طراحی شبکه محور میانه سلسله مراتبی ظرفیت‌دار با ملاحظه زمان تحویل

علی بزرگی امیری[1*] ایمان پارسا[2]، آرش یاوری[3]

دانشگاه تهران دانشگاه علم و صنعت ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۴/۲۵

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۰۶/۱۰

چکیده

در این مقاله، مسئله طراحی مکان‌یابی محور سلسله مراتبی در حالت محدودیت ظرفیت روی محورها و کمان‌ها در نظر گرفته شده است. مسئله مورد نظر شامل سه سطح می‌باشد. بالاترین سطح شبکه، شامل محورهای مرکزی و به‌صورت یک شبکه کامل به هم متصل هستند. سطوح دوم و سوم به ترتیب شامل محورها و نقاط تقاضا می‌باشند که در قالب شبکه‌های ستاره‌ای به یکدیگر متصل هستند. علاوه بر آن، در مدل پیشنهادی، محدودیت زمان تحویل برای ارسال کالاها نیز در نظر گرفته شده است. مسئله، یافتن تعداد از پیش تعیین‌شده محورها و محورهای مرکزی در بین نقاط کاندید می‌باشد به‌گونه‌ای که هزینه‌های سیستم کمینه گردد. جهت نشان دادن کارایی و کاربردپذیری مسئله پیشنهادی، نتایج محاسباتی برای مثال‌های با ابعاد مختلف مسئله ارائه و مورد تجزیه‌وتحلیل قرار گرفته است.

واژه‌های کلیدی: مکان‌یابی محور، محور سلسله مراتبی، تخصیص تکی، محدودیت ظرفیت.

۱- مقدمه

در طراحی شبکه، برقراری ارتباط میان نقاط مختلف آن به‌صورت دو به دو، کاری بسیار هزینه‌بر خواهد بود. تصور کنید در یک شبکه رایانه‌ای با ۲۰ ایستگاه، برای برقراری ارتباط میان سیستم‌های رایانه‌ای، میان هر دو عدد از آنها یک سیم ارتباطی برقرار شود؛ کاملاً مشخص است که حجم زیادی از فضا اشغال شده و مقدار بسیار زیادی سیم مصرف خواهد شد. ایجاد چنین شبکه شلوغ و بی‌نظمی، منطقی نبوده و مشکلات فراوانی پدید می‌آورد. در مسائل مکان‌یابی محور، سعی بر این است تا به‌جای ارتباطات دو به دو میان گره‌های یک شبکه، از تسهیلاتی به نام محور استفاده شود تا وظیفه جمع‌آوری، مرتب کردن و توزیع کالا را میان آنها عهده‌دار شود. منظور از کالا هر چیزی است که بین گره‌های شبکه جابه‌جا می‌شود (داده‌های مخابراتی، اطلاعات، کالا، نامه، مسافر و ...).

یک محور به‌طور هم‌زمان می‌تواند سه عملکرد متفاوت داشته باشد:

- ترکیب (جمع‌آوری) جریانات واصله به‌منظور ایجاد جریان بزرگ‌تر و تحقق ابعاد اقتصادی حمل‌ونقل و توزیع.
- هدایت (حمل) جریانات به نقاط مورد نظر.
- توزیع (تجزیه) جریانات بزرگ به مقادیر کوچک‌تر.

به‌طور کلی، در مسائل مکان‌یابی محور که نوعی از مسائل بهینه‌سازی هستند، هدف یافتن مکان مناسب برای محورها و انتخاب مسیرهایی جهت انتقال کالا درون شبکه

۱*- استادیار دانشکده مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، نویسنده پاسخگو، پست‌الکترونیکی: alibozorgi@ut.ac.ir، نشانی: تهران، خیابان کارگر شمالی، بالاتر از بزرگراه جلال آل احمد، پردیس ۲ دانشکده‌های فنی دانشگاه تهران، دانشکده مهندسی صنایع

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشکده صنایع دانشگاه علم و صنعت ایران، پست‌الکترونیکی: imanparsa@ind.iust.ac.ir

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشکده صنایع دانشگاه علم و صنعت ایران، پست‌الکترونیکی: arash_yavari@ind.iust.ac.ir

است؛ به‌گونه‌ای که تابع هزینه یا زمان جمع‌آوری و توزیع کالا کمینه شود. هدف این رویکرد کاهش هزینه‌ها (هزینه ایجاد محورها و هزینه انتقال جریانات) و کسب منافع اقتصادی مورد نظر، توسط ایجاد ارتباط از طریق محورها است.

مسائل مکان‌یابی محور از یک دیدگاه در دو دسته طبقه‌بندی می‌شوند؛ دسته اول به نام تخصیص تکی شناخته می‌شود و در آن یک محور به تنهایی کل جریان یک گره مقصد را دریافت می‌کند؛ در حالی که در دسته دوم تخصیص چندگانه، جریان یک گره می‌تواند توسط تعداد بیشتری محور پردازش شود. در اینجا مسئله به‌صورت تخصیص تکی در نظر گرفته شده است که در آن هر نقطه تقاضا فقط به یک محور و یا محور مرکزی متصل می‌شود.

شبیه بسیاری از ساختارهای دیگر، شبکه‌های محور نیز مزایا و معایبی دارند که در ادامه تلاش می‌شود به اختصار به برخی از آنان اشاره شود.

برخی مزایای عمده این شبکه‌ها به قرار زیر است:

الف) مزایای اقتصادی ناشی از مقیاس

کاهش هزینه جریان واحد کالا به واسطه ترکیب جریان‌ها و ایجاد جریانات بزرگ‌تر

ب) مزایای اقتصادی ناشی از محدوده

معمولاً هزینه انجام هم‌زمان چند کار، کمتر از هر کار به‌صورت جداگانه است؛ محورها سه کار مختلف را هم‌زمان انجام می‌دهند.

ج) در نظر گرفتن جنبه‌های جایابی مانند

موقعیت جغرافیایی، تقاضای ناحیه‌ای، فاصله با محور شرکت رقیب، اهمیت فرهنگی یا اقتصادی، شرایط آب و هوایی، زیرساخت‌ها

د) تأثیر فزاینده جانبی

تأسیس محور در یک موقعیت مکانی می‌تواند به رونق کسب‌وکار در آن نقطه کمک کند.

هـ) مزایای اقتصادی ناشی از تراکم

تقاضای عمده ولی متمرکز بهتر از همان حجم تقاضا به‌صورت پراکنده است.

از معایب شبکه‌های محور می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱- زمان حمل بالاتر و نیز هزینه بالاتر حمل به ازای برخی مسیرها

۲-محدودیت ظرفیت

۳-ریسک بالای تصادف

۴- قطع ارتباط در برخی قسمت‌های شبکه، در صورت ایجاد تأخیر در عملکرد یک محور.

مسئله مکان‌یابی محور دارای قدمت کوتاهی است و از علوم نوین مکان‌یابی به شمار می‌آید. اولین مقاله انتشار یافته در این مورد توسعه توه[1]و همکارانش در مورد کاربرد محور در خطوط هوایی و فرودگاه‌ها در سال ۱۹۸۵ انتشار یافت[۱]. هرچند که قبل از او حکیمی مقاله‌ای در سال ۱۹۶۴ در این زمینه منتشر کرده بود[۲]، ولی چون مدت زیادی فاصله بود تا مقاله بعدی انتشار یابد و مسئله تحت عنوان مکان‌یابی محور شناخته شود مبدأ شروع مقالات محور در این تحقیق سال ۱۹۸۵ منظور شد. پس از آن مدل‌های محور توسط اوکلی[2] گسترش یافت[۳،۴]. ویژگی‌های اصلی این مسئله به شرح زیر می‌باشد:

-فضای حل، گسسته و محدود است.

- مدل برون‌زا است، یعنی تعداد گره‌های محور از قبل تعیین شده است.

- همه محورها به‌طور مستقیم با یکدیگر اتصال دارند و گره‌های غیر محور فقط به یک محور اتصال دارند.

- برای رفتن از یک گره غیر محور به یک گره غیر محور دیگر حداقل از یک محور و حداکثر از دو محور باید عبور کرد و هیچ‌گاه دو گره غیر محور به‌صورت مستقیم به یکدیگر اتصال ندارند.

- هزینه استقرار گره‌های محور را در نظر گرفته نمی‌شود.

- ظرفیت گره‌های محور نامحدود است.

- متغیرهای تصمیم مدل از نوع صفر و یک هستند.

مدل‌های مختلفی توسط محققان ارائه شد. اوکلی [۴] اولین مدل ریاضی را برای مسئله میانه توسعه داد و کمپل[3] یک مدل‌سازی خطی برای آن ارائه کرد[۵]. محققان دیگر نیز مدل‌های ریاضی برای این مسئله ارائه دادند [۶]- [۱۱]. اوکلی و همکاران [۷]فرمول‌بندی جدیدی معرفی کردند که ابعاد مسئله را کم می‌کرد و باعث افزایش سرعت حل می‌شد. شان[4] و پارک[1]مدل جدیدی ارائه کردند که در آن

1- Toh
2- O'Kelly
3- Campbell
4- Sohn

تعداد متغیرها و محدودیت‌ها کاسته شده بود[۹]. ارنست[۲] و کریشنامورتی[۳] مدل دیگری ارائه کردند که متغیر و محدودیت کمتری لازم داشت و مسائل با ابعاد بزرگ‌تر را سریع‌تر حل می‌کرد[۶]. آنها جریان بین محورها را به‌صورت یک مسئله جریان چند کالایی فرض کردند که ترافیک جریان بین مقصد و نقطه خاصی را ایجاد می‌کرد. راه‌حل‌های ابتکاری و فرا ابتکاری متعددی نیز برای این مسئله در ادبیات دیده می‌شود. اولین الگوریتم‌های حل نیز توسط اوکلی [۴] مطرح شد و سپس کلینزویچ[۴] روش‌های حل ابتکاری با عملکرد بهتری معرفی کرد[۱۲،۱۳]. روش‌هایی بر اساس جستجوی ممنوع [۱۴]، شبیه‌سازی حرارتی [۶] و شبکه عصبی [۱۵] در میان مقالات دیده می‌شود.

در سال‌های اخیر نیز مسائل مشابه مورد توجه محققان بوده‌اند. کنتراس[۵] و همکاران [۱۶] از روش آزادسازی لاگرانژ برای حل مسئله با در نظر گرفتن ظرفیت استفاده کردند. تراکم [۱۷] و تقاضای فازی [۱۸] **Error! Bookmark not defined.**نیز در میان فرضیاتی است که در ادبیات مسئله به چشم می‌خورد. برخی محققان [۱۹]-[۲۳]، عدم اطمینان و خرابی را در این مسئله منظور کرده‌اند. هم‌چنین روش‌های حلی با استفاده از الگوریتم ژنتیک برای مسئله ارائه شده است [۲۴،۲۵]. این مسئله با ساختار سلسله مراتبی در طراحی شبکه‌های ارتباط از راه دور به‌کار گرفته شده است[۲۶]. یامان[۶] یک ساختار سلسله مراتبی سه سطحی برای مسئله در نظر گرفت و محدودیت زمان تحویل را نیز در آن دخیل کرد که در آن محدودیت ظرفیت در نظر گرفته نشده بود و همه نقاط و ارتباط‌های سطح شبکه دارای ظرفیت نامحدود بود[۲۷].

در این مقاله، مسئله محور سلسله مراتبی مورد نظر بوده و برخلاف مقالات موجود در ادبیات مسئله، ظرفیت محدود برای محورها و ارتباط بین جفت نقاط در نظر گرفته شده است. هم‌چنین محدودیت زمان تحویل نیز در مسئله لحاظ می‌شود؛ که این فرضیات مسئله را به شرایط دنیای واقعی نزدیک‌تر کرده و البته حل آن را دشوارتر می‌کند. پس از تعریف کامل مسئله، مدل ریاضی برای آن ارائه شده و در پایان نتایج حل مسئله در ابعاد مختلف ارائه خواهد شد.

1- Park
2- Ernst
3- Krishnamoorthy
4- Klincewicz
5- Contreras
6- Yaman

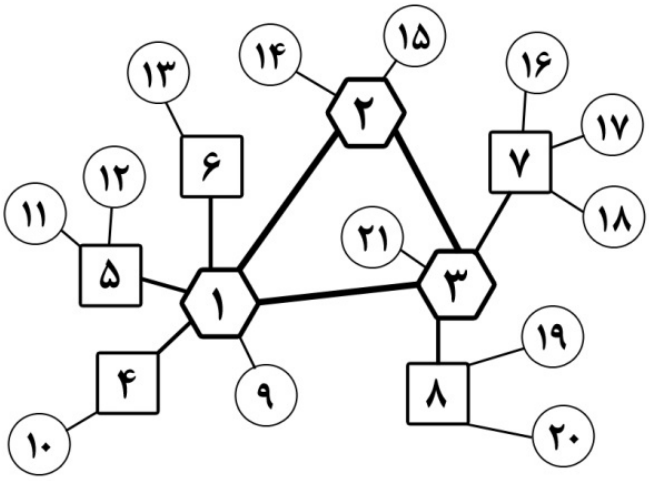
۲- تعریف مسئله

مدل مکان‌یابی سلسله مراتبی اولین بار توسط یامان[۲۵] مورد بررسی قرار گرفت. در این پژوهش، شبکه حمل‌ونقل ترکیه مورد بررسی قرار گرفته و مدل‌سازی مسئله بدون در نظر گرفتن ظرفیت و تخصیص تکی ارائه شده بود. تعداد محورها و محورهای مرکزی در این مقاله ثابت در نظر گرفته شده و هزینه ثابت برای احداث محورها نیز منظور نشده بود. یامان[۲۵] یک مدل غیرخطی و یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح خطی برای مسئله مذکور ارائه کرده است.مسئله مورد نظر در این مقاله را می‌توان نسخه‌ای جدید و کامل‌تر از مسئله فوق دانست.

شکل (۱) را در نظر بگیرید که در آن مجموعه‌ای از نقاط به همراه تقاضای آن‌ها و هزینه و زمان انتقال بین هر جفت از نقاط داده شده است.

در این مقاله، از یک ساختار سلسله مراتبی سه سطحی برای مدل‌سازی مسئله استفاده می‌شود. در شکل (۱)، دایره‌ها (سطح سوم) نشان‌دهنده نقاط تقاضا هستند که نقاط محور از میان آن‌ها انتخاب می‌شوند و به شکل یک شبکه ستاره‌ای به یکدیگر متصل هستند. محورها نیز که به شکل مربع نمایش داده شده‌اند، در یک شبکه ستاره‌ای به هم متصل هستند (سطح دوم). شش ضلعی‌ها نشان‌دهنده محورهای مرکزی هستند که از میان نقاط محور انتخاب شده و به شکل یک شبکه کامل به هم متصل می‌باشند (سطح اول).

لازم به توضیح است که با حذف کردن سطح اول، این شبکه به یک مسئله معمول مکان‌یابی محور تبدیل می‌شود که در آن هر مسیر که دو نقطه تقاضا را به یکدیگر متصل می‌کند، حداکثر از دو محور عبور می‌کند. در ساختار سلسله مراتبی که در این مقاله در نظر گرفته شده است ارتباط بین دو نقطه می‌تواند حداکثر از دو محور و دو محور مرکزی عبور کند که در نتیجه نیازمند عملیات و هماهنگی بیشتری میان نقاط مختلف شبکه است.



شکل (۱): مثالی از شبکه سه سطحی مورد نظر

شبکه در نظر گرفته شده در این مقاله، باید میزان تقاضای حجم انتقالی بین هر جفت از نقاط به همراه هزینه واحد انتقال در هر مسیر را مشخص کرده و باید هر یک از نقاط دارای ظرفیت از پیش تعیین شده‌ای باشد. به این معنی که کل حجم عبوری که به یک نقطه محور و یا محور مرکزی وارد می‌شود نمی‌تواند از مقدار ظرفیت آن نقطه بیشتر باشد. ارتباط بین هر جفت از نقاط و به‌عبارت دیگر کمان‌های شبکه، نیز دارای ظرفیت مشخصی هستند. هم‌چنین، محدودیت زمان تحویل در مسئله منظور شده است. بدین معنی که حجم انتقالی دریافتی توسط هر یک از نقاط می‌بایست در زمان معینی تحویل داده شود؛ در غیر این‌صورت هزینه‌ای در قالب جریمه، بسته به میزان تأخیر، منظور خواهد شد. علاوه بر این، هزینه ثابتی برای تبدیل هر نقطه از شبکه به محور و یا محور مرکزی در نظر گرفته شده است. این هزینه وابسته به نقطه انتخابی و ظرفیت آن بوده و هزینه تبدیل نقاط به محور مرکزی ضریبی ثابت و بزرگ‌تر از یک، از هزینه تبدیل آن‌ها به محور می‌باشد. هم‌چنین هزینه و زمان انتقال بین یک محور و یک محور مرکزی و بین دو محور مرکزی با ضرایبی بین صفر و یک، نسبت به حالت معمول کم‌تر می‌باشد.

تعداد نقاطی که باید به‌عنوان محور انتخاب شوند و تعداد حداکثر نقاطی که می‌توان به‌عنوان محور مرکزی در نظر گرفت مشخص است.

مسئله انتخاب، نقاط محور و محور مرکزی و تخصیص سایر نقاط به آن‌ها است، به‌گونه‌ای که کل هزینه‌ها کمینه شود.

این مسئله را می‌توان در مورد بسیاری از مسائل دنیای واقعی ازجمله مسائل حمل‌ونقل هوایی و طراحی شبکه‌های انتقال اطلاعات به‌کار گرفت. به‌طور مثال، در یک مسئله طراحی شبکه حمل‌ونقل هوایی در سطح کشور، نقاط شبکه را می‌توان شهرهای مختلف که می‌بایست حمل‌ونقل هوایی بین آن‌ها صورت گیرد در نظر گرفت. بدین‌صورت، ظرفیت هر نقطه با میزان امکان ارسال هوایی محموله‌ها از شهر مورد نظر برابر خواهد بود؛ بنابراین، شهرهایی که دارای فرودگاه‌های بزرگ‌تری هستند قابلیت بیشتری جهت استفاده به‌عنوان محور و محور مرکزی در شبکه دارند. در طرف مقابل، شهرهایی که فاقد فرودگاه هستند امکان تبدیل شدن به محور را ندارند و یا تبدیل آن‌ها به محور نیازمند صرف هزینه‌های زیادی خواهد بود. کمان‌های شبکه نیز مسیرهای هوایی بین شهرهای کشور خواهند بود که با توجه به شرایط آب و هوایی، تعدد پروازها و امکانات شهرهای مبدأ و مقصد دارای ظرفیت‌های متفاوتی خواهند بود.

۳- مدل‌سازی مسئله

مدل ریاضی این مسئله به شرح زیر می‌باشد.

$$\text{minimize} \quad \sum_i \sum_m q_{im} \left(\sum_j d_{ij} x_{ij} + \sum_j \sum_l \alpha_H d_{jl} x_{ij} \left(1 - x_{mj}\right) y_{jl} + \sum_l \sum_v \alpha_C d_{lv} \sum_j x_{ij} y_{jl} \sum_{j'} x_{mj'} y_{j'v} + \right.$$

$$\sum_{j'}\sum_{v}\alpha_H d_{vj'}x_{mj'}\left(1-x_{ij'}\right)y_{j'v}+\sum_{j'}d_{j'm}x_{mj'}\Bigg)+\sum_{m}f_m\sum_{i}\sum_{z}\max\{A_{imz}-\beta_m,0\}$$
$$+h_i\sum_{i}x_{ii}+hr\times h_j\sum_{j}y_{jj} \qquad (۱)$$

s.t.

$$\sum_{j}x_{jj}=P \qquad (۲)$$

$$\sum_{l}y_{ll}\le P_0 \qquad (۳)$$

$$\sum_{j}x_{ij}=1 \qquad \forall i \qquad (۴)$$

$$x_{ij}<x_{jj} \qquad \forall i,j \qquad (۵)$$

$$y_{jl}<y_{ll} \qquad \forall j,l \qquad (۶)$$

$$\sum_{m}\sum_{i}q_{im}x_{ij}\left(1-y_{jj}\right)\le C_j \qquad \forall j \qquad (۷)$$

$$\sum_{j}\sum_{m}\sum_{i}q_{im}x_{ij}\left(y_{jl}+\sum_{v}y_{jv}\sum_{j'}x_{mj'}y_{j'v}\right)\le C_l \qquad \forall l \qquad (۸)$$

$$\sum_{m}q_{im}x_{ij}\le C_{ij} \qquad \forall i,j \qquad (۹)$$

$$\sum_{i}\sum_{m}q_{im}x_{ij}y_{jl}\le C_{jl} \qquad \forall j,l \qquad (۱۰)$$

$$\sum_{j}\sum_{i}\sum_{m}q_{im}x_{ij}y_{jl}\sum_{j'}x_{mj'}y_{j'v}\le C_{lv} \qquad \forall l,v \qquad (۱۱)$$

$$A_{im1}=r_i+\left(t_{ij}+t_{jm}\right)x_{ij}x_{mj} \qquad \forall i,m \qquad (۱۲)$$

$$A_{im2}=r_i+\left(t_{ij}+\bar{\alpha}_H\left(t_{jl}+t_{lj'}\right)+t_{j'm}\right)$$
$$\times\left(x_{ij}y_{jl}y_{j'l}x_{mj'}\right) \qquad \forall i,m \qquad (۱۳)$$

$$A_{im3}=r_i+\left(t_{ij}+t_{jl}\bar{\alpha}_H+t_{lv}\bar{\alpha}_C+t_{vj'}\bar{\alpha}_H+t_{j'm}\right)$$
$$\times\left(x_{ij}y_{jl}y_{j'v}x_{mj'}\right) \qquad \forall i,m \qquad (۱۴)$$

$$x_{ij},y_{jl}\in\{0,1\} \qquad \forall i,j,l,m \qquad (۱۵)$$

تابع هدف (۱) مجموع تمام هزینه‌ها را حداقل می‌کند. در عبارت اول مجموع هزینه‌های حمل‌ونقل شامل انتقال از نقطه مبدأ به محور مبدأ، از محور به محور مرکزی مبدأ، از محور مرکزی مبدأ به محور مرکزی مقصد، محور مرکزی مقصد به محور مقصد و از محور مقصد به نقطه تقاضای مقصد در نظر گرفته شده است؛ که هر کدام از این مسیرها در صورت تخصیص و برقراری ارتباط منظور می‌شود. هم‌چنین تخفیف در هزینه‌های انتقال میان محورهای مرکزی و بین محورها و محورهای مرکزی در این رابطه لحاظ شده است. در عبارت دوم هزینه مربوط به جریمه تأخیر در تحویل تقاضا در نظر گرفته شده است و عبارات پایانی به ترتیب هزینه تأسیس محور و محور مرکزی را محاسبه می‌کنند.

محدودیت‌های(۲) و (۳) تعداد محورها و حداکثر تعداد محورهای مرکزی در شبکه را مشخص می‌کنند. رابطه (۵)تخصیص تکی در شبکه را نشان می‌دهد؛ این رابطه بیان

می‌کند که تنها در صورتی گره تقاضای i به نقطه‌ی j تخصیص داده می‌شود که در آن نقطه محور قرار گرفته باشد و یا به بیان دیگر نقاط تقاضا فقط به محورها متصل می‌شوند. رابطه (۶) تضمین می‌کند که محورها فقط به محورهای مرکزی وصل می‌شوند. محدودیت‌های(۷) و (۸)محدودیت ظرفیت را برای محورها و محورهای مرکزی اعمال می‌کنند که کل حجم ورودی به هر یک از محورها و یا محورهای مرکزی نباید از ظرفیت آن‌ها تجاوز کند. روابط (۹) تا (۱۱) محدودیت ظرفیت بر روی کمان‌ها را بیان می‌کنند؛ که به ترتیب نشان‌دهنده کمان‌های بین نقاط تقاضا و نقاط محور، نقاط محور و محور مرکزی و بین محورهای مرکزی می‌باشند. معادلات (۱۲) تا (۱۴) مدت زمان ارسال از طریق مسیرهای مختلف ممکن بین هر دو نقطه از شبکه را محاسبه می‌کنند که از این مقادیر در تابع هدف جهت محاسبه میزان تأخیر در تحویل استفاده می‌شود.

۴- حل مسئله

جهت حل مسئله مطرح شده، مدل ریاضی فوق در نرم‌افزار GAMS 23.5 با استفاده از یک رایانه شخصی (Intel® Core™ i7-2630QM CPU @2.00GHz 2.00 GHz, 6.00GB RAM, Windows 7 Ultimate) مدل‌سازی و حل شد.

به ازای ابعاد مختلف شبکه، نمونه مسائلی به‌صورت تصادفی ایجاد شده و در دو حالت دارای ظرفیت و بدون ظرفیت حل شد. جدول (۲) مقایسه نتایج حاصل از حل این مسائل را در دو حالت فوق نشان می‌دهد. مقادیر در نظر گرفته شده برای تعداد نقاط محور و محور مرکزی، حداقل مقادیر برای شدنی بودن مسئله در حالت با ظرفیت می‌باشد.

همان‌طور که در جدول (۱) مشاهده می‌شود، در نظر گرفتن ظرفیت در مسئله در اغلب موارد منجر به تغییر نقاط انتخاب شده به‌عنوان محور و یا محور مرکزی می‌شود. به‌طور مثال، در مسئله با تعداد نقاط ۱۰ نقطه در کل شبکه، همان‌طور که مشاهده می‌شود نقطه ۱ که در حالت بدون ظرفیت به‌عنوان محور مرکزی انتخاب شده بود، با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت نقاط و کمان‌های مسیر ارتباط دهنده نقاط، حتی به‌عنوان محور نیز انتخاب نشده است. در سایر موارد نیز تغییر نقاط انتخاب شده به‌عنوان محور و محور مرکزی مشاهده می‌شود. این مسئله نشان‌دهنده اهمیت و تأثیر منظور کردن ظرفیت در مسئله می‌باشد که هم‌چنین موجب نزدیک‌تر شدن آن به مسائل دنیای واقعی خواهد شد. بدون در نظر گرفتن ظرفیت، ممکن است نقاطی به‌عنوان محور و یا حتی محور مرکزی انتخاب شوند که امکانات بسیار محدودی جهت فعالیت به‌عنوان محور دارند در حالی که در مسئله مورد نظر، از چنین مشکلی جلوگیری می‌شود.

جهت بررسی زمان حل نیز، مسئله به ازای مقادیر مختلف تعداد نقاط محور و حداکثر نقاط محور مرکزی در نظر گرفته شده و در هر حالت، ۵ مسئله مختلف تولید و حل شد. نتایج مربوط به میانگین زمان حل هر گروه ۵ تایی مسائل در جدول (۲) نشان داده شده است.

جدول (۱): مقایسه مسئله در حالات بدون ظرفیت و با ظرفیت

تعداد نقاط شبکه، محور، محور مرکزی	نقاط محور (بدون ظرفیت)	نقاط محور مرکزی (بدون ظرفیت)	نقاط محور (با ظرفیت)	نقاط محور مرکزی (با ظرفیت)
۸،۴،۲	۲،۷	۴،۵	۳،۷	۴،۵
۱۰،۵،۳	۴،۷	۱،۵،۱۰	۴،۷	۲،۵،۱۰
۱۲،۷،۴	۳،۴،۱۰،۱۱	۱،۹،۱۲	۵،۹،۱۱	۱،۳،۱۰،۱۲
۱۵،۹،۵	۱،۶،۸،۱۲،۱۵	۵،۹،۱۰،۱۳	۱،۲،۹،۱۵	۵،۶،۸،۱۰،۱۳

جدول (۲): میانگین زمان حل مسئله در حالات مختلف

تعداد نقاط	تعداد محور	حداکثر تعداد محور مرکزی	میانگین زمان حل (ثانیه)
۵	۳	۲	۹.۸۷۴
۶	۴	۳	۱۲.۲۳۷
۸	۴	۲	۳۸.۱۲۱
۱۰	۶	۴	۱۰۷.۵۱۲
۱۵	۷	۵	۷۹۴.۳۵۷
۲۰	۷	۶	۲۷۲۸.۴۶۹
۲۵	۹	۸	-

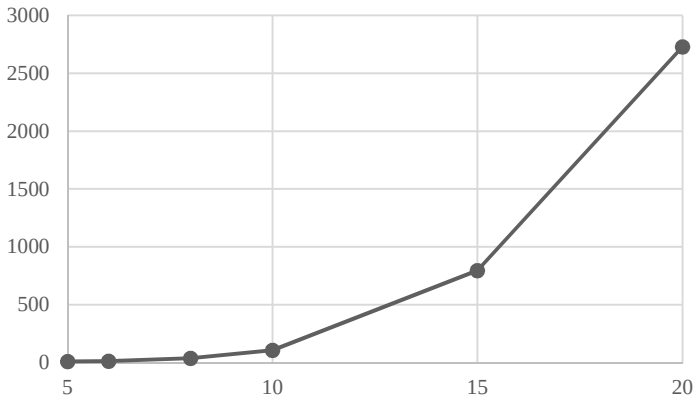
همان‌طور که در جدول (۲) مشاهده می‌شود، حل این مدل برای رسیدن به جواب‌های دقیق بسیار دشوار و زمان‌بر می‌باشد؛ به‌گونه‌ای که با رسیدن تعداد نقاط واقع در شبکه به بیشتر از ۱۰ عدد، حلی برای مسئله در مدت زمان یک ساعت به‌دست نیامد.

هم‌چنین شکل (۲) روند تغییر زمان حل مسئله را با افزایش اندازه شبکه نشان می‌دهد. با توجه به این نمودار، مشاهده می‌شود که افزایش ابعاد مسئله به‌صورت نمایی بر زمان حل تأثیر می‌گذارد.

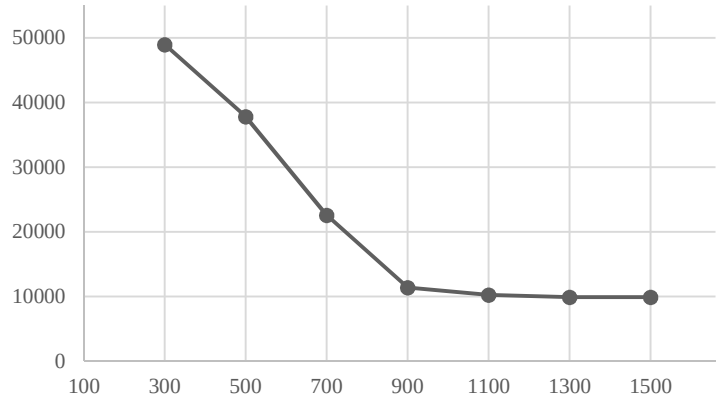
با توجه به پیچیدگی مدل، استفاده از روش‌های ابتکاری و فراابتکاری جهت حل این مسئله پیشنهاد می‌شود.

هم‌چنین، تحلیل حساسیت مسئله در مقابل متغیر ظرفیت انجام شد. جهت انجام این بررسی، مسئله‌ای دارای ۱۰ نقطه بر روی شبکه تولید شد که مقادیر مربوط به پارامترهای آن بدین شرح است: فاصله بین نقاط (d_{ij}) به‌صورت تصادفی در بازه (۹۰۰, ۱۰۰) و تقاضا (q_{im}) در بازه (۱۰,۷۰) در نظر گرفته شدند. هزینه تأسیس محور در نقاط شبکه (h_i) نیز در حدود (۱۰۰۰, ۴۰۰) و مقدار hr برابر ۰/۶ منظور شد.

شکل (۳) تغییرات هزینه کل را در مقابل تغییر سطح ظرفیت نقاط در مسئله فوق نشان می‌دهد. در این نمودار، میانگین بازه تولید اعداد تصادفی برای ظرفیت در محور افقی و هزینه کل در محور عمودی نمایش داده شده است. طول بازه‌های مربوط به ظرفیت برابر با ۲۰۰ می‌باشد. به‌طور مثال، نقطه ۳۰۰ بر روی محور افقی نشان‌دهنده بازه (۴۰۰, ۲۰۰) است.



شکل (۲): تغییرات زمان حل مسئله نسبت به‌اندازه شبکه



شکل (۳): تغییرات هزینه کل مسئله با تغییر سطح ظرفیت‌ها

برای هر یک از مقادیر نمودار فوق، با تولید ۵ سری ظرفیت مختلف، مسئله حل شده و میانگین هزینه کل برای بازه مورد نظر در نظر گرفته شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، حساسیت مسئله به مقادیر ظرفیت به‌طور کلی قابل توجه می‌باشد. اگرچه با افزایش ظرفیت‌ها از یک حد مشخص، تغییری در نتیجه مسئله حاصل نمی‌شود.

با توجه به نتایج فوق، می‌توان محاسبه و یافتن حداقل سطح ظرفیتی را که با ثابت بودن سایر پارامترها، موجب رسیدن به حداقل هزینه می‌شود، به‌عنوان یک مسئله در نظر گرفت. گرچه باید این نکته را در نظر داشت که در مسئله فعلی، ظرفیت نقاط مختلف متفاوت بوده و ممکن است در عمل امکان ایجاد یک سطح ظرفیت یکسان برای همه نقاط وجود نداشته باشد.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، مسئله طراحی شبکه محور سلسله مراتبی سه سطحی، شامل نقاط تقاضا، محورها و محورهای مرکزی در نظر گرفته شد. در مسئله مورد نظر، برای نقاط شبکه به‌عنوان محور و محور مرکزی محدودیت ظرفیت در نظر گرفته شده است. علاوه بر این، محدودیت ظرفیت نیز برای هر ارتباط ممکن میان جفت نقاط موجود در شبکه، به همراه محدودیت زمان تحویل در مسئله منظور شده است.

مدل ریاضی مسئله ارائه شده و جهت حل آن از نرم‌افزار GAMS استفاده شده و نتایج حل مسئله ارائه گردید. با توجه به این نتایج، مشاهده شد که محدودیت‌های اضافه شده در این مسئله، نسبت به مسئله مشابه در ادبیات موضوع، تأثیر به سزایی بر روی نحوه تخصیص محورها و محورهای مرکزی و به‌طور کلی بر روی پاسخ نهایی مسئله دارد. هم‌چنین با توجه به زمان‌های حل، استفاده از مدل ریاضی برای حل مسئله و رسیدن به پاسخ‌های بهینه دقیق کاری زمان‌بر و دشوار خواهد بود و به همین جهت استفاده از روش‌های ابتکاری و فراابتکاری برای حل این مسئله پیشنهاد می‌شود.

تحلیل حساسیت صورت گرفته در مورد مسئله نیز نشان می‌دهد که تغییر ظرفیت نقاط تا یک حد مشخص تأثیر به سزایی بر روی پاسخ نهایی مسئله دارد ولی با رسیدن ظرفیت‌ها به این حد، افزایش ظرفیت نقاط تأثیری بر نتیجه مسئله نخواهد داشت؛ بنابراین، می‌توان مسئله یافتن سطح ظرفیت فوق را نیز به‌عنوان تحقیقات آتی این مقاله در نظر گرفت.

منابع

[1] Toh, R. S., Higgins, R. G. "***The impact of hub and spoke network centralization and route monopoly on domestic airline profitability***", *Transportation Journal*, PP. 16-27, 1985.

[2] Hakimi, S. L. "***Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph***", *Operations Research*, Vol. 12, No. 3, PP. 450-459, 1964.

[3] O'Kelly, M.E. "***The location of interacting hub facilities***", *Transportation Science*, No. 20, PP. 92-106, 1986.

[4] O'kelly, M.E. "***A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities***", *European Journal of Operational Research*, No. 32, PP. 393-40,1987.

[5] Campbell, J F. "***Integer programming formulations of discrete hub location problems***", *European Journal of Operational Research*, No. 72.PP. 387-405,1994.
[6] Ernst, A.T., Krishnamoorthy, M. "***Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation p-hub median problem***", *Location science*, No. 4, PP. 139-154,1996.
[7] O'Kelly, M.E., Bryan, D., Skorin-Kapov, D., Skorin-Kapov, J. "***Hub network design with single and multiple allocation: A computational study***", *Location Science*, No. 4, PP. 125-138,1996.
[8] Skorin-Kapov, D., Skorin-Kapov, J., O'Kelly, M. "***Tight linear programming relaxations of uncapacitated p-hub median problems***", *European Journal of Operational Research*, No. 94, PP. 582-593,1996.
[9] Sohn, J., Park, S. "***A linear program for the two-hub location problem***", *European Journal of Operational Research*, No. 100, PP. 617-622,1997.
[10] Sohn, J., Park, S. "***Efficient solution procedure and reduced size formulations for p-hub location problems***", *European Journal of Operational Research*, No. 108, PP. 118-126,1998.
[11] Ebery, J. "***Solving large single allocation p-hub problems with two or three hubs***", *European Journal of Operational Research*, No. 128, PP. 447-458,2001.
[12] Klincewicz, J. G. "***Heuristics for the p-hub location problem***", *European Journal of Operational Research*, No. 53, PP. 25-37,1991.
[13] Klincewicz, J.G. "***Avoiding local optima in the p-hub location problem using tabu search and GRASP***", *Annals of Operations Research*, No. 40, PP. 283-302,1992.
[14] Skorin-Kapov, D., Skorin-Kapov,J. "***On tabu search for the location of interacting hub facilities***", *European Journal of Operational Research*, No. 73, PP. 502-509,1994.
[15] Smith, K., Krishnamoorthy, M., Palaniswami, M. "***Neural versus traditional approaches to the location of interacting hub facilities***", *Location Science*, No. 4, PP. 155-171,1996.
[16] Contreras, I., Díaz, J.A., Fernández, E. "***Lagrangean relaxation for the capacitated hub location problem with single assignment***", *OR spectrum*, No. 31, PP. 483-505,2009.
[17] De Camargo, R. S., Miranda, J. "***Single allocation hub location problem under congestion: Network owner and userperspectives***", *Expert Systems with Applications*, No. 39, PP. 3385-3391,2012.
[18] Davari, S., Zarandi, M.H.F. "***The single-allocation hierarchical hub median location problem with fuzzy demands***", *African Journal of Business Manegement*, No. 6, PP. 347-360,2012.
[19] Snyder, L.V., Daskin, M.S. "***Reliability models for facility location: the expected failure cost case***", *Transportation Science*, No. 39, PP. 400-416,2005.
[20] Snyder, L.V., Scaparra, M.P., Daskin, M.S., Church, R.L. "***Planning for disruptions in supply chain networks***",*Tutorials in operations research*,2006.
[21] Berman, O., Krass, D., Menezes, M.B. "***Facility reliability issues in network p-median problems: strategic centralization and co-location effects***", *Operations Research*, No. 55, PP. 332-350,2007.
[22] Cui, T., Ouyang, Y., Shen, Z.J.M. "***Reliable facility location design under the risk of disruptions***", *Operations Research*, No. 58, Part-1, PP. 998-1011,2010.
[23] Li, X., Ouyang, Y. "***A continuum approximation approach to reliable facility location design under correlated probabilistic disruptions***", *Transportation Research*.part B: methodological, No. 44, PP. 535-548,2010.
[24] Kratica, J., Stanimirović, Z., Tošić, D., Filipović, V. "***Two genetic algorithms for solving the uncapacitated single allocation p-hub median problem***",*European Journal of Operational Research*, No. 182, PP. 15-28,2007.
[25] Stanimirović, Z. "***A genetic algorithm approach for the capacitated single allocation p-hub median problem***". *Computing and Informatics*, No. 29, PP. 117-132,2012.
[26] Wu, T. H., Kolar, D. J., Cardwell, R. H. "***Survivable network architectures for broad-band fiber optic networks: model and performance comparison***." *J. ofLightwave Technology*, No. 6, PP.1698-1709,1988.
[27] Yaman, H. "***The hierarchical hub median problem with single assignment***", *Transportation Research.* Part B: Methodological, No. 43, PP. 643-658,2009.

ضمایم

فهرست علائم

A_{imz}: زمان تحویل محموله ارسالی از نقطه i به نقطه m از مسیر z

C_j: ظرفیت نقطه j به‌عنوان محور

C_l: ظرفیت نقطه l به‌عنوان محور مرکزی

d_{ij}: هزینه هر واحد انتقال از نقطه i به j

f_{im}: جریمه تحویل با تأخیر هر واحد از تقاضای ارسالی از نقطه i به m به ازای هر واحد زمان

h_i: هزینه تأسیس محور در نقطه i

hr: نسبت بین هزینه تأسیس محور مرکزی و محور در هر نقطه از شبکه

P: تعداد محورهای مورد نیاز

P_0: حداکثر تعداد محورهای مرکزی

q_{im}: میزان تقاضا جهت ارسال از نقطه i به m

r_i: زمانی که محموله در نقطه i آماده ارسال است

t_{ij}: زمان انتقال از نقطه i به j

x_{ij}: متغیر صفر و یک. برابر با ۱ در صورتی که نقطه i به محور در نقطه j تخصیص داده شود، صفر در غیر این‌صورت.

y_{jl}: متغیر صفر و یک. برابر با ۱ در صورتی که محور در نقطه j به محور مرکزی در نقطه l تخصیص داده شود، صفر در غیر این‌صورت.

علائم یونانی

α_C: ضریب تخفیف در هزینه انتقال بین محورهای مرکزی

$\overline{\alpha}_C$: ضریب تخفیف در زمان انتقال بین محورهای مرکزی

α_H: ضریب تخفیف در هزینه انتقال بین محورها و محورهای مرکزی

$\overline{\alpha}_H$: ضریب تخفیف در زمان انتقال بین محورها و محورهای مرکزی

β_m: موعد تحویل در نقطه مقصد m

زیرنویس

i: اندیس نقاط تقاضا ($i \in I$)

j : اندیس نقاط محور ($j \in H \subset I$)

j' : اندیس نقاط محور ($j' \in H \subset I$)

j'' : اندیس نقاط محور ($j'' \in H \subset I$)

m: اندیس نقاط تقاضا ($m \in I$)

l: اندیس محورهای مرکزی ($l \in C \subset H$)

v: اندیس محورهای مرکزی ($v \in C \subset H$)

z: اندیس مسیرهای ممکن بین هر جفت نقطه ($z \in \{1,2,3\}$)