

## تحلیل و مقایسه دو ساختار متداول مبدل ولتاژ تسلا مبتنی بر اسپارک گپ

علی عباسی<sup>۱\*</sup>، محمد حسین خانزاده<sup>۲</sup>

۱- کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد گراش - ۲- استادیار دانشکده مهندسی فاوا، دانشگاه جامع امام حسین (ع)

(دریافت ۹۲/۴/۲۴ ، پذیرش ۹۲/۹/۶)

### چکیده

مبدل ولتاژ تسلا، یکی از ابزارهای متداول برای تولید ولتاژهای بسیار بالا می‌باشد. در این مقاله به بررسی دو ساختار متفاوت از مبدل ولتاژ تسلا مبتنی بر اسپارک گپ پرداخته شده است. تفاوت دو ساختار مبدل ولتاژ تسلا در نوع مبدل ولتاژ افزاینده مورد استفاده، محل قرار گرفتن اسپارک گپ و خازن سمت اوایله می‌باشد. در این مقاله سعی بر این بوده است که معادلات دیفرانسیل بیان کننده رفتار هر کدام از دو ساختار مبدل ولتاژ تسلا به روش تحلیلی در حالت‌های شارژ و دشارژ حل شده و دو ساختار با هم مقایسه شود. در حالتی که حل معادلات دیفرانسیل به صورت تحلیلی امکان‌پذیر نبوده از روش انتگرال گیری عددی اویلر استفاده شده است. هم‌چنین تاثیر برخی پارامترهای سیستم مانند لحظه ایجاد جرقه و اندوکتانس نشتی مبدل ولتاژ افزاینده نیز در هر دو ساختار بر ولتاژ خروجی مبدل ولتاژ تسلا مطالعه، و از مدل عناصر فشرده برای اجزای مبدل ولتاژ تسلا استفاده شده، و از تلفات مقاومتی صرف‌نظر شده است. برای بررسی صحت و دقیق روابط محاسبه شده، نتایج حاصله از معادلات تحلیلی و حل عددی با نتایج شبیه‌سازی به دست آمده از نرم‌افزار MATLAB/Simulink مقایسه شده است. مقایسه نتایج شبیه‌سازی با نتایج تحلیلی و حل عددی نشان می‌دهد که روابط محاسبه شده از اعتبار خوبی برخوردار هستند و در شرایط یکسان، یکی از دو ساختار بررسی شده، از توانایی بیشتری برای تولید ولتاژهای بالاتر برخوردار است، و با کاهش اندوکتانس نشتی مبدل ولتاژ افزاینده، ولتاژ خروجی مبدل ولتاژ تسلا در هر دو ساختار افزایش می‌یابد.

### واژه‌های کلیدی:

مبدل ولتاژ تسلا، اسپارک گپ، مبدل ولتاژ لامپ نئون، روش انتگرال گیری اویلر.

مدار تشدید می‌دهد. در انتهای بالایی سیم‌پیچ ثانویه الکترودی کروی<sup>۲</sup> و یا چنبه‌ای<sup>۳</sup> شکل که به بار بالایی<sup>۴</sup> موسوم است قرار داده می‌شود تا با زمین مدار، تشکیل یک خازن بدهد. اندوکتانس سیم‌پیچ ثانویه با خازن خودی<sup>۵</sup> (C2) و خازن ناشی از بار بالایی، تشکیل مدار تشدید ثانویه را می‌دهند. برای تحقق بهترین عملکرد مبدل ولتاژ تسلا برابری فرکانس‌های تشدید مدارهای اوایله و ثانویه لازم است [۱-۷]. اسپارک گپ<sup>۶</sup> (G) که از دو الکترود با یک فاصله هوایی معین تشکیل شده است، به عنوان یک کلید کنترل شده با ولتاژ عمل می‌کند، وقتی که ولتاژ دو سر آن به اندازه کافی بزرگ باشد، جرقه ایجاد شده و

### ۱- مقدمه

مبدل ولتاژ تسلا<sup>۱</sup> یک مبدل ولتاژ تشدیدی است که به نام مخترع آن نیکولا تسلا (۱۸۵۶-۱۹۴۳) معروف است، و می‌تواند ولتاژهای بسیار بالا در فرکانس‌های زیاد تولید کند. دو ساختار متداول مبدل ولتاژ تسلا در شکل (۱) نشان داده شده است، در این مقاله، در هر کدام از ساختارهای شکل (۱-الف) و شکل (۱-ب)، TC که نشان‌دهنده سیم‌پیچ تسلا می‌باشد از دو سیم‌پیچ اوایله و ثانویه تشکیل شده است که به ترتیب در ولتاژ کم و زیاد استفاده می‌شوند، و از طریق یک هسته هوایی با هم تزویج دارند. یک خازن ولتاژ بالا (C1) با سیم‌پیچ اوایله سری شده و با اندوکتانس سیم‌پیچ اوایله تشکیل

<sup>2</sup> Sphere

<sup>3</sup> Toroid

<sup>4</sup> Top Load

<sup>5</sup> Self Capacitance

<sup>6</sup> Spark Gap

\* رایانه‌نمای نویسنده پاسخگو: m.forooghy@gmail.com

<sup>1</sup> Tesla Transformator

می توان به مراجع [۸-۱۱] اشاره کرد. اما بنا بر اطلاعات نویسنده تقریبا همه مقالات بر روی مطالعه ساختار شکل (۱-الف) متمرکز بوده اند و ساختار شکل (۱-ب) هنوز به صورت دقیق مطالعه و بررسی نشده است. بر این اساس در این مقاله ابتدا معادلات دیفرانسیل بیان کننده رفتار هر دو ساختار در دو حالت شارژ و دشارژ خازن سمت اولیه به صورت جداگانه و با لحاظ کردن شرط پیوستگی جریان اندوکتانس ها و ولتاژ خازن ها حل شده و سپس تاثیر برخی پارامترهای سیستم مانند لحظه ایجاد جرقه و اندوکتانس نشستی مبدل ولتاژ های افزاینده بر ولتاژ خروجی مبدل ولتاژ تسلای مطالعه شده است. در نهایت روابط به دست آمده با نتایج شبیه سازی با نرم افزار MATLAB/Simulink مقایسه، و نتیجه گیری کلی در بخش پایانی انجام شده است.

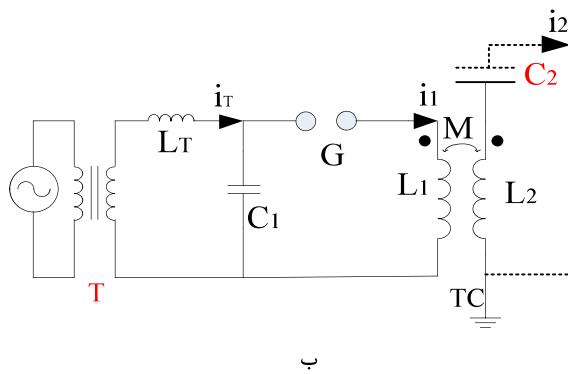
## ۲- تحلیل و بررسی

همان طور که گفته شد، در این بخش به تحلیل رفتار دو ساختار مختلف از مبدل ولتاژ تسلای پرداخته شده است. دو ساختار در شکل (۱) نشان داده شده است. از بن پس در این مقاله به ساختار شکل (۱-الف)، ساختار شماره ۱ و به ساختار شکل (۱-ب)، ساختار شماره ۲ اطلاق خواهد شد.

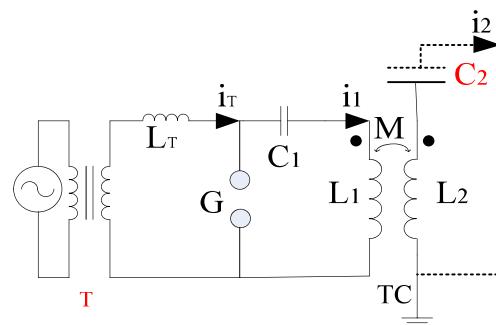
## ۱- ساختار شماره ۱

در ساختار شماره ۱، هنگامی که ولتاژ دو سر اسپارک گپ به اندازه کافی بزرگ باشد، در اسپارک گپ (G) و دو سر ثانویه مبدل ولتاژ افزاینده جرقه ایجاد خواهد شد. در این مقاله جرقه

مبدل ولتاژ تسلای در مد تشیدید دوگانه<sup>۱</sup> عمل خواهد کرد [۸-۱۱]. برای این که ولتاژ دو سر اسپارک گپ به اندازه کافی بزرگ (در حدود ۵-۱۵kV) باشد، بایستی از یک مبدل ولتاژ افزاینده T در شکل های (۱-الف) و (۱-ب) نیز استفاده کرد. بر این اساس برای مبدل های ولتاژ تسلای با توان بین ۱W - ۱۰۰ kW باستی از مبدل های ولتاژ لامپ نئون (NST)<sup>۲</sup> به دلیل داشتن راکتانس نشتی بزرگ استفاده کرد و برای مبدل های ولتاژ تسلای با توان بین ۵kW - ۱kW و توان های بیشتر از ۵kW باستی به ترتیب از مبدل های ولتاژ و مبدل های توزیع استفاده کرد [۸]. در این مقاله بررسی و مطالعه مبدل ولتاژ تسلای مبتنی بر استفاده از مبدل ولتاژ لامپ نئون (شکل (۱-الف)) و مبدل ولتاژ توزیع مدنظر است. پس از این که ولتاژ دو سر اسپارک گپ توانایی یونیزاسیون<sup>۳</sup> هوای مابین الکترودهای اسپارک گپ را داشته باشد، جرقه ایجاد شده در G، خازن C<sub>1</sub> را با اندوکتانس L<sub>1</sub> موازی کرده و تشکیل یک مدار تشیدید را می دهد و انرژی موجود در خازن C<sub>1</sub> به صورت متناوب بین خازن مذکور و خازن C<sub>2</sub> مبادله شده و باعث افزایش ولتاژ خروجی مبدل ولتاژ تسلای خواهد شد. پروسه ایجاد ولتاژ بالا در مبدل ولتاژ تسلای شکل (۱-ب) نیز تا حدود زیادی به همین صورت است. در این مقاله سعی بر این است که تفاوت های دو ساختار مورد اشاره به زبان ریاضی بررسی شود. تاکنون کارهای مختلفی در مورد تحلیل مدارات تشیدید دوگانه<sup>۴</sup> و مطالعه مبدل ولتاژ تسلای مبتنی بر اسپارک گپ انجام شده است [۱-۷]. در زمینه طراحی مبدل ولتاژ تسلای نیز مقالات و کتاب های متعددی منتشر شده است، که در این میان



ب



الف

شکل ۱- دو ساختار متناول مبدل ولتاژ تسلای مبتنی بر اسپارک گپ

3- Ionisation

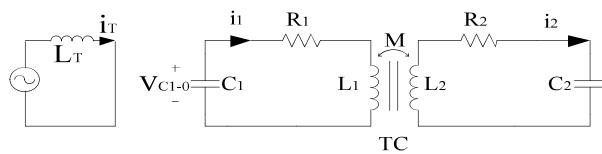
4- Dual resonant circuits

1- Dual resonant transformer

2- Neon sign transformer

$$V_{C1}(t) = \frac{V_m}{2L_T C_1} \left( \frac{\cos \Omega t}{\Omega^2} - \frac{t \cos \Omega t}{\Omega} \right) \quad (4)$$

که در رابطه بالا،  $V_m$  و  $\Omega$  به ترتیب برابر با دامنه و فرکانس ولتاژ ورودی می‌باشند. از رابطه فوق مشخص است که جمله متناوب با زمان باعث افزایش بی‌رویه ولتاژ خازن با زمان می‌شود. وجود جمله متناوب با زمان در رابطه (۴) به دلیل تحریک مدار تشید متشکل از  $C_1$  و  $L_T$  با ولتاژ سینوسی و با فرکانسی برابر فرکانس تشید (۵۰ Hz) می‌باشد. سرانجام پس از این که ولتاژ دو سر اسپارک گپ ( $V_{c1-0}$ ) از استقامت عایقی هوای بین فاصله هوایی اسپارک گپ بیشتر شد، پدیده شکست عایقی هوا اتفاق می‌افتد و در اسپارک گپ جرقه ایجاد می‌شود. اگر جرقه ایجاد شده را به عنوان اتصال کوتاه در نظر بگیریم، مدار شکل (۱-الف) به صورت شکل (۲) به دو مدار تقسیم خواهد شد.



شکل ۲- مبدل ولتاژ تسلای در حالت وجود جرقه

معادلات دیفرانسیل بیان کننده رفتار سیستم فوق (شکل (۲)) با استفاده از مدل عناصر فشرده و با صرف نظر کردن از تلفات مقاومتی در زیر آمده است:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_1} \int i_1 dt + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} &= V_0 \\ \frac{1}{C_2} \int i_2 dt + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

معادله مشخصه سیستم در حوزه لاپلاس برابر است با:

$$(1 - k^2)s^4 + (\omega_1^2 + \omega_2^2)s^2 + \frac{1}{C_1 C_2} = 0 \quad (6)$$

که در معادله (۶)،  $\omega_1$  و  $\omega_2$  به ترتیب برابر با فرکانس تشید مدار اولیه ( $\frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$ )، فرکانس تشید مدار ثانویه ( $\frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$ ) و ضریب تزویج ( $\frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$ ) می‌باشند.

معادله مشخصه برای هر کدام از جریان‌های سمت اولیه و ثانویه یکسان، اما شرایط اولیه برای هر کدام متفاوت است. در این حالت ولتاژ خروجی برابر است با:

ایجاد شده به صورت اتصال کوتاه در نظر گرفته شده است، اما در صورتی که دقت بیشتری مورد نیاز باشد، یا اگر بخواهیم اثر پارامترهای مختلف را بررسی کنیم می‌توان از مدل‌های معرفی شده در مرجع [۱۳] برای جرقه استفاده کرد. برای این که این امر به مبدل ولتاژ آسیب نرساند بایستی اندوکتانس نشتی آن بسیار بزرگ باشد تا جریان اتصال کوتاه محدود شود. به همین دلیل عموماً از مبدل‌های ولتاژ لامپ نئون (NST)<sup>۱</sup> به دلیل داشتن اندوکتانس نشتی ( $L_T$ ) بزرگ استفاده می‌شود. به دلیل کوچک بودن اندوکتانس سیم‌پیچ اولیه، سیم‌پیچ تسلای ( $L_1$ ) در مقابل اندوکتانس نشتی مبدل ولتاژ افزاینده ( $L_T$ )، می‌توان از آن صرف نظر کرد، و خازن  $C_1$  را موازی با فاصله هوایی دانست. وجود راکتانس نشتی بزرگ باعث خواهد شد که پروسه شارژ خازن  $C_1$  به طول بینجامد. برای حل این مشکل باید ظرفیت خازن  $C_1$  به گونه‌ای انتخاب شود که در نزدیکی فرکانس قدرت (۵۰ Hz) با اندوکتانس نشتی مبدل ولتاژ  $T$ ، پدیده تشید اتفاق بیفتد و حداقل انرژی به خازن  $C_1$  منتقل شود. بنابراین برای تحقق این امر بایستی ظرفیت خازن  $C_1$  از رابطه زیر انتخاب شود [۶]:

$$C_1 = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L_T} = \frac{1}{2\pi f Z_{NST}} \quad (1)$$

امپدانس مبدل ولتاژ لامپ نئون ( $Z_{NST}$ ) با داشتن ولتاژ و جریان خروجی آن، به صورت رابطه (۲) محاسبه می‌شود [۸].

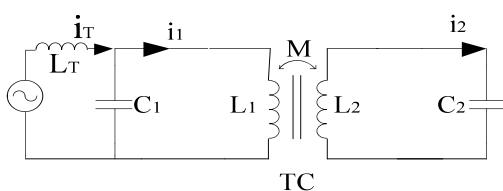
$$Z_{NST} = V_{out} / I_{out} \quad (2)$$

در حالت شارژ خازن  $C_1$ ، معادلات دیفرانسیل بیان کننده رفتار مبدل ولتاژ تسلای (در شکل (۱-الف)) با استفاده از مدل عناصر فشرده و با صرف نظر کردن از تلفات مقاومتی به صورت زیر در می‌آید:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_1} \int i_T dt + (L_T + L_1) \frac{di_T}{dt} - M \frac{di_2}{dt} &= V_g(t) \\ \frac{1}{C_2} \int i_2 dt + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_T}{dt} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

در معادلات بالا،  $V_g(t)$  بیانگر ولتاژ شبکه در سمت ولتاژ بالای مبدل ولتاژ افزاینده ( $T$ ) می‌باشد. تا زمانی که در اسپارک-گپ جرقه‌ای اتفاق نیفتاده است، معادله ولتاژ خازن  $C_1$  در حالت بروز تشید بین  $C_1$  و  $L_T$  به صورت رابطه (۴) نشان داده شده است.

1- Neon sign transformer (NST)



شکل ۳- مبدل ولتاژ تسلای ساختار ۲ در حالت وجود جرقه

در این صورت یک سیستم مرتبه ۶ وجود خواهد داشت، که معادلات حالت آن در فرم ماتریسی در ادامه آورده شده است.

$$\frac{d}{dt} \bar{X} = \bar{A} \bar{X} + \bar{B}$$

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} V_{C1} \\ V_{C2} \\ i_1 \\ i_2 \\ i_T \end{bmatrix}, \bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1/C_1 & 0 & 1/C_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1/C_2 & 0 \\ L_2/\Delta & -M/\Delta & 0 & 0 & 0 \\ M/\Delta & -L_1/\Delta & 0 & 0 & 0 \\ -1/L_T & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ V_g(t)/L_T \end{bmatrix}$$

$$(11)$$

در رابطه فوق،  $M = L_1 L_2 - \Delta^2$  می‌باشد. به دلیل اینکه حل و محاسبه متغیرهای حالت سیستم مرتبه ۶ مذکور دشوار می‌باشد، معادلات (۱۱) با استفاده از روش انگرال‌گیری عددی اویلر-که در ادامه می‌آید- حل شده است [۱۲]. براین اساس، معادله دیفرانسیل مرتبه اول به صورت رابطه (۱۲) در حوزه گسسته را می‌توان به صورت رابطه (۱۳) نوشت.

$$\frac{d}{dt} y = f(y, t) \quad (12)$$

$$y(t_{k+1}) = y(t_k) + \Delta t f(y(t_k), t_k) \quad (13)$$

که در رابطه (۱۳)،  $y(t_{k+1})$  مقدار متغیر  $y$  در لحظه  $t_{k+1}$ ، و  $\Delta t$  گام زمانی انگرال‌گیری و برابر با  $(t_{k+1} - t_k)$  می‌باشد. بر این اساس و با توجه به معادلات (۱۱) و (۱۳) می‌توان هر کدام از متغیرهای حالت را در حوزه گسسته به صورت زیر نوشت:

$$y_i(t_{k+1}) = y_i(t_k) + \Delta t \sum_{j=1}^4 A_{i,j}(t_k) y_j(t_k) + B_i(t_k) \quad (14)$$

$$i = 1, \dots, 5$$

معادله (۱۴) برای هر کدام از متغیرهای حالت به صورت مجموعه معادلات (۱۵) در خواهد آمد، که معادلات مذکور به ترتیب و در هر لحظه از زمان ( $t_k$ ) و از بالا به پایین حل شده‌اند.

$$V_{C2} = \frac{V_0}{2} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} [\cos(\frac{\omega_1}{\sqrt{1-k}} t) - \cos(\frac{\omega_1}{\sqrt{1+k}} t)] \quad (7)$$

که در رابطه بالا،  $V_0$  ولتاژ خازن  $C_1$  در لحظه ایجاد جرقه می‌باشد.

## ۲-۲- ساختار شماره ۲

در این ساختار، همان‌گونه که در شکل (۱-ب) نشان داده شده است، خازن اولیه  $C_1$  با مبدل ولتاژ  $T$  موازی است، و در هنگام شارژ یا دشارژ به شبکه قدرت متصل است و دیگر مشکل اتصال کوتاه شدن ثانویه مبدل ولتاژ افزاینده ( $T$ ) وجود نخواهد داشت بنابر این، می‌توان از مبدل ولتاژ معمولی استفاده کرد و نیازی به استفاده از مبدل ولتاژ NST نخواهد بود، و اندوکتانس نشستی مبدل ولتاژ افزاینده در ساختار ۲ بسیار کمتر از اندوکتانس نشستی مبدل ولتاژ افزاینده در ساختار ۱ می‌باشد. در زمان شارژ به دلیل مدار باز بودن اسپارک گپ، در سیم پیچ ثانویه، القابی صورت نمی‌گیرد و در خروجی مبدل ولتاژ تسلای ولتاژی نخواهیم داشت؛ خازن  $C_1$  کاملاً از سیم پیچ تسلای جدا بوده و مبدل ولتاژ  $T$ ، خازن مذکور را شارژ می‌کند. در این حالت با صرف نظر کردن از اندوکتانس مغناطیسی کننده و تلفات هسته در مبدل ولتاژ افزاینده  $T$ ، یک سیستم مرتبه دوم داریم (معادله دیفرانسیل زیر):

$$\frac{1}{C_1} \int i_T dt + L_T \frac{d}{dt} i_T = V_g(t) \quad (8)$$

در این حالت، معادله شارژ خازن در زیر آورده شده است.

در معادله مذکور،  $\Omega_0$  برابر با  $\frac{1}{\sqrt{L_T C_1}}$  می‌باشد.

$$V_{C1}(t) = \frac{V_m \omega_0}{\Omega^2 - \omega_0^2} (\Omega \sin \omega_0 t - \omega_0 \sin \Omega t) \quad (9)$$

در رابطه فوق، جمله متناسب با زمان وجود ندارد، ولی شامل دو فرکانس تشددید (پاسخ ورودی صفر) و فرکانس شبکه قدرت (پاسخ حالت صفر) می‌باشد، و مشکل افزایش بی‌رویه  $V_{C1}$  وجود ندارد. وقتی که اسپارک گپ شروع به جرقه زدن کرد، مبدل ولتاژ تسلای به صورت مدار شکل (۳) در می‌آید.

$$\frac{1}{C_1} \int (i_T - i_1) dt + L_T \frac{d}{dt} i_T = V_g(t) \quad (10)$$

$$\frac{1}{C_1} \int (i_1 - i_T) dt + L_1 \frac{d}{dt} i_1 - M \frac{d}{dt} i_2 = 0$$

$$\frac{1}{C_2} \int i_2 dt + L_2 \frac{d}{dt} i_2 - M \frac{d}{dt} i_1 = 0$$

با توجه به این که اندوکتانس نشتی مبدل ولتاژ به هندسه هسته و سیم پیچ‌ها بستگی دارد، بر این اساس می‌توان مبدل ولتاژ را با اندوکتانس نشتی مورد نظر طراحی کرد [۱۴ و ۱۵]. در این حالت (برقراری شرط‌های (۱۶) و (۱۷)) بهترین عملکرد مبدل ولتاژ تسلای تضمین می‌شود، زیرا از یک طرف فرکانس‌های تشدید مدارهای اولیه و ثانویه برابر است و حداقل انتقال انرژی بین اولیه و ثانویه انجام می‌شود و همچنین بین  $L_T$  و  $C_1$  نیز در فرکانس قدرت تشدید وجود دارد و حداقل انرژی می‌تواند در خازن  $C_1$  ذخیره شود. پارامترهای سیستم در این حالت در جدول زیر آورده شده است. نکته بسیار مهم در مورد ساختار (۱)، ولتاژ خازن اولیه ( $C_1$ ) است که در حقیقت، زمان ایجاد جرقه در اسپارک گپ را تعیین می‌کند. با توجه به رابطه (۲) مشخص است که در صورتی که بنا به دلایلی در اسپارک گپ جرقه ایجاد نشود، ولتاژ خازن اولیه به صورت بی‌رویه افزایش خواهد یافت و این امر خطراتی را به همراه خواهد داشت. تغییرات ولتاژ خازن اولیه - زمانی که در اسپارک گپ جرقه ایجاد نشود - در هر دو ساختار (۱) و (۲) در شکل (۴) نشان داده شده است. با توجه به شکل (۴-الف و ۴-ب) مشهود است که در شکل (۴-الف) مقدار بیشینه ولتاژ در هر سیکل افزایش یافته اما در شکل (۴-ب) مقدار بیشینه ولتاژ در هر سیکل ثابت است. همچنین می‌توان از شکل (۴-الف و ۴-ب) چنین استنباط کرد که اگر ولتاژ خروجی مبدل ولتاژ افزاینده و فاصله هوایی اسپارک گپ هم در هر دو ساختار

$$\begin{aligned} V_{C1}(t_{k+1}) &= V_{C1}(t_k) + \frac{\Delta t}{C_1} (-i_1(t_k) + i_T(t_k)) \\ V_{C2}(t_{k+1}) &= V_{C2}(t_k) + \frac{\Delta t}{C_2} i_2(t_k) \\ i_1(t_{k+1}) &= i_1(t_k) + \frac{\Delta t}{L_1 L_2 - M^2} (L_2 V_{C1}(t_k) - M V_{C2}(t_k)) \\ i_2(t_{k+1}) &= i_2(t_k) + \frac{\Delta t}{L_1 L_2 - M^2} (M V_{C1}(t_k) - L_1 V_{C2}(t_k)) \\ i_T(t_{k+1}) &= i_T(t_k) - \frac{\Delta t}{L_T} V_{C1}(t_k) + \frac{V_g(t)}{L_T} \end{aligned} \quad (15)$$

### ۳- شبیه‌سازی و مقایسه

مقایسه دو ساختار مورد مطالعه (شکل ۱-الف و ب)، زمانی که فرکانس‌های تشدید مدارهای اولیه و ثانویه برابر باشند، انجام شده است. همان‌طور که گفته شد برای برقراری شرط فوق بایستی رابطه (۱۶) صادق باشد.

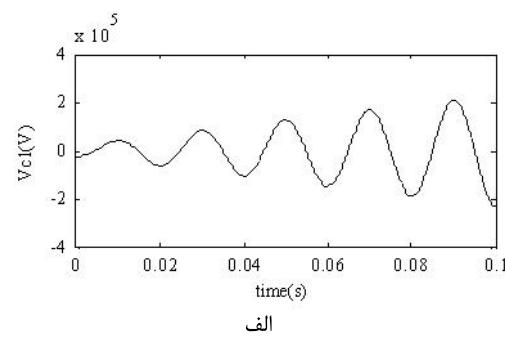
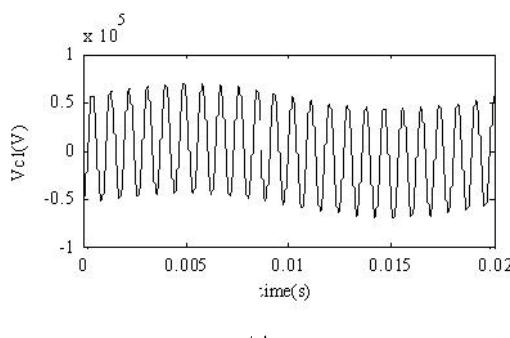
(۱۶)

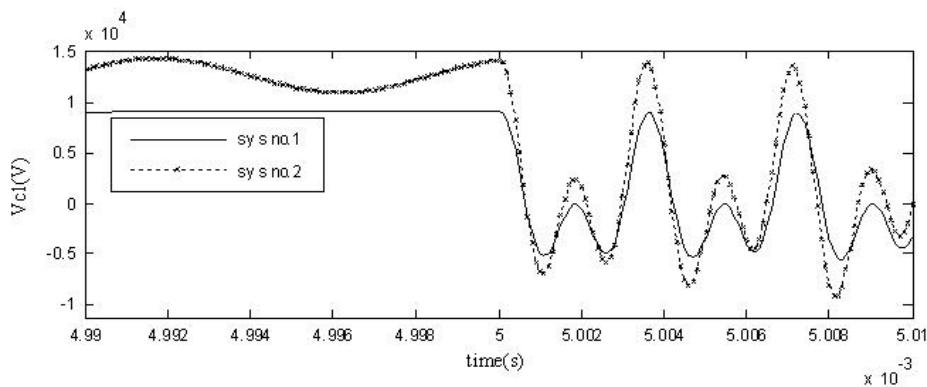
اما بایستی توجه داشت که در ساختار ۱ باید بین  $C_1$  و  $L_T$  نیز در فرکانس قدرت تشدید وجود داشته باشد (رابطه (۱۷)), بنابراین بایستی ابتدا شرط بالا را با محاسبه  $C_1$  برقرار نمود، و سپس  $L_T$  مناسب را از رابطه زیر تعیین کرد.

$$L_T = \frac{I}{4\pi^2 f_{50Hz}^2 C_1} \quad (17)$$

جدول ۱- پارامترهای سیستم مورد مطالعه

سیم پیچ تسلای	حل عددی	مبدل ولتاژ افزاینده T در شکل ۱-ب	مبدل ولتاژ افزاینده T در شکل ۱-الف	شبکه قدرت
$L_1=10\mu H$ , $L_2=1mH$ $C_1=0.02\mu F$ , $C_2=0.2nF$ , $K=0.6$	$\Delta t=1\mu s$	$V_{out}=9kV$ $L_T=100\mu H$	$V_{out}=9kV$ $I_{out}=60mA$	$f=50HZ$ $V_{rms}=220v$

شکل ۴- تغییرات ولتاژ خازن اولیه ( $C_1$ ). الف: ساختار (۱). ب: ساختار (۲) در حالت  $C_1=0.1mF$  و  $L_T=0.1mH$

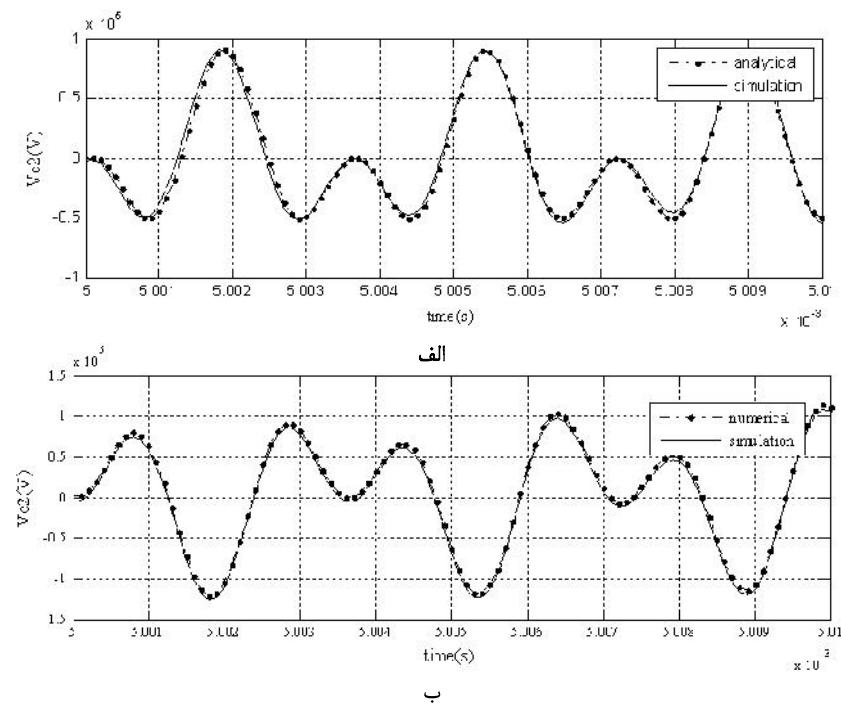


شکل ۵- تغییرات ولتاژ خازن اولیه در دو سیستم (۱) و (۲) قبل و بعد از اتصال کوتاه شدن اسپارک گپ

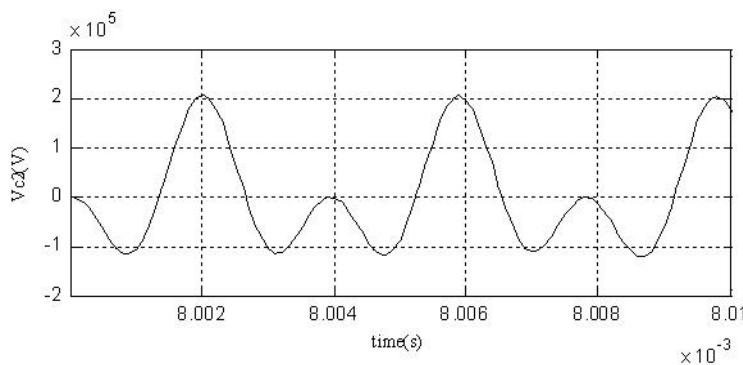
دو ساختار به گونه‌ای تنظیم شده باشد که در لحظه  $t = 0.005$  جرقه اتفاق بیفتد، در شکل (۵) نشان داده شده است.

با توجه به شکل‌های (۴) و (۵) مشخص است که با توجه به زمان ایجاد جرقه، چون ولتاژ خازن  $C_1$  در ساختار ۲ (در شکل (۵)) بیشتر است، ولتاژ خروجی آن نیز (در شکل (۶-ب)) بیشتر است. ولتاژ خروجی هر دو ساختار مبدل ولتاژ تسلا در دو حالت شبیه‌سازی با نرم‌افزار MATLAB و روش حل این مقاله در شکل (۶) نشان داده شده است، با توجه به شکل (۶) مشخص است که حل عددی ارائه شده (به وسیله معادلات (۱۵)) تفاوت بسیار ناچیزی با نتایج شبیه‌سازی دارد. شکل (۶)

(۱) و (۲) یکسان باشد، لحظه ایجاد جرقه در اسپارک گپ (و ولتاژ اولیه خازن  $C_1$ ) در دو ساختار لزوماً یکسان نیست، و ممکن است بسته به پارامترهای مبدل ولتاژ تسلا در هر یک از دو ساختار زودتر جرقه ایجاد شود. اما موضوعی که مسلم است این است که چون ولتاژ خازن  $C_1$  در ساختار (۱) می‌تواند به صورت بی‌رویه افزایش یابد، در صورتی که فاصله هوایی اسپارک گپ نیز افزایش یابد باز هم توانایی ایجاد جرقه را در اسپارک گپ خواهد داشت، در صورتی که این امر در مورد ساختار (۲) امکان ندارد. تغییرات ولتاژ خازن اولیه در دو سامانه شکل (۱)، در صورت استفاده از داده‌های جدول (۱) و با فرض بر این که فاصله بین الکترودها (در اسپارک گپ) در هر



شکل ۶- تغییرات ولتاژ خروجی. الف: ساختار (۱). ب: ساختار (۲)



شکل ۷- تغییرات ولتاژ خروجی مبدل ولتاژ تسلای ساختار (۱) در حالت افزایش فاصله هوایی اسپارک گپ

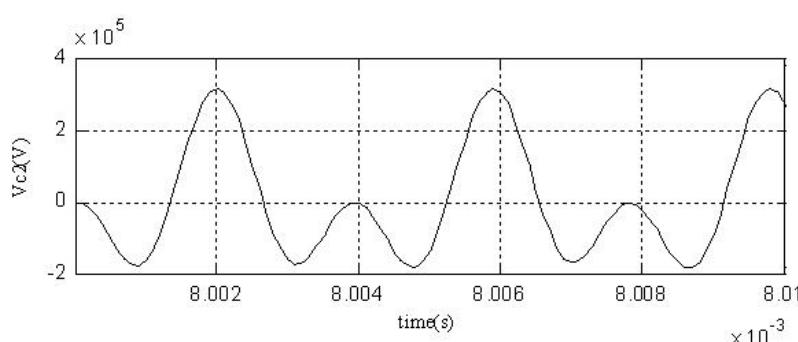
لازم به ذکر است که با توجه به رابطه (۸) اگرچه اندوکتانس  $L_T$  در ساختار (۱) به صورت مستقیم نسبتی با ولتاژ خروجی مبدل ولتاژ تسلای ندارد، اما به طور غیرمستقیم بر ولتاژ اولیه خازن  $C_1$  (رابطه (۴)) تاثیر دارد، به گونه‌ای که با کاهش  $L_T$  ولتاژ خروجی افزایش می‌یابد. در مطالعات قبلی  $L_T$  برابر با  $477,46\text{H}$  در نظر گرفته شده بود، حال با فرض  $L_T = 377\text{H}$  و ایجاد جرقه در لحظه  $t = 0.0008\text{s}$ ، شکل (۸) نشان می‌دهد که بیشینه ولتاژ خروجی مبدل ولتاژ نسبت به شکل (۶) افزایش یافته است.

در مورد ساختار (۲) و با توجه به رابطه (۹) می‌توان گفت که با کاهش  $L_T$ ، اندازه  $\omega_0$  افزایش یافته که به صورت بالقوه می‌تواند باعث افزایش ولتاژ اولیه خازن  $C_1$  و در نهایت، منجر به افزایش ولتاژ خروجی مبدل ولتاژ تسلای گردد.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله دو ساختار متدال ولتاژ تسلای بررسی و مطالعه شد و پس از حل معادلات دیفرانسیل مربوط به هر ساختار نشان داده شد که هر دو ساختار به درستی تحلیل

نشان می‌دهد که در هر دو ساختار، تغییرات ولتاژ خروجی مشابه است و همان‌طور که گفته شد، چون ولتاژ اولیه خازن در ساختار (۲) بیشتر بود (شکل (۵))، ولتاژ خروجی آن نیز بیشتر شده است. با توجه به رابطه (۴) می‌توان نتیجه‌گیری کرد که اگر فاصله بین الکتروودها (در اسپارک گپ) در ساختار (۱) به گونه‌ای تنظیم شده باشد که دیرتر جرقه ایجاد شود، آنگاه ولتاژ خازن اولیه آن بیشتر شده و به تبع آن، ولتاژ خروجی آن افزایش می‌یابد. در حالی که در ساختار (۲) چون ولتاژ خازن اولیه به صورت مجموع دو سینوسی است (رابطه (۸) و (شکل ۴-ب)، مقدار بیشینه ولتاژ خروجی آن، محدود است و بیشترین ولتاژ خروجی آن زمانی است که جرقه (در اسپارک گپ) در لحظه پیک آن ایجاد شود. بنابراین ساختار (۱) قابلیت تولید ولتاژ بالاتری را در خروجی خود نسبت به ساختار (۲) دارد. به عنوان مثال، در شکل (۷) در لحظه  $t = 0.0008\text{s}$  پدیده شکست هوا اتفاق افتاده است، و مشهود است که بیشینه ولتاژ خروجی مبدل ولتاژ تسلای نسبت به شکل (۶-الف) (که پدیده شکست در لحظه  $t = 0.0005\text{s}$  در اتفاق افتاده است)، افزایش یافته است.

شکل ۸- تغییرات ولتاژ خروجی مبدل ولتاژ تسلای ساختار (۱) در حالت کاهش  $L_{NST}$

- [15] A.N.Jahromi, J.Faiz, H.Mohseni, "A Fast Method For Calculation of Transformers Leakage Reactance Using Energy Technique" IJE Transactions B: Applications. Vol. 16, No. 1, April 2003 - 41.

شده‌اند و نتایج حاصله از تطابق خوبی با نتایج شبیه‌سازی برخوردار هستند. هم‌چنین نشان داده شد که در شرایط یکسان، ساختار (۱) از توانایی بیشتری برای تولید ولتاژ‌های بالاتر برخوردار است، و با کاهش اندوکتانس نشتی مبدل ولتاژ افزاینده، ولتاژ خروجی مبدل ولتاژ تسلای هر دو ساختار افزایش می‌یابد. در ساختار (۱) می‌توان با افزایش فاصله هوایی اسپارک‌گپ ولتاژ خروجی مبدل ولتاژ تسلای افزایش داد.

## مراجع

- [1] Terman, R.E., "Radio Engineers Handbook (First Edition)" McGraw-Hill Book Company, 1943.
- [2] Corum, J., Daum, J., "Tesla Coil Research" US Army Armament Research, May 1992.
- [3] Kelley, L. A., "Direct Solution of Coupled Tuned Circuits" Electrical Engineering, vol.51, Issue.11, pp.789-794, Nov.1932.
- [4] Sanford, S. Richard, "Analysis of a Tuned Coupled Circuit by Root-Locus Techniques" IEEE Trans. Educ, vol. 7, Issue: 2 & 3, pp. 82-85, 1964
- [5] de, N., Donaldson ,N. and Perkins, T. A., "Analysis of resonant coupled coils in the design of radio frequency transcutaneous links" Med, & Biol. Eng & Comput, vol.21, pp.612-627, 1983.
- [6] Martin, R. A., Teasdale, R. D., "Input Admittance Characteristics of a Tuned Coupled Circuit" Proc. IRE, Vol.40, Issue.1, pp.57-61, 1952.
- [7] Adams, J.J., "Under coupling in Tuned Coupled Circuits to Realize Optimum Gain and Selectivity" Proc. IRE, Vol.29, Issue.5, pp.277– 279, 1941
- [8] Tilbury, M., The Ultimate Tesla Coil Design and Construction Guide, McGraw-Hill, Inc. 2008.
- [9] Suomalainen, H., "The Tesla Coil Theory and Applications", Sept.1993.
- [10] Paraliyev, M., C. Gough, S. Ivkovic, "Tesla Coil Design for Electron Gun Application" PPC, pp.1085-1088, 2005.
- [11] Boonseng, C., Apiratikul, P., "A Low Cost Approach to Design the Tesla Transformer for Testing of Insulating Materials" Proc. ISEIM, pp. 332 – 335, 2001.
- [12] Zwillinger, D., Handbook of Differential Equations, Academic Press, 1997.
- [13] SCHAVEMAKER P.H., and VAN, L., DER SLUIS, "THE ARC MODEL BLOCKSET" Proc. IASTED, pp.644-648, 2002.
- [14] Hurley, W., Wilcox, D.J., "Calculation of leakage inductance in transformer windings" IEEE Trans. Power Electron, vol. 9, No.1, pp. 121-126, 1994

## **Analysis and Comparison of Two Conventional Structures of Spark Gap Tesla Transformer**

**Ali Abbassi<sup>\*1</sup>, Mohammad Hussein Khanzadeh<sup>2</sup>**

1- Master Gerash Azad University

2- Faculty of Electrical Engineering, Imam Hussain University, Tehran, Iran

**Abstract:**

*Tesla transformer is one of the most common devices to produce very high voltage. In this paper, two conventional structures of spark gap Tesla transformer are investigated. The difference between two types of Tesla transformers is in the type of step-up transformer, location of spark gap and primary capacitor. In this paper, the differential equations expressing behavior of two structures of Tesla transformer are analytically solved in both of charge and discharge conditions. Of course, when analytical solution of those differential equations has been arduous, the Euler numerical integration has been used. Also the effect of some system parameters such as beginning instant of spark and leakage inductance of the step-up transformer on the output voltage of Tesla transformer is studied. It should be noted that in this paper, of lumped model of Tesla transformer is used and resistive losses are neglected. To verify the validity of obtained results, the results are compared with results those of simulation in MATLAB/Simulink software. Comparison of Analytical and numerical results with simulation results, shows that the calculated equations have a good reputation. In the same conditions, as well, one of the two structures studied has the greater ability to generate higher voltage, and while leakage inductance of the step-up transformer reduces, the output voltage of Tesla transformer in both structures increases.*

**Keywords:** Tesla Transformer, Spark Gap, Neon Sign Transformer, Euler Integration Method.