مدل استوار تعیین همزمان اندازه دسته و توالی تولید

محبوبه کبیری زمانی[1*]، مهدی بیجاری[2]
دانشگاه صنعتی اصفهان

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۸/۲۸
تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۱۰/۱۵

چکیده

مدل‌های بهینه‌سازی شده برای تصمیم‌گیری در زمینه برنامه‌ریزی تولید مورد استفاده قرار گرفته، ولی در اغلب مدل‌ها شرایط قطعی بوده و تغییرات احتمالی در داده‌ها در نظر گرفته نمی‌شود. بهینه‌سازی استوار روشی است که برای مواجه با عدم قطعیت و تغییرات در مسائل بهینه‌سازی مورد استفاده قرار می‌گیرد. رویکرد بهینه‌سازی استوار سعی در ایجاد برنامه‌ای دارد که اثر اختلالات ناشی از عدم قطعیت را در حین اجرا بر مقدار تابع هدف حداقل کند. یکی از مباحث مهم در برنامه‌ریزی تولید، مسئله تعیین همزمان اندازه دسته و زمان‌بندی تولید است. هدف از این مقاله، یافتن معیاری برای ایجاد یک مدل بهینه‌سازی استوار با رویکرد سناریوسازی در مسئله تعیین اندازه دسته و زمان‌بندی تولید همزمان با تقاضای غیرقطعی است. در این راستا یک مدل استوار غیرخطی بر اساس انحراف عملکرد مدل از مقادیر بهینه استفاده شده است که در مرحله بعد تبدیل به فرم خطی گردیده است. همچنین به‌عنوان یک معیار کمکی، متغیر کمبود به مدل اضافه شده است تا هزینه سطح سرویس در مدل قابل مشاهده باشد. نتایج عددی در دسته مسائل مختلف نشان داده است که برای ابعاد متوسط استفاده از روش افق غلطان با میانگین خطای ۰.۰۷ در تابع هدف، زمان حل بسیار کمتری نسبت به حل بهینه دارد.

واژه‌های کلیدی: استواری، تعیین اندازه دسته و توالی همزمان، رویکرد سناریو محور، افق غلطان.

مقدمه

عدم قطعیت در مؤسسات تولیدی یک امر رایج است. منابع بسیاری برای عدم قطعیت وجود دارد و این به مقیاس زمانی مورد نظر که چه منابعی از عدم قطعیت‌ها مهم‌تر و بحرانی‌تر از بقیه است، بستگی دارد. مسئله برنامه‌ریزی تولید برای محیط‌های صنعتی اغلب به دو دسته کوتاه‌مدت و بلندمدت تقسیم شده است که با توجه به این دسته‌بندی می‌توان منابع عدم قطعیت را نیز به دو بخش تقسیم نمود. یکی از مهم‌ترین منابع عدم قطعیت برای مسائل برنامه‌ریزی با افق‌های بلندمدت، "داده‌های محیطی" مثل تقاضای برآورد شده، قیمت آتی محصولات و هزینه مواد اولیه خام است. به‌طور مثال برآورد تقاضا معمولاً بر اساس پیش‌بینی‌های مربوط به رخدادهای آتی است. از طرف دیگر مهم‌ترین منبع عدم قطعیت برای مسائل با افق زمانی کوتاه‌مدت "داده‌های فرآیند" مانند زمان‌های پردازش و در دسترس بودن منابع است.

در مدل‌های پایه برنامه‌ریزی تولید و زمان‌بندی، فرض بر آن است که پارامترهای مسئله به‌صورت قطعی هستند، اما در دنیای واقعی همواره شرایط ثابت نیست. عدم قطعیت در این مسائل می‌تواند باعث شود که آنچه در عمل، پس از اجرای یک برنامه به وقوع می‌پیوندد بسیار متفاوت از آنچه باشد که مورد انتظار بوده است. اکثر رویکردهای مورد استفاده نیز فرض می‌کنند که همه داده‌های مسئله قطعی و دارای مقادیر معینی است. در محیط‌های تولیدی اگرچه یک برنامه پیشنهادی قطعی ممکن است بهترین گزینه در شرایط پیش‌بینی شده باشد، اما این گزینه می‌تواند

[1*]- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده صنایع و سیستم‌ها، نویسنده پاسخگو، پست‌الکترونیکی: m.kabii@in.iut.ac.ir، نشانی: اصفهان، دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده صنایع و سیستم‌ها، کدپستی: ۸۴۱۵۶۸۳۱۱۱
[2]- دانشیار دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها دانشگاه صنعتی اصفهان، پست‌الکترونیکی: bijari@cc.iut.ac.ir

به‌سرعت تبدیل به یک گزینه ناکارا و یا حتی غیرممکن پس از وقوع اتفاقات پیش‌بینی نشده شود. به‌عبارت دیگر ضعف اصلی مسائل قطعی، داده‌های غیرقطعی برای ایجاد تصمیم بهینه است. برای مواجهه با عدم قطعیت رویکردهای مختلفی وجود دارد. یک رویکرد مناسب در چنین شرایطی، رویکرد بهینه‌سازی استوار است. در بهینه‌سازی استوار هدف یافتن راه‌حلی است که در مقابل عدم قطعیت کمترین تغییرات را نشان دهد.

یکی از مباحث مهم در برنامه‌ریزی تولید، تعیین اندازه دسته و زمان‌بندی تولید است. در اکثر مسائل مورد بررسی علی‌رغم وابسته بودن مسائل تعیین اندازه دسته و زمان‌بندی تولید به یکدیگر، آنها را در دو مرحله متفاوت مدنظر قرار می‌دهند. این رویکرد در بعضی مسائل می‌تواند منجر به پاسخ‌های نامناسب و افزایش هزینه‌ها شود. مدل تعیین اندازه دسته و زمان‌بندی تولید عمومی (GLSP)[1]، اندازه دسته و زمان‌بندی تولید را به‌صورت همزمان مورد بررسی قرار می‌دهد. برای حل این مدل تاکنون از رویکردهای مختلفی استفاده شده است. یکی از فرضیات کاربردی در مورد مسئله تعیین اندازه دسته و زمان‌بندی همزمان می‌تواند فرض در نظر گرفتن شرایط عدم قطعیت در مدل باشد. هدف از انجام این مقاله استفاده از رویکرد بهینه‌سازی استوار برای مسئله تعیین اندازه دسته و زمان‌بندی همزمان است که برای اولین بار مورد بررسی قرار می‌گیرد. در راستای نیل به این هدف معیاری برای استواری مدل تعریف شده و سپس برای حل مدل توسعه داده شده، یک الگوریتم ابتکاری افق غلطان پیشنهاد می‌گردد.

۱- مرور ادبیات

مدل تعیین اندازه دسته و زمان‌بندی تولید عمومی (GLSP)، مدلی با ظرف زمانی بزرگ و به‌عنوان آخرین و پرکاربردترین مدل پایه مسئله تعیین اندازه دسته و زمان‌بندی تولید است که در آن توالی تولید نیز محاسبه می‌شود. در ادبیات موضوع دو رویکرد برای مسئله تعیین همزمان اندازه دسته تولید و زمان‌بندی وجود دارد. رویکرد اول که توسط فلشمن[2] و میر[3][۱] معرفی شده است، دارای دو ظرف زمانی کوچک و بزرگ است. در این مدل، دوره‌های زمانی کوچک، در داخل دوره‌های زمانی بزرگ قرار دارند. این دوره‌ها تعیین‌کننده موقعیت‌هایی هستند که توالی تولید با کمک آنها تعیین می‌شود. رویکرد دوم برای مسئله تعیین همزمان اندازه دسته و زمان‌بندی، توسعه مدل CLSP با در نظر گرفتن زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی است که توسط آلمادولوبو[4] و همکاران ارائه گردیده است[۲],[۳]. مدل ارائه شده توسط آلمادولوبو بسیار قوی‌تر از مدل فلشمن و میر است.

یکی از جدیدترین رویکردها در مواجهه با عدم قطعیت داده‌های یک مسئله برنامه‌ریزی و زمان‌بندی، رویکرد بهینه‌سازی استوار می‌باشد. با استفاده از رویکرد بهینه‌سازی استوار می‌توان برنامه اولیه را به‌نحوی ایجاد کرد که تغییر داده‌ها حین اجرای برنامه تا حد ممکن کمترین تغییرات را در برنامه اولیه سبب شود[۴]. در تحقیقات اولیه مربوط به زمان‌بندی استوار، محققان برنامه‌ای را انتخاب می‌کردند که عملکرد واقعی خوبی داشته باشد؛ درحالی‌که در تحقیقات اخیر سعی در انتخاب برنامه‌ای دارند که عملکرد آن نسبت به بهترین عملکرد بد نباشد. مطالعات انجام شده در حوزه عدم قطعیت به دو دسته رویکرد سناریو محور و رویکرد استفاده از معیارهای جانشین تقسیم شده‌اند.

اولین بار سویستر[5][۵] یک روش بهینه‌سازی استوار پیشنهاد داد که در آن پارامترهای غیرقطعی با بدترین حالت ممکن خود جایگزین می‌شدند. مدل سویستر معادل یک مسئله بهینه‌سازی خطی است که همه پارامترهای غیرقطعی در آن با مقدار بدترین حالت در مجموعه غیرقطعی جایگزین شده‌اند. در این مدل مقدار بهینه استوار بسیار بدتر از مقدار بهینه مسئله بهینه‌سازی خط اصلی است. نتایج مدل وی بسیار محافظه‌کارانه است زیرا فقط بدترین حالت را می‌بینند. در سال‌های بعد، بهینه‌سازی در حالت غیرقطعی، بیشتر مورد توجه قرار گرفت.

یک تلاش تحقیقاتی برای کاهش محافظه‌کارانه بودن نسبت به روش سویستر توسط بن‌تال[6] و نمیروسکی[7][۶]، [۷] صورت گرفته است که اجازه یک مبادله بین استواری و کارایی را به مدل می‌دهد. آنها ابتدا نشان دادند که برای یک مسئله بهینه‌سازی محدب عمومی، مسئله پایدار مربوطه دقیق یا تقریبی است. اگر داده‌های غیرقطعیِ متعلق به یک

1- General Lot Sizing and Scheduling Problem
2- Fleischmann
3- Meyr
4- Almada-Lobo
5- Soyster
6- Ben-Tal
7- Nemirovski

مدل استوار تعیین همزمان اندازه دسته و توالی تولید

مجموعه عدم قطعیت، بیضوی باشد. آنها یک برنامه‌ریزی خطی را با روش خودشان مطالعه کردند.

اگرچه اولین گام‌ها در بهینه‌سازی استوار خطی در سویستر آورده شده است، ولی ظاهراً عبارت بهینه‌سازی استوار اولین بار در ملوی استفاده شده است تا یک رویکرد برنامه‌ریزی احتمالی جدید شامل رویکرد سناریو محور با یک فرمول‌سازی برنامه‌ریزی آرمانی (بهینه‌سازی احتمالی استوار) معرفی گردد. هدف این روش یافتن راه‌حلی است که دارای کمترین انحراف برای عملکرد کلیدی (عمدتاً هزینه) مورد انتظار از عملکرد حل بهینه یک سناریوی خاص باشد. مدل بهینه‌سازی استوار ملوی[۱] و همکاران، قادر است تصمیم‌گیرنده را به تابع عدم ریسک یا سطح سرویس مطلوب برساند. به‌علاوه جواب‌های ارائه شده توسط مدل آنها، حساسیت کمتری به فهم داده‌ها در یک مجموعه از سناریوها دارد[۸].

طرح‌های اولیه برای مدل‌سازی عدم قطعیت در زمینه برنامه‌ریزی تولید با برخی تلاش‌ها برای مدل‌سازی تقاضای تصادفی در سیستم‌های مدیریت موجودی با استفاده از فرآیندهای عمدتاً احتمالی آغاز شده است. لاسر[۲] و مرس[۳][۹] مفاهیم استواری در برنامه‌ریزی سلسله مراتبی را برای زمانی که تقاضاهای جزئی با قطعیت شناخته شده هستند ولی تقاضای محصول پایانی ممکن است در بازه‌های مشخص تغییر کند را معرفی کردند. در این زمینه یک برنامه تاکتیکی استوار به‌عنوان برنامه‌ای تعریف شده است که حداقل یک جداسازی شدنی برای همه تقاضاهای واقعی محصولات پایانی ارائه می‌دهد. فرر[۴] و زافل[۵][۱۰] نتایج لاسر و مرس را با در نظر گرفتن فرضیات مشابه مدل آنها توسعه دادند. تامسون[۶] و همکاران[۱۱]، [۱۲] یک رویکرد یکپارچه برای برنامه‌ریزی تولید جامع توسعه دادند که در آن عدم قطعیت در هزینه‌ها، ظرفیت‌ها و زمان‌های تحویل و تقاضا توسط تکنیک‌های شبیه‌سازی مونت کارلو مدل‌سازی شده است.

در مسائل برنامه‌ریزی و زمان‌بندی، معیارهای مختلفی برای استواری در نظر گرفته شده است. کلیجنن[۷] و گوری[۸] برای زمان‌بندی دو نوع معیار استواری بر اساس عملکرد تحقق‌یافته و بر اساس تفاوت عملکرد واقعی و بهینه ارائه نمودند[۱۳]. سپس آنها یک مطالعه کنترل تولید را در نظر گرفتند و معیار استواری را توانائی نگه‌داشتن سرویس کوتاه‌مدت تحت سناریوهای مختلف تعریف کردند. آنها روش‌های هوشمند مرحله‌ای ارائه دادند که تکنیک‌های شبیه‌سازی آنالیز ریسک یا عدم قطعیت و خود راه‌اندازی را برای یافتن راه‌حل استوار ترکیب می‌کند. سیستم موجودی ارائه شده توسط آنها علاوه بر توجه به معیار استواری، موجودی در جریان بلندمدت مورد انتظار را نیز حداقل می‌کند.

یزدانی و بیجاری[۱۴] در مسئله CLSP از کمبود موجودی به‌عنوان کلیدی‌ترین نکته در طراحی معیارهای استواری استفاده کردند و برای حل مدل خود از دو معیار حداقل نمودن میزان کمبود موجودی و حداقل نمودن میزان فاصله از سایر سناریوها برای هزینه‌های نگهداری، آماده‌سازی و خرید استفاده نمودند. آنها از یک الگوریتم ژنتیک برای حل مدل خود استفاده نمودند.

به‌طورکلی مدل‌های استواری موجود را می‌توان به دو گروه تقسیم نمود[۱۵]؛

- گروه اول به‌دنبال راه‌حلی است که تابع هدف را برای بدترین سناریو بهینه کند. (مثل رویکردهای min-max نسبی)

- گروه دوم شرایطی را به راه‌حل‌ها تحمیل می‌کنند. در این حالت راه‌حلی به‌عنوان یک جواب استوار در نظر گرفته می‌شود که بتواند شرایط تحمیل شده را برقرار نماید. (مثل رویکردهای p-robustness، α-reliable min-max regret و lexicographic α-robustness)

رویکرد بهینه‌سازی استوار رویکرد مناسبی برای مواجهه با عدم قطعیت در داده‌های مسئله می‌باشد. با استفاده از رویکرد بهینه‌سازی استوار می‌توان برنامه اولیه را به‌نحوی ایجاد کرد که تغییر داده‌ها در حین اجرای برنامه تا حد ممکن کمترین تغییرات را در برنامه اولیه سبب شود. معیارهای مختلفی برای ارزیابی استواری سیستم‌ها وجود دارد. با وجود اهمیت تعریف معیار مناسب برای رسیدن به جواب مناسب در بهینه‌سازی استوار در زمینه برنامه‌ریزی و کنترل تولید چندان بر روی معیارهای استواری کار نشده است.

1- Mulvey
2- Lasserre
3- Mercé
4- Gfrerer
5- Zäpfel
6- Thompson
7- Kelignen
8- Guori

۲- تعریف مسئله

در این مقاله به‌دلیل مزایای مدل آلمادولوبو از لحاظ کیفیت جواب و سرعت حل مدل در مسئله تعیین اندازه دسته و توالی همزمان از این مدل به‌عنوان مدل پایه استفاده شده است. در تعریف استواری مدل از رویکرد سناریو محور استفاده شده است. برای تبدیل مدل پایه به یک مدل استوار از معیار حداقل انحراف استفاده می‌گردد[۱۴]. مطابق این معیار سناریویی انتخاب می‌شود که حداقل اختلاف را از نظر هزینه با مقادیر بهینه سناریوها داشته باشد. همچنین در این مدل کمبود مجاز و از نوع پس افت است و هزینه کمبود به‌عنوان یک معیار کمکی به تابع هدف اضافه می‌گردد تا نتایج قابل قبولی حاصل شود. پارامترها و متغیرهای تصمیم مدل به شرح زیر است.

پارامترهای مدل

T	تعداد کل دوره‌ها	
J	تعداد کل محصولات	
S	تعداد کل سناریوها	
sc_{ij}	هزینه آماده‌سازی از محصول i به محصول j	$\forall i,j$
st_{ij}	زمان آماده‌سازی از محصول i به محصول j	$\forall i,j$
h_i	هزینه نگهداری هر واحد محصول i در واحد زمان	$\forall i$
a_i	زمان تولید یک واحد محصول i	$\forall i$
c_t	ظرفیت در دسترس در دوره t	$\forall t$
m_{it}	حد بالای تولید محصول i در دوره t	$\forall i,t$
p_s	احتمال وقوع سناریو s	$\forall s$
z_s^*	مقدار بهینه تابع هدف مدل پایه تحت سناریو s	$\forall s$
b_{it}	هزینه کمبود یک واحد محصول i در دوره t	$\forall i,t$
d_{it}	میانگین تقاضای سناریوها برای محصول i در دوره t	$\forall i,t$

متغیرهای تصمیم مدل

I_{it}^{+}	مقدار موجودی باقی‌مانده از محصول i در دوره t	$\forall i,t$
I_{it}^{-}	مقدار کمبود موجودی i در انتهای دوره t	$\forall i,t$
x_{ijt}	متغیر صفر و یک که در صورت ۱ بودن نشان‌دهنده انجام آماده‌سازی از محصول i به j در دوره t است.	$\forall i,j,t$
u_{it}	متغیر صفر و یک، مقدار آن برابر یک اگر حالت آماده‌سازی در ابتدای دوره t برای محصول i باشد و در غیر این‌صورت برابر صفر است.	$\forall i,t$
y_{it}	متغیر نامنفی کمکی به‌منظور تعیین اولویت تولید محصول i در دوره t	$\forall i,t$
q_{it}	میزان تولید محصول i در دوره t	$\forall i,t$

فرمول‌بندی ریاضی غیرخطی مدل استوار

با توجه به توضیحات ارائه شده فرمول‌بندی ریاضی مدل استوار به‌صورت زیر است.

$$\text{Min} \sum_{s} p_s \times \left| z_s^* - \left(\sum_{i=1}^{J}\sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T} sc_{ij}x_{ijt} + \sum_{i=1}^{J}\sum_{t=1}^{T} h_i I_{it}^{+} \right) \right| + \sum_{i=1}^{J}\sum_{t=1}^{T} b_{it} I_{it}^{-} \qquad (۱)$$

s.t.

$$I_{it}^{+} = \max\left\{0, I_{i0} + \sum_{k=1}^{t} q_{ik} - \sum_{k=1}^{t} d_{ik}\right\} \tag{۲}$$

$$I_{it}^{-} = \max\left\{0, I_{i0} + \sum_{k=1}^{t} d_{ik} - \sum_{k=1}^{t} q_{ik}\right\} \tag{۳}$$

$$\sum_{i=1}^{J} a_i q_{it} + \sum_{i=1}^{J}\sum_{j=1}^{J} st_{ij} x_{ijt} \le c_t \tag{۴}$$

$$q_{it} \le m_{it}\left(\sum_{j=1}^{J} x_{jit} + u_{it}\right) \tag{۵}$$

$$\sum_{i} u_{it} = 1 \tag{۶}$$

$$u_{jt} + \sum_{i} x_{ijt} = u_{j(t+1)} + \sum_{i} x_{jit} \tag{۷}$$

$$y_{it} + J * x_{ijt} - (J-1) - J * u_{it} \le y_{jt} \tag{۸}$$

$$m_{jt} = min\left\{\frac{c_t}{p_j}, \sum_{k=t}^{T} d_{jk}\right\} \tag{۹}$$

$$y_{it}, I_{it}^{+}, I_{it}^{-}, q_{it}, u_{it} \ge 0 \tag{۱۰}$$

$$x_{ijt} \in \{0,1\} \tag{۱۱}$$

عبارت (۱) مقدار تابع هدف را نشان می‌دهد که شامل دو بخش است. بخش اول یعنی عبارت داخل قدر مطلق مربوط به حداقل نمودن فاصله بین جواب استوار و جواب بهینه سایر سناریوها است که شامل هزینه‌های نگهداری و هزینه‌های مربوط به آماده‌سازی می‌باشد. بخش دوم تابع هدف به‌منظور حداقل کردن هزینه کمبود موجودی است که در سناریوهای پایه در نظر گرفته نشده است ولی در مدل استوار برای نزدیک کردن مدل به شرایط واقعی مسئله اضافه شده است. عبارت (۲) و (۳) محدودیت‌های مربوط به موازنه موجودی هستند. کمبود در این مدل مجاز و از نوع پس افت است. در عبارت (۲) موجودی هر دوره برابر مجموع موجودی اولیه و تولیدات تا دوره t منهای مجموع کل تقاضا تا دوره t است، به شرطی که این عبارت مثبت باشد، در هر دوره، موجودی اضافه داریم و در صورتی که منفی باشد، به‌طور معادل از عبارت (۳) مقدار کل کمبود تا دوره t به‌دست می‌آید. عبارت (۴) مربوط به محدودیت ظرفیت مدل است. عبارت (۵) رابطه بین تولید و آماده‌سازی را نشان می‌دهد و در صورتی که ماشین آماده تولید محصول نباشد اجازه تولید آن محصول وجود ندارد و مقدار حد بالای تولید محصول نیز از عبارت (۹) به‌دست می‌آید. محدودیت (۶) نشان می‌دهد که در ابتدای هر دوره ماشین فقط برای یک محصول آماده است. محدودیت (۷) روند تغییر حالت آماده‌سازی و انتقال حالت آماده‌سازی از یک دوره به دوره دیگر را نشان می‌دهد. محدودیت (۸) تضمین می‌کند که شبکه توالی حالت آماده‌سازی، یک شبکه پیوسته باشد. در صورت عدم وجود این محدودیت، ممکن است حالت‌های غیرقابل قبول از توالی‌های پیوسته و یا زیرتور به وجود آید. روابط (۱۰) و (۱۱) بیان کننده نوع متغیرها می‌باشند.

فرمول‌بندی خطی مدل استوار

طبق فرمول‌بندی ارائه شده، مدل استوار تابع هدف مسئله در رابطه (۱) و محدودیت‌های مربوط به موازنه موجودی در روابط (۲) و (۳) به‌صورت غیرخطی است. برای تبدیل مسئله به فرم خطی متغیر α_s به مسئله اضافه شده که معادل کل عبارت داخل قدر مطلق در عبارت شماره (۱)

است. همچنین برای تبدیل مدل به فرم خطی عبارات (۱۳) و (۱۴) اضافه شده و معادله موازنه موجودی در عبارات (۲) و (۳) به‌صورت عبارت (۱۵) نوشته شده است. فرم خطی مسئله به شکل زیر است.

$$\min \sum_{s} p_s \times \alpha_s + \sum_{i=1}^{J}\sum_{t=1}^{T} b_{it} I_{it}^{-} \tag{۱۲}$$

S.T.

$$z_s^{*} - \left(\sum_{i=1}^{J}\sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T} sc_{ij} x_{ijt} + \sum_{i=1}^{J}\sum_{t=1}^{T} h_i I_{it}^{+}\right) \le \alpha_s \tag{۱۳}$$

$$z_s^{*} - \left(\sum_{i=1}^{J}\sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T} sc_{ij} x_{ijt} + \sum_{i=1}^{J}\sum_{t=1}^{T} h_i I_{it}^{+}\right) \ge -\alpha_s \tag{۱۴}$$

$$I_{it}^{+} - I_{it}^{-} = I_{i0} + \sum_{k=1}^{t} q_{ik} - \sum_{k=1}^{t} d_{ik} \qquad \forall i,t \tag{۱۵}$$

عبارت (۱۲) مربوط به مقدار تابع هدف در حالت استوار خطی می‌باشد. محدودیت (۱۳) و (۱۴) برای از بین بردن قدر مطلق است و محدودیت (۱۵) موازنه موجودی را نشان می‌دهد. سایر محدودیت‌ها مشابه محدودیت‌های (۴) تا (۱۱) در حالت قبل است.

۳- نتایج محاسباتی

برای بررسی عملکرد مدل، مثال‌هایی تولید شده و حالات مختلف با مدل استوار بررسی شده است. همان‌طور که بیان شد مدل استوار بر اساس اختلاف از مقدار بهینه سناریوهای پایه تصمیم‌گیری می‌کند، لذا برای حل مدل استوار ابتدا می‌بایست سناریوهایی به‌طور تصادفی تولید شوند و مدل‌های پایه آنها حل گردند. سپس مقادیر بهینه به‌دست آمده برای این مدل‌ها به‌عنوان ورودی به مدل استوار داده شود. نحوه تولید مسائل بر اساس مدل پایه آلمادولوبو می‌باشد و در مواردی نیز تغییراتی در نحوه تولید اعمال شده است تا بتوان از داده‌ها برای مدل استفاده نمود.

زمان‌های آماده‌سازی دارای توزیع یکنواخت[۵،۱۰] است. هزینه آماده‌سازی برابر $Sc_{ij} = St_{ij} * \theta$ است که مقدار θ در این رابطه برابر ۵۰ و ۱۰۰ است. هزینه نگهداری دارای توزیع یکنواخت در بازه [۲،۹] و هزینه کمبود برابر ضریبی از هزینه نگهداری است. این ضریب در مسئله برابر 1.5 و ۲ قرار داده شده است. برای همه محصولات زمان تولید به ازای هر واحد محصول برابر دو حالت "برابر یک" و "بزرگ‌تر از یک" در نظر گرفته شده است. برای تقاضا یک مرکز بازه و یک حداکثر انحراف از بازه تعیین می‌گردد. مقدار مرکز بازه برابر ۱۰۰ و حداکثر انحراف برابر ضریبی از مرکز بازه قرار داده شده است که این ضریب در ۴ حالت ۰/۰۵، ۰/۱، ۰/۲ و ۰/۳ است. به‌عبارتی تقاضا برای سناریوهای پایه به ازای هر واحد محصول و هر دوره به‌طور تصادفی دارای توزیع یکنواخت در بازه $\tilde{d}_{it} \in [d_{it} \pm \hat{d}_{it}]$ است و برای مدل استوار برابر میانگین تقاضاهای تولید شده برای سناریوهای پایه به شمار می‌آید. ظرفیت تولید میانگین کل تقاضا در دوره‌ها تقسیم‌بر پارامتر تنظیم ظرفیت ۰/۶ و ۰/۸ می‌باشد. موجودی اولیه کلیه اقلام نیز صفر در نظر گرفته شده است.

برای مثال یک نمونه مسئله با ۴ محصول و ۷ دوره بررسی شده است. ۱۵ سناریو برای متغیر تصادفی تقاضا، تولید شده است که با توجه به آنها مسئله برای چندین حالت بررسی می‌گردد. همچنین احتمال رخداد سناریوها در دو حالت یکسان و غیریکسان به ازای هر سناریو بررسی شده است. فرض می‌گردد مجموع احتمال همه سناریوها برابر یک است، در نتیجه احتمال وقوع هر سناریو در حالتی که احتمالات یکسان باشد به ازای هر یک از ۱۵ سناریو برابر ۰/۶۷ است.

در این مقاله برای حل مدل‌های ریاضی ارائه شده از نرم‌افزار GAMS نسخه ۲۳.۶ و حل‌کننده CPLEX استفاده شده است. مدل ارائه شده در کامپیوتری با پردازشگر GHZ ۳.۲ و حافظه جانبی ۴GB حل شده و برنامه‌نویسی الگوریتم توسط نرم‌افزار Visual C# انجام شده است. شرط توقف برای حل مدل، ۳۶۰۰ ثانیه در نظر گرفته شده است. برای سناریوهای مشخص شده مدل پایه در Gams اجرا شده است و مقادیر مربوط به مقدار بهینه تابع هدف در حالات مختلف به‌عنوان ورودی به مدل استوار خطی داده شده است. مسئله برای ۳۲۰ حالت که به‌طور تصادفی تولید شده به ازای ۴ بازه تقاضا حل شده است و نتایج مربوط به میانگین هر حالت در جدول (۱) آورده شده است.

به ازای $a \neq 1$ در حالتی که ظرفیت بسته‌تر باشد، جواب‌های مدل پایه نشدنی می‌شود و در نتیجه مدل استوار هم قابل حل نیست، به عبارتی مدل استوار به‌دلیل صفر بودن z های سناریوها تبدیل به یک مدل پایه با مجاز بودن

کمبود می‌شود که در این حالت‌ها به‌دلیل تغییر ماهیت مسئله، نتایج برآورده نشده و قابل مقایسه نیست.

با مقایسه z^* به ازای $a = 1$ و $a \neq 1$ ملاحظه می‌گردد که نتایج به ازای $a = 1$ بهتر است، این موضوع به این دلیل است که در حالت $a = 1$ محصولات زمان تولید کمتری دارند و در نتیجه در مدل احتمال رخداد کمبود، پایین‌تر است و هزینه کمبود کمتری به سیستم تحمیل می‌شود، در حالی‌که در حالت $a \neq 1$ به‌دلیل اضافه شدن هزینه کمبود به مقدار تابع هدف نتایج بسیار بدتر از حالت $a = 1$ به‌دست آمده است.

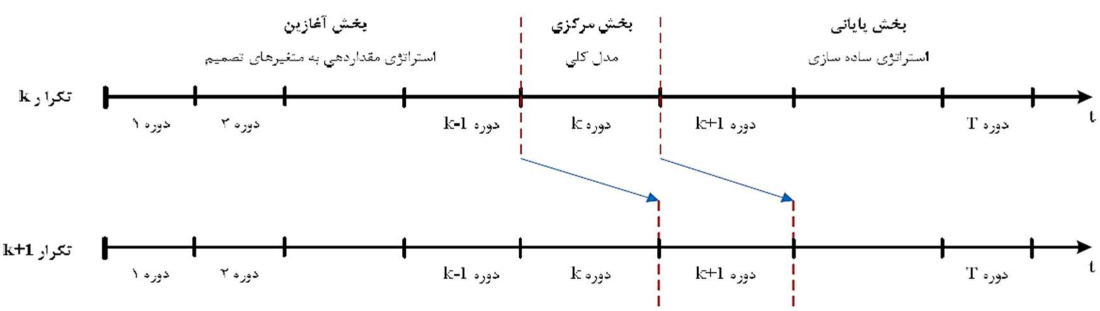
مقدار تابع هدف به‌ازای احتمال یکسان برای همه سناریوها بزرگ‌تر یا مساوی حالت احتمال نابرابر است یعنی زمانی که سناریوها نسبت به‌هم برتری نداشته باشند انحراف از سناریوها بیشتر می‌شود.

با مقایسه دو حالت ظرفیت در بازه‌های مختلف تقاضا ملاحظه می‌شود هر چه بازه تغییر تقاضا بزرگ‌تر شود اعداد این دو گروه به هم نزدیک‌تر شده و تأثیر محدودیت ظرفیت در مدل کمتر می‌شود.

با مقایسه دو حالت کمبود همان‌طور که انتظار می‌رفت مدل در حالتی که هزینه کمبود بیشتر باشد جواب‌های بدتری می‌دهد. این موضوع در مورد مقادیر مختلف هزینه آماده‌سازی نیز برقرار است که البته با توجه به جدول (۱) این تفاوت در حالت $a \neq 1$ محسوس‌تر است زیرا فضای جواب، محدودیت بیشتری دارد.

جدول(۱): مقادیر بهینه مدل استوار در ابعاد ۷*۴

ضریب ظرفیت	ضریب هزینه کمبود	ضریب هزینه آماده‌سازی	احتمال وقوع سناریو	مقدار تابع هدف استوار							
				0/05		0/1		0/2		0/3	
				a=1	a≠1	a=1	a≠1	a=1	a≠1	a=1	a≠1
0/6	1/5	50	p=1	101/5	10749/2	93/5	10317/2	50/8	8828/4	62/2	7196/4
			p≠1	97/9	10749/3	90/2	10317	46/8	8828	58/5	7196/1
		100	p=1	240	10796/8	219/9	10380/5	190/2	8979/3	287/7	7374/1
			p≠1	237/6	10792/2	217/4	10370/6	182/4	8965/5	266/8	7359/9
	2	50	p=1	107/7	14331/6	100/8	13755/1	51	11768/6	62/2	9588/4
			p≠1	102/1	14331/7	96	13755	46/9	11768/2	58/5	9587/9
		100	p=1	289/3	14371/3	255/5	13810/8	207/8	11909/2	293/8	9758/2
			p≠1	281	14366/6	250/3	13800/7	198/6	11895/4	272/2	9744/3
0/8	1/5	50	p=1	14/1	-	25/7	-	44/1	-	60/7	-
			p≠1	13/2		24/9		39/3		58/4	
		100	p=1	29/3		52/5		92/3		164/2	
			p≠1	26/2		52/8		84/9		153/7	
	2	50	p=1	14/1		25/7		44/1		60/7	
			p≠1	13/2		24/9		39/3		58/4	
		100	p=1	29/4		52/5		92/3		164/2	
			p≠1	26/2		52/8		84/9		153/7	



شکل (۱): روند تکرار الگوریتم افق غلطان

۴- روش حل ابتکاری افق غلطان

یک روش مناسب برای استفاده در محیط‌های پویا به‌ویژه برای تعیین اندازه دسته و زمان‌بندی، استفاده از روش ابتکاری افق غلطان است. استفاده از این روش برای حل مسائل بزرگ، پیچیدگی محاسباتی را به‌طور قابل توجهی با جایگزین کردن متغیرهای باینری با متغیرهای پیوسته برای دوره‌های دورتر، کاهش می‌دهد. از نقطه نظر مدل‌سازی ریاضی، تعداد متغیرهای صفر و یک در مدل‌های مختلط عدد صحیح، تأثیر مستقیم بر زمان حل دارند، به‌طوری که معمولاً با بالا رفتن تعداد آنها، زمان حل مدل به شدت افزایش می‌یابد. الگوریتم ابتکاری افق غلطان که در دسته الگوریتم‌های مبتنی بر مدل‌های مختلط عدد صحیح است، با توجه به این نکته، سعی در کاهش تعداد متغیرهای صفر و یک در مسئله به‌منظور یافتن جواب‌های نزدیک به بهینه در زمان منطقی دارد. این الگوریتم، ابتدا مدل ریاضی مسئله را به مجموعه‌ای از مدل‌های کوچک‌تر تجزیه کرده، سپس متغیرهای تصمیم به‌صورت دوره به دوره، در هر یک از این زیر مسائل تعیین می‌شوند. ابعاد کوچک‌تر این مسائل، حل دقیق آنها را در یک زمان منطقی امکان‌پذیر می‌سازد [۱۶] و [۱۷].

در هر بار روند تکرار، افق زمانی مسئله به سه قسمت تقسیم می‌شود [۱۸]. برای تکرار k داریم:

بخش اول (آغازین) که تشکیل شده از k-1دوره اول. در این بخش متغیرهای تصمیم به‌صورت کامل یا جزئی، توسط تکرارهای قبلی تعیین شده‌اند. استراتژی‌های متفاوتی برای تعیین متغیرهای تصمیم وجود دارد.

بخش دوم (مرکزی) شامل k امین دوره است. در این بخش کل مسئله با کلیه متغیرهای صفر و یک در نظر گرفته می-شود.

بخش سوم (پایانی) شامل دوره‌های باقی‌مانده (از دوره $k+1$ تا دوره T) است. در این بخش، مدل ساده‌سازی شده است. استراتژی‌های ساده‌سازی متفاوتی نیز وجود دارد.

در پایان تکرار k ام، همه بخش‌ها یک دوره به سمت جلو حرکت می‌کنند (می‌غلطند) و تکرار بعدی با دوره‌های جدید انجام می‌گیرد که در شکل (۱) نشان داده شده است. این روند تا زمانی که دیگر هیچ دوره‌ای در بخش پایانی وجود نداشته باشد، ادامه پیدا می‌کند. با انجام تکرار آخر در الگوریتم، کلیه متغیرهای تصمیم در مدل برای کل افق برنامه‌ریزی تعیین شده‌اند.

در جدول (۲) نتایج حاصل از مدل بهینه و روش ابتکاری افق غلطان آورده شده است.

با مقایسه زمان حل الگوریتم‌های ابتکاری با زمان حل بهینه مدل استوار ملاحظه می‌گردد زمان محاسبه شده در حالت ابتکاری در ابعاد کوچک برای مدل برابر زمان حل بهینه است اما با بزرگ شدن ابعاد مسئله به‌مرور زمان حل روش ابتکاری بهتر از مدل بهینه می‌شود به‌گونه‌ای که در ابعاد بزرگ‌تر مدل استوار به حل بهینه نمی‌رسد، در حالی‌که در روش ابتکاری در بازه زمانی قابل قبولی به جواب رسیده است.

با مقایسه نتایج مربوط به مقادیر تابع هدف می‌توان نتیجه گرفت به ازای مسائل کوچک مقدار تابع هدف، در هر دو حالت یکسان است اما با بزرگ شدن مسئله، زمان حل مدل بهینه به نسبت مدل ابتکاری بیشتر می‌شود در حالی‌که تفاوت تابع هدف از مقدار بهینه خیلی افزایش نمی‌یابد. به عبارتی درصد خطای مدل نسبت به جواب بهینه خیلی زیاد نیست و برای ابعاد متوسط این روش، میانگین خطای ۰.۰۷ در تابع هدف را به دنبال دارد. در ابعاد ۲۰*۲۰ و بالاتر نیز مدل در زمان تعیین شده به جواب بهینه نمی‌رسد. در حالی‌که در مدل افق غلطان به جواب می‌رسد و همچنان کارا باقی می‌ماند.

۵- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله مدل تعیین اندازه دسته و توالی همزمان در حالت استوار مورد بررسی قرار گرفت. به این منظور تغییرات در پارامتر تقاضا به‌عنوان پارامتر عدم قطعیت در نظر گرفته شده است. در حالت بهینه‌سازی استوار به دنبال جوابی هستیم که کمترین نوسانات را در مواجهه با عدم قطعیت از خود نشان دهد. معیار استواری در مدل ارائه شده از نوع انحراف از مقادیر بهینه با استفاده از رویکرد سناریوسازی است. همچنین از معیار کمبود به‌عنوان یک جریمه اضافی در مدل استفاده شده است تا حساسیت مدل به کمبود افزایش یابد و تا حد امکان از مواجهه با آن جلوگیری شود. مدل ارائه شده با نرم‌افزار Gams حل شده است. همچنین برای ابعاد متوسط از روش ابتکاری افق غلطان استفاده شده است که زمان حل آن حدود ۰.۰۵ زمان حل بهینه است و میانگین درصد خطای الگوریتم برابر ۰.۰۷ است.

جدول(۲): نتایج مربوط به الگوریتم افق غلطان

زمان الگوریتم افق غلطان	اختلاف تابع هدف الگوریتم از مقدار بهینه به درصد	زمان حل بهینه	تابع هدف بهینه	ابعاد مسئله
۳/۰	۰	۳/۰	۲/۴۶	۴*۵
۴/۰	۰	۴/۰	۸/۶۲	۴*۷
۲۹/۰	۰	۲۹/۰	۴/۶۹	۵*۵
۸/۱	۰	۸/۱	۱۱۱	۶*۸
۵۲/۰	۰	۵۲/۰	۷/۴۶	۶*۱۰
۴	۲/۱	۴	۲/۱۰۵	۸*۱۰
۵	۹/۵	۵۰	۶/۱۴۸	۱۰*۱۰
۹/۵	۲/۲	۱۹۷	۲۰۲	۱۰*۱۲
۷/۱	۶/۹	۴۰۰	۶/۲۱۵	۱۰*۱۵
۱۴	۸/۱۱	۱۲۳۷	۴/۳۹۸	۱۵*۱۵
۲۰	۱/۱۴	۲۶۷۰	۷/۲۲۵۹	۱۵*۲۰
۳۱۰	-	*	-	۲۰*۲۰

*در ۳۶۰۰ ثانیه به جواب نرسیده است.

برای تحقیقات بعدی پیشنهادهای زیر قابل ارائه است؛

– در این مدل عدم قطعیت فقط برای تقاضا در نظر گرفته شده بود و سایر ضرایب هزینه و شرایط در مدل قطعی فرض شده است. در حالی‌که در عمل بیش از یک پارامتر در هر مسئله دارای مقادیر احتمالی است. حل مدل بهینه‌سازی استوار با در نظر گرفتن پارامترهای غیرقطعی مختلف می‌تواند زمینه مناسبی برای تحقیقات آتی باشد.

– در این مقاله یک معیار برای استواری با رویکرد سناریوسازی استفاده شد. می‌توان این معیارها را برای مدل‌های دیگر در برنامه‌ریزی تولید و زمان‌بندی به‌کار گرفت.

– برای رویکرد استواری در ادبیات موضوع معیارهای مختلفی تعریف شده است. برای مطالعات آتی می‌توان از این معیارها برای مسئله مورد نظر استفاده نمود و این معیارها را از جنبه‌های مختلف در مسئله مورد بررسی قرار داد.

– برای بهینه‌سازی استوار می‌توان از رویکردهای مختلف استفاده نمود. در این مقاله از رویکرد سناریوسازی استفاده شده است. از معایب این رویکرد نحوه تعیین سناریوها و زمان لازم برای حل آنها است. برای رفع این مشکل می‌توان از سایر رویکردهای استواری، مثلاً معیارهای پایداری یا جانشین استفاده نمود. این معیارها اغلب در مسائل زمان‌بندی استفاده شده‌اند. یکی دیگر از حوزه‌های مناسب برای مطالعات آتی استفاده از چنین معیارهایی برای مدل‌های برنامه‌ریزی تولید می‌باشد.

– یک حوزه جذاب دیگر برای مطالعات آتی، تعریف شاخص‌ها و معیارهای جدید استواری برای مدل‌های برنامه‌ریزی تولید و زمان‌بندی است.

– ازجمله حوزه‌های قابل بررسی دیگر، یافتن روش‌های ابتکاری دیگر و یا روش‌های فراابتکاری مناسب برای حل مدل‌های ارائه شده است. همچنین ارائه روش‌های حل دقیق مانند شاخه و کران و یا برنامه‌ریزی پویا که بر اساس ساختار و خواص مسئله به حل مسئله می‌پردازند می‌تواند زمینه مناسبی برای تحقیقات آتی باشد.

منابع

[1] Fleischmann, Bernhard, and Herbert Meyr, "***The general lot sizing and scheduling problem***", OR Spectrum, Vol. 19, pp. 11-21, 1997.

[2] Almada-Lobo, Bernardo, José F. Oliveira, and Maria Antóniacarravilla, "***A note on the capacitated lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup costs and setup times***", Computers &Operations Research, Vol. 35, NO. 4, pp. 1374-1376, 2008.

[3] Almada-Lobo, Bernardo, Diego Klabjan, Maria Antóniacarravilla, and José F. Oliveira, "***Single machine multi product capacitated lot sizing with sequence-dependent setups***", International Journal of Production Research, Vol. 45, NO.20, pp. 4873-4894, 2007.

[۴] همتیان، میلاد، قاسم مصلحی و سروش علیمرادی، "***زمان‌بندی استوار ماشین‌های موازی یکسان***"، نهمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع، تهران، انجمن مهندسی صنایع ایران، دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی، ۱۳۹۱.

[5] Soyster, Allen L.,"***Technical Note—Convex Programming with Set-Inclusive Constraints and Applications to Inexact Linear Programming***", Operations Research, Vol. 21, NO.5, pp. 1154-1157, 1973.

[6] Ben-Tal, Aharon, and ArkadiNemirovski, "***Robust convex optimization***", Mathematics of Operations Research, Vol. 23, NO.4, pp. 769-805, 1998.

[7] Ben-Tal, Aharon, and ArkadiNemirovski, "***Robust solutions of uncertain linear programs***", Operations Research Letters, Vol. 25, NO.1, pp. 1-13, 1999.

[8] Mulvey, John M., Robert J. Vanderbei, and Stavros A. Zenios, "***Robust optimization of large-scale systems***", Operations research,Vol. 43, NO. 2,pp. 264-281,1995.

[9] Lasserre, J. B., and C. Mercé., "***Robust hierarchical production planning under uncertainty***", Annals of Operations Research, Vol. 26, NO.1, pp. 73-87, 1990.

[10] Gfrerer, Helmut, and GüntherZäpfel, "***Hierarchical model for production planning in the case of uncertain demand***", European Journal of Operational Research, Vol. 86, NO.1, pp. 142-161, 1995.

[11] Thompson, S. Daniel, and Wayne J. Davis, "***An integrated approach for modeling uncertainty in aggregate production planning***", Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on, Vol. 20, NO. 5, pp. 1000-1012, 1990.

[12] Thompson, S. D., D. T. Watanabe, and W. J. Davis,"***A comparative study of aggregate production planning strategies under conditions of uncertainty and cyclic product demands***", The International Journal Of Production Research, Vol. 31, NO.8, pp. 1957-1979, 1993.

[13] Gören, Selçuk,"***Robustness and stability measures for scheduling policies in a single machine environment***", Diss. Bilkent University, 2002.

[۱۴] یزدانی، مهسا و مهدی بیجاری، "***ارائه یک مدل CLSP برای تعیین جواب‌های پایدار***"، هشتمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع، تهران، انجمن مهندسی صنایع ایران، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۱۳۹۰.

[15] Xu, Weida, and Tianyuan Xiao, "***Strategic Robust Mixed Model Assembly Line Balancing Based on Scenario Planning***", Tsinghua Science & Technology, Vol. 16, NO. 3, pp. 308-314, 2011.

[16] Mercé, C., and G. Fontan,"***MIP-based heuristics for capacitated lotsizing problems***", International Journal of Production Economics, Vol. 85, NO. 1, pp. 97-111, 2003

[17] Clark, Alistair R., and Simon J. Clark, "***Rolling-horizon lot-sizing when set-up times are sequence-dependent***", International Journal of Production Research, Vol. 38, NO. 10, pp. 2287-2307, 2000.

[18] Mohammadi, M., S. M. T. FatemiGhomi, B. Karimi, and S. A. Torabi, "***MIP-based heuristics for lotsizing in capacitated pure flow shop with sequence-dependent setups***", International Journal of Production Research, Vol. 48, NO. 10, pp. 2957-2973, 2009.