته است.

۴-۳- اجرای تست‌ها

دستگاه کشش مورد استفاده از نوع Static Testing Machines ساخت شرکت SANTAM ایران با مدل STM-50 می‌باشد.



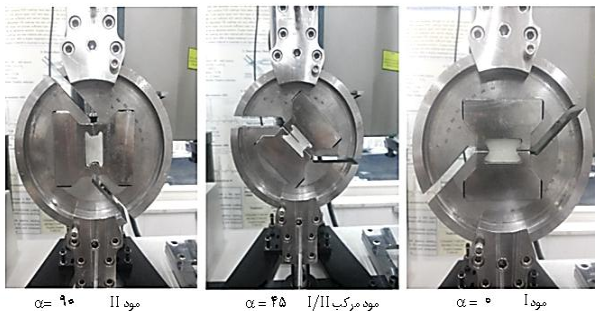
شکل (۱۴): نمونه پروانه‌ای آماده شده برای تست و ابعاد آن

۴-۲- مطالعات عددی

برای بررسی و محاسبه مقدار ضریب شدت تنش بحرانی و نرخ بحرانی انرژی کرنشی آزاد شده، نیاز به دو پارامتر اساسی است. پارامتر اول ضریب تصحیح هندسی یا ضریب شدت تنش بی‌بعد^۱ می‌باشد که توسط تحلیل المان محدود و نرم‌افزار ABAQUS حاصل می‌شود و پارامتر دوم برای به دست آوردن نتایج، مقدار بار بحرانی شکست می‌باشد که از اجرای تست‌ها به دست آمده‌اند.

برای مطالعه ترک در مسائل شبه-استاتیکی مکانیک شکست می‌توان از تخمین‌های کانتور انتگرال استفاده کرد. انتگرال‌های کانتوری را می‌توان برای مدل‌های دو بعدی یا سه بعدی محاسبه کرد. در این مطالعه آنالیز استاتیکی مدل بنا به استاندارد *ASTM D5045* [۱۱]، آنالیز المان محدود الاستیک خطی تحت شرایط کرنش صفحه‌ای و با استفاده از روش ضرایب شدت تنش که در اصل از روش انتگرال J بهره می‌گیرد با میدان تکین $1/\sqrt{r}$ استفاده شده است و در المان‌های اطراف ترک گره‌های میانی آن‌ها به 1/4 فاصله خود تا نوک ترک منتقل گشته‌اند. در شکل ۱۵ نمونه‌ای از الگوی مش‌بندی گیره جدید و نمونه‌های تست نمایش داده شده است. تحلیل‌ها تحت بار ۱۰۰۰ نیوتن در نرم‌افزار ABAQUS انجام گرفتند. با توجه به نکات ذکر شده فوق و با توجه به مدل‌سازی‌های دوبعدی در این مدل‌سازی از کامل‌ترین گزینه ممکن دارای قابلیت‌های مدل‌سازی مکانیک شکست، یعنی المان‌های چهارگوش اصلاح شده هشت‌نقطه‌ای (CPE8R) استفاده شده و جهت محاسبه انتگرال J و ضرایب شدت تنش

برای از بین بردن اثرات دینامیکی، جابجایی کششی با سرعت ثابت ۰/۵ میلی‌متر بر دقیقه اعمال گردید. در نمودارهای بار- تغییر مکان ثبت شده توسط دستگاه کششی، لحظه شروع ترک، به صورت ماکزیمم در نمودارها قابل مشاهده است. تست‌ها برای مود یک، مود دو و مودهای مرکب با گام ۱۵ درجه مورد اجرا قرار گرفت. برای کاهش خطای آزمایش، سه نمونه در هر زاویه مورد آزمایش قرار گرفت و میانگین مقادیر به عنوان نتیجه نهایی استخراج گردید و جمعاً ۲۱ نمونه در دمای اتاق، با استفاده از گیره جدید مورد آزمایش قرار گرفت. مقادیر بارهای بحرانی استخراج شده از تست‌ها در جدول ۲ نشان داده شده است.



شکل (۱۷): فیکسچر تست در سه وضعیت مختلف

نمایی از این دستگاه در شکل ۱۶ مشاهده می‌شود. حداکثر ظرفیت کشش دستگاه ۵۰ kN می‌باشد و قابلیت کنترل جابجایی با سرعت‌های مختلف را دارا است. برای تعیین پارامترهای خواص مکانیکی، نمونه‌های نواری شکل طبق استاندارد ASTM D3039 [۳۰] با همان شرایط تهیه نمونه‌های پروانه‌ای تهیه شد که شکل کلی نمونه و وسیله آزمایش آن در شکل ۱۷ مشاهده می‌شود. برای شروع تست‌های شکست، ابتدا فیکسچر جدید روی دستگاه کشش نصب گردید. با چرخش این وسیله، مود یک یا مود کششی خالص، مود دو یا مود برشی خالص و مود مرکب به‌طور پیوسته برای هر زاویه‌ای قابل بررسی می‌باشد (شکل ۱۷).



شکل (۱۶): دستگاه تست کشش و فیکسچر جدید نصب شده

جدول (۲): مقادیر بارهای بحرانی تست‌های شکست

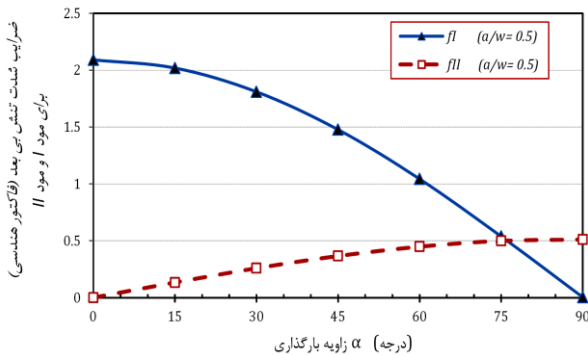
زاویه بارگذاری (درجه)							نیوتن) بار بحرانی	
۹۰	۷۵	۶۰	۴۵	۳۰	۱۵	۰		
۱۱۱۶	۷۲۴٫۶	۵۱۶	۳۹۸	۳۱۶	۲۹۵/۵	۲۷	۱	شماره تست
۹۵۸/۷	۶۶۳/۶	۵۰۱/۱	۳۹۱/۲	۳۴۴	۳۱۰	۳۰	۲	
۹۷۹/۵	۶۴۹/۲	۴۷۶/۲	۴۲۶	۳۳۶	۲۹۹	۲۸	۳	
۱۰۱۸	۶۷۹	۴۹۷/۷	۴۰۵	۳۳۲	۳۰۱/۵	۲۸	میانگین	

شکل ۱۸ مقادیر ضرایب شدت تنش بی‌بعد را برای نسبت طول ترک به پهنای ۰/۵، ضخامت نمونه ۲۰ میلی‌متر و تحت مودهای مختلف بارگذاری به تفکیک مقادیر مود یک و مود دو نشان می‌دهد؛ چنان که مشاهده می‌شود برای زوایای کمتر از ۷۵ درجه، مود یک شکست ضریب تصحیح غالب‌تری بر مود دو دارا می‌باشد؛ ولی با تغییر زاویه اعمال نیرو از ۰ تا ۹۰ درجه، مقدار ضریب شدت تنش بی‌بعد مود دو افزایش یافته و بالعکس برای مود یک کاهش می‌یابد. روند افزایش پارامتر $f_{II}(a/W)$ و کاهش $f_I(a/W)$ تا زاویه ۷۵ درجه ادامه می‌یابد که

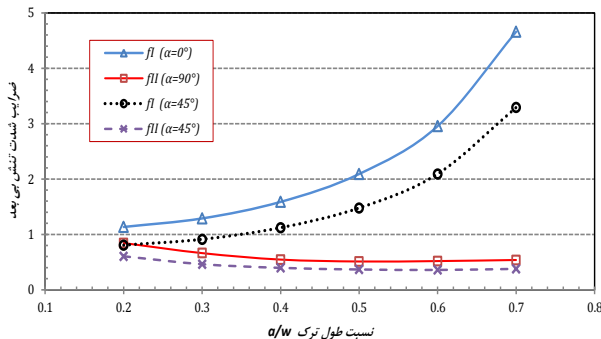
۵- نتایج شکست بین لایه‌ای

با استفاده از روش اجزاء محدود، ضرایب شدت تنش بی‌بعد $f(a/w)$ (ضریب اصلاح هندسی) برای مودهای کشش خالص، برش خالص و مود مرکب داخل صفحه محاسبه شدند و جهت محاسبه چقرمگی شکست، با استفاده از بار بحرانی (متناظر با شروع ترک) حاصل از نتایج آزمایشگاهی، مطابق با روابط ۱۳ چقرمگی شکست و از روابط ۱۴ نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی محاسبه می‌شود.

بحرانی گزارش کرد و شرایط کرنش صفحه‌ای بر نمونه‌ها حاکم بوده است. مشاهده می‌گردد که ضریب شدت تنش بحرانی مود اول تا حدود زاویه ۴۵ درجه نسبتاً تغییرات کمی دارد و مقدار آن نزدیک به $0.5 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$ می‌باشد و پس از آن روند نزولی تا نزدیک صفر را پیدا می‌کند. در مقابل، ضریب شدت تنش بحرانی مود دوم از مقدار اولیه صفر با روند ملایمی به مقدار نهایی خود در زاویه ۹۰ درجه یعنی به حدود $0.5 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$ افزایش می‌یابد.



شکل (۱۸): ضرایب شدت تنش بی‌بعد مود I و مود II خالص برحسب زوایای مختلف بارگذاری برای $a/W=0.5$.



شکل (۱۹): تغییرات ضرایب شدت تنش بی‌بعد با نسبت a/W تحت مدهای خالص I، II و مود مرکب 45° .

جدول (۳): چقرمگی شکست کامپوزیت مورد مطالعه $\text{MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$.

زاویه بارگذاری (درجه)							چقرمگی شکست
۹۰	۷۵	۶۰	۴۵	۳۰	۱۵	۰	
---	۰/۱۳۲	۰/۱۸۷	۰/۲۱۶	۰/۲۱۷	۰/۲۲	۰/۲۱۹	K_{Ic}
۰/۱۸۸	۰/۰۱۲	۰/۰۸۰	۰/۰۵۴	۰/۰۳۱	۰/۰۱۵	---	K_{IIc}

ارائه شده است. در این نمودار برای زوایای بارگذاری کمتر از حدود ۶۵ درجه مود کششی مود غالب بارگذاری است و با افزایش زاویه بارگذاری مقادیر نرخ رهایی انرژی کرنشی مود

در این زاویه ضریب تصحیح مود یک و مود دوی شکست، یکسان می‌شود و از زاویه ۷۵ درجه به بعد ضریب تصحیحی مود دو بیشتر می‌شود. براساس این نتایج، برای هر یک از این ضرایب شدت تنش، یک معادله چندجمله‌ای مرتبه سه به نمودارها برازش و معادله آن‌ها در روابط ذیل (روابط ۲۰-۲۱) ارائه شده است:

$$f_I(\alpha) = 1 \cdot 10^{-6} \alpha^3 - 0.0004 \alpha^2 + 0.0012 \alpha + 2.0886 \quad (20)$$

$$f_{II}(\alpha) = -4 \cdot 10^{-7} \alpha^3 - 4 \cdot 10^{-6} \alpha^2 + 0.0091 \alpha + 0.0005 \quad (21)$$

برای مطالعه تأثیر نسبت طول ترک به پهنای نمونه، مقادیر ضریب شدت تنش بی‌بعد محاسبه و نمودارهای مربوطه ارائه شده است. شکل ۱۹ نمودار تغییرات ضریب شدت تنش بی‌بعد تحت مود یک و دو خالص و مود مرکب با زاویه بارگذاری ۴۵ درجه برای نسبت طول ترک به پهنای نمونه بین ۰/۲ تا ۰/۷ را نشان می‌دهد. براساس این نتایج، به هر یک از پارامترهای ضریب شدت تنش بی‌بعد، یک رابطه چندجمله‌ای مرتبه سه برازش و نتیجه در روابط (۲۲-۲۳) ارائه شده است.

چنانچه در شکل ۱۹ مشاهده می‌شود مقادیر ضریب شدت تنش بی‌بعد مود یک نسبت به پارامتر a/W روند افزایشی دارد.

$$f_I(a/W) = 36.495(a/W)^3 - 31.398(a/W)^2 + 10.851(a/W) - 0.0861 \quad (22)$$

$$f_{II}(a/W) = -3.587(a/W)^3 + 7.523(a/W)^2 - 4.986(a/W) + 1.57 \quad (23)$$

در جدول ۳ تغییرات ضریب شدت تنش بحرانی مود اول و مود دوم به‌ازای زاویه بارگذاری نشان داده شده است. با مقایسه این مقادیر با شرایط استاندارد ASTM 5045 و رابطه ۱۷ معلوم گردید که مقادیر حاصله را می‌توان به عنوان مقادیر

در شکل ۲۰، تغییرات نرخ بحرانی رهایی انرژی کرنشی مود یک و مود دو به‌ازای تغییر زاویه بارگذاری (که توسط معادله‌های ۱۴ محاسبه شده‌اند) همراه با نرخ بحرانی رهایی انرژی کل

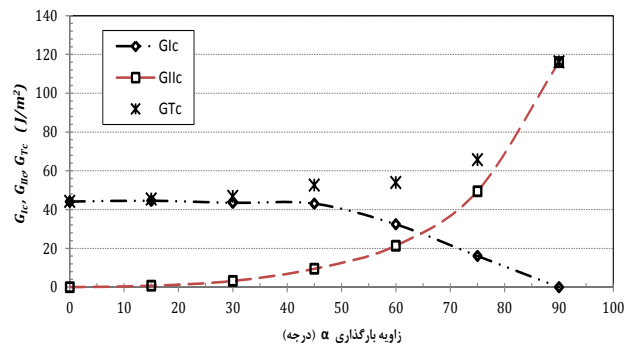
۶- نتیجه گیری

در این تحقیق، شکست بین لایه‌ای یک ماده کامپوزیت ساخته شده از پارچه شیشه بافته با زوایای ۰ و ۹۰ درجه و زمینه اپوکسی تحت بارگذاری مود مرکب داخل صفحه I/II و با به کارگیری یک فیکسچر جدید مورد مطالعه قرار گرفت. تغییرات ضرایب شدت تنش بی بعد در نسبت $a/W=0.15$ به تفکیک مود یک و دو، تحت بارگذاری مودهای مختلف داخل صفحه ارائه گردید. معادلات مرتبه سوم برازش شده بر نمودارهای تغییرات ضرایب شدت تنش بی بعد مود I و II بر حسب نسبت a/W و همچنین زاویه بارگذاری تحت مودهای خالص یک و دو به کمک شبیه سازی توسط نرم افزار ABAQUS استخراج و تحت عنوان روابط ۲۰ الی ۲۳ ارائه شد. براساس نتایج حاصله ضریب شدت تنش بی بعد، در زوایای بارگذاری کمتر از ۷۵ درجه، برای مود یک بیشتر از مود دوم بوده و پس از آن، این ضریب برای مود دوم بیشتر به دست می آید لذا در زاویه ۷۵ درجه، ضریب تصحیح هندسی دو مود کششی و برشی برابر هم است. از مطالعات انجام شده نتیجه گرفته می شود که با افزایش نسبت طول ترک به پهنای نمونه، a/W ضرایب شدت تنش بی بعد مود کششی خالص افزایش محسوسی می یابد ولی این افزایش در مود برشی خالص مشاهده نگردید. در نمودارهای نرخ بحرانی رهایی انرژی کرنشی مود یک و مود دوم ماده کامپوزیت مورد تحقیق، مشاهده می شود که برای زوایای بارگذاری کمتر از ۶۵ درجه مود کششی مود غالب بارگذاری است. با افزایش زاویه بارگذاری از مقادیر نرخ رهایی انرژی کرنشی مود یک کاسته و بر مقادیر مود دوم افزوده می شود و در زوایای بیش از ۶۵ درجه مود برشی (مود دو) مود غالب است. همچنین می توان نتیجه گرفت که نرخ رهایی انرژی کرنشی کل، تحت شرایط بارگذاری مود مرکب، تا زاویه بارگذاری ۳۰ درجه هموار است و تغییرات بسیار جزئی نشان می دهد و پس از آن روند صعودی پیدا می کند.

نتایج مبین آن است که ماده کامپوزیت استفاده شده در این مطالعه در شرایط بارگذاری برشی (مود II) دارای چقرمگی بیشتری می باشد و در بارگذاری های کششی (مود I) ضعیف تر است.

یک کاهش و بر مقادیر مود دو افزوده می شود و در زوایای بارگذاری بیش از ۶۵ درجه مود برشی (مود دو) مود غالب است. همچنین نرخ رهایی انرژی کرنشی کل تحت شرایط بارگذاری مود مرکب، با افزایش زاویه بارگذاری (به سمت مود دوم) روند افزایشی نشان می دهد و بنابراین، افزایش سهم بارگذاری مود دوم منجر به افزایش نرخ رهایی انرژی کرنشی کل می شود.

رابطه بین نسبت مشارکت مود مرکب نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی و زاویه بارگذاری در شکل ۲۱ نشان داده شده است.

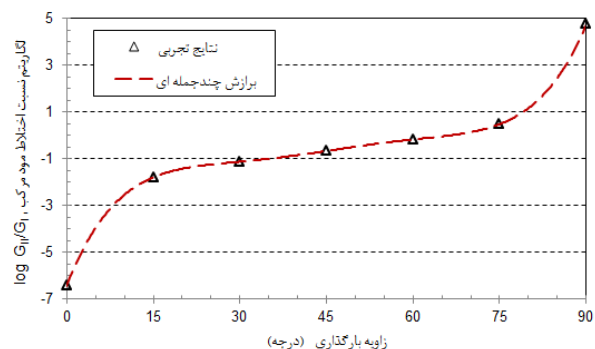


شکل (۲۰): تغییرات نرخ بحرانی رهایی انرژی کرنشی مود اول، مود دوم و کل در برابر زاویه بارگذاری.

با استفاده از برازش حداقل مربعات برای نتایج میانگین، معیاری شکستی برای شکست بین لایه‌ای مود مرکب داخل صفحه این ماده بر حسب زاویه بارگذاری، α ، به صورت زیر ارائه شده است:

$$\log_{10} \left(\frac{G_{II}}{G_I} \right) = 4 \times 10^{-8} \alpha^5 - 9 \times 10^{-6} \alpha^4 + 7 \times 10^{-4} \alpha^3 - 307 \times 10^{-4} \alpha^2 + 0.6288 \alpha - 6.4337 \quad (24)$$

$(\alpha \text{ in degree}) \quad R^2 \approx 1$



شکل (۲۱): تغییرات لگاریتم نسبت اختلاط مود مرکب $(\log(G_{II}/G_I))$ در برابر تغییر زاویه بارگذاری.

۷- مراجع

- Reinforced Polymer Matrix Composites”, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2014.
15. ASTM D6671-01 “Standard test method for mixed-mode interlaminar fracture toughness of unidirectional fiber reinforced polymer matrix composites”, Annual Book of ASTM Standards, Philadelphia, 2003.
 16. Hashemi, S., Kinloch, A.J. and Williams, J.G. “The analysis of interlaminar fracture in uniaxial fiber-polymer composites”, proceeding of the Royal Society of London Series A-Mathematical Physical and Engineering Science, Vol. 427, No. 1, pp. 173-179, 1990.
 17. Ramkumar, R.L. and Whitcomb, J.D. “Characterization of mode-I and mixed-mode delamination growth in T300/5208 graphite/epoxy, Delamination and Debonding of Materials”, ASTM STP 876., (ed.) Johnson, W.S. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1985.
 18. Russell, A.J. and Street, K.N. “Moisture and temperature effects on the mixed-mode delamination fracture of unidirectional graphite/epoxy, Delamination and Debonding of Materials”, ASTM STP 876., (ed.) Johnson, W.S. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1985.
 19. Hosseini, S.R. “Estimate and Evaluation of Fracture Mechanics Properties of Welded Joints of Offshore Platforms”, MSc Thesis, Sahand University of Technology, Civil Engineering Department, 2008.
 20. Arcan, M., Hashin, Z. and Voloshin, A. “Method to produce uniform plane-stress states with applications to fiber-reinforced materials”, Experimental Mechanics, Vol.18, No. 1, pp. 141-146, 1978.
 21. Amstutz, B.E., Sutton, M.A., Dawicke, D.S., Newman Jr., I.C. “An experimental study of CTOD for mode I/II stable crack growth in thin 2024-T3 aluminum specimens”, Fracture Mechanics ASTM STP, 1995.
 22. Richard, H.A. “A loading device for the creation of mixed-mode in fracture mechanics”, International Journal of Fracture, Vol. 22, No. 2, pp. 55-58, 1983.
 23. Pucillo, G.P., Grasso, M., Penta F., Pinto P. “On the mechanical characterization of materials by Arcan-type specimens”, Engineering Fracture Mechanics, 2011.
 24. Es’hagi Oskui, A. and Choupani, N. “Development & Design of an Experimental Setup for Determining of Mixed Mode Fracture Toughness”, Sahand University of Technology, MSc Thesis, 2012, (In Persian).
 25. Choupani, N. “Experimental and numerical investigation of the mixed-mode delamination in
 1. Wessel, J. K. “The Handbook of Advanced Materials”, First ed., John Wiley Publishing Company, New York, pp.3-21, 2004.
 2. Javid-Rad, F. “Fracture Mechanics in Design of structures”, First ed., Gutenberg Publishing Company, Tehran, 2009, (In Persian).
 3. Gdoutos, E. E. “Fracture Mechanics; An Introduction (Solid Mechanics and Its Applications)”, Second Edition, Springer, Dordrecht, Netherlands, 2005.
 4. Anderson, T. L. “Fracture mechanics; Fundamentals and applications”, Second ed., CRC press LTC., Boca Raton, 1995.
 5. Tada, H., Paris, P. C. and Irwin, G.R. “Stress Analysis of Cracks Handbook”, Del Research Corporation, Hellertown. Pa.,1973.
 6. Rikards, R. “Interlaminar Fracture Behaviour of Laminated Composites”, Computers & Structures, Vol. 76, No. 5, pp. 11-18, 2000.
 7. Warrior, N.A., Pickett, A.K. and Lourenc, N. S. F. “Mixed-Mode Delamination-Experimental and Numerical Studies”, Strain, Vol. 39, No. 4, pp. 153-159, 2003.
 8. Williams, J. G. “Fracture Mechanics of Anisotropic Materials; in Application of Fracture Mechanics to Composite Materials”, K. Friedrich, Editor., Elsevier Science Publishers, 1989.
 9. Gillespie, J. W. and Carlsson, L.A. “Interlaminar Fracture of Laminated Composites Materials”, in Delaware Composites Design Encyclopedia, Technomic Publishing Co. Inc., Vol. 6, No.1, pp. 113-119, 1990.
 10. ASTM E399-06 “Standard Test Method for Linear-Elastic Plane-Strain Fracture Toughness KIC of Metallic Materials”, Annual Book of ASTM Standards, 2006.
 11. ASTM D5045-99 “Standard Test Method for Plane-Strain Fracture Toughness and Strain Energy Release Rate of Plastic Materials”, Annual Book of ASTM Standards, 1999.
 12. ASTM D5528-01 “Standard Test Method for Mode-I Interlaminar Fracture Toughness of Unidirectional Fiber-reinforced Polymer Matrix Composites”, Annual Book of ASTM Standards, Philadelphia, 2003.
 13. Carlsson, L.A., Gillespie, J.W. and Pipes, R.B. “On the analysis and design of the end notched flexure (ENF) specimen for mode-II testing”, Journal of composite Materials, Vol. 20, No. 6, pp. 594-604, 1986.
 14. ASTM D7905/D7905M-14 “Standard Test Method for Determination of the Mode II Interlaminar Fracture Toughness of Unidirectional Fiber-

- Arcan laminated specimens”, *Mat. Sci. Eng. A.*, Vol. 478, No. 1, pp. 229-242, 2008.
26. Shameli, M., Choupani N., Razavi A., M. K. “Experimental and Numerical Investigation of the Elastic-Plastic Fracture of Composite Materials under Mixed-Mode I/II Loading Conditions”, PhD Thesis, Sahand University of Technology, Mechanical Engineering Faculty, 2016.
27. Ghazavizadeh, A., Soltani, N., Hakimelahi, B. and Ghasemieh, M. “Determination of Opening Mode Stress Intensity Factor for Edge Cracks by Means of Digital Shearography Including Analytical and Numerical Simulations”, *Aerospace Mechanics Journal*, Vol. 1, No. 3, pp. 97-106, 2006.
28. Hamidi, H. and Soltani, N. “Determination of Stress Intensity Factors in Composite Materials by Means of Optical Experimental Technique of Digital Shearography”, *Aerospace Mechanics Journal*, Vol. 4, No. 4, pp15-26, 2009 (In Persian).
29. Nazari, M., Shariati, M., Eslami, M., and Hassani, B. “Meshless Analysis of Cracked Functionally Graded Plates under Thermal Loading”, *Aerospace Mechanics Journal*, Vol. 9, No. 4, pp. 1-16, 2013 (In Persian).
30. ASTM Standard D3039 “Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials”, *Annual Book of ASTM Standards*, 2000.