

پاسخ غیرخطی ضربه کم سرعت ورق کامپوزیتی فیبر کربنی بهبودیافته

با نانولوله کربنی در محیط حرارتی رطوبتی

فرزاد ابراهیمی^۱ سجاد حبیبی^۲

فنی و مهندسی

دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره)

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۲/۱۷؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۱۲/۳۰)

چکیده

در این مقاله، پاسخ غیرخطی ضربه کم سرعت ورق کامپوزیتی چندلایه تقویت شده با فیبر کربن و نانولوله‌های کربنی در محیط حرارتی رطوبتی مورد مطالعه قرار گرفته است. خواص موثر نانوکامپوزیت سه فازی با ترکیبی از معادلات هالپین تسای و مدل میکرودینامیکی به صورت سلسله مراتبی به دست می‌آیند. فرض شده است نانولوله‌های کربنی به صورت تصادفی و یکنواخت در ماتریس پخش شده‌اند. تاریخچه نیرو تماس بین ضربه زننده و ورق از مدل غیر خطی هرتز پیش‌بینی شده است. معادلات حاکم بر اساس اصل کار مجازی استخراج شده و به کمک روش المان محدود و انتگرال‌گیری زمانی نیومارک حل می‌گردند. نتایج عددی نشان می‌دهد با افزودن مقدار کمی نانولوله کربنی (۱ تا ۲ درصد) به کامپوزیت‌های تقویت شده با فیبر کربن، بیشینه نیروی تماس افزایش پیدا کرده و مقدار نفوذ و مدت زمان تماس کاهش می‌یابد. همچنین مشاهده شد نانولوله‌ها میزان خیز ورق را در برابر ضربه را به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهند.

واژه‌های کلیدی: پاسخ غیرخطی ضربه کم سرعت، نانولوله‌های کربنی، محیط حرارتی رطوبتی، نانوکامپوزیت سه فازی، هالپین تسای

Nonlinear Low-Velocity Impact Response of CFRP Enhanced with CNT in Hygrothermal Environments

F. Ebrahimi and S. Habibi

Mechanical Engineering Department
Imam Khomeini International University

(Received: 6/May/2016; Accepted: 20/March/2017)

Abstract

In this study, Nonlinear low-velocity impact response of carbon fiber reinforced polymer (CFRP) composite plates enhanced with carbon nanotubes resting on elastic foundations in thermal environments is investigated. The effective material properties of the multi phase nanocomposite are calculated using Halpin-Tsai equations and fiber micromechanics in hierarchy. The carbon nanotubes are assumed to be uniformly distributed and randomly oriented through the epoxy resin matrix. Contact force between the impactor and the plate is obtained with the aid of the modified nonlinear Hertzian contact law models. The governing equations are derived based on principle of virtual work and solved by the finite element method with Newmark's numerical integration method. Numerical results reveal that a small amount of CNT (1-2 percent) can increase the peak contact and decrease the peak indentation. Also the contact time duration and central deflection have decreased with increasing the CNT percentage.

Keywords: Nonlinear low-velocity impact, CNT, Hygrothermal environments, Multi phase nanocomposite, Halpin-Tsai.

۱- استاد (نویسنده پاسخگو): febrahimi@eng.ikiu.ac.ir

۲- کارشناس ارشد: Sajadhabibi68@gmail.com

۱- مقدمه

نانولوله‌های کربنی با توجه به خصوصیات منحصر به فردشان در زمینه‌های بسیار متنوعی مورد توجه قرار گرفته‌اند. یکی از مهم‌ترین کاربردهای نانولوله‌های کربنی در حوزه مهندسی مکانیک و هوافضا، استفاده از آنها به عنوان تقویت‌کننده در مواد کامپوزیتی است. کامپوزیت‌های معمولی با وجود داشتن خواص مطلوب، اغلب در صنایع پیشرفته جوابگوی کامل نیازها نیستند. عمده‌ترین ضعف کامپوزیت‌های معمولی، مقاومت کم آنها در برابر ضربه اجسام خارجی است، که باعث آسیب قابل توجه به سازه می‌شود که منجر به کاهش ویژگی‌های مکانیکی این مواد می‌شود. بالا بردن استحکام کامپوزیت‌ها در برابر ضربه به همراه کاهش وزن آنها به منظور استفاده در صنایع پیشرفته، همواره مورد توجه محققان بوده است. در این خصوص، نانولوله‌های کربنی یکی از بهترین گزینه‌ها می‌باشد. خواص فوق‌العاده اعم از مقاومت بالا، سختی بالا، نسبت منطری بالا و چگالی پایین باعث برتری این مواد نسبت به دیگر فیبرهای تقویتی شده است [۱]. اضافه کردن درصد کمی از نانولوله‌های کربنی باعث بهبود بسیاری از خواص مکانیکی، حرارتی و الکتریکی کامپوزیت‌ها می‌شود، از این رو استفاده از این نوع نانوکامپوزیت‌ها در بسیاری از صنایع از جمله هوافضا، خودرو، دریایی و بخش‌های زیرساختی در حال رشد است. بنابراین ضروری است که رفتار نانوکامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله کربنی تحت بارگذاری ضربه، در شرایط مختلف مورد بررسی قرار گیرد.

نخستین بار شن [۲] به صورت بنیادی به تحلیل مکانیکی کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله کربنی پرداخت. در این مطالعه ایده مدرج تابعی کردن نانولوله‌ها در طول ضخامت ورق ارائه شد. وی نشان داد که با مدرج کردن نانولوله‌ها در طول ضخامت نسبت توزیع یکنواخت، رفتار خمشی کامپوزیت‌ها بهبود پیدا می‌کند. یاس و حشمتی [۳] خواص ارتعاشی تیرهای نانو کامپوزیتی تابعی مدرج را تحت بار متحرک مورد بررسی قرار داده‌اند. تیر در نظر گرفته شده در این تحقیق توسط نانو لوله‌های کربنی تک جداره با جهت‌گیری تصادفی تقویت شده است. به منظور مدل‌سازی خواص مادی تیر کامپوزیتی تقویت شده با نانو از مدل موری- تاناکا استفاده شده است. آنها تاثیر جهت‌گیری نانولوله‌ها، توزیع مواد، سرعت بار متحرک و

شرایط مرزی مختلف را روی خواص ارتعاشی تیر مورد نظر، مورد بررسی قرار داده‌اند. این محققان در مطالعه‌ای دیگر پاسخ دینامیکی تیرهای کامپوزیتی پلی‌استرین تقویت شده با نانولوله‌های کربنی چند جداره را تحت بار متحرک چندتابی بررسی کردند [۴]. مرادی دستجردی و همکارانش [۵] تحلیل دینامیکی پوسته‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تک جداره در معرض بارهای ضربه‌ای را مورد مطالعه قرار داده‌اند. در این تحقیق توزیع‌های مختلفی برای نانولوله‌ها در نظر گرفته شده و خواص مادی پوسته با استفاده از مدل‌های میکرومکانیکی تخمین زده شده است. شن و ژیانگ [۶] به تحلیل غیرخطی کامپوزیت‌های تقویت شده با نانوله کربنی مستقر بر بسترالاستیک پرداختند. در این مطالعه، به منظور مدل‌سازی خواص مادی تیر کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله از قانون مخلوطها استفاده شده است. آنها از روش پرتوبیشن برای حل معادلات استفاده کردند. رفیعی و مقدم [۷] با استفاده از نرم افزار المان محدود انسیس^۱ به بررسی اثر نانولوله‌های کربنی تک جداره بر روی پاسخ دینامیکی نانوکامپوزیت‌ها پرداختند. خلیلی و حق بین [۸] با استفاده از روش مدل‌سازی چند مقیاسی، به تحلیل رفتار کششی و بار ضربه‌ای کامپوزیت‌های تقویت شده با نانولوله‌های کربنی پرداختند. در این مطالعه مدل‌سازی‌ها و تحلیل‌ها با استفاده از نرم‌افزار المان محدود آباکوس^۲ انجام گرفته است. وانگ و شن [۹] پاسخ دینامیکی غیرخطی ورق کامپوزیتی تقویت شده با نانوله کربنی مستقر بر بستر الاستیک در محیط حرارتی را بررسی کردند. آنها تحلیل را بر روی ورق‌های کامپوزیتی تک لایه و ساندویچی انجام دادند. در این مطالعه نانولوله‌ها به صورت تک جداره فرض شده و در طول ضخامت مدرج گردیده‌اند. خواص موثر نانو کامپوزیت بر اساس قانون اصلاح شده مخلوطها تخمین زده شده است. معادلات حرکت بر اساس تئوری برشی مرتبه بالا ردی و کرنش‌های غیرخطی فن کارمن به دست آمد و با استفاده از روش پرتوبیشن حل گردید. لی و همکاران [۱۰] با استفاده از روش بدون المان کی پی- ریتز^۳ به تحلیل پاسخ الاستودینامیکی ورق‌های کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های مدرج پرداختند.

1- Ansys

2- Abaqus

3- Element-free kp-Ritz method

گردید. جارالی و همکاران [۱۸] تاثیر خواص الکتریکی، رطوبت و دما را بر روی کامپوزیت های چند فازی پلیمر- فیبر- نانولوله کربنی را با در نظر گرفتن انباشتگی نانولوله ها مطالعه کردند.

در زمینه بررسی ضربه کم سرعت بر روی کامپوزیت های تقویت شده با نانولوله کربنی، مطالعات کمی صورت گرفته است که اکثرا تحلیل ها با استفاده از روش های تجربی می باشد [۱۹-۲۱]. تعداد محدودی از محققان به صورت تئوری به بررسی ضربه بر روی این نانوکامپوزیت ها پرداخته اند. جم و کیانی [۲۲] پاسخ ضربه بر روی تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی مدرج و یکنواخت را در محیط حرارتی مورد بررسی قرار دادند. در این بررسی برای تخمین خواص پلیمر-نانولوله کربنی از قانون اصلاح شده مخلوطها استفاده شده است. مدل سازی ضربه با استفاده از قانون تماس غیرخطی هرتر صورت گرفته است. معادلات حرکت بر اساس تئوری تیر تیموشنکو استخراج شده و با استفاده از روش ریتز^۳ و رانج- کوتا^۴ حل گردید. وانگ و همکاران [۲۳] پاسخ ضربه غیرخطی ورق مستطیلی کامپوزیتی تقویت شده با نانوله کربنی را بررسی کردند. آنها تحلیل را بر روی ورق های کامپوزیتی تک لایه و ساندویچی انجام دادند. در این مطالعه نانولوله ها به صورت تک جداره فرض شده و در طول ضخامت مدرج گردیده اند. آنها خواص مواد را وابسته به دما فرض کرده و تغییرات دما در طول ضخامت را یکنواخت در نظر گرفتند. خواص موثر نانوکامپوزیت بر اساس قانون اصلاح شده مخلوطها تخمین زده شده است. مدل سازی ضربه با استفاده از قانون تماس غیرخطی هرتر صورت گرفته است. معادلات حرکت بر اساس تئوری برشی مرتبه بالا ردی و کرنش های غیرخطی فن کارمن به دست آمد و با استفاده از روش پرتوبیشن حل گردید. ملک زاده و ده بزرگی [۲۴] پاسخ ضربه کم سرعت بر روی ورق های کامپوزیتی متوازی الاضلاع تقویت شده با نانولوله کربنی را مطالعه کردند. در این بررسی معادلات حرکت بر اساس تئوری برشی مرتبه اول استخراج شده و با استفاده از المان محدود حل گردید. آنها برای مدل سازی ضربه از قانون تماس غیرخطی هرتر استفاده کردند. خواص موثر نانوکامپوزیت بر اساس مدل موری- تاناکا تخمین زده شده است.

در این مطالعه خواص نانوکامپوزیت بر اساس قانون مخلوطها تعیین شده و میدان جابه جایی ورق بر اساس تئوری برشی مرتبه اول بیان گردیده است.

برخی از محققان نیز اثر نانولوله کربنی را در بهبود خواص کامپوزیت های تقویت شده با فیبرهای معمولی (شیشه و کربن) بررسی کرده اند. این دسته از نانوکامپوزیت ها که تقویت شده با فیبرهای میکرومتری و نانولوله های کربنی هستند با عنوان چند مقیاسی^۱ شناخته می شوند [۱۱]. بکیاروا و همکاران [۱۲]، پژوهشی در زمینه توسعه کامپوزیت های سه فازی پلیمر- فیبر کربن- نانولوله کربنی در سازه های مهندسی انجام دادند. رفیعی و همکاران [۱۳] ارتعاشات غیرخطی ورق های کامپوزیت های پلیمر- فیبر کربن- نانولوله کربنی با اضافه کردن لایه های پیزوالکتریک بررسی کردند. آنها در مطالعه ای دیگر [۱۴] به مدلسازی و تحلیل تنش ورق های کامپوزیت های سه فازی، با استفاده از یک روش تحلیلی پرداختند. هی و همکاران [۱۵] ارتعاشات تیرهای ویسکوالاستیک سه فازی را بررسی کردند. بهاردواج و همکاران [۱۶] پاسخ دینامیکی و خمشی غیرخطی کامپوزیت های فیبر شیشه تقویت شده با نانولوله کربنی (سه فازی) را مورد مطالعه قرار دادند. در این بررسی برای تخمین خواص پلیمر- نانولوله کربنی از مدل هالپین تسای استفاده شده است. معادلات حاکم بر کامپوزیت چند لایه براساس تئوری برشی مرتبه اول و کرنش های غیرخطی فن کارمن به دست آمده و با استفاده از چند جمله ای چبیشف^۲ حل گردید.

سازه ها در طول کاربردشان اغلب در معرض بارهای حرارتی و رطوبتی قرار دارند. تغییرات دما و غلظت رطوبت در زمان تولید و استفاده، ممکن است استحکام و سفتی سازه ها را کاهش داده و باعث افت کارایی سازه، تحت این نوع بارگذاری ها شود. شمار محدودی از محققان تاثیر رطوبت را در بر سازه های نانوکامپوزیتی مورد بررسی قرار داده اند. محمدی مهر و همکاران [۱۷] تاثیر بار حرارتی رطوبتی را بر روی خمش، ارتعاشات و کماتش کامپوزیت های تقویت شده با نانولوله کربنی مدرج تابعی را مورد بررسی قرار دادند. در این مطالعه معادلات حرکت با استفاده از تئوری برشی مرتبه بالا ردی به دست آمد و با استفاده از روش مربعات دیفرانسیلی حل

3- Ritz method

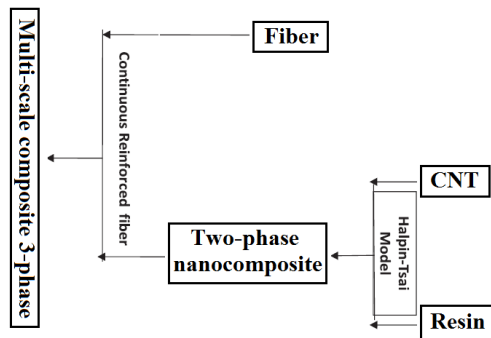
4- Runge-Kutta method

1- Multiscale

2- Chebyshev polynomials

۲-۱- خواص مکانیکی کامپوزیت سه فازی پلیمر- نانولوله کربنی- فیبر

فرض شده است که ماده زمینه پلیمری همسانگرد بوده و نانولوله‌ها به صورت تصادفی و یکنواخت درون آن توزیع شده است. پراکندگی نانولوله‌ها در ماده زمینه و پیوندشان به صورت ایده آل است. خواص و ضخامت هر یک از لایه های کامپوزیت یکسان بوده و جهت فیبرها در هر لایه می‌تواند تغییر کند.



شکل (۲): سلسله مراتب تعیین خواص نانوکامپوزیت پلیمر- فیبر- نانولوله کربنی [۱۱]

برای تعیین خواص مکانیکی موثر نانوکامپوزیت سه فازی، ترکیبی از معادلات هالپین تسای و مدل میکرودینامیکی به صورت سلسله مراتبی مطابق شکل ۲ به کار گرفته می‌شود. خواص الاستیک پلیمر حاوی نانولوله کربنی بر اساس معادلات هالپین تسای [۱۱] به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$E^{MNC} = \frac{E^M}{8} \left[5 \left(\frac{1 + 2\beta_{ad}V_{CN}}{1 - \beta_{ad}V_{CN}} \right) + 3 \left(\frac{1 + 2(\ell^{CN}/d^{CN})\beta_{al}V_{CN}}{1 - \beta_{al}V_{CN}} \right) \right] \quad (1)$$

$$\beta_{al} = \frac{(E^{CN}/E^M) - (d^{CN}/4t^{CN})}{(E^{CN}/E^M) + (\ell^{CN}/2t^{CN})} \quad (2)$$

$$\beta_{ad} = \frac{(E^{CN}/E^M) - (d^{CN}/4t^{CN})}{(E^{CN}/E^M) + (d^{CN}/2t^{CN})} \quad (3)$$

که در آن، E^{CN} ، V_{CN} ، ℓ^{CN} ، d^{CN} و t^{CN} به ترتیب مدول یانگ، کسر حجمی، طول، قطر خارجی و ضخامت نانولوله است و E^M و کسر حجمی و مدول یانگ ماده زمینه را نشان می‌دهد.

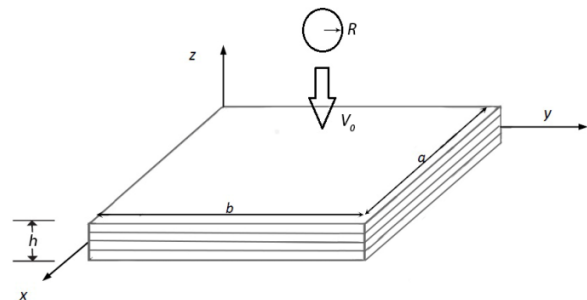
کسر حجمی نانولوله به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۳]:

با مرور مقالاتی که تاکنون ارائه شده، مشاهده می‌شود در زمینه تحلیل ضربه کم سرعت بر روی کامپوزیت های سه فازی پلیمر- فیبر- نانولوله کربنی، اثرات بار حرارتی رطوبتی در نظر گرفته نشده است.

در این مقاله، پاسخ غیرخطی ضربه کم سرعت ورق کامپوزیتی چندلایه تقویت‌شده با فیبر کربن و نانولوله‌های کربنی تحت گرادیان حرارتی رطوبتی مورد مطالعه قرار گرفته است. معادلات حاکم بر اساس تئوری برشی مرتبه بالا و روابط غیرخطی کرنش ون کارمن استخراج شده و با استفاده از المان محدود حل می‌شود. فرض شده است نانولوله‌های کربنی به صورت تصادفی و یکنواخت در ماتریس پخش شده‌اند و خواص کامپوزیت سه فازی با ترکیبی از معادلات هالپین تسای و مدل میکرودینامیکی به صورت سلسله مراتبی به‌دست آمده است. توزیع دما و رطوبت در راستای ضخامت ورق به صورت یکنواخت، خطی و سینوسی در نظر گرفته شده است. تاریخچه نیرو تماس بین ضربه زننده و ورق از مدل غیر خطی هرترز پیش‌بینی شده است. در انتها نیز با ارائه و بررسی نتایج، تأثیر پارامترهای مختلف از جمله درصد وزنی نانولوله‌های کربنی، بار حرارتی و رطوبتی، نحوه توزیع دما و رطوبت در طول، و ضربه خارج از مرکز بر روی پاسخ غیرخطی ضربه کم سرعت ورق چندلایه نانوکامپوزیت سه فازی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲- معادلات حاکم

نمای کلی یک ورق کامپوزیتی چند لایه پلیمر- نانولوله کربنی- فیبر با طول a ، عرض b و ضخامت h در شکل ۱ نشان داده شده است. ورق تحت ضربه کم سرعت جسمی کروی با قطر R و سرعت اولیه V_0 قرار می‌گیرد.



شکل (۱): شماتیک هندسی ورق کامپوزیتی چند لایه پلیمر- نانولوله کربنی- فیبر

که در آن، V, ρ, G, E و ν به ترتیب مدول یانگ، مدول برشی، چگالی، کسر حجمی و نسبت پواسون است که بالانویس یا پایین نویس F و MNC نشان دهنده فیبر و نانوکامپوزیت پلیمر- نانولوله کربنی است.

ضریب انبساط حرارتی طولی و عرضی نانوکامپوزیت به ترتیب از رابطه‌های زیر به دست می‌آیند [۲۶]:

$$\alpha_{11} = \frac{V_F E_{11}^F \alpha_{11}^F + V_{MNC} E^{MNC} \alpha^{MNC}}{V_F E_{11}^F + V_{MNC} E^{MNC}} \quad (14)$$

$$\alpha_{22} = (1 + \nu_{12}^F) V_F \alpha_{22}^F + (1 + \nu^{MNC}) V_{MNC} \alpha^{MNC} - \nu_{12} \alpha_{11} \quad (15)$$

که در آن، α_{11}^F و α_{22}^F ضریب انبساط حرارتی طولی و عرضی فیبر را نشان می‌دهد.

در کامپوزیت‌ها، رطوبت بیشتر توسط زمینه پلیمری جذب می‌شود و فیبرها و نانولوله‌های کربنی زیاد تحت تاثیر رطوبت قرار نمی‌گیرند [۲۷-۲۹]. از همین رو، ضریب انبساط رطوبتی طولی و عرضی نانوکامپوزیت را می‌توان به صورت زیر بیان کرد [۳۰]:

$$\beta_{11} = \frac{V_F E_{11}^F + V_{MNC} E^{MNC} \beta^M}{V_F E_{11}^F + V_{MNC} E^{MNC}} \quad (16)$$

$$\beta_{22} = (1 + \nu^{MNC}) V_{MNC} \beta^M - \nu_{12} \beta_{11} \quad (17)$$

که در آن، β^M ضریب انبساط رطوبتی ماده زمینه را نشان می‌دهد.

۲-۲- دینامیک ضربه

در ضربه کم سرعت بر روی ورق چند لایه برای بیان رابطه نیرو و تماس با مقدار نفوذ می‌توان از قانون تماس غیر خطی هرترز استفاده کرد [۳۱]:

$$F_c = k_c \alpha^{3/2} \quad (18)$$

که در آن، k_c سفتی تماس هرترز بوسیله سان و چن به صورت زیر بیان شده است [۳۱]:

$$k_c = \frac{4}{3} E^* R_i^{1/2} \quad (19)$$

به‌طوریکه:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_i^2}{E_i} + \frac{1}{E_2} \quad (20)$$

$$W_{CN} = \frac{W_{CN}}{W_{CN} + \left(\frac{\rho^{CN}}{\rho^M}\right) - \left(\frac{\rho^{CN}}{\rho^M}\right) W_{CN}} \quad (4)$$

که در آن، W_{CN} کسر وزنی نانوله کربنی است؛ ρ^M و ρ^{CN} به ترتیب چگالی نانولوله کربنی و ماده زمینه را نشان می‌دهد. نسبت پواسون، چگالی و مدول برشی پلیمر حاوی نانولوله کربنی را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\nu^{MNC} = \nu^M \quad (5)$$

$$\rho^{MNC} = V_{CN} \rho^{CN} + V_M \rho^M \quad (6)$$

$$G^{MNC} = \frac{E^{MNC}}{2(1 + \nu^{MNC})} \quad (7)$$

که در آن، ν^M نسبت پواسون ماده زمینه است. از آنجایی که مقدار نانولوله‌ها کم است، نسبت پواسون ν^{MNC} برابر با مقدار ماده زمینه در نظر گرفته می‌شود [۱۳].

ضریب انبساط حرارتی پلیمر حاوی نانولوله کربنی نیز از رابطه زیر به دست می‌آید [۲۵]:

$$\alpha^{MNC} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{V_{CN} E^{CN} \alpha^{CN} + V_M E^M \alpha^M}{V_{CN} E^{CN} + V_M E^M} \right) (1 - \nu^{MNC}) + (1 + \nu^M) \alpha^M V_M + (1 + \nu^{CN}) \alpha^{CN} V_{cn} \right] \quad (8)$$

که در آن، α^{CN} و α^M ضریب انبساط حرارتی نانولوله کربنی و ماده زمینه را نشان می‌دهد.

خواص نانوکامپوزیت سه فازی غیرهمسانگرد بوده و با استفاده از مدل میکرومکانیکی [۲۶] می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$E_{11} = V_F E_{11}^F + V_{MNC} E^{MNC} \quad (9)$$

$$\frac{1}{E_{22}} = \frac{1}{E_{22}^F} + \frac{V_{MNC}}{E^{MNC}} - V_F V_{MNC} \frac{\nu_F^2 E^{MNC} + \nu_{MNC}^2 E_{22}^F}{E_{22}^F E^{MNC}} - 2\nu^F \nu^{MNC} \frac{V_F E_{22}^F + V_{MNC} E^{MNC}}{E_{22}^F E^{MNC}} \quad (10)$$

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{V_F}{G_{12}^F} + \frac{V_{MNC}}{G^{MNC}} \quad (11)$$

$$\rho = V_F \rho^F + V_{MNC} \rho^{MNC} \quad (12)$$

$$\nu_{12} = V_F \nu^F + V_{MNC} \nu^{MNC} \quad (13)$$

$$\varepsilon_1 = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{array} \right\},$$

$$\varepsilon_3 = -c_1 \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} + 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{array} \right\},$$

$$\gamma_0 = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \end{array} \right\},$$

$$\gamma_2 = -c_2 \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \end{array} \right\}.$$

در روابط (۲۷)، ε_{xx} ، ε_{yy} و γ_{xy} کرنش‌های صفحه‌ای و γ_{yz} ، γ_{xz} کرنش‌های برشی عرضی را نشان می‌دهند و $c_2 = 3c_1$. معادله دیفرانسیلی ورق کامپوزیتی را با استفاده از اصل همیلتون می‌توان به صورت زیر نوشت [۳۳]:

$$0 = \int_0^T (\delta U + \delta V - \delta K) dt \quad (28)$$

در رابطه بالا، δU انرژی کرنشی، δV انرژی پتانسیل و δK انرژی جنبشی سیستم، در اثر جابجایی مجازی می‌باشند و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\delta U = \int_{\Omega_0} \left\{ \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dz \right\} dxdy \quad (29)$$

$$\delta V = - \int_{\Omega_0} (q_e \delta w_0) dxdy + F_c \delta w_{0,i} \quad (30)$$

$$\delta K = \int_{\Omega_0} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho (\dot{u} \delta u + \dot{v} \delta v + \dot{w} \delta w) dz dxdy \quad (31)$$

که در آن، F_c مقدار نیروی ضربه‌ای، q_e نیروی خارجی و $w_{0,i}$ جابجایی در راستای قائم نقطه تحت ضربه است، و ρ چگالی ماده تشکیل‌دهنده ورق می‌باشد.

۲-۴- معادلات ساختاری

روابط ساختاری حاکم برای لایه K ام یک چندلایه ارتوتروپیک به شکل زیر می‌باشد [۳۳]:

R_i و v_i به ترتیب مدول یانگ، شعاع و ضریب پواسون ضربه زننده و E_2 مدول کشسانی عرضی ورق می‌باشد. قانون تماس طی فرآیند باربرداری و بارگذاری مجدد، به ترتیب بصورت معادله‌های زیر بیان می‌گردد [۳۲]:

$$P = P_m [(\alpha - \alpha_0) / (\alpha_m - \alpha_0)]^{2.5} \quad (21)$$

$$P = P_m [(\alpha - \alpha_0) / (\alpha_m - \alpha_0)]^{3/2} \quad (22)$$

که در آن، P_m بیشینه مقدار نیروی تماس قبل از شروع فاز باربرداری است، بیشینه نفوذ، و α_0 نفوذ دائمی است. چنانچه بیشینه نفوذ از یک مقدار بحرانی α_{cr} کمتر باشد، مقدار α_0 برابر صفر خواهد بود.

۲-۳- معادلات حرکت

بر طبق تئوری برشی مرتبه بالا، میدان جابه جایی ورق کامپوزیتی چند لایه به صورت زیر بیان می‌شود [۳۳]:

$$u(x, y, z, t) = u_0(x, y, t) + z \phi_x - c_1 z^3 \left(\phi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \right); \quad (23)$$

$$v(x, y, z, t) = v_0(x, y, t) + z \phi_y - c_1 z^3 \left(\phi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y} \right); \quad (24)$$

$$w(x, y, z, t) = w_0(x, y, t) \quad (25)$$

که در آن، u و v و w مولفه‌های جابه‌جایی عمومی می‌باشند، درحالی‌که u_0 ، v_0 و w_0 به ترتیب مولفه‌های جابه‌جایی صفحه میانی در راستاهای x ، y و z می‌باشد. همچنین ϕ_x و ϕ_y به ترتیب چرخش‌های نرمال عرضی حول x و y است و $c_1 = 4/3h^2$

روابط کرنش-جابه جایی بر اساس تغییر شکل بزرگ فن کارمن به صورت زیر بیان می‌شود [۳۳]:

$$\left\{ \begin{array}{c} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{array} \right\} = \varepsilon_0 + z \varepsilon_1 + z^3 \varepsilon_3, \quad \left\{ \begin{array}{c} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{array} \right\} = \gamma_0 + z^2 \gamma_2 \quad (26)$$

که در آن:

$$\varepsilon_0 = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{array} \right\}, \quad (27)$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{66}(\sin^4\theta + \cos^4\theta)$$

$$\bar{Q}_{44} = Q_{44}\cos^2\theta + Q_{55}\sin^2\theta$$

$$\bar{Q}_{45} = (Q_{55} - Q_{44})\cos\theta\sin\theta$$

$$\bar{Q}_{55} = Q_{55}\cos^2\theta + Q_{44}\sin^2\theta$$

۳- مدل سازی المان محدود

در این بخش، معادلات حاکم بر ورق کامپوزیتی چندلایه سه فاز پلیمر- نانولوله- فیبر با استفاده از روش المان محدود گسسته سازی و حل می شود. بر اساس روابط (۳۲-۲۹) می توان نوشت:

$$\left\{ \int_{-h/2}^{h/2} \int_{\Omega_0} \delta D_0^t (\iota_0 + z\iota_1 + z^3\iota_3 + \iota_N)^t Q_p (\iota_0 + z\iota_1 + z^3\iota_3 + \left(\frac{1}{2}\right)\iota_N) D_0 + \delta D_0^t (\iota_{s0} + z^2\iota_{s2})^t Q_s (\iota_{s0} + z^2\iota_{s2}) D_0 + \delta D_0^t \rho (\iota_{\theta 0} + z\iota_{\theta 1} + z^3\iota_{\theta 3})^t (\iota_{\theta 0} + z\iota_{\theta 1} + z^3\iota_{\theta 3}) D_0 \right\} d\Omega dz - \int_{\Omega_0} \delta D_0^t q^{hyg} d\Omega dz - \delta D_0^t F_c = 0 \quad (36)$$

که در آن، بردار درجات آزادی $\{D_0\} = \{u_0, v_0, w_0, \phi_x, \phi_y\}^t$ لایه میانی ورق بوده و:

$$Q_p = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}, \quad Q_s = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$\iota_0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (38)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 - \alpha_{11}(T(z) - T_0) - \beta_{11}(H(z) - H_0) \\ \varepsilon_2 - \alpha_{22}(T(z) - T_0) - \beta_{22}(H(z) - H_0) \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (32)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, & Q_{66} &= G_{12}, \\ Q_{22} &= \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, & Q_{44} &= G_{23}, \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, & Q_{55} &= G_{13} \end{aligned} \quad (33)$$

در روابط بالا، E_{11} ، E_{22} مدول الاستیسیته ورق کامپوزیتی در جهت های اصلی هستند. G_{12} ، G_{23} و G_{13} مدول برشی و ν_{21} و نسبت پواسون می باشند.

اگر زاویه بین فیبر و محور x را با θ نشان داده شود، رابطه (۳۲) را برای مختصات هندسی ورق به صورت زیر می توان نوشت:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & 0 & 0 & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & 0 & 0 & \bar{Q}_{26} \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 - \alpha_{11}(T(z) - T_0) - \beta_{11}(H(z) - H_0) \\ \varepsilon_2 - \alpha_{22}(T(z) - T_0) - \beta_{22}(H(z) - H_0) \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}_k \quad (34)$$

که در آن،

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11}\cos^4\theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{22}\sin^4\theta \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{12}(\sin^4\theta + \cos^4\theta) \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11}\sin^4\theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{22}\cos^4\theta \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\sin\theta\cos^3\theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})\sin^3\theta\cos\theta \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\sin^3\theta\cos\theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})\sin\theta\cos^3\theta \end{aligned} \quad (35)$$

$$D_0^{(e)} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} \psi_1 & \dots & 0 & \psi_{4y} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & \dots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \psi_1 & 0 & \dots & \psi_{4y} \end{array} \right)_{5 \times 60} \{d^e\} \quad (40)$$

$$= \psi d_0^{(e)}$$

که در آن:

$$\{d^e\} = \left\{ \begin{array}{l} u_{0i}, v_{0i}, w_{0i}, \phi_{xi}, \phi_{yi}, u_{0i,x}, v_{0i,x}, w_{i,x}, \\ \phi_{xi,x}, \phi_{yi,x}, u_{0i,y}, v_{0i,y}, w_{0i,y}, \phi_{xi,y}, \phi_{yi,y} \end{array} \right\}^T$$

۱۵ درجه آزادی مربوط به هر گره است. توابع شکلی برای گره نام صورت زیر تعریف می‌شود [۳۴]:

$$\psi_i = \frac{1}{8}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta)(2 + \xi_i \xi + \eta_i \eta - \xi^2 - \eta^2), \quad (41)$$

$$\psi_{ix} = \frac{1}{8} a \xi_i (1 + \xi_i \xi)^2 (1 + \eta_i \eta) (\xi_i \xi - 1), \quad (42)$$

$$\psi_{iy} = \frac{1}{8} b \eta_i (1 + \xi_i \xi) (\eta_i \eta - 1) (1 + \eta_i \eta)^2 \quad (43)$$

در روابط بالا، a و b به ترتیب نصف طول المان در جهت‌های x و y هستند. ξ_i و η_i مختصات طبیعی برای گره نام هستند؛ رابطه‌ی بین مولفه‌های دستگاه مختصات طبیعی و دستگاه مختصات اصلی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\xi = \frac{x - x_c}{a}, \quad \eta = \frac{y - y_c}{b} \quad (44)$$

که در آن، (x_c, y_c) مرکز المان مستطیلی است.

با اعمال روابط (۴۰) تا (۴۴) در معادله (۳۸)، معادلات حرکت ورق به فرم اجزای محدود، به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\int_{\Omega_0} \left[\begin{array}{l} \sum_{i=0}^3 B_i^t (Q_i^{(e)} B_0 + Q_{i+1}^{(e)} B_1 + Q_{i+3}^{(e)} B_3) d^{(e)} \\ + \\ \sum_{i=0}^2 B_{si}^t (B_{s0} + Q_{s(i+3)}^{(e)} B_{s2}) d^{(e)} \\ + \sum_{i=0}^3 B_{\theta i}^t (I_i^{(e)} B_{\theta 0} + I_{i+1}^{(e)} B_{\theta 1} + I_{i+3}^{(e)} B_{\theta 3}) d^{(e)} - \\ [B_0^t \ B_1^t \ B_3^t] \begin{bmatrix} q_0^{hyq} \\ q_1^{hyq} \\ q_3^{hyq} \end{bmatrix} \\ - \psi^t F_c^{(e)} - \psi^t q_e \end{array} \right] d\Omega = 0 \quad (45)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} & (q_0^{hyg}, q_1^{hyg}, q_2^{hyg}) \\ & = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} \alpha_{11} + \bar{Q}_{12} \alpha_{22} \\ \bar{Q}_{12} \alpha_{22} + \bar{Q}_{22} \alpha_{11} \\ \bar{Q}_{16} \alpha_{11} + \bar{Q}_{26} \alpha_{11} \end{bmatrix} (1, z, z^3) (T(z) \\ & - T_0) dz \end{aligned} \quad (46)$$

$$l_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix},$$

$$l_3 = \frac{-4}{3h^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial^2}{\partial x^2} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial^2}{\partial y^2} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & 0 & 2 \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix},$$

$$l_{s0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$l_{s2} = \frac{-4}{h^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$l_{\theta 0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$l_{\theta 1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$l_{\theta 3} = \frac{-4}{3h^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$l_N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

که در آن، q^{hyg} نیروی حاصل از حرارت و رطوبت را نشان داده و به صورت زیر بیان می‌شود:

$$q^{hyg} = (l_0 + z l_1 + z^3 l_3)^t Q_p \begin{Bmatrix} \alpha_{11}(T(z) - T_0) + \beta_{11}(H(z) - H_0) \\ \alpha_{22}(T(z) - T_0) + \beta_{22}(H(z) - H_0) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (39)$$

با توجه به روابط کرنش جابه‌جایی می‌توان به روشنی مشاهده کرد که مشتق‌های مرتبه اول و دوم جابه‌جایی‌ها در معادلات وجود دارند. بنابراین، توابع شکلی باید دارای پیوستگی از مرتبه c^1 باشند. به عبارت دیگر لازم است توابع شکلی پیوسته بوده و مشتقات آنها نیز پیوسته باشد و شرط پیوستگی خیز بر آورده شود. از این رو در این مطالعه، از المان مستطیلی ۴ گرهی با پیوستگی c^1 و ۱۵ درجه آزادی در هر گره استفاده می‌شود. بر این اساس بردار جابه‌جایی المانی بر حسب توابع شکلی به صورت رابطه (۴۰) تعریف می‌شود:

شرایط مرزی های مختلف به صورت زیر بیان می شوند :

$$u_s = w_0 = \phi_s = 0 \quad \text{تکیه گاه ساده}$$

$$u_n = u_s = w_0 = \phi_n = \phi_s = 0 \quad \text{تکیه گاه گیردار}$$

در روابط بالا، پایین نویس n و s جهت های عمود و مماسی را نشان می دهند.

به منظور حل معادله (۵۳) باید روش های انتگرال گیری زمانی به کار گرفته شود. در این مطالعه، از روش انتگرال گیری نیومارک استفاده می شود، که بر اساس این روش شتاب و سرعت در پایان هر مرحله به صورت زیر بیان می شود [۳۵]:

$$\ddot{\lambda}_{j+1} = a_1(\Lambda_{j+1} - \Lambda_j) - a_2\dot{\lambda}_j - a_3\ddot{\lambda}_j \quad (54)$$

$$\dot{\lambda}_{j+1} = \dot{\lambda}_j + a_4\ddot{\lambda}_j + a_5\ddot{\lambda}_j$$

که در آن، j ، شماره مرحله زمانی است و :

$$a_1 = \frac{2}{\zeta(\Delta t)^2}; a_2 = \frac{2}{\zeta\Delta t}; a_3 = \frac{1}{\zeta} - 1; \zeta \leq \lambda \quad (55)$$

$$a_4 = \Delta t(1 - \lambda); a_5 = \lambda\Delta t; \lambda \geq 0.5$$

با استفاده از روابط (۵۴) و (۵۵)، معادله (۵۳) به صورت رابطه (۵۶) بیان می شود:

$$\hat{K}_{j+1}\Lambda_{j+1} = \hat{F}_{j+1} \quad (56)$$

که در آن:

$$\hat{K}_{j+1} = K_{j+1} + a_1M_{j+1} \quad (57)$$

$$\hat{F}_{j+1} = F_{j+1} + (a_1\Lambda_i + a_2\dot{\lambda}_i - a_3\ddot{\lambda}_i)M_{j+1} \quad (58)$$

با توجه به این که معادله (۵۳) غیرخطی است، از روش نیوتون-رافسون استفاده می شود تا در پایان هر مرحله به معیار همگرایی رسید، یعنی:

$$\frac{\|\Lambda_j^{(\eta+1)} - \Lambda_j^{(\eta)}\|}{\Lambda_j^{(\eta+1)}} \cong \Delta \quad (59)$$

که در آن، η شماره تکرار w شماره مرحله زمانی است. Δ یک عدد به اندازه کافی کوچک است.

۴- نتایج و بحث

در این بخش بعد از اعتبارسنجی فرمول بندی ها و نتایج، تاثیر درصد وزنی نانولوله های تک جداره و چندجداره، نسبت منطری نانولوله، کسر حجمی فیبرها، نسبت طول به ضخامت ورق،

$$(B_0, B_1, B_3, B_N, B_{s0}, B_{s2}, B_{\theta0}, B_{\theta1}, B_{\theta3}) \quad (47)$$

$$= (l_0, l_1, l_3, l_N, l_{s0}, l_{s2}, l_{\theta0}, l_{\theta1}, l_{\theta3})\psi$$

$$Q_i = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z^i Q dz, Q_{si} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z^i Q_s dz, I_i$$

$$= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z^i \rho dz, i = 0, 1, 3$$

معادله (۴۵) برای هر حالت $(\delta d^{(e)})^t \neq 0$ صادق است، بنابراین داریم:

$$K_L^{(e)} d_0^{(e)} + K_{NL}^{(e)} d_0^{(e)} + M^{(e)} \ddot{d}_0^{(e)} = F^{(e)} \quad (48)$$

که در آن، $K_L^{(e)}$ ، $K_{NL}^{(e)}$ ماتریس سفتی المانی خطی و غیرخطی، $M^{(e)}$ ماتریس جرم المانی و $F^{(e)}$ بردار نیرو المانی به صورت زیر تعریف می شوند :

$$K^{(e)} = K_L^{(e)} + K_{NL}^{(e)} = \int_{\Omega_0} \left[\sum_{i=0}^3 B_i^t (Q_i^{(e)} B_0 + Q_{i+1}^{(e)} B_1 + Q_{i+3}^{(e)} B_3) + \sum_{i=0}^2 B_{si}^t (Q_{si}^{(e)} B_{s0} + Q_{s(i+3)}^{(e)} B_{s2}) \right] dx dy + B_N^t (Q_0^{(e)} B_0 + Q_1^{(e)} B_1 + Q_3^{(e)} B_3 + \left(\frac{1}{2}\right) Q_0^{(e)} B_N) + \left(\frac{1}{2}\right) (B_0 + B_1 + B_3) Q_0^{(e)} B_N \quad (49)$$

$$M^{(e)} = \int_{\Omega_0} \left[\sum_{i=0}^3 B_{\theta i}^t (I_i^{(e)} B_{\theta0} + I_{i+1}^{(e)} B_{\theta1} + I_{i+3}^{(e)} B_{\theta3}) \right] dx dy \quad (50)$$

$$F^{(e)} = Y^{(e)} + \psi^t (F_c^{(e)} - q_e^{(e)}) \quad (51)$$

که در آن، $Y^{(e)}$ نیروی حرارتی رطوبتی المانی است و به صورت زیر بیان می شود:

$$Y^{(e)} = \int_{\Omega_0^{(e)}} [B_0^t \ B_1^t \ B_2^t] \begin{bmatrix} q_0^{hyg} \\ q_1^{hyg} \\ q_3^{hyg} \end{bmatrix} dx dy \quad (52)$$

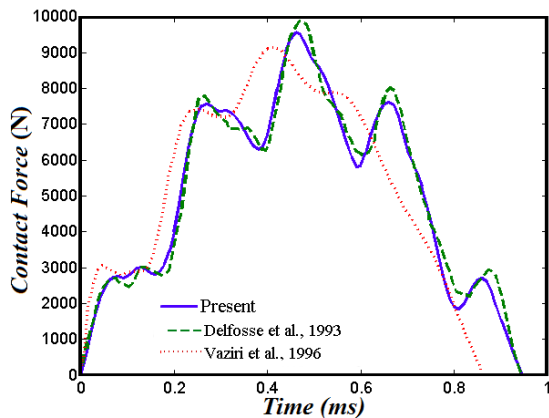
ماتریس های جرم و سختی و نیروی کلی سازه از ترکیب ماتریس های جرم، سختی و نیروی المان ها به دست می آیند:

$$[K]\{d\} + [M]\{\dot{d}\} = \{F\} \quad (53)$$

$$\rho = 1540 \text{ kg/m}^3, \nu_{12} = 0.33$$

$$E_1 = 129 \text{ GPa}, E_2 = 7/5 \text{ GPa}, G_{12} = 3/5 \text{ GPa}$$

در شکل ۳، پاسخ زمانی نیروی تماس حاصل از حل کنونی با نتایج ارائه شده توسط وزیری و همکاران [۳۷] با استفاده از المان محدود و نتایج گزارش شده توسط دلفوسه و همکاران از روش تجربی [۳۸] مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج حل کنونی مطابقت خوبی با نتایج تئوری و تجربی دارد. دلیل اندکی اختلاف نتایج پژوهش کنونی با نتایج المان محدود [۳۷]، می‌تواند به علت استفاده از تئوری کلاسیک ورق در پژوهش وزیری و همکاران باشد.



شکل (۳): مقایسه پاسخ زمانی نیروی تماس بر روی ورق چندلایه کامپوزیتی تقویت شده با فیبر کربن

۴-۲- مطالعه پارامتری

در این بخش نتایج عددی پاسخ غیرخطی ضربه کم‌سرعت روی ورق کامپوزیتی چندلایه تقویت‌شده با فیبر کربن و نانولوله‌های کربنی در محیط حرارتی رطوبتی ارائه می‌شود. به این منظور، ورقی با خواص مندرج در جدول ۱ و ابعاد هندسی $a=b$ و $a/h=10$ ، و لایه چینی [۰/۹۰/۹۰/۰] در نظر گرفته شده است. ضربه زننده از جنس فولاد با مشخصات زیر است:

$$V_0 = 3 \text{ m/s}, E = 207 \text{ GPa}, \nu = 0.33$$

$$R = 6/35 \text{ mm}, M = 1/5 \text{ g}$$

۴-۲-۱- تاثیر افزودن نانولوله کربنی

جدول‌های ۲ تا ۴ تاثیر افزودن نانولوله کربنی بر روی پاسخ غیرخطی ضربه ورق نانوکامپوزیت سه فازی را در دما و رطوبت‌های مختلف نشان می‌دهند. درصد وزنی نانولوله‌های کربنی ۰.۳٪، ۰.۲٪، ۰.۱٪ و ۰٪ w_{CN} در نظر گرفته شده است. شرایط مرزی چهار طرف تکیه‌گاه ساده بوده و مقدار کسر

سرعت ضربه‌زننده، بار حرارتی رطوبتی، نحوه توزیع دما و رطوبت در طول ضخامت ورق، و ضربه خارج از مرکز بر روی پاسخ غیرخطی ضربه کم سرعت ورق چندلایه نانوکامپوزیت سه فازی مورد بررسی قرار می‌گیرد. انتخاب Δt در پایداری روابط و همگرایی نتایج موثر است. اگر بازه زمانی به اندازه کافی کوچک انتخاب نشود، نتایج واگرا شده و روش تکرار به نتیجه نمی‌رسد. به‌طور کلی توصیه می‌شود $\Delta t \leq 0.1/T$ باشد که در آن، T کوچکترین پریود طبیعی سازه است [۳۶]. از این رو در این پژوهش زمان هر مرحله از انتگرال زمانی کمتر از 10^{-6} در نظر گرفته می‌شود. همچنین برای $\Delta = 0.001$ برای معیار همگرایی استفاده می‌شود.

جدول (۱): خواص کامپوزیت سه فازی پلیمر- نانولوله

کربنی- فیبر [۱۳، ۲۹]

خواص فیبر (کربن):

$$E_{11}^F = 233.05 \text{ GPa}, E_{22}^F = 23.1 \text{ GPa}, G_{12}^F = 8.96 \text{ GPa},$$

$$\nu^F = 0.2, \rho^F = 1750 \text{ kg/m}^3, V_F = 0.6$$

$$\alpha_{11} = -0.54 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}, \alpha_{22} = 10.08 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$$

خواص زمینه پلیمر اپوکسی:

$$\nu^M = 0.34, \rho^M = 1150 \text{ kg/m}^3, E^M = 2.5 \text{ GPa}$$

$$\alpha = 45 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$$

$$\beta = 2.68 \times 10^{-3} \text{ wt\%}^{-1}$$

خواص نانولوله کربنی تک جداره و چند جداره:

SWCNT:

$$E^{CN} = 640 \text{ GPa}$$

$$d^{CN} = 1.4 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$t^{CN} = 0.34 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$\rho^{CN} = 1350 \text{ kg/m}^3$$

$$\nu_{12}^{CN} = 0.33$$

$$\ell^{CN} = 25 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$\alpha = 3.4584 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$$

MWCNT:

$$E^{CN} = 400 \text{ GPa}$$

$$d^{CN} = 20 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$t^{CN} = 0.34 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$\rho^{CN} = 1350 \text{ kg/m}^3$$

$$\nu_{12}^{CN} = 0.33$$

$$\ell^{CN} = 50 \times 10^{-6} \text{ m}$$

۴-۱- اعتبارسنجی

جهت اعتبارسنجی نتایج حاصل از این تحقیق، مثالی که قبلاً توسط وزیری و همکاران [۳۷] و دلفوسه و همکاران [۳۸] بر روی ورق چندلایه کامپوزیتی تقویت‌شده با فیبرکربنی انجام شده، مورد بررسی قرار می‌گیرد در این مثال، ورق با لایه چینی [۰/۹۰/۹۰/۰] دارای چهار تکیه‌گاه ساده است و تحت ضربه کم سرعت ضربه‌زننده کروی از جنس فولاد قرار می‌گیرد. مشخصات کامپوزیت و ضربه زننده به صورت زیر است:

$$\text{ضربه: } V = 7/7 \text{ m/s}, E = 207 \text{ GPa}, \nu = 0.33$$

$$\text{زننده } R = 12/7 \text{ mm}, M = 3/14 \text{ g}$$

$$\text{ورق: } h = 4/65 \text{ mm}, b = 76/2 \text{ mm}, a = 127 \text{ mm},$$

حجمی فیبرهای کربن ۰/۶ فرض شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش مقدار نانولوله در کامپوزیت، بیشینه نیروی تماس افزایش و مقدار نفوذ و مدت زمان تماس کاهش می‌یابد. علت در این است که نانولوله‌ها، مدول کشسانی عرضی کامپوزیت را بالا برده و باعث افزایش سفتی تماس در محل برخورد ضربه می‌شود.

جدول (۲): تاثیر افزودن نانولوله کربنی تک جداره بر روی بیشینه نیروی تماس ورق (KN) چندلایه نانوکامپوزیت سه فازی در شرایط حرارتی رطوبتی مختلف

$\Delta T = 600$ [K]		$\Delta T = 300$ [K]			$\Delta T = 0$ [K]			W_{cn}	
$\Delta H = 0\%$	$\Delta H = 6\%$	$\Delta H = 3\%$	$\Delta H = 0\%$	$\Delta H = 6\%$	$\Delta H = 3\%$	$\Delta H = 0\%$			
۰/۷۲۳۹	۰%	۰/۶۵۰۳	۰/۶۸۳۳	۰/۷۲۳۹	۰%	۰/۶۵۰۳	۰/۶۸۳۳	۰/۷۲۳۹	۰%
۰/۸۶۸۲	۱%	۰/۷۷۳۲	۰/۸۱۵۶	۰/۸۶۸۲	۱%	۰/۷۷۳۲	۰/۸۱۵۶	۰/۸۶۸۲	۱%
۰/۹۵۹۷	۲%	۰/۸۵۲۸	۰/۹۰۲۸	۰/۹۵۹۷	۲%	۰/۸۵۲۸	۰/۹۰۲۸	۰/۹۵۹۷	۲%
۱/۰۲۴۹	۳%	۰/۹۲۰۹	۰/۹۶۸۸	۱/۰۲۴۹	۳%	۰/۹۲۰۹	۰/۹۶۸۸	۱/۰۲۴۹	۳%

جدول (۳): تاثیر افزودن نانولوله کربنی تک جداره بر روی بیشینه خیز ($10^{-6} mm$) ورق چندلایه نانوکامپوزیت سه فازی در شرایط حرارتی رطوبتی مختلف

$\Delta T = 600$ [K]		$\Delta T = 300$ [K]			$\Delta T = 0$ [K]			W_{cn}	
$\Delta H = 0\%$	$\Delta H = 6\%$	$\Delta H = 3\%$	$\Delta H = 0\%$	$\Delta H = 6\%$	$\Delta H = 3\%$	$\Delta H = 0\%$			
۱۴۴	۰%	۷۲۶	۴۹۴	۱۴۴	۰%	۷۲۶	۴۹۴	۱۴۴	۰%
۱۱۸	۱%	۶۷۶	۴۹۷	۱۱۸	۱%	۶۷۶	۴۹۷	۱۱۸	۱%
۱۰۵	۲%	۶۲۰	۴۸۲	۱۰۵	۲%	۶۲۰	۴۸۲	۱۰۵	۲%
۹۸	۳%	۶۲۲	۳۵۸	۹۸	۳%	۶۲۲	۳۵۸	۹۸	۳%

جدول (۴): تاثیر افزودن نانولوله کربنی تک جداره بر روی بیشینه نفوذ ($10^{-6} mm$) ضربه زننده در ورق چندلایه نانوکامپوزیت سه فازی در شرایط حرارتی رطوبتی مختلف

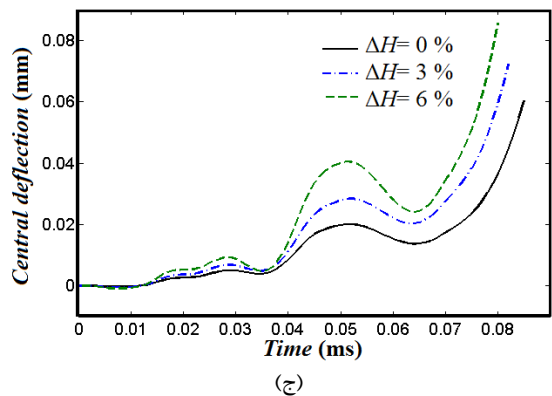
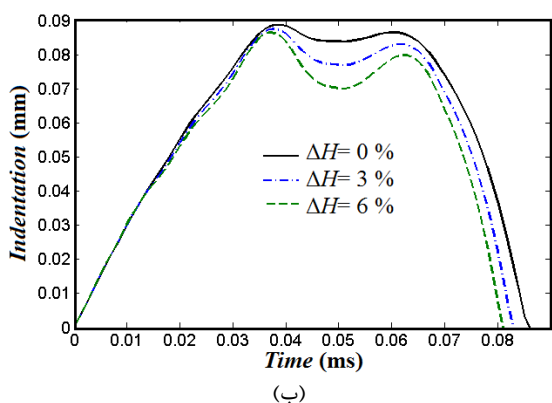
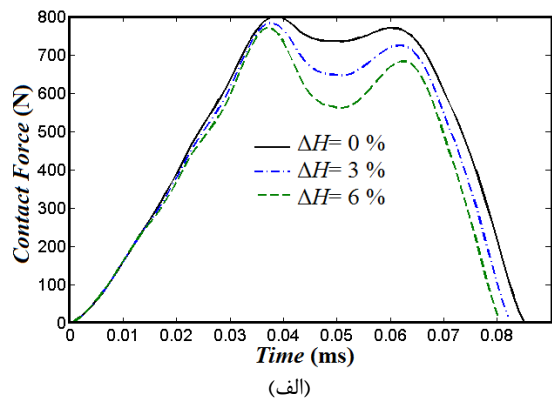
$\Delta T = 600$ [K]		$\Delta T = 300$ [K]			$\Delta T = 0$ [K]			W_{cn}	
$\Delta H = 0\%$	$\Delta H = 6\%$	$\Delta H = 3\%$	$\Delta H = 0\%$	$\Delta H = 6\%$	$\Delta H = 3\%$	$\Delta H = 0\%$			
۱۱۱۷	۰%	۱۰۴۰	۱۰۷۵	۱۱۱۷	۰%	۱۰۴۰	۱۰۷۵	۱۱۱۷	۰%
۹۳۷	۱%	۸۶۷	۸۹۹	۹۳۷	۱%	۸۶۷	۸۹۹	۹۳۷	۱%
۸۵۱	۲%	۷۸۷	۸۱۷	۸۵۱	۲%	۷۸۷	۸۱۷	۸۵۱	۲%
۸۰۰	۳%	۷۴۵	۷۷۰	۸۰۰	۳%	۷۴۵	۷۷۰	۸۰۰	۳%

همان‌طور که در جدول‌ها مشاهده می‌شود، افزودن نانولوله‌ها، صلبیت کامپوزیت را افزایش داده و منجر به کاهش خیز مرکز ورق می‌شود. علاوه بر این می‌توان دید، در محیط حرارتی رطوبتی، افزودن نانولوله های کربنی تاثیر بیشتری بر پاسخ ضربه دارد. برای مثال با افزودن ۳٪ نانولوله کربنی، بیشینه خیز ورق در شرایط بدون دما و رطوبت ($\Delta T = 0$ K) و $\Delta H = 0\%$ ، ۳۲٪ کاهش می‌یابد اما در محیط حرارتی رطوبتی ($\Delta T = 200$ K و $\Delta H = 0\%$)، این کاهش برابر با ۴۹٪ است. علت در این است که، افزودن نانولوله کربنی باعث کاهش ضریب انبساط حرارتی ورق می‌شود.

۴-۲-۲- تاثیر بار حرارتی رطوبتی

تاثیر بار حرارتی بر روی پاسخ غیرخطی ضربه کم سرعت ورق نانوکامپوزیت سه فازی در شکل ۴ نشان داده شده است. تغییر

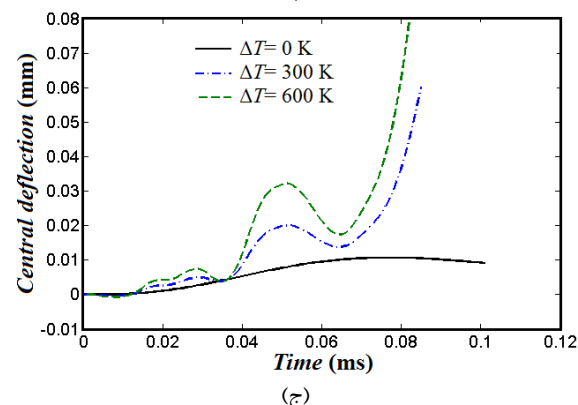
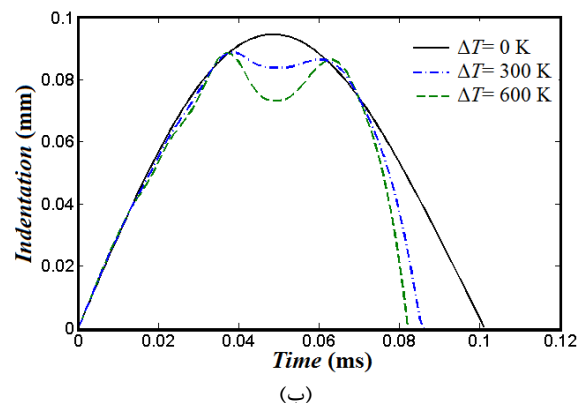
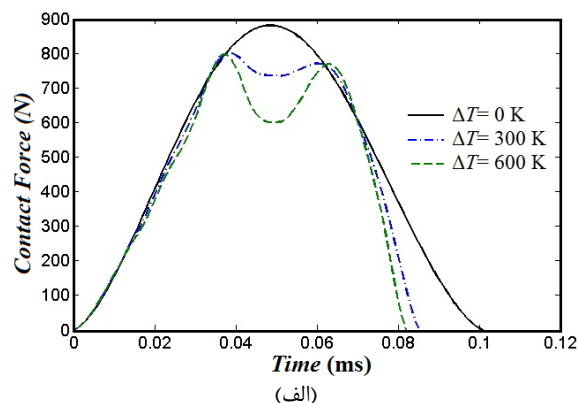
افزایش رطوبت در نانوکامپوزیت، نیروی تماس، مدت زمان تماس و نفوذ ضربه زنده در ورق را کاهش داده و باعث افزایش خیز در ورق می‌شود.



شکل (۵): تاثیر بارحرارتی- رطوبتی یکنواخت، بر پاسخ غیرخطی ضربه کم سرعت ورق چندلایه نانوکامپوزیت سه فازی (الف) پاسخ زمانی نیروی تماس، (ب) پاسخ زمانی نفوذ، (ج) پاسخ زمانی خیز مرکز ورق ($\Delta T = 300 \text{ K}$ ، $w_{CN} = 1\%$).

۴-۲-۳- تاثیر ضربه خارج از مرکز

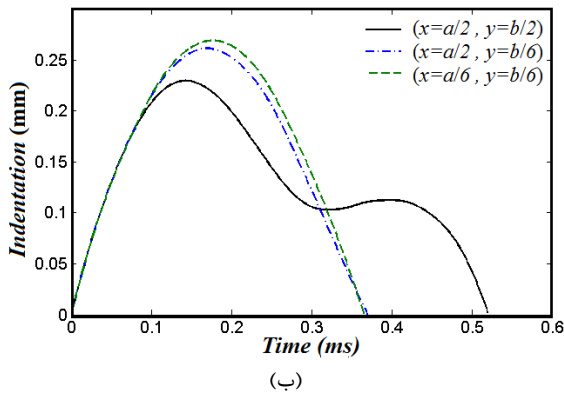
تاثیر برخورد ضربه زنده در ناحیه‌ای غیر از مرکز ورق در بر روی تاریخچه نیروی تماس، نفوذ و خیز ورق نانوکامپوزیت سه فازی تحت ضربه زنده با وزن سنگین در شکل ۶ نشان داده شده است. وزن ضربه زنده $m = 300 \text{ g}$ در نظر گرفته شده و



شکل (۴): تاثیر بارحرارتی یکنواخت بر پاسخ غیرخطی ضربه کم سرعت ورق چندلایه نانوکامپوزیت سه فازی ($w_{CN} = 1\%$ و $\Delta H = 0$). (الف) پاسخ زمانی نیروی تماس، (ب) پاسخ زمانی نفوذ، (ج) پاسخ زمانی خیز مرکز ورق

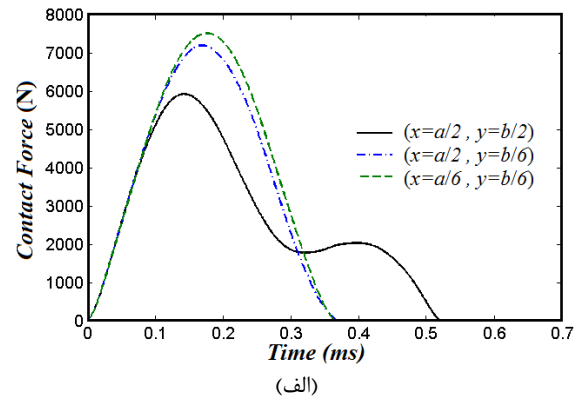
در شکل ۵ تاثیر رطوبت بر روی تاریخچه نیروی تماس، نفوذ و خیز ورق نانوکامپوزیت سه فازی را نشان می‌دهد. تغییر دما و رطوبت به صورت یکنواخت در نظر گرفته شده است. نانولوله‌های کربنی از نوع تک جداره با درصد وزنی $w_{CN} = 1\%$ در نظر گرفته شده است. تغییر دما $\Delta T = 300 \text{ K}$ فرض شده است. سه مقدار برای تغییرات رطوبت ۰.۶٪، ۰.۳٪ و ۰.۰٪ $\Delta H =$ منظور شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، رطوبت تاثیر مشابهی با دما بر روی رفتار ضربه ای نانوکامپوزیت سه فازی دارد.

از آنجایی که تاثیر تکیه‌گاه‌ها بر المان‌های محل تماس بیشتر می‌شود، میزان خیز ورق در محل برخورد و همچنین مدت زمان برخورد کاهش می‌یابد در حالی که بیشینه نیروی تماسی و مقدار نفوذ افزایش می‌یابد.

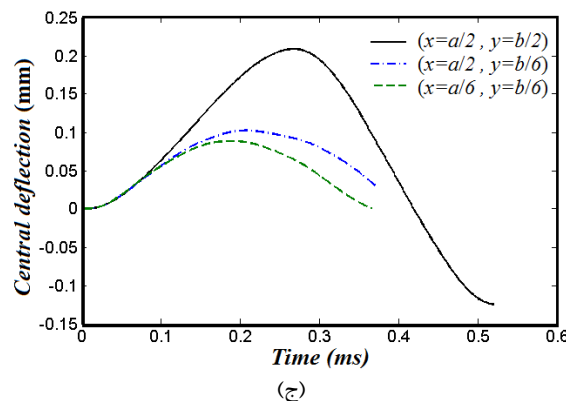


(ب)

شرایط مرزی چهار سر تکیه‌گاه ساده است. نانولوله از نوع تک جداره بوده و درصد وزنی آن $w_{CN} = 1\%$ در نظر گرفته شده است. ضربه بر روی نقطه‌های $(a/2, b/2)$ ، $(a/2, b/6)$ و $(a/6, b/6)$ وارد می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود هرچه محل برخورد ضربه‌زننده از مرکز دور و به تکیه‌گاه‌ها نزدیک‌تر می‌گردد



(الف)



(ج)

شکل (۶): تاثیر ضربه خارج از مرکز، بر پاسخ غیرخطی ضربه کم سرعت ورق چندلایه نانوکامپوزیت سه فازی تحت ضربه زننده‌ای با جرم بزرگ ($w_{CN}=1\%$ ، $m=300\text{ g}$ ، $\Delta H=0\%$ ، $\Delta T=0\text{ K}$)، (الف) پاسخ زمانی نیروی تماس، (ب) پاسخ زمانی نفوذ، (ج) پاسخ زمانی خیز مرکز ورق.

کششی (و در نهایت منجر به کمایش است) ایجاد می‌کنند، در نتیجه خیز مرکز ورق سهم بیشتری در جذب انرژی ضربه در حالت پیش بارگذاری فشاری دارد.

۴-۲-۴- تاثیر پیش بار

تاثیر پیش بار بر روی پاسخ غیرخطی ضربه کم سرعت ورق نانوکامپوزیت سه فازی در شکل ۷ نشان داده شده است. نانولوله‌های کربنی از نوع تک جداره با درصد وزنی $w_{CN}=1\%$ در نظر گرفته شده است. شرایط مرزی چهار طرف تکیه‌گاه ساده بوده و مقدار کسر حجمی فیبرهای کربن $0/6$ فرض شده است. دو نوع پیش بار فشاری ($N_x=N_y=-40\text{ KN}$) و ($N_x=N_y=100\text{ KN}$) در نظر گرفته شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، پیش بار تغییر اندکی در بیشینه نیروی تماس و نفوذ

۴-۲-۴- تاثیر پیش بار

تاثیر پیش بار بر روی پاسخ غیرخطی ضربه کم سرعت ورق نانوکامپوزیت سه فازی در شکل ۷ نشان داده شده است. نانولوله‌های کربنی از نوع تک جداره با درصد وزنی $w_{CN}=1\%$ در نظر گرفته شده است. شرایط مرزی چهار طرف تکیه‌گاه ساده بوده و مقدار کسر حجمی فیبرهای کربن $0/6$ فرض شده است. دو نوع پیش بار فشاری ($N_x=N_y=-40\text{ KN}$) و ($N_x=N_y=100\text{ KN}$) در نظر گرفته شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، پیش بار تغییر اندکی در بیشینه نیروی تماس و نفوذ ضربه زننده در ورق ایجاد می‌کند اما تاثیر آن در خیز ورق زیاد است، به طوری که در بار کششی منجر به کاهش خیز می‌شود و بار فشاری خیز ورق را افزایش می‌دهد. علت این است که، بارهای فشاری به‌طور کلی خیز بزرگتری در مقایسه با بارهای

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، پاسخ غیرخطی ضربه کم سرعت بر روی ورق های چندلایه نانوکامپوزیت پلیمر- نانولوله کربنی- فیبر تحت شرایط حرارتی رطوبتی مورد بررسی قرار گرفت. معادلات حاکم بر اساس تئوری برشی مرتبه بالا و روابط غیر خطی کرنش ون کارمن استخراج شده و با استفاده از امان محدود حل گردید. نتایج زیر به دست آمد:

با افزودن مقدار کمی نانولوله کربنی (۱ تا ۲ درصد) به کامپوزیت‌های تقویت شده با فیبر کربن، بیشینه نیروی تماس افزایش پیدا کرده و مقدار نفوذ و مدت زمان تماس کاهش می‌یابد. همچنین مشاهده شد، نانولوله‌ها میزان خیز ورق را در برابر ضربه را به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهند.

افزایش دما و رطوبت در ورق نانوکامپوزیت سه فازی، باعث ایجاد تنش فشاری و کاهش صلبیت ورق شده که در نتیجه آن، بیشینه نیروی تماس، میزان نفوذ ضربه زنده در ورق و همچنین مدت زمان تماس کاهش پیدا کرده و افزایش خیز ورق را در بر دارد.

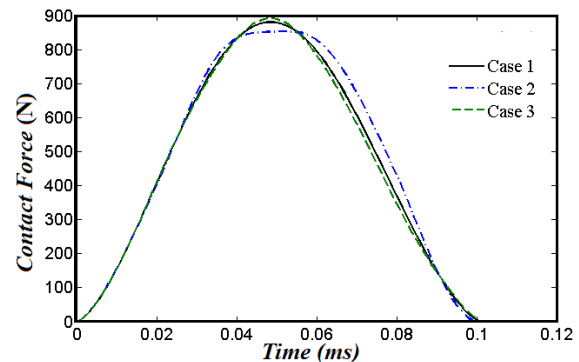
هرچه محل برخورد ضربه زنده از مرکز دور و به تکیه‌گاه نزدیک‌تر می‌گردد از آنجایی که تاثیر تکیه‌گاه بر امان‌های محل تماس بیشتر می‌شود، میزان خیز ورق در محل برخورد و همچنین مدت زمان برخورد کاهش می‌یابد در حالی که بیشینه نیروی تماس و مقدار نفوذ افزایش می‌یابد.

پیش بار تغییر اندکی در بیشینه نیروی تماس و نفوذ ضربه زنده در ورق ایجاد می‌کند اما پیش بار کششی منجر به کاهش خیز می‌شود و بار فشاری خیز ورق را افزایش می‌دهد.

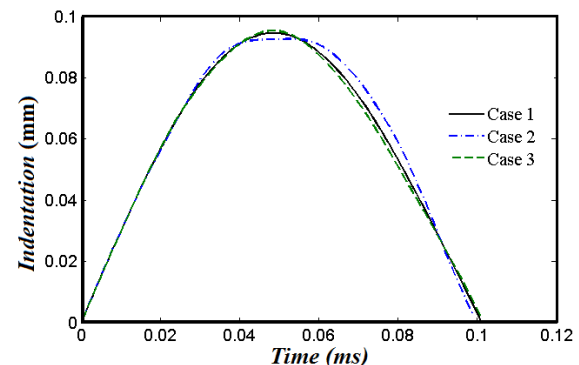
۶- مراجع

1. Sgobba, V. and Guldi, D. M. "Carbon nanotubes-electronic/electrochemical properties and application for nanoelectronics and photonics", Chemical society reviews, Vol. 38, No. 1, pp. 165-184, 2009.
2. Shen, H.-S. "Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates in thermal environments", Composite Structures, Vol. 91, No. 1, pp. 9-19, 2009.
3. Yas, M. and Heshmati, M. "Dynamic analysis of functionally graded nanocomposite beams reinforced by randomly oriented carbon nanotube under the action of moving load", Applied Mathematical Modelling, Vol. 36, No. 4, pp. 1371-1394, 2012.

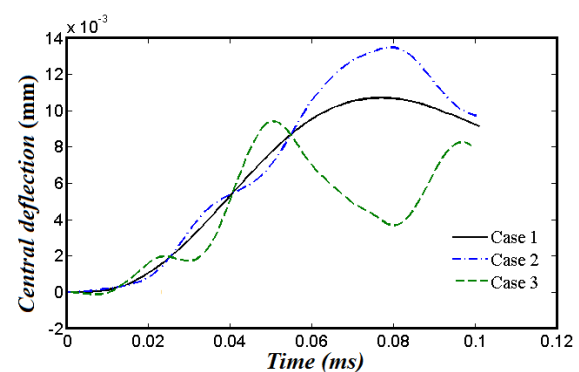
ضربه زنده در ورق ایجاد می‌کند اما تاثیر آن در خیز ورق زیاد است، به طوری که در بار کششی منجر به کاهش خیز می‌شود و بار فشاری، خیز ورق را افزایش می‌دهد. علت این است که، بارهای فشاری به طور کلی خیز بزرگتری در مقایسه با بارهای کششی (و در نهایت منجر به کمانش است) ایجاد می‌کنند، در نتیجه خیز مرکز ورق سهم بیشتری در جذب انرژی ضربه در حالت پیش بارگذاری فشاری دارد.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل (۷): تاثیر پیش بار، بر پاسخ غیرخطی ضربه کم سرعت ورق چندلایه نانوکامپوزیت سه فازی.
case1: $N_x=N_y=0$, case2: $N_x=N_y=-40$ KN, case3: $N_x=N_y=100$ KN
 $(\Delta T = 0 \text{ K}, \Delta H = 0\%, w_{CN} = 1\%)$
 (الف) پاسخ زمانی نیروی تماس، (ب) پاسخ زمانی نفوذ، (ج) پاسخ زمانی خیز مرکز ورق.

- composite beams”, *Composite Structures*, Vol. 131, pp. 1111-1123, 2015.
16. Bhardwaj, G., Upadhyay, A., Pandey, R., and Shukla, K. “Non-linear flexural and dynamic response of CNT reinforced laminated composite plates”, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 45, No. 1, pp. 89-100, 2013.
 17. Mohammadimehr, M., Salemi, M., and Navi, B. R. “Bending, buckling, and free vibration analysis of MSGT microcomposite Reddy plate reinforced by FG-SWCNTs with temperature-dependent material properties under hydro-thermo-mechanical loadings using DQM”, *Composite Structures*, Vol. 138, pp. 361-380, 2016.
 18. Jarali, C. S., Patil, S. F., and Pilli, S. C. “Hygro-Thermo-Electric Properties of Carbon Nanotube Epoxy Nanocomposites with Agglomeration Effects”, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, Vol. 22, No. 6, pp. 428-439, 2015.
 19. Taraghi, I., Fereidoon, A., and Taheri-Behrooz, F. “Low-velocity impact response of woven Kevlar/epoxy laminated composites reinforced with multi-walled carbon nanotubes at ambient and low temperatures”, *Materials & Design*, Vol. 53, pp. 152-158, 2014.
 20. Soliman, E. M., Sheyka, M. P., and Taha, M. R. “Low-velocity impact of thin woven carbon fabric composites incorporating multi-walled carbon nanotubes”, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 47, pp. 39-47, 2012.
 21. Kostopoulos, V., Baltopoulos, A., Karapappas, P., Vavouliotis, A., and Paipetis, A. “Impact and after-impact properties of carbon fibre reinforced composites enhanced with multi-wall carbon nanotubes”, *Composites Science and Technology*, Vol. 70, No. 4, pp. 553-563, 2010.
 22. Jam, J. and Kiani, Y. “Low velocity impact response of functionally graded carbon nanotube reinforced composite beams in thermal environment”, *Composite Structures*, Vol. 132, pp. 35-43, 2015.
 23. Wang, Z.-X., Xu, J., and Qiao, P. “Nonlinear low-velocity impact analysis of temperature-dependent nanotube-reinforced composite plates”, *Composite Structures*, Vol. 108, pp. 423-434, 2014.
 24. Malekzadeh, P. and Dehbozorgi, M. “Low velocity impact analysis of functionally graded carbon nanotubes reinforced composite skew plates”, *Composite Structures*, 2016.
 25. Hu, N., Qiu, J., Li, Y., Chang, C., Atobe, S., Fukunaga, H., *et al.* “Multi-scale numerical simulations of thermal expansion properties of CNT-reinforced nanocomposites”, *Nanoscale research letters*, Vol. 8, No. 1, pp. 1-8, 2013.
 26. Shen, H.-S. “A comparison of buckling and postbuckling behavior of FGM plates with piezoelectric fiber reinforced composite actuators”, *4. Heshmati, M. and Yas, M.* “Dynamic analysis of functionally graded multi-walled carbon nanotube-polystyrene nanocomposite beams subjected to multi-moving loads”, *Materials & Design*, Vol. 49, pp. 894-904, 2013.
 5. Moradi-Dastjerdi, R., Foroutan, M., and Pourasghar, A. “Dynamic analysis of functionally graded nanocomposite cylinders reinforced by carbon nanotube by a mesh-free method”, *Materials & Design*, Vol. 44, pp. 256-266, 2013.
 6. Shen, H.-S. and Xiang, Y. “Nonlinear analysis of nanotube-reinforced composite beams resting on elastic foundations in thermal environments”, *Engineering Structures*, Vol. 56, pp. 698-708, 2013.
 7. Rafiee, R. and Moghadam, R. M. “Simulation of impact and post-impact behavior of carbon nanotube reinforced polymer using multi-scale finite element modeling”, *Computational Materials Science*, Vol. 63, pp. 261-268, 2012.
 8. Khalili, S. and Haghbin, A. “Investigation on design parameters of single-walled carbon nanotube reinforced nanocomposites under impact loads”, *Composite Structures*, Vol. 98, pp. 253-260, 2013.
 9. Wang, Z.-X. and Shen, H.-S. “Nonlinear dynamic response of nanotube-reinforced composite plates resting on elastic foundations in thermal environments”, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 70, No. 1, pp. 735-754, 2012.
 10. Lei, Z., Zhang, L., and Liew, K. “Elastodynamic analysis of carbon nanotube-reinforced functionally graded plates”, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 99, pp. 208-217, 2015.
 11. Kim, M., Park, Y.-B., Okoli, O. I., and Zhang, C. “Processing, characterization, and modeling of carbon nanotube-reinforced multiscale composites”, *Composites Science and Technology*, Vol. 69, No. 3, pp. 335-342, 2009.
 12. Bekyarova, E., Thostenson, E., Yu, A., Kim, H., Gao, J., Tang, J., *et al.* “Multiscale carbon nanotube-carbon fiber reinforcement for advanced epoxy composites”, *Langmuir*, Vol. 23, No. 7, pp. 3970-3974, 2007.
 13. Rafiee, M., Liu, X., He, X., and Kitipornchai, S. “Geometrically nonlinear free vibration of shear deformable piezoelectric carbon nanotube/fiber/polymer multiscale laminated composite plates”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 333, No. 14, pp. 3236-3251, 2014.
 14. Rafiee, M., He, X., Mareishi, S., and Liew, K. “Modeling and stress analysis of smart CNTs/fiber/polymer multiscale composite plates”, *International Journal of Applied Mechanics*, Vol. 6, No. 03, pp. 1450025, 2014.
 15. He, X., Rafiee, M., Mareishi, S., and Liew, K. “Large amplitude vibration of fractionally damped viscoelastic CNTs/fiber/polymer multiscale

- Composite Structures, Vol. 91, No. 3, pp. 375-384, 2009.
27. Chetan, S. J. "Micromechanics and Modelling of Adaptive Shape Memory Composites", 2012.
 28. Hull, D. and Clyne, T. *An introduction to composite materials*: Cambridge university press, 1996.
 29. Zhang, Y. and Wang, X. "Hygrothermal effects on interfacial stress transfer characteristics of carbon nanotubes-reinforced composites system", *Journal of reinforced plastics and composites*, Vol. 25, No. 1, pp. 71-88, 2006.
 30. Jarali, C., Patil, S., and Pilli, S. "Hygro-Thermo-Electric Properties of CNT Epoxy Nanocomposites With Agglomeration Effects", *Mech. Adv. Mater. Struct*, 2013.
 31. Sun, C. and Chen, J. "On the impact of initially stressed composite laminates", *Journal of Composite Materials*, Vol. 19, No. 6, pp. 490-504, 1985.
 32. Yang, S. and Sun, C. "Indentation law for composite laminates", in *Composite Materials: Testing and Design (6th Conference)*, 1982.
 33. Reddy, J. N. *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis*: CRC press, 2004.
 34. Zhang, B., He, Y., Liu, D., Gan, Z., and Shen, L. "A non-classical Mindlin plate finite element based on a modified couple stress theory", *European Journal of Mechanics-A/Solids*, Vol. 42, pp. 63-80, 2013.
 35. Zhu, J., Taylor, Z., and Zienkiewicz, O. "The finite element method: its basis and fundamentals," ed: Butterworth-Heinemann Burlington, VT, 2005.
 36. Shariyat, M. and Farzan, F. "Nonlinear eccentric low-velocity impact analysis of a highly prestressed FGM rectangular plate, using a refined contact law", *Archive of Applied Mechanics*, vol. 83, no. 4, pp. 623-641, 2013.
 37. Vaziri, R., Quan, X., and Olson, M. "Impact analysis of laminated composite plates and shells by super finite elements", *International journal of impact engineering*, Vol. 18, No. 7, pp. 765-782, 1996.
 38. Delfosse, D., Vaziri, R., Pierson, M., and Poursartip, A. "Analysis of the non-penetrating impact behaviour of CFRP laminates", *ICCM/9. Composites Behaviour.*, Vol. 5, pp. 366-373, 1993.