ارائه یک مدل دوسطحی برای مکان‌یابی رقابتی تسهیلات با وجود عکس‌العمل رقبای موجود در بازار با استفاده از مفهوم تعامل

میلاد قنبری[1*]، شهرام آریافر[2]، محمدعلی یعقوبی[3]
دانشگاه شهید باهنر کرمان

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۱/۳۰
تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۰۳/۱۰

چکیده

مسئله مکان‌یابی زمانی رقابتی نامیده می‌شود که در آن از قبل رقبایی در محیط مستقر شده و برای کسب سهم قابل توجه از بازار با تسهیلات جدید و موجود به رقابت بپردازند. به بیان دیگر در مسئله مکان‌یابی رقابتی، انحصاری که در مدل‌های سنتی مکان‌یابی مطرح می‌شود، وجود ندارد. در چنین شرایطی تسهیلات موجود در بازار می‌توانند به استقرار تسهیلات جدید عکس‌العمل نشان دهند. برای مدل‌سازی رفتار مشتریان برای انتخاب تسهیلات در این‌گونه از مسائل از مدل گرانشی هاف استفاده می‌شود که در آن احتمال انتخاب یک تسهیل توسط مشتری رابطه مستقیم با میزان کیفیت تسهیل و رابطه عکس با فاصله بین تسهیل و مشتری وجود دارد. در این مقاله، مسئله به‌صورت یک مدل برنامه‌ریزی دوسطحی فرموله‌بندی شده، از طریق روش جدیدی برای حل مسئله بر اساس تعامل بین رقبا ارائه می‌شود که علاوه بر حداقل‌سازی مطلوبیت رقبا، حداقل مطلوبیت مشتریان را نیز در نظر می‌گیرد که قبلاً در ادبیات موضوع در نظر گرفته نشده است. برای نشان دادن اعتبارسنجی مدل و روش حل ارائه شده، مثالی از ادبیات موضوع به تشریح حل می‌شود و نتایج مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد.

واژه‌های کلیدی: مکان‌یابی رقابتی تسهیلات، برنامه‌ریزی دوسطحی، جواب کارا، عکس‌العمل تسهیلات.

۱- مقدمه

مسئله مکان‌یابی رقابتی از جهات گوناگون به مسئله مکان‌یابی میانه و مرکز شباهت دارد. در این دو مسئله هدف کمینه کردن هزینه‌های مشتریان است. در مسائل مکان‌یابی مرکز و میانه هیچ تسهیلی از قبل در محیط وجود ندارد و تسهیلات موجود به‌صورت هم‌زمان وارد محیط می‌شوند. البته در حالت خاص می‌توان با فرض وجود تسهیلاتی از قبل در محیط به مدل‌سازی و حل مسئله پرداخت. در اکثر مدل‌های مکان‌یابی سنتی، فرض بر این است که مشتریان از نزدیک‌ترین وسیله به خود استفاده می‌کنند، فرضی که در بیشتر مطالعات انجام شده بر روی مسئله مکان‌یابی رقابتی نیز مورد استفاده قرار گرفته است. تفاوت اصلی در نظر گرفته شده در مدل‌های مکان‌یابی رقابتی با مدل‌های سنتی مکان‌یابی در این است که انتخاب یک تسهیل توسط مشتریان علاوه بر فاصله بین تسهیل و مشتری به میزان جذابیت آن تسهیل برای مشتری نیز بستگی دارد.

اولین مطالعه در زمینه مکان‌یابی رقابتی در سال ۱۹۲۹ توسط هاتلینگ[4] انجام پذیرفت[۱]. هاتلینگ در این مطالعه به بررسی و تعیین مکان بهینه برای دو تسهیل (دو بستنی فروش) بر روی یک محیط رقابتی خطی (مانند یک خیابان اصلی) پرداخته است. در بررسی صورت گرفته، میزان جذابیت هر دو تسهیل برای مشتریان یکسان در نظر گرفته

۱*- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شهید باهنر کرمان، نویسنده پاسخگو، پست‌الکترونیکی: milano_ghanbari@yahoo.com ، نشانی: کرمان، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شهید باهنر، بخش مهندسی صنایع
۲- استادیار بخش مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شهید باهنر کرمان، پست‌الکترونیکی: aria@uk.ac.ir
۳- استادیار گروه ریاضی و کامپیوتر دانشگاه شهید باهنر کرمان، پست‌الکترونیکی: yaghoobi@uk.ac.ir

4- Hotelling

شده و در ضمن قدرت خرید مشتریان در طول این محیط رقابتی خطی از توزیع یکنواخت پیروی می‌کند و مشتریان نزدیک‌ترین تسهیل به خود را انتخاب خواهند کرد.

مسائل مکان‌یابی را می‌توان از جهات مختلف و بر اساس ویژگی‌های گوناگون دسته‌بندی کرد. برخی از این دسته‌بندی‌ها همانند دسته‌بندی‌های مرسوم در مسائل مکان‌یابی است. به‌طور مثال دسته‌بندی بر اساس فضای جواب که منجر به مسائل مکان‌یابی رقابتی روی صفحه، شبکه یا در حالت گسسته می‌شود. اما مفاهیم خاصی هستند که با مطرح شدن بحث رقابت پدیدار می‌شوند. یکی از این موارد میزان مطلوبیت مشتریان است. بر اساس نوع تابع مطلوبیت می‌توان مسائل مکان‌یابی رقابتی را به دو دسته کلی مسائل با مدل‌های مطلوبیت قطعی و مسائل با مدل‌های مطلوبیت تصادفی، تقسیم‌بندی کرد. در هر دو نوع دسته‌بندی، میزان مطلوبیت یک تسهیل برای مشتریان به‌وسیله تابعی از ویژگی‌های آن تسهیل تعیین می‌شود[۲].

۱-۱- مسائل مکان‌یابی رقابتی با استفاده از مدل‌های مطلوبیت قطعی

در مدل‌های مطلوبیت قطعی، مشتریان نیاز خود را فقط از طریق تسهیلی که بیشترین میزان مطلوبیت را برایشان دارد تأمین می‌کنند.

مفروضات اصلی در نظر گرفته شده برای مدل‌های مطلوبیت قطعی به شرح زیر است:

- ✓ رقبای موجود در مکان‌های خود ثابت هستند و میزان جذابیت آنها مشخص است.
- ✓ مشتریان نیاز خود را فقط از طریق تسهیلی که بیشترین میزان مطلوبیت را برایشان دارد تأمین می‌کنند.

بررسی‌های بسیاری با استفاده از مدل‌سازی با مدل‌های مطلوبیت قطعی انجام شده است. از جمله برجسته‌ترین کارهای انجام شده می‌توان به مقالهٔ درزنر[1] [۳] و پلاستریا[2] و دیگران [۴] اشاره کرد. در هر دو مورد محققان به بررسی مکان‌یابی تک تسهیلاتی پرداخته‌اند. درزنر توجه خود را تعیین مکان بهینه تسهیلات جدید معطوف کرده است، این در حالی است که پلاستریا علاوه بر مکان بهینه، میزان جذابیت تسهیلات جدید را نیز مورد توجه قرار داده است.

۱-۲- مسائل مکان‌یابی رقابتی با استفاده از مدل‌های مطلوبیت تصادفی

در مدل‌های مطلوبیت تصادفی، مشتری هر یک از تسهیلات را با یک احتمال مشخص انتخاب می‌کند. طیف وسیعی از مسائل مکان‌یابی رقابتی با مدل مطلوبیت تصادفی بر اساس مدل گرانشی هاف، مدل‌سازی می‌شوند [۵]. مدل هاف[3] بر اساس این فرض منطقی پایه‌ریزی شده است که احتمال انتخاب شدن یک تسهیل از بین تعدادی گزینه آلترناتیو توسط یک مشتری، بستگی به میزان مطلوبیت هر یک از گزینه‌ها را برای او دارد. رفتار انتخاب‌گرایانه مشتری می‌تواند به‌عنوان یک احتمال مورد بررسی قرار بگیرد در نتیجه می‌توان گفت که تقریباً غیرممکن است یک مشتری منحصراً یک گزینه را از بین گزینه‌های مختلف انتخاب کند. با توجه به اینکه هاف مدل پیشنهادی خود را در حوزه مسائل اقتصادی و تعیین تابع مطلوبیت برای مراکز خرید تعریف کرده بود، بنابراین تابع مطلوبیت را بر اساس نسبت فاصله بین مراکز تا مشتریان و مساحت مراکز برحسب فوت مربع تعریف کرد. هاف فقط یک ویژگی (مساحت تسهیلات) را به‌عنوان عامل مؤثر در انتخاب تسهیلات در نظر گرفت، حال آنکه در مسائل دنیای واقعی عوامل گوناگونی علاوه بر مساحت ممکن است در تعیین میزان جذابیت تسهیلات تأثیر داشته باشد. بسیاری از مطالعات انجام شده، به‌منظور در نظر گرفتن عوامل مؤثر گوناگون در میزان جذابیت تسهیلات، از مدل ناکانیشی[4] و کوپر به اسم MCI استفاده کرده‌اند[۶]. ناکانیشی و کوپر مدل خود را بر اساس مدل هاف بنا نهادند. مدل MCI با در نظر گرفتن عوامل گوناگون تأثیرگذار بر روی میزان جذابیت، مدل اولیه هاف را توسعه داده است. آچابال[5] و دیگران برای اولین بار به مدل‌سازی مسئله مکان‌یابی رقابتی با استفاده از مدل MCI پرداختند[۷]. مطالعهٔ انجام شده به تعیین مکان بهینهٔ چند تسهیلاتی در یک محیط گسسته برای تعدادی وسیله جدید در فضایی که از قبل تعدادی تسهیل در آن وجود دارد می‌پردازد. درزنر و درزنر دو بررسی در زمینهٔ مکان‌یابی رقابتی انجام دادند. تفاوت این دو بررسی در این است که در مورد اول به مکان‌یابی چند تسهیلاتی و در مورد دوم به مکان‌یابی تک تسهیلاتی پرداختند [۸].

1- Drezner
2- Plastria
3- Huff
4- Nakanishi
5- Achabal

درزنر و درزنر در مطالعه‌ای دیگر دو مدل را برای مسئله مکان‌یابی رقابتی پیشنهاد کردند که در هر دو مدل سعی بر تعیین مکان بهینه برای P تسهیل است. هدف در مدل اول کمینه‌سازی میزان مسافت طی شده توسط مشتریان است که حالت خاصی از مسائل مکان‌یابی میانه را به وجود می‌آورد. برخلاف مدل اول که توجه خود را به مشتریان معطوف می‌کند، تابع هدف مدل دوم به تسهیلات اختصاص داده شده است. در مدل دوم هدف ایجاد تعادل در بین ارائه خدمات توسط تسهیلات به‌گونه‌ای است که میزان انحراف تقاضاهای پوشش داده شده توسط تسهیلات کمینه شود. هم‌چنین نویسندگان در ادامه بررسی خود این دو هدف را به‌صورت یک مدل چندهدفه با یکدیگر ادغام کرده و مورد مطالعه قرار دادند[۹]. درزنر و درزنر در تحقیقی دیگر یک مدل توسعه یافتهٔ مکان‌یابی رقابتی را در نظر گرفتند که در آن مسئله با استفاده از احتمال عدم رغبت مشتریان به انتخاب تسهیلات مدل‌سازی می‌شود. این عدم رغبت مشتریان به انتخاب تسهیلات با استفاده از یک تابع نمایی نزولی به‌دست آمده، پارامتر کاهش‌دهنده در تابع نمایی، با کاهش میزان جذابیت تسهیلات برای مشتری افزایش می‌یابد و بالعکس[۱۰]. بناتی[1] و هانسن[2] برای مدل‌سازی مسئله از یک تابع مطلوبیت دو بخشی شامل یک بخش قطعی و یک بخش احتمالی استفاده کردند. قسمت قطعی تابع مطلوبیت، یک تابع خطی از میزان جذابیت تسهیلات و فواصل و قسمت تصادفی تابع مطلوبیت از یک توزیع گامبل پیروی می‌کرد[۱۱]. ابولیان[3] و دیگران از مدل تعاملی فاصله‌ای با در نظر گرفتن هزینه‌های متغیر و تقاضاهای قابل تقسیم و امکان گسترش بازار، با مسئله مکان‌یابی رقابتی برخورد کردند[۱۲].

در تمام موارد ذکر شده فوق، میزان جذابیت تسهیلات جزء پارامترهای مسئله (و نه متغیر) بود و فرآیند تصمیم‌گیری فقط شامل تعیین مکان بهینه برای تسهیلات بود. در بررسی و مرور ادبیات موضوع هم‌چنین مواردی به چشم می‌خورند که تصمیم‌گیری علاوه بر تعیین مکان بهینه برای تسهیلات، شامل تعیین میزان جذابیت مطلوب برای آنها نیز است. آچابال و دیگران اولین بار به طرح این موضوع پرداختند.

ابولیان و دیگران در تحقیقی دیگر کار خود را با این فرض که میزان جذابیت تسهیلات نیز می‌تواند جزو متغیرهای مسئله باشد، توسعه دادند. هر چند در تحقیق انجام شده میزان جذابیت یک متغیر پیوسته در نظر گرفته می‌شود، ولیکن برای حل مدل یک سری سناریوی مشخص تعیین می‌شود، به این‌صورت که برای هر یک از تسهیلات، مکان‌هایی از قبل مشخص می‌شود و مکان بهینه برای هر تسهیل از بین مکان‌های کاندید در نظر گرفته شده برای آن انتخاب می‌شود[۱۳]. از تحقیقات جالب توجه دیگر در حوزه مسائل مکان‌یابی رقابتی، تحقیق انجام شده توسط درزنر و درزنر است[۱۴]. در مطالعهٔ انجام شده توسط آنها مکان‌یابی تسهیلات مدنظر نیست بلکه با استفاده از داده‌های جمع‌آوری شده در گذشته و در دست داشتن ترجیحات مشتریان، با استفاده از مدل گرانشی هاف، به تعیین میزان جذابیت بهینه و مطلوب تسهیلات موجود در محیط پرداخته می‌شود. در مدل ارائه شده توسط سیدانی و دیگران یک مدل‌سازی دومرحله‌ای مد نظر قرارگرفته است و با توجه به این نکته که معمولاً هزینهٔ جابه‌جایی مجدد تسهیلات قدیم بسیار زیاد است؛ در عکس‌العمل رقبای موجود فقط تغییر میزان جذابیت تسهیلات در نظر گرفته شده است. در این بررسی تعدادی تسهیل در بازار موجود است و رقیب تازه وارد قصد استقرار تعدادی مشخص تسهیل در بازار را دارد. در مرحله اول هر یک از رقبا (جدید و قدیم) به تعیین میزان جذابیت تسهیلات خود می‌پردازند. در مرحله دوم، بعد از تعیین این میزان جذابیت‌ها، رقیب تازه وارد با توجه به میزان جذابیت تسهیلات خود و رقبای موجود، مکان بهینه تسهیلات خود را مشخص می‌کند[۱۵]. کوکایدین و دیگران با فرض اینکه رقبا در قبال استقرار تسهیلات جدید قادر به نشان دادن عکس‌العمل هستند مسئله را مدل‌سازی کردند. در این حالت مسئله به‌صورت یک مدل دوسطحی مدل‌سازی شده و برای حل آن از مفاهیم نظریه بازی‌ها استفاده می‌شود. یک مسئله برنامه‌ریزی دوسطحی را می‌توان در غالب یک مدل ایستا از یک بازی دونفره در نظر گرفت. در این بازی هر دو بازیکن از انتخاب‌های شدنی و واقعی (معقول) بازیکن دیگر کاملاً باخبرند. مسائل برنامه‌ریزی دوسطحی دارای دوسطح هستند. سطح اول را سطح بالایی یا پیشرو و سطح دوم را سطح پایینی یا پیرو می‌گویند. این بازی یک بازی ایستا یا پایدار می‌باشد، به این معنی که هر بازیکن فقط می‌تواند

1- Benati
2- Hansen
3- Aboolian

یک حرکت داشته باشد. ابتدا پیشرو حرکت می‌کند، این حرکت در جهت بهینه کردن تابع هدف خودش می‌باشد. سپس پیرو با مشاهده تصمیم پیشرو از خود واکنش نشان می‌دهد به‌طوری که باعث بهینه شدن تابع هدفش شود[۱۶].

در بررسی‌ها و پژوهش‌های انجام گرفته در زمینه مکان‌یابی رقابتی که تاکنون صورت گرفته است فقط مسائل از دیدگاه ریاضی محض مورد بررسی قرار گرفته‌اند و تاکنون تلاشی برای بررسی مسائل به‌منظور یافتن جواب‌های توافقی صورت نگرفته است. این در حالی است که یکی از راه‌های برخورد با مسائل برنامه‌ریزی دوسطحی، بهره گرفتن از مفهوم توافق است. جواب بهینه یک مسئله برنامه‌ریزی دوسطحی در مقایسه با سایر جواب‌های موجود در فضای شدنی، جواب بهتری است. اما ممکن است این جواب شدنی همیشه مورد توافق هر دو تصمیم‌گیرنده نباشد و جواب دیگری در فضای شدنی وجود داشته باشد که باعث بهبود مقدار تابع هدف هر دو سطح یا حداقل یکی از دو سطح شود. به چنین جوابی، جواب بهینهٔ کارا می‌گویند. هرگاه جواب بهینهٔ یک مسئله برنامه‌ریزی دوسطحی یک جواب بهینهٔ کارا نباشد از لحاظ اقتصادی چنین وضعیتی جالب نیست.

نکته دومی که در مدل‌سازی‌های انجام شده در ادبیات موضوع در نظر گرفته نشده است میزان رضایت مشتریان است در تمام مدل‌سازی‌های ادبیات موضوع فقط به منافع رقبا و تسهیلات توجه شده است. این در حالی است که رضایت مشتریان از خدمات ارائه شده یکی از شرایط پایدار ماندن در بازار است.

در این مقاله، به مدل‌سازی مسئله مکان‌یابی رقابتی به‌منظور بیشینه‌سازی سهم قابل کسب از بازار توسط دو رقیب موجود در بازار در یک محیط گسسته، با استفاده از یک مدل دوسطحی پرداخته می‌شود. به‌نحوی که نه فقط منافع رقبا تأمین شود بلکه منافع مشتریان نیز مورد ملاحظه قرار گیرد.

۲- مدل‌سازی مسئله

همان‌گونه که پیش‌تر اشاره شد هدف مدل ارائه شده در این مقاله یافتن مکان بهینه برای تسهیلات جدید و هم‌چنین مقدار بهینهٔ جذابیت برای تسهیلات جدید و موجود است، به‌گونه‌ای که سهم قابل کسب از محیط برای هر دو رقیب بیشینه شود. مفروضات مدل به‌صورت زیر است.

- ✓ برای استقرار تسهیلات جدید یکسری نقاط کاندید در محیط برای مکان‌یابی در نظر گرفته می‌شود.
- ✓ برای استقرار تسهیلات جدید باید هزینهٔ اولیه‌ای متناسب با مکان و حداکثر میزان جذابیت تسهیل در نظر گرفته شود.
- ✓ عکس‌العمل رقبای موجود در محیط در قبال استقرار تسهیلات جدید هم می‌تواند افزایش میزان جذابیت باشد و هم کاهش آن و در صورت لزوم حتی می‌تواند به حذف آن تسهیل منجر شود. در صورت کاهش میزان جذابیت و یا حذف تسهیل هزینه صرف شده برای ایجاد جذابیت به رقیب برگردانده می‌شود.

در مسئله مورد مطالعه تعداد j $(j=1,2,\ldots,n)$، نقطه تقاضا در محیط وجود دارد و تعداد k $(k=1,2,\ldots,r)$، تسهیل در محیط رقابتی استقرار دارند و هدف استقرار تسهیلات جدید از بین i $(i=1,2,\ldots,m)$، نقطه کاندید است. با توجه به تعاریف صورت گرفته و هم‌چنین مفروضات ذکر شده در بالا، به تعریف پارامترهای مسئله به‌صورت زیر پرداخته می‌شود:

h_j : متوسط میزان قدرت خرید در نقطه j

c_i : هزینه افزایش یک واحد کیفیت تسهیل در نقطه کاندید i

u_i : بیشترین میزان جذابیت برای تسهیل در نقطه کاندید i

f_i : هزینهٔ اولیه برای استقرار تسهیل در نقطه کاندید i

d_{ij} : فاصلهٔ اقلیدسی بین تسهیل در نقطه کاندید i و نقطه تقاضای j

$\bar{d}_{kj}$: فاصلهٔ اقلیدسی بین تسهیل موجود در محیط در نقطه k و نقطهٔ تقاضای j

$\bar{A}_k$: کیفیت فعلی تسهیل موجود در محیط در نقطهٔ k

$\overline{A}_k$: بیشترین میزان کیفیت برای تسهیل موجود در محیط در نقطهٔ k

$\tilde{c}_k$: هزینهٔ یک واحد افزایش کیفیت یا درآمد حاصل از کاهش میزان کیفیت تسهیل موجود در محیط در نقطه k

و متغیرهای تصمیم مسئله عبارت‌اند از:

Q_i : میزان کیفیت تسهیلی که در نقطه کاندید i استقرار داده می‌شود

X_i : متغیر صفر و یک که مقدار یک را زمانی می‌گیرد که نقطه کاندید i برای استقرار انتخاب شود

A_k : میزان کیفیت جدید تسهیل موجود در محیط در نقطه k

بر اساس مدل گرانشی هاف، میزان مطلوبیت تسهیلی که در نقطه کاندید i مشغول به کار می‌شود برای نقطهٔ تقاضای j برابر است با Q_i/d_{ij}^2 و هم‌چنین مجموع مطلوبیت تسهیلات موجود برای مشتری در نقطه j برابر با $\sum_{k=1}^{r}(A_k / (\tilde{d}_{kj^2}))$. در نتیجه احتمال اینکه مشتری j تسهیل جدید i را انتخاب کند (P_{ij}) به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$P_{ij} = \frac{\left(Q_i/(d_{ij}^2)\right)}{\sum_{i=1}^{m}(Q_i/\left(d_{ij}^2\right))+\sum_{k=1}^{r}\left(A_k/(\tilde{d}_{kj}^2)\right)} \qquad (۱)$$

در این‌صورت مجموع سهم قابل کسب از بازار تسهیلات جدید به‌صورت زیر به‌دست خواهد آمد:

(۲)

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} h_j P_{ij} = \sum_{j=1}^{n} h_j \frac{\sum_{i=1}^{m}(Q_i / (d_{ij}^2))}{\sum_{i=1}^{m}(Q_i / (d_{ij}^2)) + \sum_{k=1}^{r}(A_k / (\tilde{d}_{kj}^2))}$$

به‌صورت مشابه سهم قابل کسب از بازار تسهیلات موجود به‌صورت زیر به‌دست خواهد آمد:

$$\sum_{j=1}^{n} h_j \frac{\sum_{k=1}^{r}\left(A_k/\tilde{d}_{kj}^2\right)}{\sum_{i=1}^{m}\left(Q_i/d_{ij}^2\right)+\sum_{k=1}^{r}\left(A_k/\tilde{d}_{kj}^2\right)} \qquad (۳)$$

با توجه به مطالب بیان شده حال می‌توان مدل مسئله را به شکل زیر بیان کرد:

$$\max_{Q,X} \sum_{j=1}^{n} h_j \frac{\sum_{i=1}^{m}\left(Q_i/d_{ij}^2\right)}{\sum_{i=1}^{m}\left(Q_i/d_{ij}^2\right)+\sum_{k=1}^{r}\left(A_k/\tilde{d}_{kj}^2\right)} - \sum_{i=1}^{m} c_i Q_i - \sum_{i=1}^{m} f_i X_i \qquad (۴)$$

$$\text{s.t} \quad Q_i \le X_i u_i \quad i = 1,2,\dots,m \qquad (۵)$$

$$Q_i \ge 0 \quad i = 1,2,\dots,m \qquad (۶)$$

$$X_i \in \{0,1\} \qquad i = 1,2,\dots,m \qquad (۷)$$

$$\max_{A} \sum_{j=1}^{n} h_j \frac{\sum_{i=1}^{m}\left(A_k/\tilde{d}_{kj}^2\right)}{\sum_{i=1}^{m}\left(Q_i/d_{ij}^2\right)+\sum_{k=1}^{r}\left(A_k/\tilde{d}_{kj}^2\right)} - \sum_{k=1}^{r} \tilde{c}_k (A_k - \tilde{A}_k) \qquad (۸)$$

$$\text{s.t} \quad A_k \le \bar{A}_k \; k = 1,2,\dots,r \qquad (۹)$$

$$A_k \ge 0 \quad k = 1,2,\dots,r \qquad (۱۰)$$

تابع هدف (۴) دارای سه جز است که جز اول بیانگر میزان سهم قابل کسب و دو جز دیگر به ترتیب نشان‌دهندهٔ هزینه متغیر و ثابت ایجاد تسهیلات جدید است. محدودیت‌های (۵) و (۶) به ترتیب نشان‌دهندهٔ حداکثر میزان کیفیت تسهیلات جدید و نامنفی بودن آنها است. شرط صفر و یک بودن متغیر X_i نیز در محدودیت (۷) مشخص شده است. تابع هدف سطح دوم مدل (۸) نیز دارای دو قسمت است که قسمت اول بیانگر میزان سهم قابل کسب تسهیلات موجود و جزء دیگر نشان‌دهندهٔ درآمد حاصل از کاهش میزان کیفیت یا هزینهٔ ناشی از افزایش کیفیت تسهیلات است. محدودیت‌های (۹) و (۱۰) به ترتیب نشان‌دهنده حداکثر میزان کیفیت تسهیلات موجود و نامنفی بودن آنها است.

۳- روش حل

در این بخش، از تعدیل مفاهیم مربوط به تعادل استکلبرگ و مدل تصمیم‌گیری فازی ساکاوا، با مسئله مورد نظر، برای حل مسئله برنامه‌ریزی دوسطحی استفاده خواهد شد. مسئله برنامه‌ریزی دوسطحی برای مکان‌یابی رقابتی ارائه شده در قسمت قبل را در نظر بگیرید. در ابتدا یک حل رضایت‌بخش قابل قبول برای پیشرو (تسهیلات جدید) در نظر گرفته می‌شود. پیشرو با استفاده از جواب به‌دست آمده برای تابع هدف خود تابع عضویت فازی تشکیل می‌دهد. در ادامه این توابع عضویت با مقداری انحراف قابل قبول به پیرو (تسهیلات موجود) داده می‌شود تا با استفاده از آنها به جستجو برای به‌دست آوردن حل مناسب برای تابع هدف خود بپردازد. این کار به این دلیل انجام می‌شود چون پیرو نه فقط باید تابع هدف خود را بهینه کند، بلکه باید تا آنجا که امکان دارد هدف پیشرو را نیز ارضا کند [۱۷].

در ابتدا پیشرو مسئله زیر را در نظر می‌گیرد:

$$\max_{Q,X,A} \sum_{j=1}^{n} h_j \frac{\sum_{i=1}^{m}\left(Q_i/d_{ij}^2\right)}{\sum_{i=1}^{m}\left(Q_i/d_{ij}^2\right)+\sum_{k=1}^{r}\left(A_k/\tilde{d}_{kj}^2\right)} - \sum_{i=1}^{m} c_i Q_i - \sum_{i=1}^{m} f_i X_i \qquad (۱۱)$$

$$\text{s.t} \quad Q_i \le X_i u_i \quad i = 1,2,\dots,m \qquad (۱۲)$$

$$Q_i \ge 0 \quad i = 1,2,\dots,m \qquad (۱۳)$$

$$X_i \in \{0,1\} \qquad i = 1,2,\dots,m \qquad (۱۴)$$

$$A_k \le \bar{A}_k \; k = 1,2,\dots,r \qquad (۱۵)$$

$$A_k \ge 0 \quad k = 1,2,\dots,r \qquad (۱۶)$$

اگر تابع هدف پیشرو F نامیده شود، باید برای ایجاد تابع عضویت ابتدا اهداف و حدود تغییرات مجاز را مشخص کرد. بدین منظور بهترین جواب (F^*) و بدترین جواب (F^-) به‌صورت انفرادی برای پیشرو به‌صورت زیر به‌دست آورده می‌شود:

$$F^* = \max_{Q,X,A} F \quad , \quad F^- = \min_{Q,X,A} F \qquad (۱۷)$$

با در دست داشتن مقادیر فوق می‌توان تابع عضویت مطلوب پیشرو را به‌صورت یک تابع خطی (۱۸) زیر نوشت:

$$\mu[F] = \begin{cases} 1 & F \geq F^* \\ \frac{F-F^-}{F^*-F^-} & F^- \leq F \leq F^* \\ 0 & F^- \geq F \end{cases} \qquad (۱۸)$$

به طریق مشابه اگر تابع هدف پیرو f نامیده شود، تابع عضویت مطلوب پیرو به‌صورت یک تابع خطی (۱۹) به قرار زیر می‌توان نوشت:

$$\mu[f] = \begin{cases} 1 & f \geq f^* \\ \frac{f-f^-}{f^*-f^-} & f^- \leq f \leq f^* \\ 0 & f^- \geq f \end{cases} \qquad (۱۹)$$

برای ارائهٔ مدل نهایی حل، نیاز به تعریف حداقل سطح رضایت‌مندی مشتریان از محیط رقابتی است که آن را با مقدار ε نشان می‌دهند که به‌صورت یک سری محدودیت وارد مسئله خواهد شد:

$$\sum_{i=1}^{m}\left(Q_i \Big/ d_{ij}^2\right) + \sum_{k=1}^{r}\left(A_k \Big/ \tilde{d}_{kj}^2\right) \geq \alpha \,, \quad j = 1,2,\dots,n \qquad (۲۰)$$

اگر مجموع رضایت (مطلوبیت) از تسهیلات برای نقطه j را v_{2j} بنامند، می‌توان تغییر متغیر زیر را در مدل مسئله اعمال کرد: (توجه شود که این تغییر متغیر با توجه به $v_{2j} > 0$ می‌تواند انجام پذیرد)

$$v_{2j} = \sum_{i=1}^{m}\left(Q_i \Big/ d_{ij}^2\right) + \sum_{k=1}^{r}\left(A_k \Big/ \tilde{d}_{kj}^2\right) \qquad (۲۱)$$

$$v_{1j} = \frac{\sum_{i=1}^{m}\left(Q_i / d_{ij}^2\right)}{v_{2j}} \qquad (۲۲)$$

$$v_{1j}\, v_{2j} = \sum_{i=1}^{m}\left(Q_i \Big/ d_{ij}^2\right) \qquad (۲۳)$$

در نهایت برای به‌دست آوردن یک حل بهینه پارتو که رضایت‌مندی کلی برای هر دو تصمیم‌گیرنده و مشتریان را فراهم کند، حل مدل زیر پیشنهاد می‌شود:

$$\text{Max } \delta \qquad (۲۴)$$

$$\text{s.t} \quad \frac{\sum_{j=1}^{n} h_j v_{1j} - \sum_{i=1}^{m} c_i Q_i - \sum_{i=1}^{m} f_i X_i - F^-}{F^* - F^-} \geq \delta \qquad (۲۵)$$

$$\frac{\sum_{j=1}^{n} h_j (1 - v_{1j}) - \sum_{i=1}^{m} \tilde{c}_k (A_k - \tilde{A}_k) - f^-}{f - f^-} \geq \delta \qquad (۲۶)$$

$$v_{2j} - \sum_{i=1}^{m}\left(Q_i \Big/ d_{ij}^2\right) + \sum_{k=1}^{r}\left(A_k \Big/ \tilde{d}_{kj}^2\right) = 0 \,, \quad j = 1,2,\dots,n \qquad (۲۷)$$

$$v_{2j} \geq \alpha \,, \quad j = 1,2,\dots,n \qquad (۲۸)$$

$$v_{1j}\, v_{2j} - \sum_{i=1}^{m}\left(Q_i \Big/ d_{ij}^2\right) = 0 \,, \quad j = 1,2,\dots,n \qquad (۲۹)$$

$$Q_i \leq X_i u_i \,, \quad i = 1,2,\dots,m \qquad (۳۰)$$

$$Q_i \leq 0 \,, \quad i = 1,2,\dots,m \qquad (۳۱)$$

$$X_i \in \{0,1\} \qquad i = 1,2,\dots,m \qquad (۳۲)$$

$$A_k \leq \bar{A}_k \quad k = 1,2,\dots,r \qquad (۳۳)$$

$$A_k \geq 0 \quad k = 1,2,\dots,r \qquad (۳۴)$$

$$\delta \in [0,1] \qquad (۳۵)$$

که در آن δ سطح رضایت‌مندی کلی است.

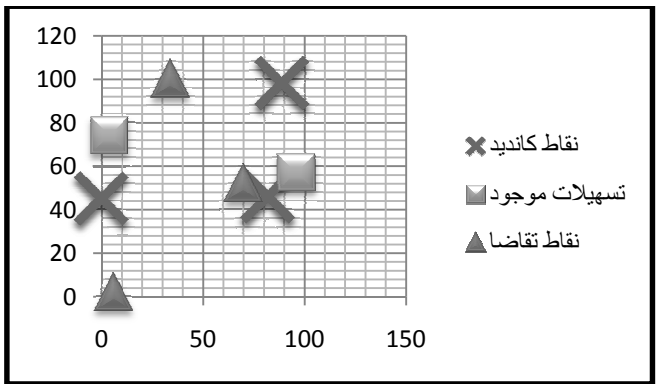
۴- مثال عددی

محیط رقابتی را در نظر بگیرید که دارای سه نقطه تقاضا است ($j=۳$). در این محیط تعداد دو تسهیل متعلق به یک شرکت دارویی به پخش دارو در یک شهر می‌پردازند ($k=۲$). شرکت توزیع کننده دیگری قصد دارد از میان سه نقطه مناسب، برای بازگشایی مراکز پخش خود اقدام کند ($i=۳$). محل استقرار مراکز موجود، نقاط تقاضا و نقاط کاندید در شکل (۱) مشخص شده است. سایر اطلاعات مورد نیاز به شرح زیر می‌باشد:

h=(۴۷۴۹،۱۳۹۳،۵۷۱۳) c= (۴ ، ۵/۵ ، ۴)

u=(۴۰،۱۰،۶۰) f=(۶۰۰،۵۵۰،۴۰۰) $\bar{A}$ =(۵۵،۳۰)

$\bar{A}$ =(۵۸،۳۴) $\tilde{c}$ =(۵/۸ ،۳/۴) ε =۰/۵



شکل (۱) مختصات نقاط مربوط به مثال عددی

جدول (۱) جواب مثال عددی

متغیر	δ	Q_1	Q_2	Q_3	A_1	A_2
مقدار	۰/۴۷۶	۳۷/۳۳	۷/۳۳	۵۷/۳۳	۵۳/۲۸	۳۴

مطابق روش حل ارائه شده مقادیر زیر محاسبه می‌شوند:

F^{*} = ۹۰۱۱/۳۳۱

F^{-} = ۰

f^{*} = ۱۲۰۵۷/۶

f^{-} = ۰

با در دست داشتن مقادیر فوق می‌توان تابع عضویت $\mu[F]$ و $\mu[f]$ را به‌دست آورد. در نهایت جواب به‌دست آمده از حل مدل در جدول(۱) نشان داده شده است. (برای حل مدل از نرم‌افزار Lingo 12.0 استفاده شده است)

مطابق حل به‌دست آمده مراکز توزیع جدید در نقاط کاندید با میزان کیفیت مشخص بازگشایی می‌شوند. رقیب موجود در محیط در عکس‌العمل به این موضوع میزان خدمات مراکز ۱ و ۲ خود را به مقادیر مشخص شده تغییر می‌دهد.

۵- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

پیش از این در تمام پژوهش‌های صورت گرفته به برخورد تعاملی و جواب‌های توافقی توجه نشده است. اما در واقعیت همیشه جوابی که بر اساس برخورد ریاضی به تصمیم‌گیرنده‌ها ارائه می‌شود از نظر اقتصادی مورد قبول واقع نمی‌شود.

به‌علاوه در این پژوهش برخلاف مطالعات گذشته فقط به میزان سود رقبا توجه نکرده و برای مشتریان نیز یک حداقل میزان مطلوبیت در نظر گرفته شده است. از آنجا که این بررسی از منظر مهندسی مورد بررسی قرار گرفته است، سعی شده به‌جای برخورد ریاضی محض به مسئله، از واقعیات گوناگون موجود استفاده و یک برخورد جامع صورت بگیرد. یکی از این واقعیات برخورد تعاملی است که می‌تواند در محیط رقابتی شکل گیرد. با در نظر گرفتن این فرضیات جدید روش‌هایی با رویکرد تعاملی پیشنهاد و عملکرد این روش‌ها با ارائه مثالی مورد مطالعه قرار گرفت. به‌طور کلی می‌توان دستاوردها را به‌صورت زیر بیان کرد:

- ✓ برخورد با مسئله مکان‌یابی رقابتی بر اساس تعامل،
- ✓ روش حل ساده‌تر نسبت به روش‌های ارائه شدهٔ پیشین،
- ✓ جواب‌های کارا با سطح رضایت‌مندی کلی،
- ✓ تبدیل مفاهیم کیفی به کمی برنامه‌ریزی دوسطحی با تعامل تصمیم‌گیرنده‌ها.

در زمینهٔ پیشنهاد تحقیقات آتی در پژوهش‌های جاری، رقابت برای بیشینه‌سازی سهم قابل کسب بین دو رقیب یا تصمیم‌گیرنده انجام می‌گیرد. در تحقیقات آتی می‌توان رقابت را به بیش از دو رقیب تعمیم داده و مدل مسئله را به مدلی چندسطحی تبدیل کرد. یکی دیگر از مباحث مطرح شده در تحقیقات جاری به‌عنوان فرض اولیه، هزینه جابه‌جایی و تغییر موقعیت تسهیلات بسیار زیاد است و فقط تغییر میزان جذابیت تسهیلات مورد ملاحظه قرار می‌گیرد اما در واقعیت برای بسیاری از مراکز ارائه کالا و خدمات، جابه‌جایی تسهیلات هم ممکن است امکان‌پذیر باشد. از این‌رو می‌توان جابه‌جایی تسهیلات را نیز جزو متغیرهای مسئله در تحقیقات آتی در نظر گرفت. در حوزهٔ بازار و

خدمت‌رسانی نیز بحث یکپارچگی مطرح است، بدین معنا که هر مشتری می‌تواند از تمام تسهیلات خدمت بگیرد و از آن طرف تسهیلات نیز به تمام نقاط تقاضا دسترسی دارند. در پایان موضوع دیگری که در تحقیقات آتی قابل بررسی است تقسیم‌بندی تسهیلات در ناحیه‌هایی با شعاع‌های خدمت‌رسانی مشخص و یا قرار دادن محدودیت‌هایی برای مسافت طی شده توسط مشتریان و یا حتی ترکیبی از این موارد می‌باشد.

۶- منابع

[1] Hotelling, H.," ***Stability in competition. Economics***". **39**: p. 41-57.1929.

[۲] بشیری، مهدی، حسینی‌جو، سید عباس، حسینی‌نژاد، سید جواد؛ "***طراحی سیستم‌های صنعتی (مکان‌یابی و استقرار تسهیلات)***"، ویرایش دوم، تهران: انتشارات دانشگاه شاهد، ۱۳۸۸.

[3] Drezner, T.,"***Locating a single new facility among existing unequally attractive facilities***".Journal of Regional Science,. **34**: p. 237-252.1994.

[4] Plastria, F. and L. Vanhaverbeke," ***Discrete models for competitive location with foresight***". Computers and Operations Research. **35**(3): p. 683-700.2008.

[5] Huff, D.L., "***Defining and estimating a trade area***". Journal of Marketing Research,. **28**: p. 34-38.1964.

[6] Nakanishi, M.C., L.G., "***Parameter Estimation for a Multiplicative Competitive***". Interaction Model Least Squares Approach. Journal of Marketing Research,. **11**: p. 303-311. 1974.

[7] Achabal, D., W. Gorr, and M. V., MULTILOC: "***A multiple store location decision model***". J Retailing,. **2**: p. 5-25. 1982.

[8] Drezner, T., Z. Drezner, and S. Salhi, "***Solving the multiple competitive facilities location problem***". European Journal of Operational Research,. **142**(1): p. 138-151. 2002.

[9] Drezner, T. and Z. Drezner, "***Finding the optimal solution to the Huff based competitive location model***". Comput Mngt Sci,. **2**: p. 193-208. 2004.

[10] Drezner, T. and Z. Drezner, "***Multiple facilities location in the plane using the gravity model***". Geogr Anal. **38**: p. 391-406.2006.

[11] Benati, S. and P. Hansen, "***The maximum capture problem with random utilities: Problem formulation and algorithms***". European Journal of Operational Research. **143**: p. 518-530. 2002.

[12] Aboolian, R., O. Berman, and D. Krass, "***Competitive facility location and design problem***". European Journal of Operational Research. **182**(1): p. 40-62. 2007.

[13] Aboolian, R., O. Berman, and D. Krass, "***Competitive facility location model with concave demand***". European Journal of Operational Research. **181**(2): p. 598-619. 2007.

[14] Drezner, T. and Z. Drezner. "***Validating the gravity-based competitive location model using inferred attractiveness***". Operations Research. **111**: p. 227-237. 2002.

[15] Saidani, N., F. Chu, and H. Chen. "***Competitive facility location and design with reactions of competitors already in the market***". European Journal of Operational Research. **219**(1): p. 9-17.2012.

[16] H., K., N. Aras, and I. Kuban Altinel, Competitive facility location problem with attractiveness adjustment of the follower: A bilevel programming model and its solution. European Journal of Operational Research, 208(3): p. 206-220.2011.

[17] Emam, O.E., "***A fuzzy approach for bi-level integer non-linear programming problem***". Applied Mathematics and Computation. **172**: p. 62-71. 2006.