

شبکه محاسباتی هوشمند پیرامون یک جسم متحرک سه بعدی

محمد مهدی رزاقی^۱

گروه مهندسی هوافضا، دانشکده فنی و مهندسی، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۶/۱۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۳/۱۲)

چکیده

در این مقاله، شبکه محاسباتی هوشمندی معرفی شده که با تغییر منظم و سازمان یافته اتصالات شبکه، خود را با حرکات جسم درون میدان تطبیق می‌دهد. ساختار شبکه طراحی شده مبتنی بر استفاده از نواحی جداگانه پیرامون جسم برای حرکت‌های دورانی و انتقالی است. در این شبکه، مشکلات مرسموم در شبکه‌های متحرک موجود که سعی در ثابت نگه داشتن اتصالات شبکه را دارند، از جمله کاهش کیفیت شبکه، نیاز به تولید مجدد شبکه به طور موضعی و یا کلی، میان‌یابی و انتقال اطلاعات مابین قسمت‌های مختلف شبکه تا حد زیادی کاهش می‌یابد. همچنین، سه‌بعدی بودن شبکه طراحی شده و عدم محدودیت در میزان دوران یا جابجایی جسم از دیگر محاسن این روش است. در ادامه، با در نظر گرفتن یک بال با ایرفویل NACA0012 تغییرات به وجود آمده پس از دوران و جابجایی بال در شبکه و نحوه اصلاح شبکه از طریق تغییر در اتصالات آن نشان داده شده است. در نهایت، به منظور اعتبارسنجی روش ارائه شده معادلات غیردائم اویلر برای شبکه طراحی شده، حل و دقت الگوریتم با مطالعه روش‌های پیشین مقایسه شده است.

واژه‌های کلیدی: شبکه متحرک، تغییر اتصالات، دوران، انتقال، غیردائم

A Smart Computational Grid around a Three-dimensional Moving Body

M.M. Razzaghi

Aerospace Engineering Group school of Eng.
Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran

(Received: 02/September/2017 ; Accepted: 02/June/2018)

Abstract

In the present study, an intelligent computational grid is introduced which adapts itself to the body displacements in the computational domain by regular and systematic changes of the nodes. Configuration of the introduced grid is based on defining separate zones around the body for rotational and translational motions. Therefore, the ordinary problems in available moving grids which try to keep the nodes stable, such as: reduction of the grid quality, the need for regenerating the grid overallly or locally, interpolation, or data transfer between different parts of grid are decreased to a great extent. Defining a three-dimensional moving-grid and the lack of limitations on the size of rotation or translation of body are also amongst the advantages of this method. Then, changes made following the body rotation/translation and reformation of the grid through changes in its connection for a rectangular wing with NACA0012 airfoil was shown. Finally, to validate the correct performance of the introduced moving-grid method, the three-dimensional unsteady form of the Euler equations was solved. Several test cases were solved and the results were compared with reliable experimental and numerical. Results, showing relatively close agreements

Keywords: Moving-Grid, Change Connections, Rotation, Transition, Unsteady

جابجایی‌ها به المان‌های دورتر از سطح جسم منتقل می‌شود. این المان‌ها بزرگ‌تر بوده و طبعاً دیرتر کیفیت خود را از دست می‌دهند. به این منظور یک لایه از المان‌های پیرامون جسم به صورت ثابت همراه آن جابجا می‌شوند. روش انتخاب این لایه و نحوه شبکه‌بندی آن در روش‌های مختلف متفاوت است [۶-۱۰].

در جابجایی‌های بزرگ به‌طور معمول استفاده از دو سری شبکه مدنظر قرار می‌گیرد. یک شبکه زمینه و دیگری شبکه محلی، که شبکه محلی به‌همراه جسم بر روی شبکه زمینه حرکت می‌نماید. انتقال اطلاعات بین شبکه‌های محلی و زمینه مشکل بوده و معمولاً نیاز به یک شبکه سازمان‌یافته و یا حداقل بی‌سازمان کارتنین^۱ احساس می‌شود. با توجه به میان‌بابی‌های فراوان انجام‌شده، دقت نتایج عددی در این روش تا حد زیادی کاهش می‌باید [۱۱-۱۴].

به‌منظور جلوگیری از پیچیده شدن روش و سهولت کار، اکثر محققین، اتصالات شبکه را ثابت فرض می‌نمایند که این امر منجر به محدودیت در حرکت جسم شده و همچنین تولید مجدد شبکه را نیز اجتناب‌ناپذیر می‌نماید. استفاده از روش تغییر اتصالات شبکه، پیش از این در دو بُعد انجام شده است [۸-۱۰]. تلاش‌های بسیاری برای گسترش روش به سه بُعد انجام‌شده اما شبکه‌های متحرک معرفی شده دارای محدودیت‌هایی هستند که سعی شده است در روش حاضر این محدودیت‌ها برطرف شوند [۱۵-۱۶].

با تغییر در اتصالات شبکه می‌توان به شبکه‌ای انعطاف‌پذیر و با کارایی بالا دست یافت اما تغییر در اتصالات شبکه بدون برنامه و ساختار مشخص موجب سردرگمی و به‌هم‌ریختگی آن می‌شود. بر این اساس بایستی تغییر در اتصالات تنها در تعداد محدودی از المان‌ها انجام شود. با تقسیم‌بندی حرکات جسم به دو دسته کلی دورانی و انتقالی، تغییر در اتصالات شبکه در سه پوسته کروی شکل پیرامون جسم انجام می‌گیرد که هر پوسته کروی به‌منظور دوران حول یک محور در نظر گرفته شده است. حرکات انتقالی جسم نیز با تغییر در اتصالات یک پوسته مکعب شکل پیرامون جسم انجام می‌شود.

فرم المان‌های موجود در این پوسته‌ها برای داشتن روشی منظم در تغییر اتصالات شبکه بسیار مهم هستند. المان‌های

۱- مقدمه

داشتن یک شبکه محاسباتی سه‌بعدی که توانایی تطبیق با حرکت‌های دورانی و انتقالی جسم را داشته باشد یک نیاز اساسی در زمینه شبیه‌سازی جریان پیرامون جسم متحرک و به دنبال آن شاخه‌های مختلف علوم و مهندسی است. مشکلات موجود در روش‌های مرسوم از جمله کاهش کیفیت شبکه در نتیجه اعمال حرکات جسم به شبکه، نیاز به تولید مجدد شبکه به‌طور موضعی و یا کلی با افزایش میزان جابجایی‌های جسم، میان‌بابی و انتقال اطلاعات مابین قسمت‌های مختلف شبکه، استفاده از روشی جدید را اجتناب‌ناپذیر می‌نماید. خلاصه‌ای از روش‌های موجود شبکه متحرک در ادامه آورده شده است.

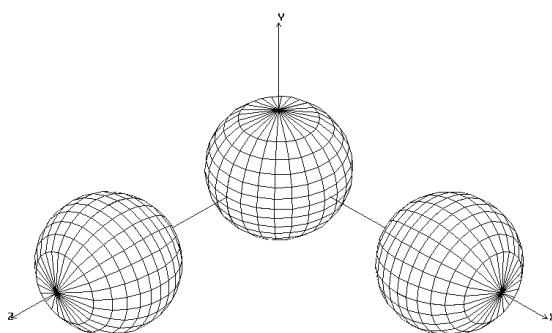
تولید مجدد شبکه پس از هر تغییر در وضعیت جسم، ساده‌ترین روش است اما استفاده از این روش برای هندسه‌های پیچیده بسیار زمان‌بر و نیازمند میان‌بابی‌های فراوان است. خصوصاً تولید مجدد شبکه در نقاط دور از جسم متحرک، کار اضافه‌ای است که هر بار تکرار می‌شود [۱-۲].

انتقال حرکات جسم به شبکه نیز روش دیگری است که با شبیه‌سازی فنری اتصالات شبکه انجام می‌شود. در این روش فرض می‌کنیم که نقاط به‌وسیله فنرهایی به هم متصل شده‌اند. بعد از هر تغییر در موقعیت جسم یک فرآیند یکنواخت کردن شبکه برای متعادل کردن نیروی فنرها اجرا می‌شود. انتخاب ضربی ارتقای فنرها در اختیار کاربر و اولین گزینه، انتخاب مقداری یکسان برای تمام فنرهاست. روش دیگر، متناسب گرفتن ضربی ارتقای با عکس فاصله بین دو نقطه است. در این روش، هر چه نقاط به یکدیگر نزدیک‌تر باشند در اثر یک جابجایی ثابت، کمتر جابجا شده و بدین ترتیب کیفیت شبکه دیرتر بر هم می‌خورد. به‌منظور جلوگیری از تداخل المان‌ها در هندسه‌های پیچیده و جابجایی‌های بزرگ، زاویه مابین اتصالات نیز در تعریف ضربی ارتقای مورد توجه قرار می‌گیرند. استفاده از فنرهای پیچشی در کنار فنرهای خطی نیز راه کار دیگری است که مدنظر قرار گرفته است. در کل، استفاده از این روش در جابجایی‌های بزرگ می‌تواند کیفیت شبکه را کاهش داده و در برخی موارد هم نیاز به تولید شبکه به‌طور موضعی احساس می‌شود [۳-۵].

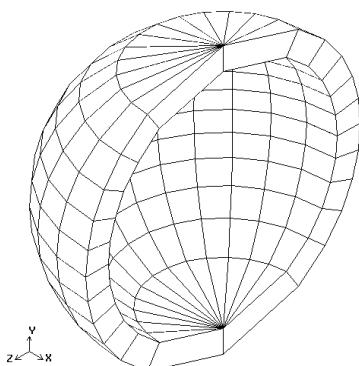
به‌منظور افزایش قابلیت حرکت جسم و همچنین حفظ کیفیت المان‌های پیرامون جسم، در روش ناحیه متحرک،

مدل کردن حرکات انتقالی در نظر گرفته شده که تغییر در اتصالات شبکه تنها در این پوسته‌ها که ضخامت آن‌ها به اندازه یک المان است انجام می‌گیرد. علت استفاده از سه پوسته کروی، عدم امکان رسیدن به فرمی از المان‌های پوسته است که در آن تقارن چرخشی حول هر سه محور وجود داشته باشد. المان‌های سطحی هر کدام از پوسته‌های کروی دارای تقارن چرخشی حول یک محور هستند و مجموعاً چرخش کلی جسم را ایجاد می‌نمایند (شکل ۱).

هر کدام از کره‌های شکل ۱ دارای تقارن حول محوری هستند که از دو قطب کره عبور می‌کند. با در نظر گرفتن فرمی یکسان برای سطوح داخلی و خارجی پوسته‌های کروی شکل، المان‌های این ناحیه دارای فرم مکعبی و گوهای شکل می‌شوند (شکل ۲).



شکل (۱): نحوه قرارگیری سه پوسته کروی با توجه به محورهای مختصات.



شکل (۲): چینش المان‌های مکعبی و گوهای در پوسته کروی.

برای آنکه هر سه دوران برای یک جسم مشخص قابل اعمال باشد شعاع پوسته‌های کروی بایستی متفاوت از هم باشند. پوسته مکعب شکل هم با ابعادی بزرگ‌تر از پوسته‌های کروی، جسم و این پوسته‌ها را دربر می‌گیرد. برای تقسیم‌بندی سطوح پوسته مکعب شکل از المان‌های کارتزین

پوسته‌های کروی باید دارای تقارن دورانی بوده و المان‌های پوسته مکعب شکل تقارن محوری داشته باشند. به این منظور در پوسته‌های کروی از المان‌های مکعبی و گوهای شکل استفاده شده و پوسته مکعب شکل تماماً از المان‌های مکعبی ساخته شده است.

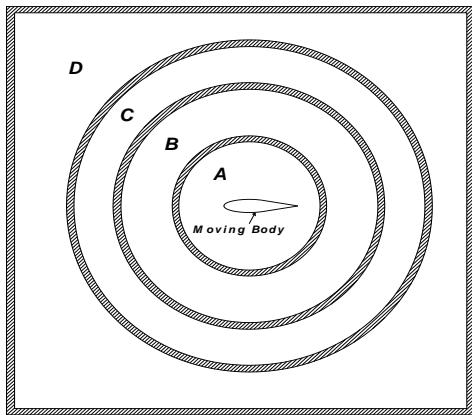
روش مورد استفاده برای تحلیل جریان، مبتنی بر اختلاف مرکزی است که در آن برای جلوگیری از نوسانات نامیرا ایجادشده از ترم‌های مستهلك‌کننده روش اصلاح شده جیمسون^۱ استفاده گردیده است. بهمنظور انتگرال‌گیری زمانی معادلات و محاسبه پاسخ حالت غیردائم از یک روش ضمنی دوزمانه با دقت مرتبه دو استفاده می‌شود. از دیگر ویژگی‌های شبکه معرفی شده نیز عدم تغییر در حجم المان‌ها با زمان برای حرکت‌های دورانی جسم است که در ساده‌سازی معادلات حاکم و کاهش زمان حل معادلات تأثیر بسزایی دارد. در پایان بهمنظور اعتبارسنجی روش ارائه شده آزمون‌های استانداردی تعریف و اجرا گردیده است. مقایسه نتایج عددی با داده‌های تجربی و عددی دیگر، نشان داده که روش طراحی شده، روشی دقیق و مؤثر در شبیه‌سازی عددی جریان‌های غیردائم حول اجسام با حرکت‌های دورانی و نوسانی در فضای سه‌بعدی است.

۲- ساختار شبکه

بهمنظور داشتن شبکه‌ای با حرکت عمومی پیرامون جسم در یک فضای سه‌بعدی کلیه حرکات جسم به دو دسته حرکات دورانی و انتقالی تقسیم می‌گردد که با در نظر گرفتن محورهای مختصات هر کدام از حرکت‌های فوق به سه زیردسته تقسیم می‌شوند: حرکت‌های دورانی شامل دوران حول محور X ها، دوران حول محور Y ها و دوران حول محور Z ها و حرکت‌های انتقالی شامل جابجایی در جهت محور X ها، جابجایی در جهت محور Y ها و جابجایی در جهت محور Z ها خواهد بود. با ترکیب شش حرکت فوق هر نوع حرکت جسم قابل شبیه‌سازی است.

بهمنظور سهولت در کار و داشتن روشی منظم، تغییر در اتصالات شبکه تنها در نواحی خاصی که در پیرامون جسم در نظر گرفته شده انجام می‌شود. به این منظور سه پوسته کروی برای مدل کردن حرکات دورانی و یک پوسته مکعبی برای

می‌دهد. برای دوران جسم حول محور Z هم بایستی کلیه المان‌های نواحی A، B، C و پوسته‌های داخلی و میانی به همراه جسم دوران نمایند و تغییر شکل‌ها در پوسته بیرونی رخ می‌دهد. با توجه به میزان دوران جسم با تغییر منظم اتصالات این پوسته‌ها، تغییر شکل‌ها برطرف شده و المان‌های پوسته به کیفیت اولیه خود بازمی‌گردند.



شکل (۴): برش سه‌بعدی پوسته‌های کروی و مکعب شکل پیرامون یک بال مستطیلی.

به‌منظور رسیدن به حرکت انتقالی برای جسم در نظر گرفته شده، بایستی کلیه المان‌های داخل پوسته مکعب شکل یعنی المان‌های نواحی A، B، C و D و همچنین پوسته‌های کروی به همراه جسم منتقل شوند.

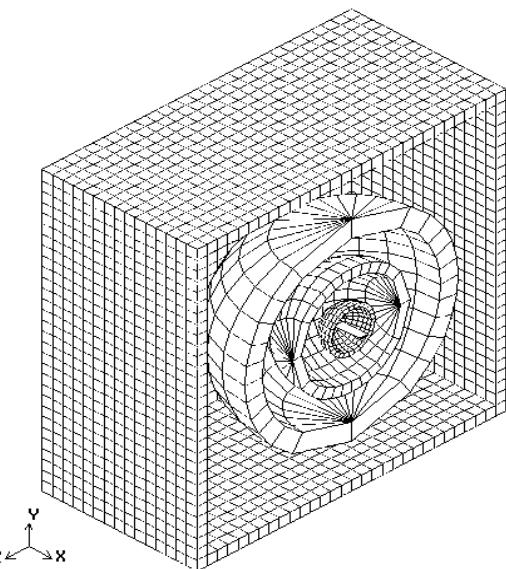
المان‌های قرارگرفته بر روی چهار صفحه پوسته مکعبی شکل که هم‌جهت با حرکت هستند با تغییر اتصالات و المان‌های پوسته روی دو صفحه عمود بر مسیر حرکت، با جابجا شدن (از صفحه جلویی و قرار گرفتن در کنار صفحه پشتی) خود را با حرکت جسم تطبیق می‌دهند.

۳- عملکرد شبکه

برای بررسی دقیق‌تر نحوه تغییر اتصالات در پوسته‌های کروی و مکعبی، دوران جسم حول یکی از محورها و حرکت انتقالی آن در یک جهت را در نظر گرفته و نحوه اصلاح المان‌ها را بررسی می‌کنیم.

جسم در نظر گرفته شده یک بال مستطیلی با مقطع ثابت و ایرفویل NACA0012 است. طول خط وتر برابر یک واحد بوده و اندازه دهانه بال ۵ برابر خط وتر است (شکل ۵-الف). با توجه به این‌که تنها دوران حول محور X برای بال مدنظر است یک پوسته کروی پیرامون جسم کفایت می‌نماید.

با سازمان استفاده می‌کنیم که در نتیجه، المان‌های پوسته مکعب شکل همگی به فرم مکعب درمی‌آیند (شکل ۳).



شکل (۳): برش سه‌بعدی پوسته‌های کروی و مکعب شکل پیرامون یک بال مستطیلی.

المان‌های خارج از پوسته مکعبی تا مرزهای بیرونی میدان نیز بایستی فرم مکعبی و ابعادی یکسان با المان‌های پوسته مکعبی داشته باشند زیرا علاوه بر داشتن محاسبن شبکه کارتزین با سازمان لازم است تا با حرکت جسم، المان‌های پوسته با المان‌های میدان تعویض گردند. با قرار دادن این سه پوسته کروی و پوسته مکعب شکل، چهار ناحیه در فاصله مابین پوسته‌ها به وجود می‌آید. ناحیه A از سطح جسم شروع و تا پوسته کروی داخلی ادامه دارد؛ ناحیه B از پوسته کروی داخلی تا پوسته کروی میانی را دربر می‌گیرد؛ ناحیه C از پوسته کروی شکل میانی شروع و تا پوسته کروی خارجی ادامه می‌یابد و نهایتاً ناحیه D که از پوسته کروی خارجی تا پوسته مکعب شکل را شامل می‌شود (شکل ۴).

در صورتی که المان‌های داخلی‌ترین پوسته، دارای تقارن دورانی حول محور X، پوسته میانی دارای تقارن دورانی حول محور Y و پوسته بیرونی دارای تقارن دورانی حول محور Z باشند به‌منظور دوران جسم حول محور X کلیه المان‌های ناحیه A بایستی به همراه جسم حول محور X دوران نمایند که در نتیجه این امر، المان‌های پوسته داخلی دچار تغییر شکل می‌شوند. به‌همین صورت برای دوران جسم حول محور Y بایستی کلیه المان‌های نواحی A، B و پوسته داخلی به همراه جسم دوران نمایند و تغییر شکل‌ها نیز در پوسته میانی رخ

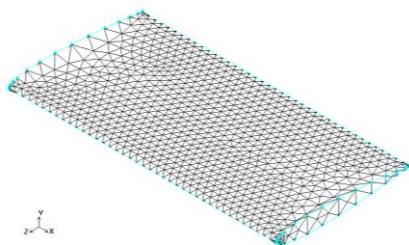
المان‌های سطحی این پوسته باید به گونه‌ای باشند که محور اصلی آن (که از دو قطب می‌گذرد) و محور دوران بال بر هم منطبق باشند (شکل ۵-ب). با برش زدن شبکه می‌توان قسمت‌های داخلی را به صورت شکل‌های ۵-پ و ۵-ت مشاهده کرد. همان‌طور که در شکل هم مشخص است با تقسیم‌بندی سطح بال با المان‌های بی‌سازمان، ناحیه مابین بال و پوسته کروی با المان‌های چهار وجهی پر شده و فقط تعداد محدودی المان هرمی شکل در این ناحیه در مجاورت پوسته کروی و در قسمت‌هایی از آن که المان‌های سطحی مربعی شکل هستند قرار گرفته‌اند.

المان‌های پوسته نیز همان‌طور که قبلاً بیان شد دارای فرم مکعبی بوده و تنها در نزدیک قطب‌ها دارای فرم گوهای می‌شوند.

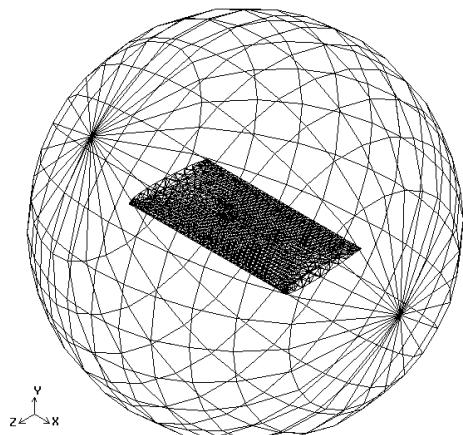
یک پوسته مکعب شکل هم برای حرکت انتقالی جسم، مورد نیاز است که این پوسته مکعبی، جسم و پوسته کروی را دربر می‌گیرد. در ناحیه مابین پوسته مکعبی و پوسته کروی از المان‌های چهار وجهی و هرمی شکل استفاده شده است. المان‌های هرمی شکل در نزدیکی پوسته‌ها در مجاورت المان‌های سطحی مربع شکل قرار می‌گیرند و مابقی این ناحیه با المان‌های چهار وجهی پر می‌شود (شکل ۶).

با فرض این که مرزهای بیرونی میدان به فرم مکعبی باشند کل میدان را می‌توان به صورت شکل ۷ نمایش داد. برای ناحیه مابین پوسته مکعبی و مرزهای بیرونی میدان از المان‌های مکعبی با سایز المان‌های پوسته استفاده می‌نماییم.

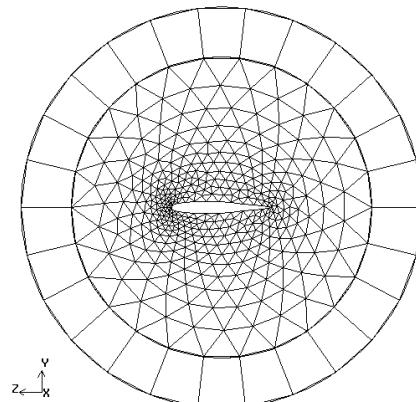
با دوران یا نوسان بال، تمامی نقاط و المان‌های داخل پوسته کروی که نقاط روی قسمت داخلی پوسته کروی را نیز شامل می‌شود به صورت صلب به همراه جسم دوران کرده و بدون تغییر شکل باقی می‌مانند و بدین وسیله کیفیت شبکه نزدیک به جسم حفظ می‌گردد. مابقی المان‌های میدان از نزدیک به جسم حفظ می‌گردد. بنابراین، المان‌های داخل ثابت و بدون حرکت باقی می‌مانند. بنابراین، المان‌های داخل پوسته کروی دچار تغییر شکل می‌گردند. در شکل ۸ شبکه داخل پوسته کروی به همراه پوسته بعد از دوران نشان داده شده است. لازم به ذکر است که به منظور افزایش وضوح شکل، با توجه به ثابت بودن و عدم تغییر در وضعیت المان‌های مابین پوسته کروی و مرزهای بیرونی میدان در شکل ۸ این المان‌ها حذف شده‌اند.



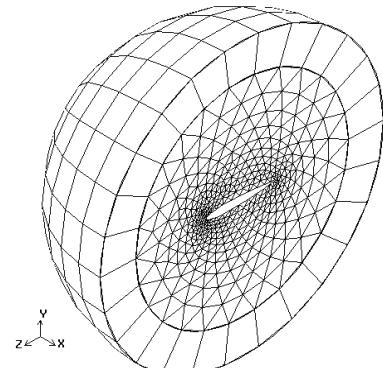
شکل (۵-الف): بال مستطیل شکل با مقطع NACA0012.



شکل (۵-ب): بال به همراه پوسته کروی.



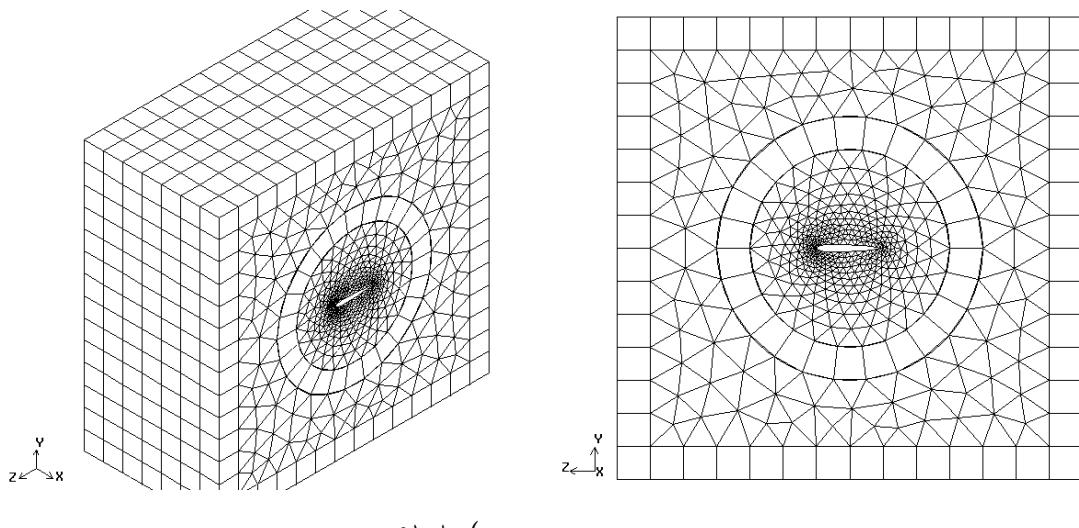
شکل (۵-پ): برش دو بعدی از بال و پوسته کروی.



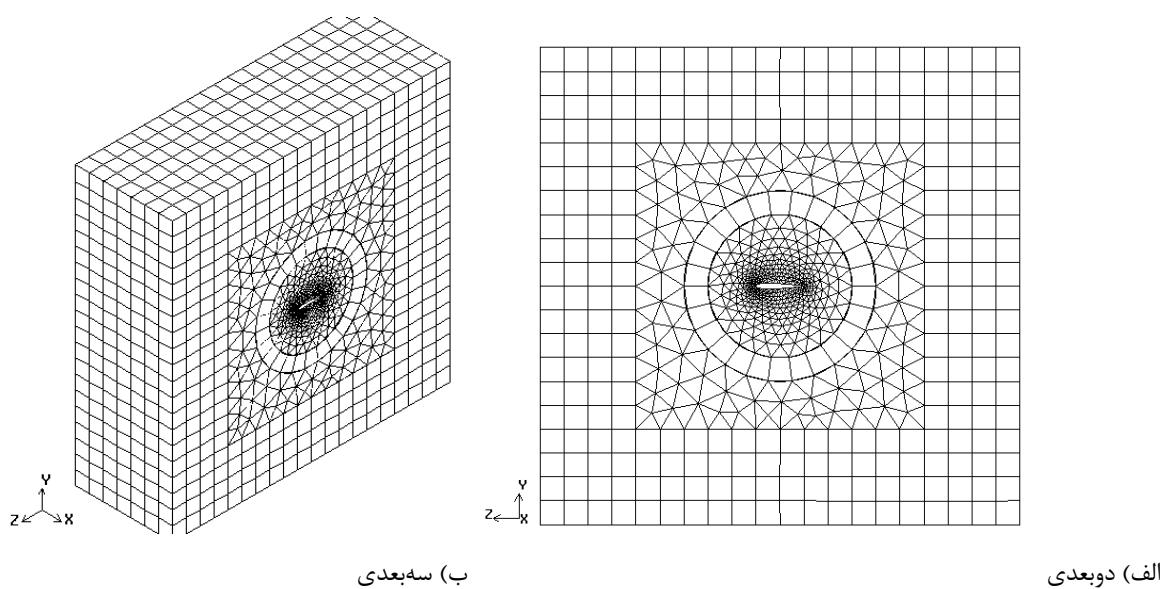
شکل (۵-ت): برش سه بعدی از بال و پوسته کروی.

دوران بال، هر نقطه روی مدارهای دایره‌ای شکل در قسمت داخلی پوسته به محل نقطه همسایه خود قبل از دوران می‌رسد. در این زمان با شکستن اتصالات قبلی، هر نقطه به نقطه روبروی خود در وضعیت جدید متصل و شبکه به فرم اولیه خود باز می‌گردد. پروسه تغییر اتصالات روی یکی از حلقه‌های پوسته کروی بعد از دوران جسم به اندازه $\left(\frac{360}{n}\right)$ درجه در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

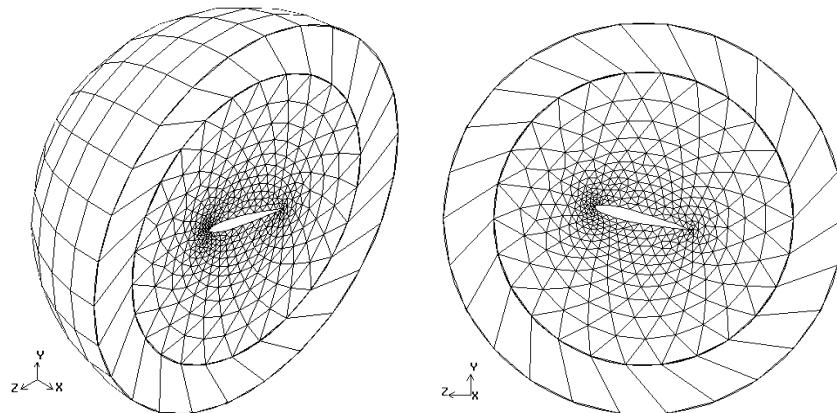
با افزایش دوران، کیفیت المان‌های پوسته کاهش یافته و دچار تغییر شکل نامناسبی می‌شوند. برای رفع این مشکل با تغییر اتصالات المان‌های این ناحیه، گره‌های تشکیل‌دهنده هر سلول تغییر می‌کنند (شکل ۹). در صورتی که n نقطه روی هر مدار دایره‌ای شکل پوسته وجود داشته باشد فاصله زاویه‌ی نقاط روی مدار دایره‌ای از تقسیم زاویه کل دایره (۳۶۰) به تعداد نقاط (n) حاصل می‌شود. بنابراین بعد از $\left(\frac{360}{n}\right)$ درجه



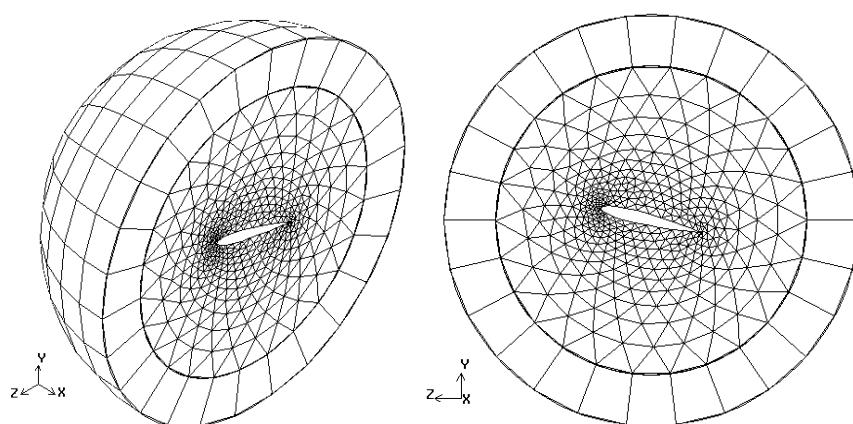
شکل (۶): پوسته مکعب شکل پیرامون بال و پوسته کروی برای حرکت‌های انتقالی جسم.



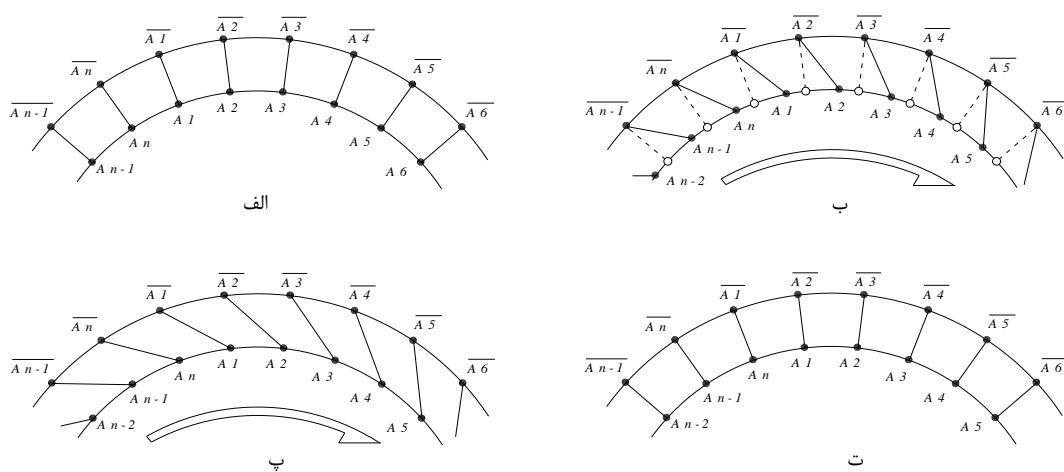
شکل (۷): شبکه طراحی شده پیرامون بال با حرکت‌های دورانی و انتقالی.



شکل (۸): تغییر شکل های ایجاد شده پس از دوران جسم در شبکه.



شکل (۹): تغییر اتصالات المان های درون پوسته کروی بعد از دوران جسم.



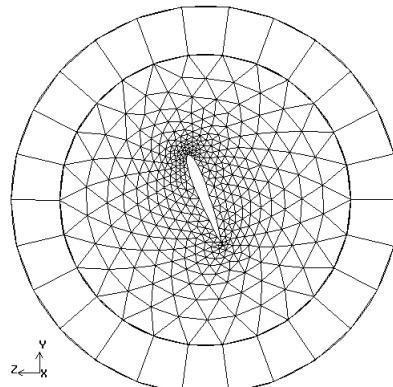
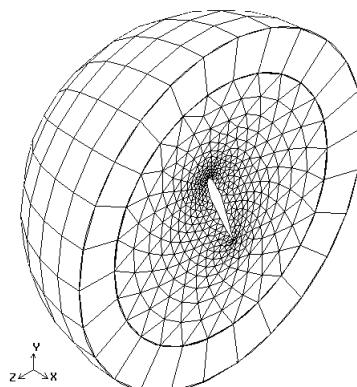
شکل (۱۰): پروسه اصلاح اتصالات در المان های پوسته.

فشرده می‌شوند. زمانی که میزان جابجایی جسم به اندازه یک المان پوسته رسید المان‌های پوسته روی صفحات موازی محور Z با تغییر اتصالات به فرم اولیه بازگشته و المان‌های فشرده شده روی صفحه عمود بر محور Z، جابجا شده و در کنار المان‌های کشیده شده قرار داده می‌شوند و بدین ترتیب شبکه به کیفیت اولیه باز می‌گردد (شکل ۱۳).

بر این اساس در صورتی که جابجایی جسم بیش از ابعاد یک المان پوسته باشد لازم است المان‌های پوسته مکعبی به طور مرتب با المان‌های میدان تعویض شوند. البته هیچ نقطه‌ای به میدان اضافه یا کم نشده و تعداد کل المان‌های میدان و فرم شبکه ثابت باقی می‌ماند.

با توجه به میزان دوران، این پروسه بهطور مرتب قابل تکرار بوده و بنابراین، بدون نیاز به هیچ‌گونه اضافه یا کم کردن نقطه و یا میان‌بابی حتی در دوران‌های بزرگ جسم، پس از چندین بار تکرار این عملیات و تغییر اتصالات، شبکه به کیفیت اولیه باز می‌گردد (شکل ۱۱).

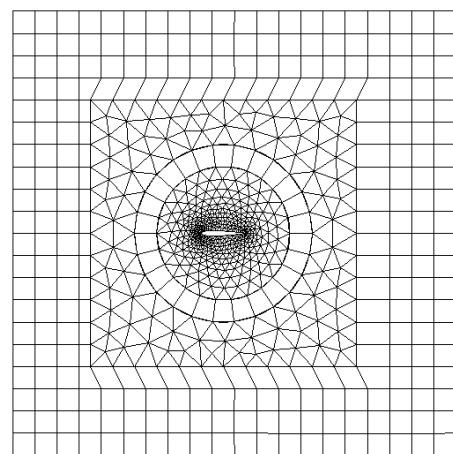
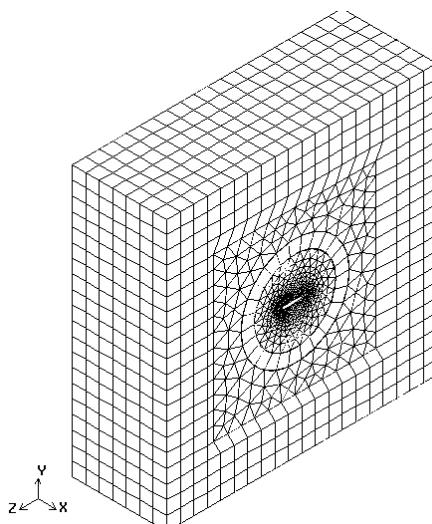
در حرکت انتقالی جسم، با حرکت بال از سمت لبه حمله به طرف جلو، بایستی کلیه المان‌های داخل پوسته مکعبی به صورت صلب جابجا شوند که در نتیجه آن، المان‌های پوسته مکعب شکل چهار تغییر شکل می‌شوند (شکل ۱۲). المان‌های پوسته روی صفحات موازی محور Z تغییر شکل پیدا کرده و المان‌های پوسته روی صفحات عمود بر محور Z کشیده و



ب) سه بعدی

شکل (۱۱): کره داخلی بعد از دوران ۷۰ درجه‌ای بال و ۵ مرتبه اصلاح اتصالات.

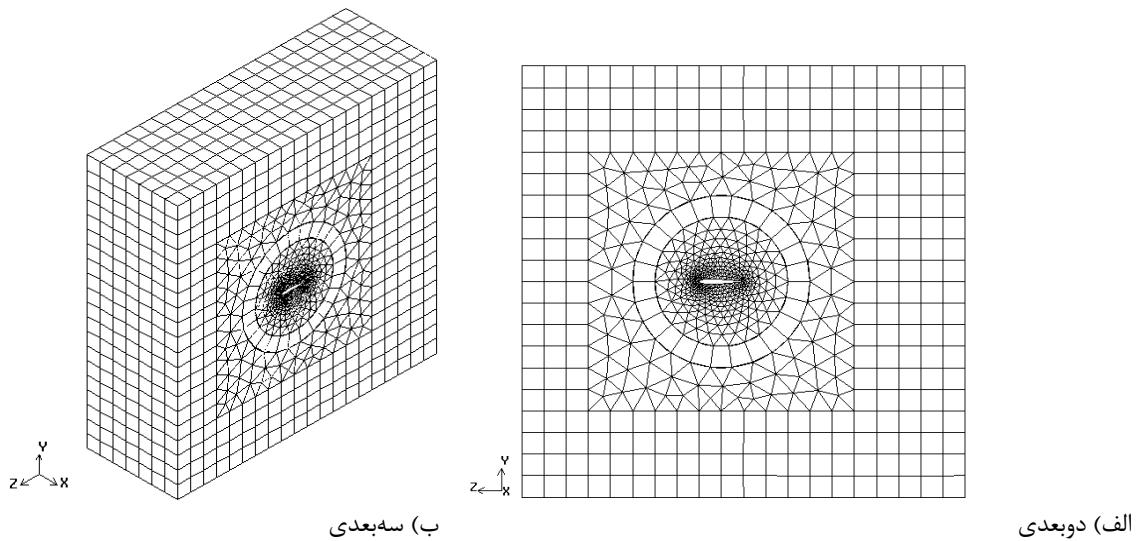
الف) دوبعدی



ب) سه بعدی

شکل (۱۲): تغییرشکل‌های ایجادشده در شبکه پس از حرکت انتقالی جسم در جهت محور Z

الف) دوبعدی



شکل (۱۳): شبکه به دست آمده بعد از تغییر اتصالات و جابجا شدن المان‌ها برای حرکت انتقالی جسم در جهت محور Z

که $w_r, v_r, u_r, z_t, y_t, x_t, w, v, u, p, \rho$ و E مؤلفه‌های سرعت در جهت محورهای مختصات، مؤلفه‌های سرعت سطوح حجم کنترل، مؤلفه‌های نسبی سرعت و انرژی داخلی سیال هستند.

سرععت‌های نسبی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$u_r = u - x_t, \quad v_r = v - y_t, \quad w_r = w - z_t. \quad (3)$$

همچنین برای تکمیل معادلات فوق، معادله حالت گاز کامل بی‌بعد به شکل زیر استفاده می‌شود:

$$P = (\gamma - 1) \left[\rho E - \rho \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \right]. \quad (4)$$

برای یک حجم کنترل با حجم V و سطح S معادله ۱ را می‌توان در فرم انتگرالی به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V Q dV + \iint_S \left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} \right) dS = 0. \quad (5)$$

با نوشتن معادله فوق برای تمامی المان‌های میدان، یک دستگاه معادلات دیفرانسیل به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{d}{dt} (Q_i V_i) + R_i(Q) = 0. \quad (6)$$

در معادله فوق، ترم اول نشان‌دهنده میزان تغییر خواص داخل حجم کنترل نسبت به زمان بوده و $R_i(Q)$ شارهای غیرلزج جابجایی از سطوح حجم کنترل را نشان می‌دهد که برای سطح i المان به صورت زیر به دست می‌آید:

۴- الگوریتم حل

در این تحقیق به منظور شبیه‌سازی جریان از یک فرم سه بعدی، غیرلزج، غیردائم و تراکم‌پذیر معادلات اویلر استفاده شده است. معادلات مذکور در شکل بقایی و در حالت بی‌بعد به صورت زیر هستند:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = 0. \quad (1)$$

بردار متغیرهای بقایی و F, G و H بردارهای شار جهت‌های مختلف هستند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \rho u_r \\ \rho u_r u + P \\ \rho u_r v \\ \rho u_r w \\ (\rho E + P)u_r + x_t P \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$G = \begin{bmatrix} \rho v_r \\ \rho v_r u \\ \rho v_r v + P \\ \rho v_r w \\ (\rho E + P)v_r + y_t P \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} \rho w_r \\ \rho w_r u \\ \rho w_r v + P \\ \rho w_r w + P \\ (\rho E + P)w_r + z_t P \end{bmatrix}$$

که در آن‌ها، مقادیر ثابت k_2 و k_4 برابرند با:

$$k_2 = 0.9, \quad k_4 = 0.02.$$

برای انتگرال‌گیری زمانی معادلات از یک روش ضمنی دو زمانه استفاده شده است. در زمان حقیقی از روش پسرو با دقت مرتبه دو استفاده می‌شود:

$$\left[\frac{3}{2\Delta t} (Q_i^{n+1} V_i^{n+1}) - \frac{2}{\Delta t} (Q_i^n V_i^n) + \frac{1}{2\Delta t} (Q_i^{n-1} V_i^{n-1}) \right] + R_i(Q^{n+1}) - D_i(Q^{n+1}) = 0. \quad (14)$$

معادله فوق در هر گام زمانی به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$V_i \frac{\partial Q_i^{n+1}}{\partial \tau} + R_i^*(Q^{n+1}) = 0, \quad (15)$$

که در آن، τ زمان مجازی و $R_i^*(Q^{n+1})$ باقی‌مانده غیردائم نامیده و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$R_i^*(Q^{n+1}) = \left[\frac{3}{2\Delta t} (Q_i^{n+1} V_i^{n+1}) - \frac{2}{\Delta t} (Q_i^n V_i^n) + \frac{1}{2\Delta t} (Q_i^{n-1} V_i^{n-1}) \right] + R_i(Q^{n+1}) - D_i(Q^{n+1}). \quad (16)$$

برای حل معادله (۱۵) از روش صریح رانگ-کوتا استفاده شده است. روش چهار مرحله‌ای رانگ-کوتا به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} Q^{(0)} &= (Q_i^{n+1})^m, \\ Q^{(1)} &= Q^{(0)} - \alpha_1 \frac{\Delta \tau}{V_i} R_i^*(Q^{(0)}), \\ Q^{(2)} &= Q^{(0)} - \alpha_2 \frac{\Delta \tau}{V_i} R_i^*(Q^{(1)}), \\ Q^{(3)} &= Q^{(0)} - \alpha_3 \frac{\Delta \tau}{V_i} R_i^*(Q^{(2)}), \\ Q^{(4)} &= Q^{(0)} - \alpha_4 \frac{\Delta \tau}{V_i} R_i^*(Q^{(3)}), \\ (Q_i^{n+1})^{m+1} &= Q^{(4)}, \end{aligned} \quad (17)$$

که:

$$\begin{aligned} R_i^*(Q^l) &= \left[\frac{3}{2\Delta t} (Q_i^{n+1} V_i^{n+1}) - \frac{2}{\Delta t} (Q_i^n V_i^n) + \frac{1}{2\Delta t} (Q_i^{n-1} V_i^{n-1}) \right] + R_i(Q^l) \\ &\quad - D_i(Q^0), \end{aligned} \quad (18)$$

و مقادیر ثابت $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ و α_4 به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 0.333, \\ \alpha_2 &= 0.2667, \\ \alpha_3 &= 0.555, \\ \alpha_4 &= 1.0. \end{aligned}$$

به منظور افزایش سرعت حل از روش‌های تسریع‌کننده همگرایی مانند گام زمانی محلی، آنتالپی میراکننده و هموارسازی باقی‌مانده‌ها استفاده شده است.

$$(R_i(Q))_I = \begin{bmatrix} (Q_n)_I \rho_1 \\ (Q_n)_I (\rho u)_I + P_1 dS_{xI} \\ (Q_n)_I (\rho v)_I + P_1 dS_{yI} \\ (Q_n)_I (\rho w)_I + P_1 dS_{zI} \\ (Q_n)_I (E + P)_I \end{bmatrix}, \quad (17)$$

که در آن:

$$Q_n = udS_x + vdS_y + wdS_z. \quad (18)$$

با توجه به ثابت بودن فرم المان‌های خارج از پوسته کروی، این المان‌ها هیچ تغییر حجمی نسبت به زمان ندارند. برای المان‌های پوسته کروی هم با توجه به تقارن موجود، حجم این المان‌ها نیز نسبت به زمان تغییر نکرده و می‌توان نتیجه‌گیری کرد که حجم کلیه المان‌ها نسبت به زمان ثابت است و رابطه (۶) را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$V_i \frac{d}{dt} (Q_i) + R_i(Q) = 0. \quad (19)$$

استفاده از رابطه (۱۹) و عدم نیاز به محاسبه حجم المان‌ها در هر مرحله موجب افزایش سرعت حل می‌گردد اما در حالت کلی و با فرض داشتن حرکت‌های انتقالی، حجم المان‌ها نسبت به زمان متغیر بوده و رابطه (۶) بایستی مورد استفاده قرار گیرد.

متغیر بقایی بر روی وجود حجم کنترل با استفاده از روش متوسط‌گیری مقادیر بقایی نقاط کنترلی المان‌های مجاور محاسبه شده است. در این روش لازم است ترم‌های استهلاک مصنوعی نیز به رابطه (۶) اضافه شوند. بنابراین:

$$\frac{d}{dt} (Q_i V_i) + R_i(Q) - D_i(Q) = 0 \quad (10)$$

ترم استهلاک مصنوعی جیمسون اضافه شده به رابطه (۱۰) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$D_i(Q) = \sum_{K=1}^n d_{ik}, \quad (11)$$

که در آن، n تعداد وجوده المان و d_{ik} مقدار ترم استهلاکی بر روی وجه مشترک بین المان i و همسایه k آن بوده و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$d_{ik} = \left(\frac{V_i}{\Delta t} + \frac{V_k}{\Delta t} \right) \left[\frac{\epsilon_{ik}^2}{2} (Q_i - Q_k) + \frac{\epsilon_{ik}^4}{2} (\nabla^2 Q_i - \nabla^2 Q_k) \right], \quad (12)$$

و داریم:

$$\nabla^2 Q_i = \sum_{K=1}^n (Q_k - Q_i), \quad (13)$$

$$\epsilon_{ik}^2 = k_2 \max(v_{ik}),$$

$$\epsilon_{ik}^4 = \max(0, k_4 - \epsilon_{ik}^2),$$

$$v_{ik} = \frac{|P_i - P_k|}{|P_i + P_k|},$$

استفاده از ۱۵۰ نقطه مدل گردید. سطح بیرونی بال نیز با استفاده از یک مش بی سازمان شبکه بندی و اندازه شاعر کره پیرامونی بال هم برای هفت واحد در نظر گرفته شده است. در ابتدا به منظور انتخاب شبکه‌ای مناسب به لحاظ تعداد المان‌ها و نقاط، جریان دائمی با عدد ماخ 0.5 و زاویه حمله صفر درجه برای سه شبکه ریز، متوسط و درشت مورد تحلیل قرار گرفت. مشخصات شبکه‌های فوق در جدول ۱ نشان داده شده است.

۵- نتایج عددی

به منظور نشان دادن صحت و دقت روش ارائه شده بررسی نتایج تحلیل چند مدل دائم و غیر دائم در فضای سه بعدی در دستور کار قرار داده شد.

برای جسم متحرک از یک بال مستطیلی با ایرفویل NACA0012 استفاده شد. وتر ایرفویل یک واحد و دهانه بال برابر پنج واحد در نظر گرفته شد. همچنین مقطع بال با

جدول (۱): مشخصات شبکه.

نوع شبکه	تعداد نقاط	تعداد المان‌ها	تعداد نقاط روی هر ایرفویل	تعداد نقاط روی بال	تعداد وجوده روی بال
درشت	۱۳۹۸۸	۷۴۹۹۵	۱۰۰	۲۳۹۵	۴۷۸۶
متوسط	۳۷۴۵۱	۱۹۸۴۶۵	۱۵۰	۸۳۳۰	۱۶۶۵۶
ریز	۷۲۶۷۵	۳۵۸۹۹۲	۲۰۰	۱۴۱۱۳	۲۸۲۲۲

زمان به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\alpha = \alpha_m + \alpha_0 \sin \omega t. \quad (19)$$

در رابطه فوق، α_m زاویه حمله متوسط، α_0 دامنه نوسانات و فرکانس زاویه‌ای حرکت نوسانی ایرفویل است که طبق رابطه زیر با فرکانس کاسته K مرتبط می‌شود:

$$K = \omega c / 2V_\infty. \quad (20)$$

در این رابطه، c طول وتر ایرفویل و V_∞ سرعت جریان آزاد است (با در نظر داشتن این نکته که نوسانات حول نقطه یک چهارم وتر انجام می‌شود).

شرط جریان برای تست CT1 به صورت زیر است:

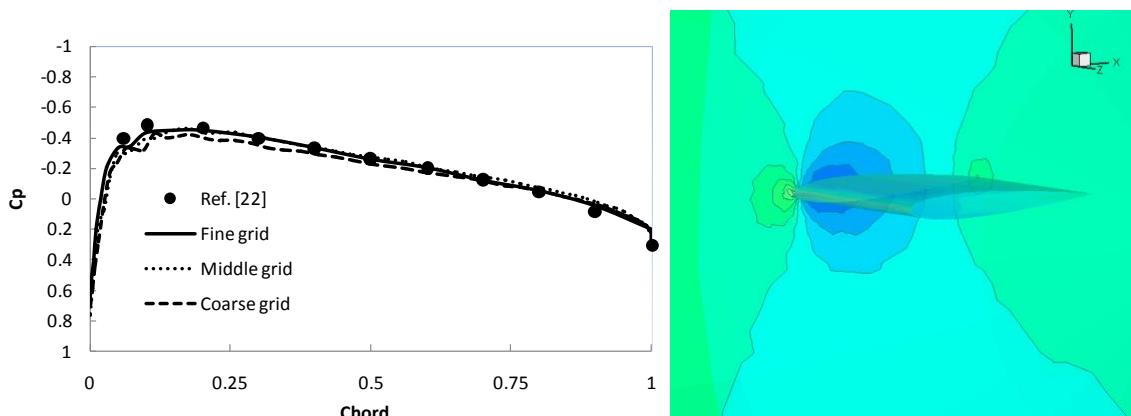
$$\begin{aligned} M_\infty &= 0.6, \\ \alpha_m &= 2.89^\circ, \\ \alpha_0 &= 2.41^\circ, \\ K &= 0.0808. \end{aligned}$$

مقایسه ضریب نیروی قائم مابین داده‌های تجربی و نتایج بدست آمده از برنامه در شکل ۱۷ ارائه شده است. با توجه به غیرلزج و سه بعدی بودن مدل محاسباتی نباید انتظار تطبیق کامل داده‌های تجربی و محاسباتی را داشت اما با این حال نتایج نزدیکی خوبی با نتایج تست CT1 دارند. در جدول ۲ روش حاضر با دو روش دیگر شبکه متحرک به لحاظ تعداد المان‌ها و زمان محاسبات در دو بُعد مقایسه شده‌اند [۱۹].

منحنی تغییرات ضریب فشار و خطوط هم‌تراز فشار در مقطع میانی بال در شکل ۱۴ ارائه شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود نتایج حاصل از تحلیل جریان بر روی دو شبکه ریز و متوسط تطابق خوبی دارند اما در منحنی ضریب فشار برای شبکه درشت نوسانات کوچکی مشاهده می‌شود. می‌توان نتیجه گیری کرد که با ریزترشدن شبکه، تغییر محسوسی در نتایج رخ نخواهد داد. از این‌رو شبکه متوسط جهت تحلیل مدل‌ها انتخاب شد.

پس از انتخاب شبکه مناسب تحلیل، جریان دائم برای جریان گذر صوت و مافوق صوت نیز انجام شد. در جریان گذر صوت عدد ماخ 0.85 و زاویه حمله یک درجه و برای جریان مافوق صوت عدد ماخ $1/2$ با زاویه حمله هفت درجه مدنظر قرار گرفت که نتایج مربوط به توزیع ضریب فشار و خطوط هم‌تراز فشار بر روی سطح بال برای مقطع میانی (وسط دهانه) در مقایسه با نتایج [۱۷] در شکل‌های ۱۵ و ۱۶ ارائه شده است. مقایسه نتایج حاکی از تطابق نسبتاً خوب خروجی‌های برنامه با نتایج تجربی است.

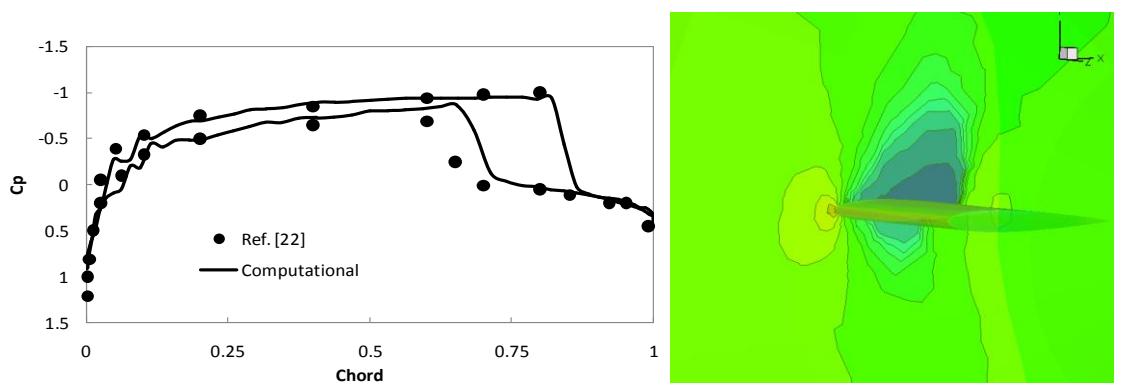
به منظور بررسی صحت و دقت روش ارائه شده برای جسم متحرک، از مدل‌های نوسانی در مرجع [۱۸] استفاده شد. در این مرجع برخی خصوصیات جریان غیر دائم پیرامون بال با ایرفویل NACA0012 ارائه شده که برای این آزمایشات، بال حول محور تاب نوسان و تغییرات زاویه حمله آن نسبت به



ب) مقایسه توزیع فشار

الف) توزیع فشار در وسط دهانه

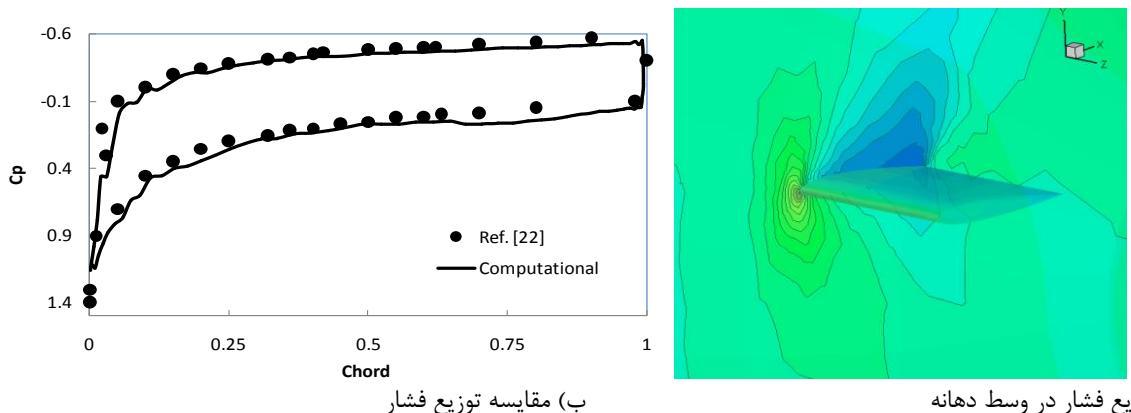
شکل (۱۴): مقطع میانی بال با ایرفویل NACA0012 در جریان زیر صوتی با $M_\infty = 0.5, \alpha = 0^\circ$



ب) مقایسه توزیع فشار

الف) توزیع فشار در وسط دهانه

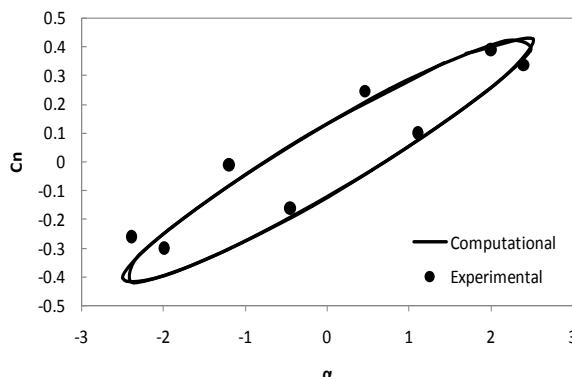
شکل (۱۵): مقطع میانی بال با ایرفویل NACA0012 در جریان گذر صوتی با $M_\infty = 0.85, \alpha = 1^\circ$



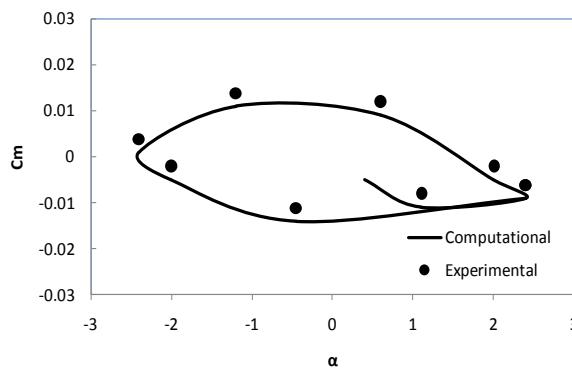
ب) مقایسه توزیع فشار

الف) توزیع فشار در وسط دهانه

شکل (۱۶): مقطع میانی بال با ایرفویل NACA0012 در جریان فوق صوتی با $M_\infty = 1.2, \alpha = 7^\circ$



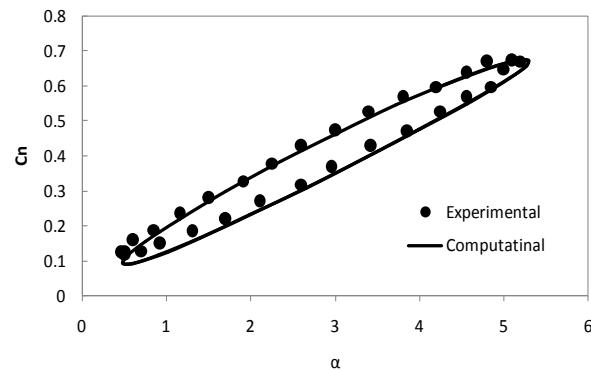
شکل (۱۸): تغییرات ضریب نیروی قائم محاسبه شده و داده های تجربی CT1.



شکل (۱۹): تغییرات ضریب گشتاور محاسبه شده و داده های تجربی CT5.

مدل بعدی به منظور نشان دادن کارایی شبکه و روش تحلیل در شبیه سازی جریان غیر دائم برای یک جسم صلب در حرکت انتقالی تعریف شده است. در این مدل، جریان غیر دائم پیرامون یک بال مستطیلی با ایرفویل NACA0012 در حال حرکت با سرعت $0/5$ ماخ در هوای ساکن شبیه سازی شده است. پس از طی کردن شرایط اولیه، میدان جریان پیرامون بال متحرک باید نسبت به بال حالت پایداری داشته باشد. خطوط هم تراز فشار برای وسط دهانه بعد از حرکت بال به اندازه شش برابر وتر در شکل ۲۰ نشان داده شده است.

توزيع فشار بر روی سطح بال در وسط دهانه برای بال ثابت در جریانی با ماخ $0/5$ و بال متحرکی با ماخ $0/5$ در هوای ساکن در شکل ۲۱ با هم مقایسه شده اند. تطابق خوب نتایج هر دو حالت، نشان دهنده عملکرد موفقیت آمیز روش مورد استفاده است. عملکرد روش معرفی شده به گونه ای است که محدودیتی برای میزان جابجایی در شبکه وجود ندارد اما در روش شبیه سازی فنری با افزایش جابجایی جسم کیفیت شبکه به شدت کاهش می یابد.



شکل (۱۷): تغییرات ضریب نیروی قائم محاسبه شده و داده های تجربی.

جدول (۲): مقایسه مشخصات شبکه و زمان محاسبات برای سه روش شبکه متحرک.

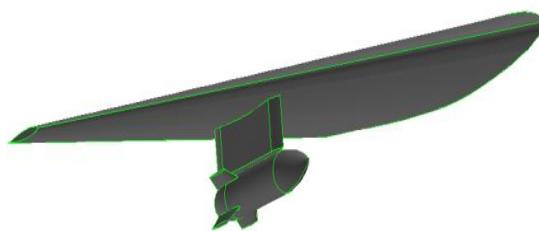
زمان محاسبات تقسیم بر تعداد تکرارها و المان ها	تعداد المان ها	نوع شبکه متحرک
$4/649 \times 10^{-4}$	۲۱۲۹۳۷	روش هم پوشان
$5/562 \times 10^{-4}$	۹۷۲۴۵	روش فنری
$1/100 \times 10^{-5}$	۶۰۳۰	روش حاضر

نتایج جدول ۲ نشان می دهد هم زمان با کاهش المان ها، زمان محاسبات نیز کاهش یافته است. این کاهش ناشی از عدم نیاز به تولید مجدد شبکه به طور موضعی و یا کلی، میان یابی و انتقال اطلاعات مابین قسمت های مختلف شبکه و محاسبه سطح المان ها در هر گام زمانی است.

دومین مدل غیر دائمی که مورد بررسی قرار گرفته تست است شرایط جریان برای این تست به صورت زیر می باشد:

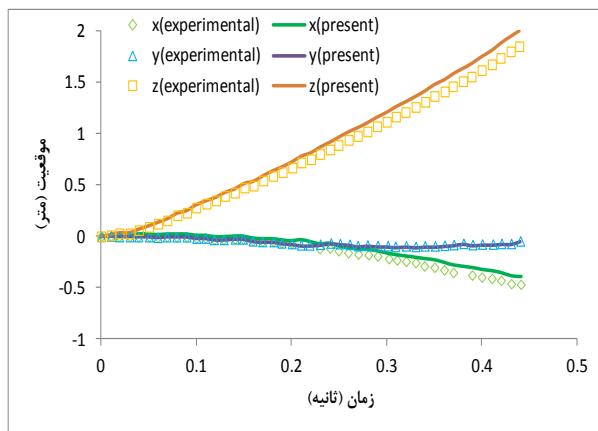
$$\begin{aligned} M_\infty &= 0.755, \\ a_m &= 0.016^\circ, \\ a_0 &= 2.51^\circ, \\ K &= 0.0814. \end{aligned}$$

مابقی شرایط تست همانند تست CT1 است. در شکل های ۱۸ و ۱۹ حلقه ضریب نیروی قائم و ضریب گشتاور تاب نسبت به زاویه حمله با داده های تجربی موجود مقایسه شده اند. با در نظر گرفتن شرایط مدل محاسباتی و مدل تجربی نتایج هم خوانی خوبی دارند.

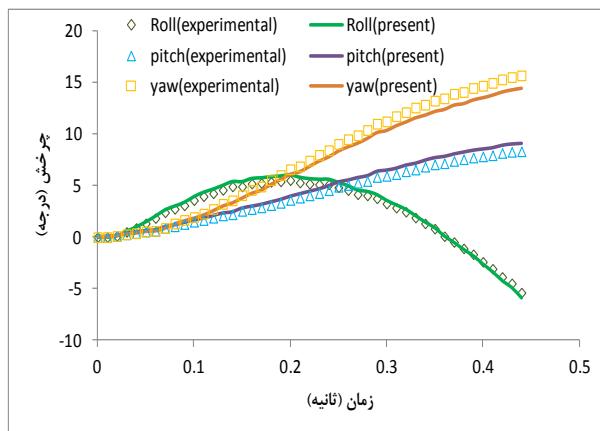


شکل (۲۲): نمای کلی مدل اگلین (بال، تیغه اتصال و موشک).

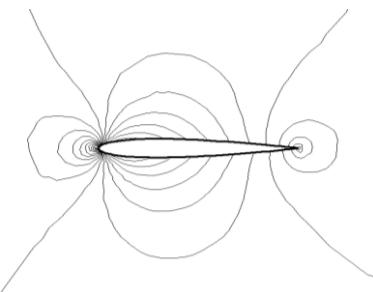
شبیه‌سازی در رژیم جریان گذر صوت ($M=0.95$) انجام و نتایج به دست آمده شامل تغییر مکان‌های خطی و زاویه‌ای جسم جدا شده می‌باشد. این نتایج در مقایسه با داده‌های تجربی در نمودار شکل‌های ۲۳-۲۴ نشان داده شده است [۲۱].



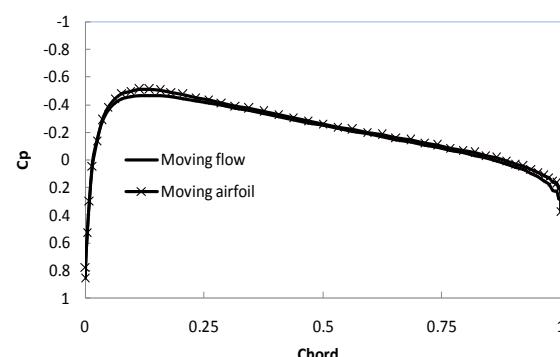
شکل (۲۳): مقایسه تغییر مکان خطی پیش‌بینی شده با داده‌های تجربی.



شکل (۲۴): مقایسه تغییر مکان زاویه‌ای پیش‌بینی شده با داده‌های تجربی.



شکل (۲۰): توزیع فشار بعد از جابجایی به اندازه شش برابر.



شکل (۲۱): مقایسه توزیع فشار برای بال ثابت و جریان متحرک در کنار هوای ساکن و ایرفویل متحرک.

جدایش امن و بی خطر موشک از وسایل پرنده یک موضوع مهم در طراحی موشک‌های جدید است. با توسعه روش‌های عددی، شبیه‌سازی عددی می‌تواند جایگزین مناسبی برای تست‌های پروازی و تونل باد باشد. با توجه به متحرک بودن جسم جدا شده، در شبیه‌سازی عددی باید از روش‌های شبکه متحرک استفاده شود.

در پروسه جدایش، ترکیب حرکت‌های انتقالی و دورانی دیده می‌شود. به منظور بررسی عملکرد شبکه معرفی شده، آزمایش معروف اگلین^۱ که در تونل باد مرکز توسعه مهندسی آرنولد انجام شده مدنظر قرار گرفت [۲۰].

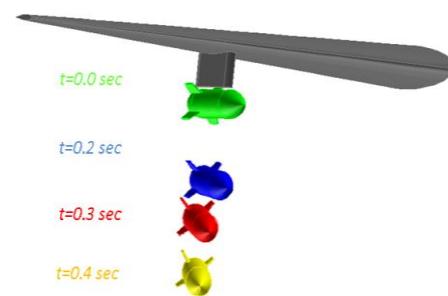
مدل اگلین شامل سه قسمت بال، موشک و تیغه اتصال است. بال دلتا شکل برش خورده و با زاویه عقب‌گرد ۴۵ درجه است. مقطع بال NACA64A010 است. موشک با مقطع دایروی و سر مخروطی، دارای چهار بالک با مقطع NACA0008 و زاویه عقب‌گرد ۶۰ درجه است. تیغه اتصال بال به موشک نیز یک ورق با لبه‌های منحنی شکل است. نمای کلی مدل در شکل ۲۲ نشان داده شده است.

المان‌ها با تغییر منظم و پیش‌بینی شده اتصالات شبکه، می‌توان هر نوع حرکت دورانی یا انتقالی برای جسم در ابعاد بزرگ را مدل نمود. استفاده از این روش می‌تواند موجب کاهش حجم محاسبات و میان‌یابی در شبکه‌های با جسم متحرک شود که در نتیجه دقت نتایج در روش‌های عددی را افزایش می‌دهد. همچنین سه‌بعدی بودن شبکه طراحی شده، تطبیق بهتر نتایج روش‌های عددی با مدل‌های سه‌بعدی آزمایشگاهی را تضمین می‌نماید.

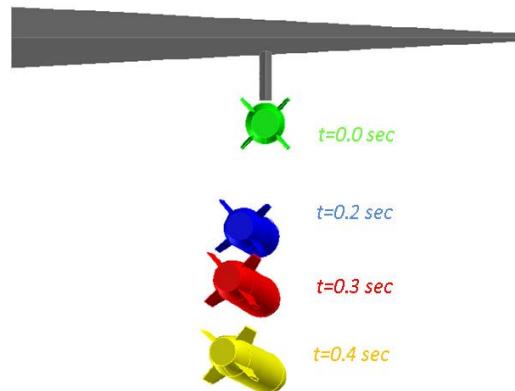
۷- مراجع

1. Goswami, A. and Parpia, I. H. "Grid Restructuring for Moving Boundaries", The 10th Computational Fluid Dynamics Conference, Honolulu, HI, USA, 24-26 June, 1991.
2. Giatonde, A.L. and Fiddes, S.P. "A Three-dimensional Moving Mesh Method for the Calculation of Unsteady Transonic Flows", Aeronautical Journal, Vol. 99, No. 984, pp.150–160, April 1995.
3. Batina, J.T. "Unsteady Euler Airfoil Solutions, Using Unstructured Dynamic Mesh", The 27th Aerospace Meeting, Reno, Nevada, Jan. 1989.
4. Batina, J.T. "Unsteady Euler Algorithm with Unstructured Dynamic Mesh for Complex Airfoil Aerodynamic Analysis", AIAA Journal, Vol. 29, No. 3, pp.327–333, 1991.
5. Liu, T., Lin, W., and Hilbert., C.B. "Automatic High-Order Mesh Movement with Spring-Field and Vector-Adding: 2D Moving Mesh with Viscous Layer", The 23rd AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, Grapevine, Texas, 2017.
6. Hase, J.E., Anderson, D.A., and Parpia, I.H. "A Delaunay Triangulation Method and Euler Solver for Bodies in Relative Motion", The 10th Computational Fluid Dynamics Conference, Honolulu, Hawaii, USA, 24–27 June, 1991.
7. Zhang, L.P. and Wang, Z.J. "A Block LU-SGS Implicit Dual Time-Stepping Algorithm for Hybrid Dynamic Meshes", Computer & Fluid, Vol. 33, No. 7, pp. 891-916, 2004.
8. Mirsajedi, S. M., Karimian, S.M.H., and M. Mani, "A Multi zone Moving Mesh Algorithm for Simulation of Flow around a Rigid Body with Arbitrary Motion", ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 128, pp. 297-304, March 2006.
9. Mirsajedi, S.M. and Karimian, S. M.H. "Evaluation of a Two-dimensional Moving-Mesh Method for Rigid Body Motions", Aeronautical Journal, Vol. 110, No. 1109, pp. 429-438, July 2006.

پارامتر Z بیشترین تغییر را در نمودار شکل ۲۳ دارد که ناشی از وزن محموله بوده و در جهت‌های دیگر تغییرات ناچیز است. با توجه به کوچک بودن مقادیر، تفاوت چندانی بین نتایج وجود ندارد و در کل تطابق خوبی بین نتایج عددی و تجربی دیده می‌شود. موقعیت و جهت‌گیری موشک پس از جدایش در شکل‌های ۲۵-۲۶ نشان داده شده‌اند.



شکل (۲۵): مسیر حرکت موشک پس از جدایش (نمای جانبی).



شکل (۲۶): مسیر حرکت موشک پس از جدایش (نمای پشتی).

۶- نتیجه‌گیری

با تقسیم‌بندی حرکات جسم و در نظر گرفتن نواحی خاص برای هر نوع حرکت، آثار ناشی از حرکات جسم تنها در این نواحی خاص متمرکز و در نتیجه کیفیت شبکه در اکثر نقاط میدان و مخصوصاً نزدیک جسم حفظ می‌شود. با استفاده از ایده تغییر در اتصالات شبکه و داشتن فرمی مشخص برای المان‌ها در این نواحی خاص، بدون نگرانی از بهمریختگی فرم

16. Razzaghi, M.M. and Mirsajedi, S.M. "A Moving Mesh Method with Defining Deformable Layers", *Progress in Computational Fluid Dynamics*, Vol. 17, No. 2, pp.63–74, 2017.
17. "Test Cases for Inviscid Flow Field Methods", AGARD Advisor report No. 211, 1985.
18. "Compendium of Unsteady Aerodynamic Measurements", AGARD-R-702, No. 198, 1982.
19. Hoke M.C., Decker R.K., Cummings R.M., McDaniel D.R., and Morton S.A. "Comparison of Overset Grid and Grid Deformation Techniques Applied to Two-dimensional NACA Airfoils", *The 19th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*, San Antonio, Texas, 22 - 25 June, 2009.
20. Rolland H.E. "CFD Wing/Pylon/Finned Store Mutual Interference Wind Tunnel Experiment", Arnold Engineering Development Center, USA, 1991.
21. Osman, A.A., Bayoumy, A.M., Baialy, I.E., Abdellatif, O.E., and Khallil, E.E. "Investigation of the Effect of Grid Size on External Store Separation Trajectory, Using CFD", *International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering*, Vol. 9, No. 4, 2015.
10. Mirsajedi, S. M. and Karimian, S. M.H. "Unsteady Flow Calculations with a New Moving-Mesh Algorithm", *The 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit Conference*, pp. 1145-1153, 2006.
11. Steger, J.L., Dougherty, F.C., and Beneck, J.A. "A Chimera Grid Scheme", *ASME Journal*, Vol. 5, pp. 59-69, 1983.
12. Zhang, S.J., Liu, J., and Chen, Y.S. "Numerical Simulation of Stage Separation with an Unstructured Chimera Grid Method", *The 22nd Applied Aerodynamics Conference and Exhibit*, USA, 2004.
13. Togashi, F., Ito, Y., Nakahashi, K., and Obayashi, S. "Extensions of Overset Unstructured Grids to Multiple Bodies in Contact", *J. Aircraft*, Vol. 43, No. 1, pp. 52-57, 2006.
14. Liu, J. and Akay, H. "Flow around Moving Bodies, Using a Dynamic Unstructured Overset-Grid Method", *Int. J. of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 24, No. 6, pp. 187-200, 2010.
15. Razzaghi, M.M. and Mirsajedi, S.M. "A 3-D Moving Mesh Method for Simulation of Flow around a Rotational Body", *Journal of Applied Fluid Mechanics*, Vol. 9, No.2, pp. 1023-1034, 2016.