

# طراحی یک مدل ریاضی دو هدفه زنجیره تأمین پویا در شرایط

## چند تولیدکننده و چند توزیع کننده

محمد مهدی پایدار<sup>\*</sup>، سعید صمدی دانا<sup>۱</sup>، جان محمد رجبی<sup>۲</sup>  
دانشگاه خوارزمی (تربیت معلم) دانشگاه علم و صنعت

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۰۴/۱۶

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۲/۰۴/۰۵

### چکیده

در بسیاری از بنگاه‌های اقتصادی تأمین محصولات با کیفیت با کمترین هزینه از اهداف اصلی آنها بهشمار می‌رود. تحقق این دو هدف همزمان و یا یکدیگر در بسیاری موارد امکان‌پذیر نیست. در این مقاله یک مدل ریاضی دو هدفه با رویکردی یکپارچه جهت تعیین جریان محصولات در طول زنجیره تأمین پویا در سطوح تولید، توزیع و بازار ارائه شده است. هدف مدل پیشنهادی کمینه‌سازی هزینه‌های خرید، حمل و نقل و نگهداری محصولات از یک طرف و بیشینه‌سازی خرید محصولات با کیفیت بالاتر از طرف دیگر می‌باشد. در نهایت، جهت ارزیابی مدل پیشنهادی، با به‌کارگیری روش محدودیت اپسیلن<sup>۳</sup> به عنوان یک نگرش بهینه‌سازی برای حل مسائل چند هدفه، یک مثال جامع برگرفته از مطالعه موردی یک سازمان نظامی حل شده است.

**واژه‌های کلیدی:** زنجیره تأمین پویا، تولید، توزیع، روش محدودیت اپسیلن

تأمین معطوف شوند<sup>[۱]</sup>.] زنجیره تأمین به عنوان یک رویکرد یکپارچه برای مدیریت مناسب جریان مواد، کالا، اطلاعات و مالی توانایی پاسخگویی به شرایط رقابتی را دارا می‌باشد. در حالت کلی، زنجیره تأمین از دو یا چند سازمان تشکیل می‌شود که رسماً از یکدیگر جدا هستند و به وسیله جریان‌های مواد، اطلاعات و مالی به یکدیگر مربوط می‌شوند. این سازمان‌ها می‌توانند بنگاه‌هایی باشند که وظایفی چون؛ تولید، توزیع، انبارش، عمده‌فروشی و خردۀ فروشی محصول نهایی و یا خدمات را بر عهده گیرند. حتی خود مصرف‌کننده نهایی را نیز می‌توان یکی از این سازمان‌ها در نظر گرفت. تعاریف مختلفی از زنجیره تأمین در ادبیات موضوع از دیدگاه‌های مختلف ارائه شده است.

چاپرا<sup>۴</sup> و میندل<sup>۵</sup> زنجیره تأمین را در برگیرنده کلیه اعضایی که به صورت مستقیم یا غیرمستقیم در برآوردن خواسته مشتری دخیل هستند تعریف نموده‌اند<sup>[۲]</sup>. این اعضا شامل تأمین‌کننده، تولیدکننده، حامل، انبار، توزیع‌کننده و

### ۱- مقدمه

مفاهیم و روش‌های سنتی مدیریت کسب و کار بر بهینه‌سازی فعالیت‌های درون سازمانی تمرکز داشته‌اند. این روش‌ها در بهبود عملکرد کل سیستم کسب و کار با محدودیت مواجه بوده‌اند. جهانی شدن بازارها و افزایش رقابت بین سازمان‌های مختلف از یک جهت و هم‌چنین افزایش توقعات مشتریان برای محصولات و خدمات با کیفیت بالاتر و با تنوع بالا در ظاهر و کارکرد از سوی دیگر، موجب شده است که سازمان‌ها برای بقا و دوام، دیگر نتوانند فقط بر مدیریت سازمان خود متکی باشند و برای افزایش کارایی خودشان به زنجیره‌های

<sup>۱</sup>- دانشجوی دکتری مهندسی صنایع دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه علم و صنعت، نویسنده پاسخگو، پست‌الکترونیکی: paydar@just.ac.ir، نشانی: تهران - خیابان هنگام - خیابان دانشگاه-

جنب بانک ایران زمین پلاک ۶۹ - شرکت بهاران

۲- کارشناس مهندسی کامپیوتر - نرم‌افزار، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه خوارزمی، پست‌الکترونیکی: s\_samadidana@yahoo.com

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی نرم افزار دانشگاه جامع امام حسین(ع)، پست‌الکترونیکی: rajabi.m@baharan.ir

4- e-constraint method

چاوهان<sup>۱</sup> و همکاران به بررسی مسئله زمانبندی در زنجیره تأمین باتابع هدف کمینه‌سازی حداکثر زمان تکمیل کارها پرداخته‌اند<sup>[۶]</sup>. آنها مسئله زمانبندی در زنجیره تأمین را تبدیل به یک مسئله زمانبندی در محیط مونتاژ کرده و مسئله را برای دو حالت وجود یک عملیات مونتاژ و چند عملیات مونتاژ بررسی کرده و برای هر حالت یک الگوریتم ابتکاری ارائه کردند.

ستاک و شریفی یک مدل صحیح غیرخطی موجودی چندمحصولی برای ارزیابی و انتخاب مناسب سطوح اول و دوم تأمین کنندگان در زنجیره تأمین بالحاظ عوامل کیفی و کمی ارائه دادند<sup>[۷]</sup>. در این مدل هزینه‌های نگهداری محصولات مختلف در افق برنامه‌ریزی و میزان تخفیف برای تأمین کنندگان سطح اول در نظر گرفته شده است. برای حل مدل مذکور از نگرش برنامه‌ریزی آرمانی استفاده شده است.

کرباسیان و همکاران یک مدل برنامه‌ریزی استراتژیک با منابع محدود در یک زنجیره تأمین چند لایه ارائه داده‌اند<sup>[۸]</sup>. هدف اصلی مدل، یافتن استراتژی‌های بهینه در زنجیره تأمین با در نظر گرفتن توابع کمینه‌سازی هزینه‌های مواد اولیه، تولید، حمل و نقل، توزیع، کمبود و فروش از دست رفته و بیشینه‌سازی درآمد است. محدودیت‌های ظرفیت تدارکات و انبارها، حداقل مقدار اقتصادی تولید در نظر گرفته شده است.

بابازاده و همکاران یک شبکه لجستیک معکوس رو به جلو یکپارچه چند دوره‌ای، چند سطحی و چند محصولی در شرایط عدم قطعیت برای مدیریت زنجیره تأمین طراحی کرده‌اند<sup>[۹]</sup>. آنها یک مدل پویای برنامه‌ریزی خطی صحیح برای چیدمان تسهیلات با روش‌های مختلف حمل و نقل و ظرفیت‌های انساطی ارائه دادند. در مدل پیشنهادی، تقاضای مشتریان، نرخ بازگشت و کیفیت بازگشت به عنوان پارامترهای عدم قطعیت در نظر گرفته شده است. آنها یک مدل بهینه‌سازی تصادفی بر پایه ستاریو را جهت حل مدل ریاضی ارائه شده به کار گرفتند.

### ۳- مدل ریاضی

مسئله اصلی این تحقیق ارائه یک مدل دو هدفه زنجیره تأمین چند محصولی در محیط پویا در شرایط چند تولیدکننده و چند توزیع کننده برای بهینه سازی هزینه در

مشتری می‌باشد. یکی از مزایای ایجاد زنجیره تأمین، در نظر گرفتن ارتباط میان سازمان‌های مختلف است که بهمنظور برآورد تقاضای مشتریان، با هم در تعامل هستند. در نگرش زنجیره تأمین کمینه‌سازی هزینه‌ها و انجام برنامه‌ریزی مختلف برای یک سازمان (تأمین‌کننده، تولیدکننده، توزیع‌کننده) به تنهایی اثر گذار نبوده بلکه لازم است سازمان‌های مختلف و تعاملات بین آنها به صورت همزمان در نظر گرفته شود.

یکپارچه‌سازی عامل مهمی در بهبود کارایی زنجیره تأمین است. در یک سیستم یکپارچه، ارتباط بین تولیدکنندگان، توزیع‌کنندگان و مشتریان یکی از مهم‌ترین عواملی است که در روش‌های سنتی، فعالیت‌ها در هر مرحله به صورت جداگانه و بدون در نظر گرفتن تأثیر متقابل بین آنها در نظر گرفته می‌شود. اتخاذ تصمیمات جداگانه بدون در نظر گرفتن روابط متقابل، رسیدن به تصمیمات کارا را تضمین نمی‌کند.

## ۲- ادبیات موضوع

نخعی کمال‌آبادی و همکاران یک مدل عدد صحیح آمیخته برای مسئله یکپارچه‌سازی زمانبندی و حمل و نقل در زنجیره تأمین سه مرحله‌ای با هدف حداقل‌سازی بیشترین زمان تکمیل انجام کارها در حالت چند محصولی، چندمرحله‌ای ارائه داده‌اند<sup>[۱۰]</sup>. مرحله اول شامل تأمین‌کنندگان، مرحله دوم شامل ناوگان حمل و نقل کالاهای و مرحله سوم شامل شرکت‌های سازنده محصولات نهایی در نظر گرفته شده است. در نهایت برای حل مسئله مذکور یک الگوریتم ژنتیک با کروموزوم‌های ماتریسی ارائه شده است.

موسوی طباطبائی و ماکوئی یک متدولوژی برای تخصیص مقادیر ذخیره احتیاطی در یک زنجیره تأمین ارائه کرده‌اند<sup>[۱۱]</sup>. مسئله مورد نظر، دارای دو هدف کمینه نمودن بهترین زمان دسترسی و هزینه موجودی است. با توجه به ماهیت NP-Hard مسئله، از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید برای حل متدولوژی پیشنهادی در مسائل با ابعاد بزرگ استفاده شده است.

نورنگ و مالک با توجه به مشکلات موجود در شرکت قطعات محوری خراسان یک مدل دو هدفه فازی براساس هزینه کل و سطح سرویس مشتری جهت تنظیم ذخیره اطمینان در زنجیره تأمین این شرکت توسعه داده‌اند<sup>[۱۲]</sup>. همچنین محدودیت‌هایی نظیر ظرفیت تولید، اندازه دسته در سفارش مواد اولیه در نظر گرفته شده است.

1- Chauhan

$H_{pt}$  هزینه نگهداری محصول  $p$  ام در دوره  $t$  ام  
 اگر تولید کننده  $s$  ام توانایی تولید محصول  $p$  را با  
 کیفیت  $q$  ام داشته باشد، در غیر این صورت صفر.  
 $T_{pt}$ : هزینه حمل هر واحد محصول  $p$  ام در واحد مسافت  
 در دوره  $t$  ام.

$\alpha_{pq}$ : ارزش محصول  $p$  ام با کیفیت  $q$  ام برای بازار، فرض  
 بر این است که  $0 \leq \alpha_{pq} \leq 1$  و به ازای هر محصول

$$\sum_q \alpha_{pq} = 1$$

#### متغیرهای تصمیم

$X_{srpqt}$ : میزان خرید محصول  $p$  ام با سطح کیفیت  $q$  ام  
 توسط توزیع کننده  $r$  ام از تولید کننده  $s$  ام در دوره  $t$  ام

$Y_{rcpqt}$ : میزان خرید محصول  $p$  ام با سطح کیفیت  $q$  ام  
 توسط مشتری  $c$  ام از توزیع کننده  $r$  ام در دوره  $t$  ام

$HX_{wlpqt}$ : میزان نگهداری محصول  $p$  ام با سطح کیفیت  $q$  ام  
 در انبار  $w$  ام توزیع کننده  $r$  ام در انتهای دوره  $t$  ام جهت  
 انتقال به دوره  $t+1$

$HY_{wcpqt}$ : میزان نگهداری محصول  $p$  ام با سطح کیفیت  $q$  ام  
 در انبار  $w$  ام مشتری  $c$  ام در انتهای دوره  $t$  ام جهت انتقال  
 به دوره  $t+1$

مدل ریاضی ارائه شده دارای دوتابع هدف می‌باشد. تابع  
 هدف اول مجموع هزینه‌های سیستم را کمینه می‌کند. این  
 هزینه‌ها شامل: هزینه خرید محصولات از تولید کنندگان  
 توسط توزیع کنندگان، هزینه حمل و نقل محصولات بین  
 تولید کنندگان و توزیع کنندگان، هزینه خرید محصولات از  
 توزیع کنندگان توسط مشتریان، هزینه حمل و نقل  
 محصولات بین توزیع کنندگان و مشتریان، هزینه نگهداری  
 موجودی در انبارهای توزیع کنندگان، هزینه نگهداری  
 موجودی در انبارهای مشتریان می‌باشد. هدف هر سیستمی  
 فراهم آوردن محصول با کیفیت با توجه به کمینه سازی  
 هزینه‌های لجستیکی می‌باشد. لذا در کنار هدف کمینه سازی  
 هزینه‌های سیستم، تابع هدف دوم به دنبال بیشینه سازی  
 خرید محصولات با کیفیت بالاتر توسط مشتریان می‌باشد.

کل جریان زنجیره و بیشینه سازی میزان خرید محصولات  
 با کیفیت می‌باشد. فرضیات اصلی مسئله به شرح زیر است:

- افق برنامه ریزی محدود و گستره (چند دوره‌ای) است.
- تولید کنندگان براساس سطح پراکندگی تقاضای بازار  
 و اولویت‌های مشتریان در هر بخش از بازار،  
 محصولات را می‌توانند با چند درجه کیفیت تولید  
 نمایند.

- هزینه‌های خرید، توزیع و حمل و نقل بین سطوح  
 مختلف مشخص می‌باشد.

- تقاضای هر مشتری از هر محصول در هر دوره  
 مشخص می‌باشد.

#### شمارندها

$p$ : شمارنده محصولات ( $p=1, 2, \dots, P$ )

$s$ : شمارنده تولید کنندگان ( $s=1, 2, \dots, S$ )

$r$ : شمارنده توزیع کنندگان ( $r=1, 2, \dots, R$ )

$c$ : شمارنده مشتریان ( $c=1, 2, \dots, C$ )

$w$ : شمارنده انبارهای توزیع کنندگان ( $w=1, 2, \dots, W_r$ )

$c_w$ : شمارنده انبارهای مشتریان ( $w=1, 2, \dots, W_c$ )

$q$ : شمارنده سطوح کیفیت ( $q=1, 2, \dots, Q_p$ )

$t$ : شمارنده تعداد دوره ( $t=1, 2, \dots, T$ )

#### پارامترها:

$BS_{pqst}$ : هزینه خرید هر واحد محصول  $p$  ام با کیفیت  $q$  ام از  
 تولید کننده  $s$  ام در دوره  $t$  ام

$BR_{prt}$ : هزینه توزیع هر واحد محصول  $p$  ام توسط توزیع  
 کننده  $r$  ام در دوره  $t$  ام

$DS_{sr}$ : فاصله بین تولید کننده  $s$  ام و توزیع کننده  $r$  ام

$DR_{rc}$ : فاصله بین توزیع کننده  $r$  ام و مشتری  $c$  ام

$D_{pct}$ : تقاضای مشتری  $c$  ام از محصول  $p$  ام در دوره  $t$  ام

$MCA_{stpq}$ : حداقل ظرفیت تولید محصول  $p$  ام با کیفیت

$q$  ام در دوره  $t$  ام توسط تولید کننده  $s$  ام

$CCA_{cw}$ : ظرفیت انبار  $w$  ام مشتری  $c$  ام

$RCA_{rw}$ : ظرفیت انبار  $w$  ام توزیع کننده  $r$  ام

$BU_{ct}$ : بودجه مشتری  $c$  ام در دوره  $t$  ام

#### تابع هدف

$$\begin{aligned}
 Min = & \sum_t \sum_s \sum_r \sum_p \sum_q \left( DS_{sr} T_{pt} + BS_{pqst} \right) X_{srpqt} + \sum_t \sum_r \sum_c \sum_p \sum_q \left( DR_{rc} T_{pt} + BR_{prt} \right) Y_{rcpqt} \\
 & + \sum_t \sum_r \sum_p \sum_q H_{pt} HX_{wrprt} + \sum_t \sum_s \sum_p \sum_q H_{pt} HY_{wcpqt}
 \end{aligned} \tag{1-1}$$

$$Max = \alpha_{pq} Y_{rcpqt} \quad (1-2)$$

کننده و توزیع کننده و چند هدفه زنجیره تأمین پژوهشی دارای مدل بهینه سازی

$$\begin{aligned} \sum_r F_{spq} X_{srpqt} &\leq MCA_{stpq} & \forall s, p, q, t & \quad (2) \\ \sum_p \sum_q HX_{wlpqt} &\leq RCA_{rw} & \forall r, w, t & \quad (3) \\ \sum_p \sum_q HY_{wcpqt} &\leq CCA_{cw} & \forall c, w, t & \quad (4) \\ D_{pct} = \sum_{r=1}^R \sum_{q=1}^Q Y_{rcpqt} + \sum_{w=1}^W \sum_{q=1}^Q HY_{wcpq(t-1)} - \sum_{w=1}^W \sum_{q=1}^Q HY_{wcpqt} && \forall p, c, t & \quad (5) \\ \sum_{s=1}^S F_{spq} X_{srpqt} = \sum_{c=1}^C Y_{rcpqt} + \sum_{w=1}^W HX_{wlpq(t-1)} - \sum_{w=1}^W HX_{wlpqt} && \forall r, p, q, t & \quad (6) \\ \sum_{r=1}^R \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q (DR_{rc} T_{pt} + BR_{prt}) Y_{rcpqt} &\leq BU_{ct} & \forall c, t & \quad (7) \end{aligned}$$

به همین لحاظ مفاهیم بهینگی ویژه‌ای در مسائل بهینه‌سازی چندهدفه مورد نیاز می‌باشد. در حل یک مسئله بهینه‌سازی چندهدفه دو نوع پیچیدگی مفهومی را می‌توان شناسایی کرد: جستجو و تصمیم‌گیری. ویژگی اول مربوط به فرآیند بهینه‌سازی است که در آن مجموعه‌ای به عنوان نمونه‌ای از مجموعه بهینه پارتو شناسایی می‌شود. همانند بهینه‌سازی تکهدفه، فضاهای جواب بزرگ و پیچیده، فرآیند جستجو را مشکل ساخته و امکان استفاده از روش‌های بهینه‌سازی قطعی نظیر برنامه‌ریزی خطی را محدود می‌سازد. ویژگی دیگر، به چگونگی انتخاب یک جواب‌سازشی<sup>۱</sup> از میان مجموعه جواب بهینه پارتو توسط تصمیم‌گیر می‌پردازد. روش‌های مختلفی برای مسائل بهینه‌سازی چندهدفه ارائه شده است که نمونه‌هایی از این روش‌ها: روش وزن‌دهی، برنامه‌ریزی آرمانی، روش لکسیکوگراف و روش محدودیت اپسیلن می‌باشند.

#### ۴- روش حل اپسیلن

یک مسئله چندهدفه ریاضی با  $p$ تابع هدف  $f_i(x)$ ,  $i=1,2,\dots,p$  را در نظر بگیرید,  $x \in X$ , که یک بردار از متغیرهای تصمیم‌گیرنده فضای جواب شدنی است که توسط محدودیت‌های مسئله چندهدفه مشخص می‌شود. در اینجا فرض می‌کنیم که همه تابع هدف‌ها باید کمینه گرددند. در روش محدودیت اپسیلن، ابتدا یکی از توابع هدف با بیشترین اولویت، به عنوان تابع هدف اصلی در نظر گرفته

محدودیت (۲) بیان می‌کند که میزان فروش هر تولید کننده از هر محصول با هر کیفیتی از حداکثر ظرفیت تولید آن در هر دوره‌ای کمتر می‌باشد. محدودیت (۳) میزان ظرفیت انبارهای هر توزیع کننده را در هر دوره کنترل می‌کند. محدودیت (۴) میزان ظرفیت انبارهای هر مشتری را در هر دوره کنترل می‌کند. محدودیت (۵) معادله تعادل بین مشتری و توزیع کننده می‌باشد. میزان تقاضای هر مشتری از هر محصول در هر دوره توسط خرید از توزیع کنندگان یا از انبارهای خود مشتری تأمین می‌شود. محدودیت (۶) معادله تعادل بین توزیع کننده و تولید کننده می‌باشد. معادله (۷) محدودیت بودجه هر مشتری در هر دوره برای خرید محصولات می‌باشد.

#### ۴- روش حل

امروزه با پیچیده شدن سیستم‌ها و فراهم شدن قابلیت انتخاب استراتژی‌های مختلف توسط مدیران، مسائل تصمیم‌گیری چندهدفه از اهمیت بالایی برخوردار است. چون سیستم‌ها به دنبال دستیابی به اهدافی هستند که لزوماً هم راستا با یکدیگر نمی‌باشند یعنی اهداف در تعارض با یکدیگر هستند. مشکل عمده در حل مسائل بهینه‌سازی چندهدفه از آنجا ناشی می‌شود که جواب بهینه شدنی تابع هدف مختلف لزوماً با هم یکی نبوده و حتی در بسیاری موارد متعارض یکدیگر نیز می‌باشند. در چنین شرایطی نمی‌توان همه اهداف را به صورت هم‌زمان بهینه نمود. در عوض باید به جستجوی تعادل رضایت‌بخشی مابین این جواب‌ها پرداخت.

8- Compromise

$$f_i^U = \min_x \{ f_i(x) | x \in X \} \quad \forall i = 1, 2, \dots, p$$

$$f^U = [f_i^U] = [f_1^*(x_1^*) \quad \dots, \quad f_i^*(x_i^*) \quad \dots, \quad f_p^*(x_p^*)]$$

نقشه غیر ایده‌آل (حضیض): نقطه‌ای است که در آن تمامی توابع هدف در بدترین ارزش خود از لحاظ بهینگی هستند.

$$f_i^N = \max_x \{ f_i(x) | x \in X \} \quad \forall i = 1, 2, \dots, p$$

$$f^N = [f_i^N]$$

نقشه شبه غیر ایده‌آل: این تعریف مفهوم نزدیکی به تعریف نقطه غیر ایده‌آل دارد که به صورت زیر بیان می‌شود.

$$f^{SN} = [f_1^{SN}, \dots, f_i^{SN}, \dots, f_p^{SN}]$$

$$f_i^{SN} = \max \{ f_i(x_1^*), \dots, f_i^*(x_i^*), \dots, f_i(x_p^*) \}$$

لازم به ذکر است که نقاط ایده‌آل، غیر ایده‌آل و شبه غیر ایده‌آل در فضای هدف یا معیار تعریف می‌شود.

$$f_i^U \leq f_i(x) \leq f_i^{SN} \quad (9)$$

بعد از یافتن دامنه همه توابع هدف با استفاده از رابطه (۹)، تکنیک محدودیت اپسیلن دامنه  $p-1$  تابع هدف  $f_p$  را به  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_p$  فاصله مساوی تقسیم می‌شود. که این فاصله‌ها با استفاده از  $(q_1-1), (q_2-1), \dots, (q_p-1)$  نقطه شبکه‌ای میانی با فاصله مساوی تشکیل می‌شوند. با در نظر گرفتن نقاط ماکریم و مینیم تابع هدف‌ها، در کل تعداد نقاط شبکه‌ای برای هر تابع هدف  $f_i$  برابر  $(q_i+1)$  است (برای  $i=1, 2, \dots, p$ ). بنابراین ما باید  $\prod_{i=1}^p (q_i+1)$  زیرمسئله بهینه‌سازی حل کنیم، که زیر مسئله‌های  $(n_1, n_2, \dots, n_p)$  به صورت زیر می‌باشد:

$$\text{Min } f_1(x)$$

$$\text{S.t. } f_2(x) \leq e_{2,n_2}, \dots, f_p(x) \leq e_{p,n_p} \quad x \in X$$

متغیرهای پارامتری سمت راست به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$e_{i,ni} = f_i^{SN} - \left( \frac{f_i^{SN} - f_i^U}{q_i} \right) \times n_i \quad ; \quad n_i = 0, 1, 2, \dots, q_i$$

با حل هر زیرمسئله بهینه یک جواب کاندید برای مسئله مورد نظر یا یک جواب بهینه پارتی به دست می‌آید. برخی از زیرمسئله‌ها ممکن است فضای حل نشدنی داشته باشد که کنار گذاشته می‌شوند. در میان جواب‌های بهینه

شده و (فرض تابع هدف اول) بهینه می‌شود و بقیه توابع هدف به عنوان محدودیت به فضای جواب شدنی  $X$  به صورت زیر اضافه می‌گردد:

$$\begin{aligned} & \text{Min } f_1(x) \\ & \text{S.t. } f_2(x) \leq e_2, f_3(x) \leq e_3, \dots, f_p(x) \leq e_p, \\ & \quad x \in X. \end{aligned} \quad (8)$$

در رابطه (۸) منظور از اندیس‌هایی که برای توابع هدف در نظر گرفته شد، همان اولویت‌هایی است که تصمیم‌گیرنده مشخص می‌کند. جواب‌های بهینه پارتی با کمک متغیرهای پارامتری سمت راست  $(e_2, e_3, \dots, e_p)$  محدودیت‌های جدید محاسبه می‌گردد. برای به کار بردن روش محدودیت اپسیلن باید دامنه هر تابع هدف (حداقل  $p-1$  تابع هدفی) که در محدودیت قرار می‌گیرند را داشته باشیم، که این دامنه‌ها جهت تعیین نقاط شبکه برای مقادیر متغیرهای پارامتری سمت راست مورد استفاده قرار می‌گیرد. متدالول ترین روش برای محاسبه دامنه توابع هدف، استفاده از جدول بازده است. برای تشکیل جدول بازده برای مسائل چنددهدله ابتدا هر تابع هدف  $f_i$  به صورت جداگانه با محدودیت‌های اصلی حل شده و جواب بهینه آن محاسبه می‌گردد. مقدار بهینه  $f_i^*$  با  $(x_i^*)$  نشان داده می‌شود که  $x_i^*$  بردار متغیرهای تصمیم است که تابع هدف  $f_i$  را بهینه می‌کند، سپس با این بردار متغیر تصمیم، مقادیر دیگر توابع هدف  $f_1, f_2, \dots, f_{i-1}, f_{i+1}, \dots, f_p$  را محاسبه می‌کنیم که به صورت  $f_1(x_i^*), f_2(x_i^*), \dots, f_{i-1}(x_i^*), f_{i+1}(x_i^*), \dots, f_p(x_i^*)$  نشان داده می‌شود. در این روش جدول بازده دارای  $p$  سطر و  $p$  ستون می‌باشد.

$$\phi = \begin{pmatrix} f_1^*(\bar{x}_1^*) & \dots & f_i^*(\bar{x}_1^*) & \dots & f_p^*(\bar{x}_1^*) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_1^*(\bar{x}_i^*) & \dots & f_i^*(\bar{x}_i^*) & \dots & f_p^*(\bar{x}_i^*) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_1^*(\bar{x}_p^*) & \dots & f_i^*(\bar{x}_p^*) & \dots & f_p^*(\bar{x}_p^*) \end{pmatrix}$$

در این جدول هر ستون مربوط به یک تابع هدف است. لذا دامنه هر تابع هدف از این ستون‌ها قبل محاسبه است. در ادامه به تعریف چند مفهوم استفاده شده در روش محدودیت اپسیلن می‌پردازیم.

نقشه ایده‌آل: نقشه‌ای است که در آن تمامی توابع هدف در بهترین ارزش خود از لحاظ بهینگی هستند.

#### 9- Payoff table

به بهینگی می‌رسد. بردار بهینه متغیرهای تصمیم در این نقطه  $(x^* = 40, 40)$  است، که آن را در تابع هدف اول قرار می‌دهیم و مقدار آن ۴۰ می‌شود. بعد از تکمیل جدول بازده، باید دامنه تابع هدف دوم یعنی  $f_2$  (در حالت کلی دامنه  $p-1$  تابعی که در محدودیت قرار می‌گیرند) را به  $q_2$  قسمت مساوی تقسیم کرد که در این مثال ۶ فرض می‌شود لذا این تقسیم‌بندی با  $q_2+1$  (در این مثال ۷) نقطه شبکه-ای با مقادیر  $e_{2,n_2}, (n_2 = 0, 1, \dots, 6)$  انجام می‌شود. بنابراین در این مثال دامنه تابع هدف دوم را مطابق شکل (۱) با ۷ نقطه شبکه‌ای به صورت زیر تقسیم‌بندی می‌کنیم:

$$e_{2,0} = -250, e_{2,1} = -220, \dots, e_{2,6} = -70$$

همان‌طور که در شکل (۱) مشاهده می‌شود روش محدودیت اپسیلن نقاط  $A, H, G, F, D, E, C$  و  $F$  را به عنوان مجموعه پارتو اتخاذ می‌کند که نقاط  $D, E, F, G, H$  و  $C$  کارا هستند و نقاط  $A$  و  $E$  جواب‌های مغلوب جواب  $D$  و  $C$  هستند.

#### ۵- مثال عددی

در این بخش مثالی جامع برگرفته از یک سازمان نظامی برای نشان دادن کارایی مدل پیشنهادی با استفاده از نرم‌افزار لینگو بر روی یک رایانه شخصی با پردازنده i52.4 Intel® Core (TM) با فضای حافظه ۴ گیگا بایت حل شده است. این سازمان نظامی به دنبال تأمین ۸ نوع محصول مورد نیاز ۲۰ یگان خود می‌باشد. ۵ تولیدکننده مختلف، محصولات مورد نیاز را تولید می‌کنند و ۳ توزیع کننده سازمانی، وظیفه توزیع

پارتوی به دست آمده، جواب با بالاترین اولویت توسط تصمیم‌گیرنده انتخاب می‌شود. برای درک بهتر مثال زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \min f_1 &= x_2 \\ \min f_2 &= -3x_1 - x_2 \\ s.t: \end{aligned}$$

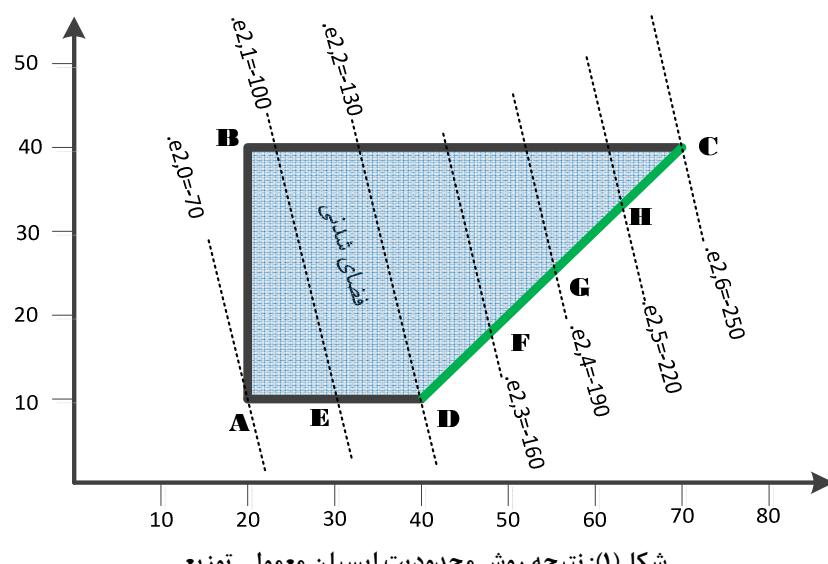
$$\begin{aligned} x_1 - x_2 &\leq 30 \\ x_2 &\leq 40 \\ x_1 &\geq 20 \\ x_2 &\geq 10 \end{aligned}$$

با استفاده از روش محدودیت اپسیلن معمولی، جدول بازده به صورت جدول (۱) به دست می‌آید.

جدول (۱): جدول بازده به دست آمده از روش بهینه‌سازی معمولی

	$f_1$	$f_2$
$\text{Min } f_1$	۱۰	-۷۰
$\text{Min } f_2$	۴۰	-۲۵۰

در جدول (۱) ابتدا بدون در نظر گرفتن تابع هدف دوم، تابع هدف اول را با محدودیت‌های مسئله، به عنوان زیر مسئله اول حل می‌کنیم که در نقطه  $A$  به بهینگی می‌رسد و مقدار آن ۱۰ می‌باشد. سپس بردار بهینه متغیرهای تصمیم به دست آمده  $((x^* = 10, 20))$  از زیر مسئله اول را در تابع هدف دوم قرار داده و مقدار آن را در جدول (۱) برابر ۷۰ است. سپس تابع هدف دوم را با محدودیت‌ها به عنوان یک زیر مسئله حل می‌کنیم که در نقطه  $C$  با مقدار -۲۵۰



شکل (۱): نتیجه روش محدودیت اپسیلن معمولی توزیع

قسمت مساوی تقسیم کرده و مدل محدودیت اپسیلن را در ۱۲ حالت حل می‌کنیم. جواب‌های بدست آمده در جدول (۳) و شکل (۲) نشان داده شده است. برای مثال، برنامه‌ریزی خرید و توزیع محصولات در دوره اول برای یگان اول برای جواب حالت پنجم در جدول (۴) آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، محصولات ۲ و ۳ و ۷ همگی با بالاترین کیفیت (کیفیت سوم)، محصول ۶ با کیفیت دوم و محصول اول تقریباً با کیفیت اول توسط یگان یکم از توزیع کنندگان خریداری می‌شود. برنامه‌ریزی خرید و توزیع سایر یگان‌ها در سه دوره مختلف به همین صورت است.

## ۶- نتیجه‌گیری

کاربرد برنامه‌ریزی ریاضی در مدل‌سازی مسائل مختلف به ویژه در حوزه تصمیم‌گیری موجب شده است محققان دیدگاه ویژه‌ای به این مدل‌ها در حل و بهینه‌سازی مسائل مختلف داشته باشند. از طرفی، همان‌طور که اشاره شد، هدف از این تحقیق ایجاد هماهنگی مؤثر بین تولیدکننده،

محصولات بین یگان‌های سازمان را دارد. هر محصول در سه نوع کیفیت مختلف توسط تولیدکنندگان تولید می‌شود. برای حل مدل توسط روش محدودیت اپسیلن، ابتدا باید جدول بازده تشکیل داده شود. بدین منظور، هر تابع هدف به صورت جداگانه با محدودیت‌های اصلی حل شده و جواب بهینه آن محاسبه می‌گردد. جدول بازده مثال ارائه شده در جدول (۲) نمایش داده شده است.

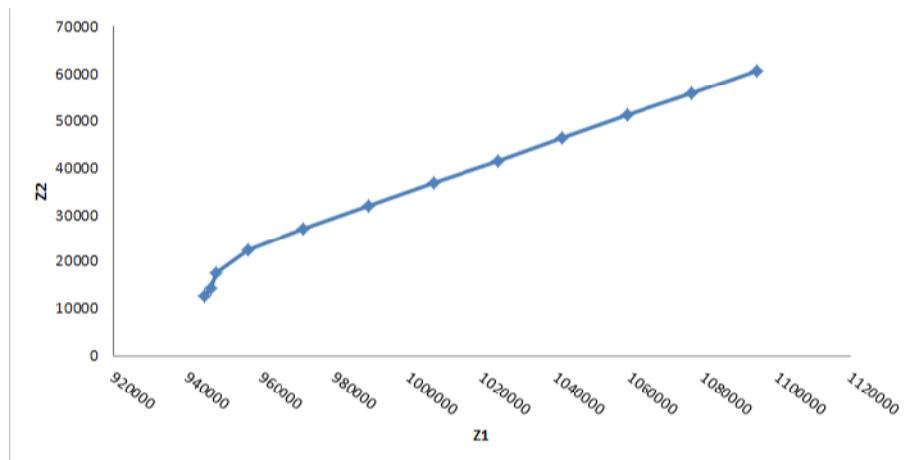
جدول (۲): جدول بازده مثال ارائه شده

	$f_1$	$f_2$
$\text{Min } f_1$	۹۴۴۷۵۰	۱۲۴۵۰
$\text{Max } f_2$	۱۰۹۴۴۵۶	۶۰۵۹۷

در ادامه، تابع هدف هزینه را به عنوان تابع هدف اصلی در نظر گرفته و تابع هدف دوم را به عنوان محدودیت به فضای جواب شدنی اضافه می‌کنیم. با توجه به جدول بازده، دامنه تابع هدف دوم برابر ۴۸۱۴۷ می‌باشد که آن را به ۱۲

جدول (۳): جواب‌های کارای به دست آمده برای مثال ارائه شده

۶	۵	۴	۳	۲	۱	جواب کارا
۹۸۹۲۶۴	۹۷۱۷۳۲	۹۵۶۳۱۳	۹۴۷۹۳۳	۹۴۶۴۸۶	۹۴۴۷۵۰	هدف اول
۳۱۷۰۸	۲۶۸۹۴	۲۲۰۷۹	۱۷۲۶۴	۱۴۱۳۹	۱۲۴۵۰	هدف دوم
۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	جواب کارا
۱۰۹۴۴۵۶	۱۰۷۶۹۲۲	۱۰۵۹۳۹۰	۱۰۴۱۸۵۹	۱۰۲۴۳۲۷	۱۰۰۶۷۹۶	هدف اول
۶۰۵۹۷	۵۵۷۸۲	۵۰۹۶۷	۴۶۱۵۲	۴۱۳۳۸	۳۶۵۲۳	هدف دوم



شکل (۲): جواب‌های کارای به دست آمده برای مثال ارائه شده

جدول (۴): برنامه‌ریزی خرید و توزیع محصولات در دوره اول برای یگان اول جواب حالت پنجم

۱	۲	۳	۴	محصول
۱۳۰۰	۸۰۰	۲۱۰۰	.	$D_{p11}$
X( 4, 2, 1, 1, 1) = 464 X( 1, 1, 1, 1, 1) = 5229	X( 1, 1, 2, 3, 1) = 2346	X( 4, 2, 3, 3, 1) = 1848 X( 4, 3, 3, 3, 1) = 4762	X( 3, 2, 4, 3, 1) = 1017	$X_{srpq1}$
Y( 1, 1, 1, 1, 1) = 1299 Y( 1, 1, 1, 2, 1) = 1	Y( 1, 1, 2, 3, 1) = 800	Y( 1, 1, 3, 3, 1) = 2100	-	$Y_{rlpq1}$
۵	۶	۷	۸	محصول
۴۵۰	۲۰	۸۱۰	.	$D_{p11}$
X( 3, 2, 5, 3, 1) = 190 X( 1, 1, 5, 3, 1) = 2835	X( 4, 2, 6, 2, 1) = 179 X( 4, 3, 6, 2, 1) = 451	X( 3, 1, 7, 3, 1) = 2731	X( 5, 1, 8, 3, 1) = 1007	$X_{srpq1}$
Y( 1, 1, 5, 3, 1) = 450	Y( 1, 1, 6, 2, 1) = 20	Y( 1, 1, 7, 3, 1) = 810	-	$Y_{rlpq1}$

[2] Chopra, S., P. Meindel, "Supply chain management - strategy, planning & operation". 3rd ed. 1 vols: Pearson Prentice Hall, 2007.

[3] نخعی کمال آبادی، ع.، جوادیان، نن، گوران، مم، نورزاده، ب.، "ارائه یک مدل ریاضی برای یکپارچه‌سازی زمان‌بندی و حمل و نقل در زنجیره تأمین چند کارخانه‌ای"، فصلنامه مدیریت صنعتی دانشکده علوم انسانی دانشگاه آزاد اسلامی، جلد ۱۳، شماره ۱، صفحات ۲۴-۳، سال ۱۳۸۶.

[4] موسوی طباطبائی، س.ر، ماقوئی، ا، "متداول‌واری برای تخصیص مقادیر ذخیره احتیاطی در یک زنجیره تأمین با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید"، نشریه تخصصی مهندسی صنایع، جلد ۴۳، شماره ۱، ۹۵-۱۰۹، سال ۱۳۸۸.

[5] نورنگ، ا.، مالک، م، "توسعه یک مدل دو هدفه فازی جهت تنظیم ذخیره اطمینان در واحدهای ذخیره موجودی زنجیره تأمین"، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، جلد ۲۳، شماره ۲، صفحات ۲۲۵-۲۱۲، سال ۱۳۹۱.

[6] Chauhan, S.S., Eremeev, A.V., Romanova, A.A., Servakh, V.V., Woeginger, G.J., "Approximation of the supply scheduling problem", Operations Research Letters, Vol.33, No.3, 249-254, 2005.

[7] ستاک، م، شریفی، س، "یک مدل ریاضی یکپارچه برای انتخاب تأمین‌کنندگان دولایه از زنجیره تأمین"، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، جلد ۲۲، شماره ۱، ۹۸-۹۲، سال ۱۳۹۰.

[8] Karbasian, M., Bashiri, M., Safaei, M., "Complex Integrated Supply Chain Planning with Multiple Modes Supply, Production and Distribution by ELECTRE Method", International Journal of Industrial Engineering & Production Research, Vol.22, No.3, pp. 187-198, 2011.

[9] Babazadeh, R., Tavakkoli-Moghaddam, R., Razmi, J., "A Complex Design of the Integrated Forward-Reverse Logistics Network under Uncertainty", International Journal of Industrial Engineering & Production Research, Vol.23, No.2, pp.113-123, 2009.

توزیع کننده و مشتریان با در نظر گرفتن اهداف مشترک آنها بوده است. در این راستا یک مدل برنامه‌ریزی صحیح دو هدفه جهت یکپارچه‌سازی عملیات تولید-توزیع در زنجیره تأمین سه سطحی ارائه شده است. از ویژگی‌های در نظر گرفته شده در مدل پیشنهادی می‌توان به تولید محصولات مختلف با کیفیت‌های گوناگون، چند دوره‌ای بودن افق برنامه‌ریزی، وجود توزیع کنندگان سازمانی جهت تأمین محصولات مشتریان اشاره کرد. از دیگر ویژگی‌های بارز مدل ارائه شده، باید به عمومی بودن مدل اشاره کرد که امکان استفاده از مدل در صنایع مختلف تولیدی وجود دارد. جهت حل و ارزیابی مدل پیشنهادی، با استفاده از روش محدودیت اپسیلن، مثالی برگرفته از مطالعه موردنی یک سازمان نظامی حل شده و نتایج محاسباتی آن ارائه گردیده است. برخی از مهم‌ترین مواردی که می‌تواند در تحقیقات آتی مورد کنکاش و بررسی بیشتر قرار گیرد عبارتنداز:

الف) اعمال شرایط عدم قطعیت محیط و سیستم مانند تقاضای محصولات و ظرفیت تولید کنندگان در دوره‌های مختلف،  
ب) ارائه روش‌های ابتکاری و فرا ابتکاری برای حل مدل در اندازه‌های بزرگ و واقعی.

#### منابع

[1] نخعی کمال آبادی، ع، قسمی، ص، قدسی، ر، "توسعه و بهبود مدل‌های کنترل موجودی کالاهای فاسد شدنی در زنجیره تأمین سه سطحی با شرط لجستیک بهمنگام"، فصلنامه مدیریت صنعتی دانشکده علوم انسانی دانشگاه آزاد اسلامی، جلد ۱، شماره ۱، صفحات ۱۸-۹، سال ۱۳۸۸.