حل مسئله مکان‌یابی هاب چندهدفه با رویکرد صف توسط یک الگوریتم فرا ابتکاری جدید

رضا توکلی مقدم[1]، **محمدرضا پاکزاد**[2*]، **حمیدرضا گل هاشم**[3]

دانشکده مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب، دانشکده مهندسی صنایع

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد سمنان، گروه مهندسی صنایع

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۲/۰۶

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۰۳/۱۹

چکیده

مسئله مکان‌یابی هاب‌ها[4] (واسطه‌های توزیع) با هدف طراحی انواع شبکه‌های توزیع به‌عنوان یکی از مسائل مهم در زمینه‌های مختلفی از زندگی روزمره از جمله جابه‌جایی مسافران در شبکه‌های هواپیمایی، دریافت و ارسال محموله‌های پستی، ارتباط و حمل‌ونقل عمومی مطرح می‌باشد. در این مقاله، با توجه به بررسی کامل مسائل مکان‌یابی هاب، مدل جدید چندهدفه برای مسئله مکان‌یابی هاب پوششی با تعداد هاب مشخص ارائه و با در نظر گرفتن تابع هدف دوم در مدل، محدودیت ظرفیت از مدل حذف می‌شود. با توجه به پیچیدگی مدل پیشنهادی و مسئله مکان‌یابی هاب، از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید موازی چندهدفه[5] (MOPSA) استفاده می‌شود که برای اولین بار نمایش جواب پیوسته برای این مسئله ارائه می‌گردد. برای ارزیابی کارآیی و توانایی الگوریتم MOPSA پیشنهادی، جواب‌های پارتو مربوطه با خروجی الگوریتم‌های NSGA-II[6] و MOPSO[7] مقایسه می‌شود. در خاتمه، با توجه به شاخص‌های مختلف مقایسه‌ای، برتری الگوریتم پیشنهادی مشخص می‌گردد.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی چندهدفه، مکان‌یابی هاب، الگوریتم فراابتکاری، الگوریتم شبیه‌سازی تبرید چندهدفه.

۱- مقدمه

هاب‌ها تسهیلات ویژه‌ای هستند که در شبکه‌های توزیع، به‌عنوان واسطه‌های توزیع عمل می‌کنند. مسئله مکان‌یابی هاب عبارت است از: مکان‌یابی نقاط ترابری غیرمستقیم در یک شبکه توزیع و تخصیص نقاط مبدأ و مقصد هاب‌ها [۱]. در شبکه‌های هاب محصولات (اعم از مخابره اطلاعات، جابه‌جایی مسافر، حمل و نقل کالا، جمع‌آوری و توزیع مرسولات پستی و غیره) از چندین مبدأ به مقاصد متعددی ارسال شده و محصولات در هاب‌ها جمع‌آوری و طبقه‌بندی و توزیع می‌شوند. در شبکه‌های توزیع به‌جای ارتباط مستقیم بین هر جفت مبدأ و مقصد، جریان‌ها از یک مبدأ با مقاصد متفاوت در هاب‌ها جمع شده و با جریان‌هایی که دارای مقصد یکسان هستند و از مبدأهای دیگری رسیده‌اند، ترکیب و ارسال می‌گردند.

در حالت کلاسیک، مسئله مکان‌یابی هاب دارای سه فرض اساسی است که بسته به مورد بعضاً از سوی برخی از محققان نادیده نیز گرفته می‌شوند که موجب ارائه انواع خاص از مسائل هاب می‌شود.

در مورد ادبیات موضوع و تحقیقات پیشین باید یادآور شد که لابی[8] و همکاران[۲]مسأله مکان‌یابی هاب ظرفیت‌دار با تخصیص تکی را مطالعه کردند که هر هاب یک ظرفیت خاص از مواد را از خود عبور می‌داد. آنها از روش شاخه و کران برای حل مدل ارائه شده استفاده کردند.

ایبری[9] و همکاران[۳] مسئله مکان‌یابی هاب ظرفیت‌دار با

۱- استاد گروه مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، پست الکترونیکی: tavakoli@ut.ac.ir

۲*- کارشناس مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب، دانشکده مهندسی صنایع، نویسنده پاسخگو، پست‌الکترونیکی: pakzad.mohamad@yahoo.com، نشانی: تهران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب، دانشکده مهندسی صنایع.

۳- کارشناس مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد سمنان، گروه مهندسی صنایع، پست الکترونیکی: hamidrezagolhashem@yahoo.com

4- Hubs
5- Multi-Objective Parallel Simulated Annealing
6- Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II
7- Multi-Objective Particle Swarm Optimization
8- Labbe
9- Ebery

تخصیص چندگانه را در نظر گرفتند. مدل آنها مشابه مدل ارنست[1] و کریشنامورسی[2][۴] است که برای مسئله مکان‌یابی هاب میانه با تخصیص چندگانه و تعداد هاب مشخص و فقط در محدودیت تعداد هاب‌ها که باید مکان‌یابی شوند اختلاف داشتند.

بولاند[3] و همکاران[۵] خصوصیات جدیدی را برای هر دو نوع مسائل ظرفیت‌دار و بدون ظرفیت ارائه دادند که منجر به یافتن جواب‌های بهتر و زمان محاسباتی کمتر برای مدل‌های فوق شد. مارین[4][۶]مدل جدیدی را برای مسئله مکان‌یابی هاب ظرفیت‌دار با تخصیص چندگانه ارائه داد که با مدل ارائه شده توسط ایبری و همکاران[۳]مشابهاتی دارد. ساساکی[5] و فوکوشیما[6][۷] مدل جدیدی برای مسئله مکان‌یابی هاب تک توقفه با تخصیص چندگانه را ارائه دادند که در آن هاب‌ها و مسیرهای ارتباطی دارای محدودیت ظرفیت بودند. آنها مدل خود را با روش شاخه و حد حل کردند که در آن از روش آزادسازی لاگرانژ برای محاسبه حدود استفاده می‌شود.

کامارگو[7] و همکاران[۸] از الگوریتم دقیق بندرز برای حل مسئله مکان‌یابی هاب بدون ظرفیت و با تخصیص چندگانه استفاده کردند. کانتریراس[8] و همکاران[۹] از الگوریتم آزادسازی لاگرانژ برای رسیدن به جواب بهینه استفاده کردند.

ایکین[9][۱۰]مسئله مکان‌یابی هاب ظرفیت‌دار با هزینه‌های ثابت را مدل‌سازی کرد به‌گونه‌ای که هر هاب دارای یک ظرفیت بود و نقاط غیرهاب می‌توانستند با هم ارتباط مستقیم داشته باشند. او برای حل مسئله خود روش شاخه و حد را ارائه داد که حد پایین آن توسط الگوریتم آزادسازی لاگرانژ محاسبه می‌شد.

پیرکول[10] و اسچیلینگ[11][۱۱] یک روش آزادسازی لاگرانژ مؤثر را ارائه دادند که حدود بالا و پایین مناسب را در زمان محاسباتی کمتر به دست می‌آورد. ابدینورهیلم[12][۱۲]از روش شبیه‌سازی تبرید برای مسئله مکان‌یابی هاب میانه با تعداد هاب مشخص استفاده کرد، اگرچه که نسبت به الگوریتم مشابه ارنست[13] و کریشنامورسی[14][۴]جواب‌های با کیفیت پایین‌تر تولید می‌کرد.

در این تحقیق تمام فرض‌های مسئله در حالت کلاسیک پذیرفته شده و مدل قابل ارائه دارای تمام این فرض‌ها است. در این تحقیق، با توجه به شکاف موجود بین مسائل مکان‌یابی هاب و تئوری صف تصمیم گرفته شد که علاوه بر فرضیات پایه‌ای موجود در ادبیات موضوع، از مباحث تئوری صف نیز در مدل پیشنهادی استفاده شود. فرض‌های دیگری را که می‌توان به فرضیات کلاسیک اضافه کرد عبارت‌اند از:

- مکان نقاط مشخص و قطعی می‌باشد و تمام نقاط پتانسیل هاب شدن را دارند.
- تعداد هاب‌های مجاز جهت تأسیس در شبکه حمل و نقل یک مقدار مشخص است.
- جریان ورودی به هر هاب طی زمان مشخصی سرویس‌دهی شده و به مقصد مورد نظر ارسال می‌گردد. این زمان مستقل از نوع جریان است.
- در صورتی که نرخ ورودی جریان به هاب‌ها بیشتر از نرخ سرویس‌دهی باشد آنگاه جریان‌های ورودی تشکیل صف می‌دهند که این فرض زمان انتظار را به دنبال دارد.
- هر هاب به مقدار مشخصی می‌تواند جریان ورودی را تحمل کند که این فرض بحث ظرفیت محدود را مطرح می‌کند.
- ظرفیت مسیر بین نقاط نامحدود است.

اهداف مسئله به‌صورت زیر است:

- کمینه کردن کل هزینه حمل و نقل و استقرار هاب‌ها در شبکه هاب می‌باشد.
- کمینه کردن کل زمان انتظار جریان‌های ورودی به هاب‌ها در شبکه حمل و نقل.

هزینه شبکه هاب‌ها از دو جزء هزینه‌های ترانزیت (هزینه‌های مصرف انرژی، تسهیلات مورد نیاز و هزینه‌های فازهای سه‌گانه انتقال جریان در شبکه هاب و غیره) و هزینه‌های مرتبط با استقرار هاب تشکیل شده است. ساختار تابع هدف در مدل‌ها شامل دو نوع هزینه ثابت و متغیر است. همچنین زمان انتظار در شبکه حمل و نقل با مجموع زمان‌های انتظار صرف شده توسط جریان‌های ورودی به هاب‌ها جهت سرویس‌گیری و انتقال به مقاصد برابر است.

در ادامه این مقاله و در بخش ۲، با معرفی پارامترها و متغیرهای تصمیم‌گیری به مدل‌سازی مسئله پرداخته و سپس در بخش ۳، روش حل بر مبنای الگوریتم چندهدفه شبیه‌سازی تبرید موازی بیان می‌شود. در بخش ۴، با ارائه مثال‌هایی در ابعاد کوچک و بزرگ به اعتبارسنجی مدل توسعه داده شده، پرداخته و در بخش ۵، نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای تحقیقات آتی ارائه می‌شود.

1- Ernst
2- Krishnamoorthy
3- Boland
4- Marin
5- Sasaki
6- Fukushima
7- Camargo
8- Contreras
9- Aykin
10- Pirkul
11- Schilling
12- Abdinnour-Helm
13- Ernst
14- Krishnamoorthy

۲- شرح و مدل‌سازی مسأله

در این مقاله، ابتدا پارامترهای مربوط به مسئله هاب به‌صورت چندهدفه بیان شده و سپس مدل پیشنهادی ارائه می‌گردد.

۲-۱- اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم‌گیری مسئله

N: مجموعه نقاط تشکیل‌دهنده شبکه حمل و نقل

P:تعداد هاب‌های مجاز جهت تأسیس در شبکه هاب

W_{ij}:مقدار جریان بین iو j

C_{ij}:هزینه حمل و نقل واحد جریان بین i و j

F_k:هزینه ثابت استقرار هاب در نقطه k

r_k:شعاع پوششی هاب k

P_k:زمان سرویس‌دهی جهت آماده‌سازی جریان در هاب k

T_k:کل زمان صرف شده در هاب k

O_i:کل جریان نشأت گرفته از نقطه i

D_i:کل جریان رسیده به نقطهi

X_{ik}:برابر یک است هرگاه نقطه i به هاب k تخصیص داده شده باشد و در غیر این‌صورت برابر صفر است.

Y^i_{kl} : برابر است با مقدار جریانی که از نقطه i نشأت گرفته و از هاب‌های k و l به ترتیب عبور می‌کند.

$\alpha \in [0,1]$: فاکتور تخفیف هزینه حمل و نقل جریان بین دو هاب

$\delta \in [0,1]$: فاکتور تخفیف هزینه حمل و نقل جریان بین هاب و نقاط غیر هاب

M:عدد بزرگ

۲-۲- مدل‌سازی ریاضی مسأله

در این بخش کلیه نمادهای به‌کار رفته در مدل ریاضی (اعم از پارامترهای ورودی، اندیس‌ها و متغیرهای تصمیم) تشریح می‌شوند:

$$\text{Min}Z_1 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} \delta C_{ij}(O_i + D_i)X_{ik} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n} \alpha C_{kl}Y^i_{kl} + \sum_{k=1}^{n} F_k X_{kk} \tag{۱}$$

$$\text{Min}Z_2 = \sum_{k=1}^{n} \frac{P_k}{2}\left(\left[\sum_{i=1}^{n}(O_i + D_i)X_{ik}\right]^2 + \sum_{i=1}^{n}(O_i + D_i)X_{ik}\right) \tag{۲}$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ik} = 1;\ \forall i = \{1, \dots, n\} \tag{۳}$$

$$\sum_{k=1}^{n} X_{kk} = P \tag{۴}$$

$$C_{ik}X_{ik} \le r_k X_{kk}; i = \{1, \dots, n\}, k = \{1, \dots, n\} \tag{۵}$$

$$\sum_{l=1}^{n} Y^i_{kl} + \sum_{j=1}^{n} W_{ij}X_{jk} = O_i X_{ik} + \sum_{l=1}^{Yn} Y^i_{lk}\ ;\ i = \{1, \dots, n\}, k = \{1, \dots, n\} \tag{۶}$$

$$Y^i_{kl} \le M X_{kk}; i = \{1, \dots, n\}, k = \{1, \dots, n\}, l = \{1, \dots, n\} \tag{۷}$$

$$Y^i_{kl} \le M X_{ll}; i = \{1, \dots, n\}, k = \{1, \dots, n\}, l = \{1, \dots, n\} \tag{۸}$$

$$Y^i_{kl} \le M X_{ik}; i = \{1, \dots, n\}, k = \{1, \dots, n\}, l = \{1, \dots, n\} \tag{۹}$$

$$X_{ik} \in \{0,1\};\ i = \{1, \dots, n\}, k = \{1, \dots, n\} \tag{۱۰}$$

$$Y^i_{kl} \in \{0,1\}\ ;\ i = \{1, \dots, n\}, k = \{1, \dots, n\}, l = \{1, \dots, n\} \tag{۱۱}$$

هدف معادله (۱) کمینه‌کردن کل هزینه حمل و نقل در شبکه هاب و دارای دو جزء هزینه حمل و نقل و هزینه ثابت استقرار هاب‌ها است. تابع هدف (۲) کمینه کردن کل زمان انتظار در هاب‌ها را نشان می‌دهد. محدودیت (۳) بیان‌کننده فرض تخصیص تکی در مسئله مکان‌یابی هاب است و بیان می‌کند که هر نقطه غیرهاب فقط به یک هاب می‌تواند تخصیص پیدا کند. محدودیت (۴) تضمین می‌کند که تعداد هاب‌هایی که در شبکه استقرار می‌یابند برابر مقدار از پیش تعیین‌شده P است. محدودیت (۵) بیانگر شعاع پوشش هاب است به‌گونه‌ای که نقطه i زمانی می‌تواند به هاب k تخصیص یابد که هزینه حمل و نقل از i به k حداکثر برابر شعاع هاب k باشد. معادله (۶)، معادله تعادل است و تعادل جریان‌های ورودی و خروجی هاب k را تضمین می‌کند و توسط این معادله می‌توان مقادیر Y_{kl}^{i} را محاسبه کرد. محدودیت‌های (۷)، (۸) و (۹) تضمین می‌کنند که زمانی می‌تواند مقدار بگیرد که نقاط k و l هاب باشند و نقطه i به هاب k تخصیص داده شده باشد. محدودیت (۱۰)، صفر و یک بودن متغیر تصمیم را تضمین می‌کند. در نهایت محدودیت (۱۱) نامنفی بودن متغیر Y_{kl}^{i} را نتیجه می‌دهد.

۳- روش حل

با توجه به موارد ذکر شده در ادبیات موضوع و قسمت‌های قبلی جهت حل مسئله، الگوریتم جدید تبرید تدریجی [۱۳] چندهدفه موازی ترکیبی ارائه می‌شود که در زیر گام‌های آن شرح داده خواهد شد. نسخه اولیه الگوریتم توسط SA پایه‌گذاری شده است.

۳-۱- جواب اولیه جهت شروع الگوریتم تبرید تدریجی

ماهیت کار الگوریتم شبیه‌سازی تبرید تدریجی به‌گونه‌ای است که از یک جواب اولیه شدنی شروع شده و با جستجوی همسایگی سعی در یافتن نقاط با تابع هدف بهتر را دارد. در این حالت جستجو، جواب نهایی به شدت به جواب اولیه انتخابی بستگی دارد و در صورتی که جواب اولیه در مکان بدی از فضای جواب قرار داشته باشد ممکن است الگوریتم در فرار از آن نقطه و یافتن بهینه سراسری دچار مشکل شود. برای رفع این مشکل، در این تحقیق رویکرد جدیدی از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید ارائه می‌شود.

این رویکرد بدین‌گونه است که به‌جای استفاده از یک نقطه برای شروع، از چندین نقطه و به‌صورت موازی برای شروع الگوریتم استفاده می‌کند. این کار باعث تنوع در جستجوی اولیه و همچنین افزایش فضای جواب تحت جستجو می‌شود که این امر باعث کاهش تعداد تکرارهای لازم برای رسیدن به جواب‌های نزدیک بهینه می‌شود. بنابراین در بعضی موارد نیاز به زمان محاسباتی کمتری نیز هست.

۳-۲- جستجوی همسایگی

با توجه به موارد ذکر شده پیشین، یکی از شرایط مهم جهت بالا بردن کارآیی الگوریتم تبرید تدریجی، نحوه جستجوی همسایگی است. در ادبیات موضوع، روش‌های مختلفی جهت جستجوی همسایگی ارائه شده‌اند که هر یک به نحوی سعی در یافتن جواب‌های با کیفیت بهتر را دارد. در این تحقیق از دو روش مختلف جهت جستجوی همسایگی استفاده می‌شود که در ادامه به تفصیل شرح داده خواهند شد.

در روش جستجوی همسایگی به روش جهش، سعی در جستجوی همسایگی‌ها و یافتن جواب جدید به کمک عملگر جهش می‌باشد. با توجه به اینکه نمایش جواب پیشنهادی در این تحقیق دارای دو قسمت مجزای پیوسته (مربوط به نحوه تخصیص) و گسسته (مربوط به تعیین مکان هاب‌ها در ماتریس جواب) است و لزوم تغییر در هر دو قسمت، بنابراین از رویکردهای مستقل جهت اعمال جهش بر دو قسمت استفاده می‌شود. در ادامه رویکردهای مختلف جهش توضیح داده می‌شود.

۱- انتخاب دو نقطه به‌صورت تصادفی و تعویض مکان‌های آنها.

۰/۱۰	۰/۴۱	۰/۶۹	۰/۴۹	۰/۲۶	جواب اولیه
۰/۱۰	۰/۲۶	۰/۶۹	۰/۴۹	۰/۴۱	جواب جهش‌یافته

۲- انتخاب قسمتی از ماتریس جواب به‌صورت تصادفی و معکوس کردن مکان تک‌تک اعضا.

۰/۱۰	۰/۴۱	۰/۶۹	۰/۴۹	۰/۲۶	جواب اولیه
۰/۱۰	۰/۲۶	۰/۴۹	۰/۶۹	۰/۴۱	جواب جهش‌یافته

۳- انتخاب یک عضو از اعضای ماتریس جواب، سپس تولید یک عدد تصادفی بین صفر و یک و سپس جایگزینی آن با عضو انتخاب شده.

۰/۱۰	۰/۴۱	۰/۶۹	۰/۴۹	۰/۲۶	جواب اولیه

عدد تصادفی=۰/۶۵

۰/۱۰	۰/۶۵	۰/۴۹	۰/۶۹	۰/۴۱	جواب جهش‌یافته

الف) تقاطع تک نقطه‌ای

یک نقطه به‌طور تصادفی به‌عنوان نقطه تقاطع انتخاب می‌شود و جواب‌های تولید شده از این نقطه به دو بخش تقسیم شده و بخش دوم جواب‌ها با هم جابه‌جا می‌شود. (جدول ۱)

ب) تقاطع دونقطه‌ای

دو نقطه به‌طور تصادفی انتخاب شده و جواب هاب منتخب از این دو نقطه به سه بخش تقسیم می‌شوند. بخش میانی جواب‌های منتخب با هم جابه‌جا می‌شوند. (جدول ۲)

ج) تقاطع یکنواخت

یک ماتریس دودویی به نام ماتریس پوشش[1] ایجاد می‌شود که طول آن برابر با طول جواب‌های اصلی است. نقاطی از دو ماتریس نمایش جواب‌های منتخب که بیت متناظر آن در ماتریس پوشش، مقدار ۱ است، با هم تعویض می‌شوند. البته روش‌های دیگری نیز برای پیاده‌سازی این روش وجود دارد؛ مثلاً اینکه برای هر نقطه، یک عدد تصادفی در بازه[۱و۰]تولید شود و اگر این عدد کمتر از ۰/۵ بود، مقادیر بیت‌های مربوط به آن دو نقطه در ماتریس جواب‌های منتخب با هم جابه‌جا شوند. به تقاطع یکنواخت، تقاطع مکان محور[2] نیز اطلاق می‌شود. (جدول ۳)

در الگوریتم شبیه‌سازی تبرید تدریجی پیشنهاد شده در این پژوهش، یکی از روش‌های تقاطع به‌صورت تصادفی انتخاب شده و عملیات تقاطع بر روی درصدی از جواب‌های منتخب اعمال می‌شود. لازم به ذکر است که روش ذکر شده در بالا برای قسمت پیوسته نمایش جواب بوده است. بنابراین برای قسمت گسسته نمایش جواب از روش ذکر شده در عملگر جهش استفاده می‌شود.

همان‌طور که در روش جستجوی همسایگی به روش تقاطع ذکر شد، بایستی یک مجموعه از جفت جواب‌های منتخب را انتخاب کرده و آنها را با هم تقاطع دهیم. در ادامه به ذکر روش استفاده شده در این تحقیق جهت دست‌یابی به جواب‌های منتخب خواهیم پرداخت.

۳-۳- احتمال پذیرش جواب‌های جدید

همان‌گونه که در قسمت‌های قبلی ذکر شد، الگوریتم شبیه‌سازی تبرید با تولید یک جواب اولیه آغاز به کار می‌کند. سپس در هر مرحله جواب‌های جدید با حرکات تصادفی در همسایگی جواب فعلی تولید می‌شوند. اگر جواب جدید بهتر باشد، به‌عنوان نقطه جدید در فضای جستجو انتخاب می‌شود و اگر بهتر نباشد یک احتمال برای پذیرش آن در نظر گرفته می‌شود. احتمال پذیرش برای یک مسئله کمینه‌سازی به‌صورت رابطه $P = e^{-\Delta f / T}$ محاسبه می‌شود.

اگر فرض کنیم xجواب فعلی و yجواب جدید باشند، آنگاه $\Delta f = f(y)-f(x)$ که fمقدار تابع هدف در هر جواب است. Tنیز پارامتر دما است که به‌عنوان پارامتر کنترلی در الگوریتم شبیه‌سازی تبرید کار می‌کند. مقدار اولیه Tیک مقدار بزرگ است تا در مراحل اولیه، اجازه حرکت به هر همسایگی داده شود و الگوریتم در بهینه محلی گیر نیافتد. از رابطه (۱۲)، با توجه به دو هدفه بودن مسئله ارائه شده در این تحقیق نمی‌توان استفاده کرد. بنابراین از رابطه‌ای باید استفاده کرد که بتوان اختلاف را در هر دو تابع هدف به‌صورت همزمان محاسبه کرد. برای محاسبه اختلاف دو تابع هدف طبق رابطه (۱۲) داریم:

$$\Delta = \left| \frac{f_1(x)-f_1(y)}{f_1(x)} + \frac{f_2(x)-f_2(y)}{f_2(x)} \right| \tag{۱۲}$$

اکنون برای محاسبه احتمال پذیرش جواب‌های بهتر طبق رابطه $P = e^{-\Delta / T}$ عمل می‌شود.

۳-۴- برنامه سرد کردن

برنامه سرد کردن شامل پارامترهایی است که نحوه سرد کردن الگوریتم را مشخص می‌کند. همگرایی الگوریتم شبیه‌سازی تبرید به جواب بهینه، بسیار وابسته به انتخاب مناسب این پارامترها است. این پارامترها عبارت‌اند از: دمای آغازین (T_0)، دمای پایانی (T_f)، ضریب کاهش درجه حرارت (α).پس از سپری شدن تعداد تکرار تعیین شده در هر دما، دما باید کاهش یابد. این کار به این دلیل است که هر چه الگوریتم به پیش می‌رود باید احتمال پذیرش جواب بدتر کاهش یابد چون الگوریتم در حال پیشروی به سمت یافتن جواب بهینه است. کاهش دما با استفاده از $T_{n+1}=\alpha\times T_n$انجام می‌گیرد.

۳-۵- شرط توقف الگوریتم پیشنهادی

در اکثر الگوریتم‌های شبیه‌سازی تبرید تدریجی، بعد از رسیدن به چند تکرار از پیش تعیین شده، الگوریتم متوقف می‌شود. در این پژوهش، تعداد فراخوانده شدن تابع هدف ملاک توقف الگوریتم است. بدین معنی که پس از جستجوی یک تعداد نقاط از پیش تعیین شده در فضای جواب، الگوریتم متوقف می‌شود. در این حالت، زمان صرف شده توسط الگوریتم‌های‌مختلف را می‌توان یکسان فرض کرد و کارآیی آنها را طبق شاخص‌هایی جز زمان سنجید.

1-Mask Matrix
2-Position-based Crossover

جدول (۱): تقاطع تک نقطه ای

جواب منتخب اول	۰/۲۳	۰/۹۸	۰/۰۳	۰/۵۶	۰/۷۲	۰/۱۰	۰/۴۱	۰/۶۹	۰/۴۹	۰/۲۶
جواب منتخب دوم	۰/۵۳	۰/۲۱	۰/۴۳	۰/۱۶	۰.۲۷	۰.۶۸	۰/۳۰	۰/۸۹	۰/۹۷	۰/۰۶
نقطه انفصال جواب‌های منتخب										
جواب جدید اول	۰/۲۳	۰/۹۸	۰/۰۳	۰/۵۶	۰/۷۲	۰.۶۸	۰/۳۰	۰/۸۹	۰/۹۷	۰/۰۶
جواب جدید دوم	۰/۵۳	۰/۲۱	۰/۴۳	۰/۱۶	۰.۲۷	۰/۱۰	۰/۴۱	۰/۶۹	۰/۴۹	۰/۲۶

جدول (۲):تقاطع دو نقطه ای

جواب منتخب اول	۰/۲۳	۰/۹۸	۰/۰۳	۰/۵۶	۰/۷۲	۰/۱۰	۰/۴۱	۰/۶۹	۰/۴۹	۰/۲۶
جواب منتخب دوم	۰/۵۳	۰/۲۱	۰/۴۳	۰/۱۶	۰.۲۷	۰.۶۸	۰/۳۰	۰/۸۹	۰/۹۷	۰/۰۶
نقاط انفصال جواب‌های منتخب										
جواب جدید اول	۰/۲۳	۰/۹۸	۰/۰۳	۰/۱۶	۰.۲۷	۰.۶۸	۰/۳۰	۰/۶۹	۰/۴۹	۰/۲۶
جواب جدید دوم	۰/۵۳	۰/۲۱	۰/۴۳	۰/۵۶	۰/۷۲	۰/۱۰	۰/۴۱	۰/۸۹	۰/۹۷	۰/۰۶

جدول (۳): تقاطع یکنواخت

جواب منتخب اول	۰/۲۳	۰/۹۸	۰/۰۳	۰/۵۶	۰/۷۲	۰/۱۰	۰/۴۱	۰/۶۹	۰/۴۹	۰/۲۶
ماتریس پوشش	۱	۰	۰	۱	۱	۰	۱	۰	۰	۱
جواب منتخب دوم	۰/۵۳	۰/۲۱	۰/۴۳	۰/۱۶	۰.۲۷	۰.۶۸	۰/۳۰	۰/۸۹	۰/۹۷	۰/۰۶
جواب جدید اول	۰/۵۳	۰/۹۸	۰/۰۳	۰/۱۶	۰.۲۷	۰/۱۰	۰/۳۰	۰/۶۹	۰/۴۹	۰/۰۶
جواب جدید دوم	۰/۲۳	۰/۲۱	۰/۴۳	۰/۵۶	۰/۷۲	۰.۶۸	۰/۴۱	۰/۸۹	۰/۹۷	۰/۲۶

۴-۱- تنظیم پارامترهای الگوریتم

جهت تنظیم‌کردن پارامترهای الگوریتم پیشنهادی در این تحقیق از روش سطح پاسخ استفاده شده است. نتایج مربوط به روش سطح پاسخ[1] (RSM) به‌صورت جدول (۳) ارائه شده است به‌گونه‌ای که ستون S مربوط به مسائل اندازه کوچک و ستون L برای مسائل اندازه بزرگ می‌باشد.

پارامترهای الگوریتم NSGA-II نیز به‌صورت زیر تنظیم شده‌اند:

- تعداد جمعیت اولیه به ترتیب برابر ۲۰۰ و ۳۰۰ برای مسائل با اندازه کوچک و بالا می‌باشد.
- نرخ جهش و تقاطع به ترتیب برابر ۰.۲ و ۰.۸ در نظر گرفته می‌شود.
- شرط توقف الگوریتم به ترتیب برابر تعداد NFC 30 هزار و ۱۰۰ هزار برای مسائل با اندازه کوچک و بالا می‌باشد.

پارامترهایMOPSO به‌صورت جدول (۴) برای مسائل با اندازه کوچک و بزرگ می‌باشد، اندازه آرشیو برابر ۲۰۰ است.

۴-۲- معیارهای مقایسه

جهت مقایسه الگوریتم‌ها از شاخص‌های مختلفی استفاده می‌شود که در این قسمت به شرح مختصری از آنها می‌پردازیم.

1-Response Surface Methodology

الف) شاخص کیفیت[1] (QM):شاخص کیفیت بدین‌گونه است که کلیه جواب‌های پارتو به دست آمده توسط هر یک از الگوریتم‌ها را با هم در نظر گرفته، سپس عملیات ناچیرگی را برای کلیه جواب‌ها انجام می‌دهیم. در نهایت، کیفیت هر الگوریتم برابر است با سهم جواب‌های پارتوی جدید مختص به آن الگوریتم. کیفیت بالاتر به منزله بهتر بودن الگوریتم می‌باشد.

ب) فاصله از نقطه ایده آل[2] (MID):مقدار این شاخص برابر با فاصله نقاط پارتو الگوریتم مورد بررسی از نقطه ایده‌آل است. در این مقاله با توجه به توابع هدف که هر دو کمینه‌سازی است، آنگاه نقطه ایده‌آل را برابر کمینه هر یک از توابع هدف در تمام الگوریتم‌ها، در نظر می‌گیریم. شاخص MID را می‌توان توسط رابطه (۱۳) محاسبه کرد.

$$MID = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\left(\frac{f_{1i}-f_1^{best}}{f_{1,total}^{max}-f_{1,total}^{min}}\right)^2+\left(\frac{f_{2i}-f_2^{best}}{f_{2,total}^{max}-f_{2,total}^{min}}\right)^2}}{n} \qquad (۱۳)$$

که در آن n برابر تعداد نقاط پارتو و همچنین $f_{i,total}^{max}$ و $f_{i,total}^{min}$، به ترتیب با بیشینه و کمینه‌ترین مقدار توابع هدف در میان تمام توابع هدف الگوریتم‌های مورد مقایسه برابرند. در فرمول بالا مختصات نقطه ایده‌آل با (f_1^{best}, f_2^{best})برابر است. پایین بودنMID به منزله بهتر بودن الگوریتم می‌باشد.

ج) شاخص گوناگونی[3] (DM):این شاخص وسعت جواب‌های پارتو یک الگوریتم را نشان می‌دهد و توسط رابطه (۱۴) می‌توان آن را محاسبه کرد. هرچه شاخصDM بیشتر باشد، الگوریتم بهتر است.

$$DM = \sqrt{\left(\frac{max f_{i1} - min f_{1i}}{f_{1\,total}^{max} - f_{1\,total}^{min}}\right)^2 + \left(\frac{max f_{2i} - min f_{2i}}{f_{2\,total}^{max} - f_{2\,total}^{min}}\right)^2} \qquad (۱۴)$$

د) شاخص فاصله[4] (SM): این شاخص یکنواختی توزیع جواب‌های پارتو در فضای حل را نشان می‌دهد، نحوه محاسبه این شاخص مطابق رابطه (۱۵) می‌باشد.

$$SM = \frac{\sum_{i=1}^{n-1}|\bar{d}-d_i|}{(n-1)} \qquad (۱۵)$$

که در آن d_i با فاصله اقلیدسی بین دو جواب پارتو کناری در فضای حل برابر است. همچنین $\bar{d}$ نیز برابرمیانگین فواصل d_iها می‌باشد. هر چه شاخصSMکمتر باشد، الگوریتم بهتر است.

۴-۳- نتایج حل مثال‌های تشریحی

جهت مقایسه کارآیی الگوریتم پیشنهادی شبیه‌سازی تبرید پیشنهادی، تمامی ۶۷ کلاس داده‌های ایجاد شده را توسط هر سه الگوریتم اجرا کرده و توسط چهار شاخص ذکرشده در بخش قبل آنها را با هم مقایسه می‌کنیم. نتایج عددی حل مطابق جداول (۵) تا (۸) است. جداول (۵) و (۶) برای مسائل با اندازه کوچک، و جداول (۷) و (۸) به ترتیب برای مسائل با اندازه ۵۰ و ۱۰۰ می‌باشند.

در تمام جدول‌ها مشاهده می‌شود که الگوریتم پیشنهادی نسبت به دو الگوریتم دیگر از نتایج بهتری برخوردار است. در تمام مسائل نمونه، شاخص کیفیت (QM) مربوط به الگوریتم پیشنهادی نسبت به دو الگوریتم دیگر بیشتر است. همچنین در اکثر موارد، شاخص‌های گوناگونی (DM) و فاصله (SM) مربوط به الگوریتم پیشنهادی بیشتر از دو الگوریتم دیگر است.

علاوه بر شاخص‌های فوق، در تمام مسائل نمونه، شاخص فاصله از نقطه ایده‌آل مربوط به الگوریتم پیشنهادی کمتر از دو الگوریتم دیگر می‌باشد. با توجه به مطالب بالا، می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم شبیه‌سازی تبرید تدریجی پیشنهادی، نسبت به دو الگوریتم دیگر دارای کارآیی و عملکرد بهتری می‌باشد.

جدول (۳): پارامترهای تنظیم شده الگوریتم

Factors	Optimal real value	
	S	***L***
T_0	10	13
α	0.84	0.91
nMove	10	16
nPop	5	6
pCrossover	0.5	0.7
β	1.8	2

1- Quality Metric
2- Mean Ideal Distance
3- Diversification Metric
4- Spacing Metric

جدول (۴): پارامترهای تنظیم شده در الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات

	Problem size									
	S	*L*	*S*	*L*	*S*	*L*	*S*	*L*	*S*	*L*
Factor			c_1		c_2		*PopSize*		*MaxItr*	
Tuned Value	0.62	0.84	1.2	1.4	1.5	1.8	50	120	200	500

جدول (۵): نتایج حل عددی برای مسائل نمونه با اندازه‌های کوچک

Problem No.	**Quality Metric (QM)**			**Spacing Metric (SM)**		
	NSGA-II	**MOPSO**	**MOPSA**	**NSGA-II**	**MOPSO**	**MOPSA**
10	0.235	0	0/765	0.827	0/625	0/741
10	0.105	0	0.895	0.661	0.495	0.778
15	0.250	0	0.750	0.791	0.788	0.920
15	0	0	1	0.693	0.785	0.868
15	0	0	1	0.571	1.092	0.634
20	0	0	1	1.184	0.999	0.881
20	0.235	0	0.765	0.778	1.257	0.973
20	0.434	0	0.565	0.560	1.036	0.874

Problem No.	**Diversity Metric (DM)**			**Mean Ideal Distance (MID)**		
	NSGA-II	**MOPSO**	**MOPSA**	**NSGA-II**	**MOPSO**	**MOPSA**
10	1.397	0.996	1.574	0.633	0.632	0.518
10	1.102	1.067	1.414	0.704	0.597	0.581
15	0.652	0.208	1.414	0.873	0.608	0.242
15	0.404	1.125	0.664	0.712	0.872	0.348
15	0.203	1.232	0.444	0.339	0.708	0.230
20	1.323	1.270	1.087	0.776	0.696	0.523
20	0.714	1.268	0.896	0.440	0.674	0.399
20	0.958	1.029	1.169	0.518	0.845	0.538

جدول (۶): نتایج شاخص‌های گوناگونی و فاصله از نقطه ایده‌آل برای مسائل نمونه با اندازه‌های کوچک

Problem No.	**Diversity Metric (DM)**			**Mean Ideal Distance (MID)**		
	NSGA-II	**MOPSO**	**MOPSA**	**NSGA-II**	**MOPSO**	**MOPSA**
15	0.404	1.125	0.664	0.712	0.872	0.348
15	0.203	1.232	0.444	0.339	0.708	0.230
20	0.958	1.029	1.169	0.518	0.845	0.538
20	1.063	1.075	1.161	0.575	0.751	0.621
25	1.105	0.775	1.314	0.536	0.577	0.511
25	0.559	0.911	1.414	0.482	0.576	0.287
30	1.103	0.860	1.478	0.781	0.846	0.500
30	0.484	1.021	1.010	0.297	0.481	0.379
30	0.733	1.267	0.947	0.479	0.646	0.276
30	0.699	0.696	1.184	0.579	0.860	0.554

جدول (۷): نتایج حل عددی برای اندازه ۵۰ و تعداد هاب‌های مختلف

Problem No.	**Quality Metric (QM)**			**Spacing Metric (SM)**		
	NSGA-II	**MOPSO**	**MOPSA**	**NSGA-II**	**MOPSO**	**MOPSA**
50	0.434	0.086	0.478	1.339	1.461	1.479
50	0.105	0	0.895	1.342	1.181	1.292
50	0.238	0	0.762	1.465	1.548	1.466
50	0	0	1	1.076	1.346	0.764
50	0	0	1	1.042	1.249	1.446
50	0	0	1	1.469	1.212	0.893
50	0	0	1	0.753	1.202	1.432
50	0	0.107	0.892	1.127	1.043	0.795
50	0.160	0	0.840	0.952	0.998	0.863
50	0	0	1	1.001	1.020	1.033

Problem No.	Diversity Metric (DM)			Mean Ideal Distance (MID)		
	NSGA-II	MOPSO	MOPSA	NSGA-II	MOPSO	MOPSA
50	0.722	1.289	1.340	0.641	0.731	0.658
50	0.633	0.826	1.145	0.526	0.679	0.492
50	1.342	1.084	1.175	0.603	0.601	0.443
50	0.799	1.266	0.920	0.554	0.715	0.482
50	0.443	0.985	1.388	0.490	0.517	0.383
50	1.137	1.174	0.752	0.457	0.608	0.281
50	0.875	0.961	1.155	0.504	0.734	0.369
50	1.077	0.500	1.232	0.702	0.526	0.373
50	0.904	1.222	1.414	0.585	0.668	0.640
50	0.918	0.887	1.112	0.680	0.551	0.230

جدول (۸): نتایج حل عددی برای اندازه ۱۰۰ و تعداد هاب‌های مختلف

Problem No.	Quality Metric (QM)			Spacing Metric (SM)		
	NSGA-II	MOPSO	MOPSA	NSGA-II	MOPSO	MOPSA
100	0	0	1	0.468	1.231	653.
100	0.5	0	0.5	1.037	0.509	1.364
100	0	0	1	0.013	0.199	1.177
100	0	0.250	0.750	0.499	0.298	0.568
100	0.333	0.0833	0.583	0.659	0.823	1.044
100	0	0	1	1.704	0.285	0.547
100	0	0	1	0.892	1.487	0.454
100	0	0	1	1.035	0.841	0.963
100	0	0	1	0.7051	1.000	0.580
100	0	0	1	1.069	0.062	0.711
100	0	0	1	0.633	0.968	0.392
100	0	0	1	1.240	0.357	1.028
100	0	0	1	0.911	0.861	1.355
100	0	0	1	0.628	1.076	1.114
100	0	0	1	1.105	0.901	0.765
100	0	0	1	0.977	1.106	1.036

Problem No.	Diversity Metric (DM)			Mean Ideal Distance (MID)		
	NSGA-II	MOPSO	MOPSA	NSGA-II	MOPSO	MOPSA
100	0.231	0.649	0.656	0.832	1.349	0.243
100	1.039	0.512	1.080	0.449	0.749	0.440
100	1.042	0.422	1.164	0.798	0.852	0.099
100	0.869	1.290	0.834	0.727	0.761	0.397
100	0.442	1.042	1.016	0.310	0.364	0.230
100	1.174	0.255	0.367	0.673	0.606	0.147
100	0.187	1.100	0.562	0.394	0.872	0.027
100	1.131	0.855	0.955	0.653	0.590	0.275
100	0.289	1.146	0.680	0.467	0.830	0.275
100	1.047	0.232	1.191	0.590	0.207	0.340
100	0.585	0.958	0.657	0.571	0.880	0.175
100	1.058	0.724	0.895	0.624	0.523	0.218
100	1.211	0.559	1.121	0.692	0.734	0.482
100	0.871	0.760	1.156	0.963	0.794	0.392
100	0.660	1.064	0.891	0.758	0.916	0.179
100	0.447	1.187	0.943	0.815	0.765	0.280

در جدول (۶) نتایج هر چهار شاخص را برای مسائل با اندازه کوچک و تعداد هاب‌های مختلف را مشاهده می‌کنید. نتایج عددی شاخص‌های مقایسه برای اندازه‌های ۵۰ و ۱۰۰ نیز به ترتیب در جداول (۷) و (۸) آمده است، به‌گونه‌ای که می‌توان مشاهده کرد الگوریتم پیشنهادی در اندازه‌های بالاتر از کارآیی خیلی بهتری نسبت به دو الگوریتم دیگر، در اندازه‌های کوچک‌تر برخوردار است. پس می‌توان نتیجه گرفت که علاوه بر اندازه‌های کوچک، در اندازه‌های بالاتر نیز، الگوریتم شبیه‌سازی تبرید تدریجی پیشنهادی، می‌تواند یک انتخاب مناسب جهت حل مسائل مکان‌یابی هاب باشد.

با توجه به این موضوع که در مسائل مکان‌یابی هاب، هنگامی که اندازه مسائل بیشتر از ۲۰ می‌شود، آنگاه مسائل

وارد فاز مسائل سخت می‌شوند و الگوریتم‌های بهینه‌سازی مسائل ریاضی قادر به حل آنها نیستند. بنابراین باید از الگوریتم‌های فراابتکاری با کارآیی بالا استفاده کرد. شایان ذکر است که الگوریتم پیشنهادی در این تحقیق می‌تواند جزء یکی از الگوریتم‌های فراابتکاری کارآمد جهت حل مسائل مکان‌یابی هاب باشد.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، مسئله مکان‌یابی هاب پوششی چندهدفه با تعداد هاب مشخص مورد بررسی قرار گرفت. در ادامه و به دنبال لحاظ کردن تابع هدف دوم مبنی بر کمینه کردن زمان انتظار جریان‌های ورودی در هاب‌ها، توانستیم محدودیت ظرفیت را که یکی از محدودیت‌های سخت است را از مدل حذف کنیم. با توجه به سخت بودن مسائل هاب الگوریتم‌های فراابتکاری جهت حل مدل ارائه شده در نظر گرفته شدند. با مطالعه ادبیات موضوع، تصمیم گرفته شد که از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید تدریجی چندهدفه استفاده کرد. به‌منظور بالا بردن کارآیی الگوریتم شبیه‌سازی تبرید کلاسیک سعی شد که در ساختار الگوریتم تغییراتی صورت گیرد تا توانایی الگوریتم را در یافتن جواب‌های پارتو با کیفیت بهتر، افزایش دهد. در این مقاله هم‌چنین برای اولین بار، از نمایش جواب پیوسته در مسائل مکان‌یابی هاب استفاده شد که همین امر باعث کاهش زمان حل و افزایش کارآیی الگوریتم شد.

برای ارزیابی کارآیی الگوریتم پیشنهادی، جواب‌های پارتو به دست آمده از الگوریتم پیشنهادی با جواب‌های پارتو به دست آمده از الگوریتم‌های NSGA-II وMOPSO در چهار شاخص کیفیت، فاصله از نقطه ایده‌آل، شاخص فاصله و گوناگونی، با هم مقایسه و مشاهده شد که در دو شاخص کیفیت و فاصله از نقطه ایده‌آل، الگوریتم پیشنهادی کاملاً برتر و در دو شاخص فاصله و گوناگونی، الگوریتم پیشنهادی، بیشتر از ۹۰ درصد موارد نتایج بهتری را ارائه داده است. پیشنهادهایی که می‌توان برای تحقیقات آتی مد نظر قرار داد، به شرح زیر می‌باشد:

- می‌توان داده‌های قطعی مسئله مانند مقدار جریان و هزینه را به‌صورت احتمالی در نظر گرفت.
- می‌توان مسئله پوششی هاب را به‌صورت پویا و برای دوره‌های زمانی مختلف فرمول‌بندی کرد.

۶- منابع

[1] Alumar, S., Kara, B.Y., "***Network hub location problems: The state of the art***", European Journal of Operational Research, Vol. 190, pp. 1–21, 2008.

[2] Labbe´, M., Yaman, H., Gourdin, E., "***A branch and cut algorithm for the hub location problems with single assignment***", Mathematical Programming, Vol. 102, pp. 371–405, 2005.

[3] Ebery, J., Krishnamoorthy, M., Ernst, A., Boland, N., "***The capacitated multiple allocation hub location problem: Formulations and algorithms***", European Journal of Operational Research, Vol. 120, pp. 614–631, 2000.

[4] Ernst, A.T., Krishnamoorthy, M., "***Solution algorithms for the capacitated single allocation hub location problem***", Annals of Operations Research, Vol. 86, pp. 141–159, 1999.

[5] Boland, N., Krishnamoorthy, M., Ernst, A.T., Ebery, J., "***Preprocessing and cutting for multiple allocation hub location problems***", European Journal of Operational Research, Vol. 155, pp. 638–653, 2004.

[6] Marin, A., "***Formulating and solving splittable capacitated multiple allocation hub location problems***", Operations and Research, Vol. 32, pp. 3093–3109, 2005.

[7] Sasaki, M., Fukushima, M., "***On the hub-and-spoke model with arc capacity constraints***", Journal of the Operations Research Society of Japan , Vol. 46, pp. 409–428, 2003.

[8] Camargo, R., S., Miranda, G., Luna, H.P., "***Benders decomposition for the uncapacitated multiple allocation hub location problem***", Computers and Operations Research, Vol. 35, pp. 1047 – 1064, 2008.

[9] Contreras, I., Díaz, J., Fernández, E., "***Lagrangean relaxation for the capacitated hub location problem with single assignment***", OR Spectrum, Vol. 31, pp. 483–505, 2009.

[10] Aykin, T., "***Networking policies for hub-and-spoke systems with application to the air transportation system***", Transportation Science, Vol. 29, pp. 201–221, 1995.

[11] Pirkul, H., Schilling, D.A., "***An efficient procedure for designing single allocation hub and spoke systems***", Management Science, Vol. 44, pp. 235–242, 1998.

[12] Abdinnour-Helm, S.,"***Using simulated annealing to solve the p-hub median problem***", International Journal of Physical Distribution & Logistics Management, Vol. 31, pp. 203–220, 2001.

[13] Kirkpatrick, S., Gelatt C.D., Vecchi, M.P., "***Optimization by simulated annealing***", Science, Vol. 220, pp. 671–680, 1983.