

جبران سازی اثر خطای تخمین کانال در سیستم های ارتباطی TiR-UWB

سجاد علیزاده^{۱*}، حسین خالقی بیزکی^۲، مجید اخوت^۳

۱- کارشناس ارشد، ۳- استادیار، گروه مخابرات، دانشکده و پژوهشکده فناوری اطلاعات و ارتباطات، دانشگاه جامع امام حسین (ع)

۲- استادیار، دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه علم و صنعت ایران

(دریافت: ۱۳۸۹/۰۹/۲۰، پذیرش: ۱۳۹۰/۰۷/۰۶)

چکیده

تکنیک ارسال معکوس زمانی (TiR)، پیچیدگی گیرنده را در کانال های درون ساختمانی UWB، کاهش می دهد، اما به خطای ناشی از تخمین غیرایده آل کانال حساس می باشد. در این مقاله، فرم بسته ای برای روابط احتمال خطای یک سیستم UWB مبتنی بر TiR با گیرنده شامل فیلتر منطبق ساده و در شرایط مختلف خطای تخمین کانال محاسبه می شود. سپس به منظور بهبود عملکرد سیستم TiR-UWB در شرایط تخمین گر غیرایده آل کانال، یک الگوریتم بهینه سازی دو مرحله ای مبتنی بر تکرار پیشنهاد می گردد. این الگوریتم، خطای ناشی از تخمین غیرایده آل کانال را با استفاده از پیش فیلتر به دست آمده از سیستم شامل تخمین گر MMSE بهینه، در ۴ گام مجزا به صفر نزدیک می کند. علاوه بر این، به صورت تحلیلی نشان داده می شود که پیش فیلتر طراحی شده به کواریانس خطای تخمین کانال، که به راحتی قابل دستیابی می باشد، وابسته است. کلیدواژه ها: تکنیک TiR، سیستم های UWB، کواریانس خطای تخمین، پیش فیلتر، تخمین گر MMSE بهینه.

Channel Estimation Error Compensation in Time-Reversed

UWB Communication Systems

S. Alizadeh^{1*}, H. Khaleghi Bizaki², M. Okhovvat³

Faculty of ICT Engineering, Department of Telecommunications, Imam Hossein University

(Received: 12/11/2010, Accepted: 09/28/2011)

Abstract

Time Reversal (TiR) technique mitigates the complexity of receiver in UWB indoor channels, but is very sensitive to the channel estimation error. The effect of channel imperfection on TiR technique is considered in this paper. At first, the Bit Error Probability (BEP) of the TiR-UWB communication system under the assumptions of the simple Matched Filter (MF) receiver with the channel estimation errors is derived in closed-form. Moreover, based on optimal MMSE estimator receiver, a pre-filter is calculated in closed-form to improve the performance of the TiR-UWB system in an imperfect CSI scenario. Furthermore, a two stage iteration-based algorithm is developed at transmitter to calculate a pre-filter in MF receiver. This improved algorithm causes the channel estimation error tends to zero in some steps for the TiR-UWB system with MF. The initial value for this iteration-based improved algorithm is considered to be closed form pre-filter calculated in TiR-UWB system with optimal MMSE estimator. Finally, exhaustive simulations are done to demonstrate the performance advantage attained by the improved algorithm.

Keywords: TiR Technique, UWB Systems, Estimation Error Covariance, Pre-filter, Optimal MMSE Estimator.

¹Corresponding author E-mail: Sajj_Alizadeh@yahoo.com

۱. مقدمه

کاربرد اصلی سیستم‌های باند فوق وسیع (UWB)^۱، ارسال اطلاعات با نرخ بالا و در فواصل کوتاه می‌باشد. در این سیستم‌ها از پالس‌های بسیار باریک در حوزه زمان برای ارسال اطلاعات استفاده می‌شود که باعث تفکیک پذیری زمانی بالا در سیگنال دریافتی و افزایش پیچیدگی گیرنده در محیط‌های درون ساختمانی می‌گردد. به منظور کاهش پیچیدگی ساختار گیرنده در این سیستم‌ها، از روش ارسال معکوس زمانی (به اختصار TiR^۲) استفاده می‌کنند [۱]. تکنیک TiR یک روش ساده ارسال و دریافت است که منجر به کاهش پیچیدگی در طراحی فرستنده-گیرنده‌های UWB شده و کارایی آن را تا اندازه زیادی بهبود می‌بخشد. در این روش، سیگنال در فرستنده، ابتدا پیش فیلتر شده و سپس روی کانال ارسال می‌گردد. این امر باعث می‌شود که سیگنال دریافتی در گیرنده مورد نظر در فضا و زمان متمرکز شود [۱]. از طرف دیگر پاسخ ضربه پیش‌فیلتر در تکنیک TiR، حاصل معکوس زمانی و مزدوج مختلط شده پاسخ ضربه کانال می‌باشد که طی سناریوی تخمین کانال به دست می‌آید [۲]. بدیهی است که وجود خطا در تخمین گر کانال و هم‌چنین خطای ناشی از هم‌زمان-سازی فرستنده و گیرنده، روی عملکرد روش TiR اثر نامطلوبی دارد. در این مقاله فرض می‌شود که با کمک الگوریتم‌های هم‌زمان‌سازی، خطای ناشی از هم‌زمانی بین فرستنده و گیرنده برطرف شده و تنها موضوع چالش برانگیز در استفاده از تکنیک TiR، خطای ناشی از تخمین غیرایده‌آل کانال می‌باشد. لذا هدف نهایی مقاله حاضر، محاسبه روابط احتمال خطای سیستم TiR-UWB در شرایط مختلف خطای تخمین کانال و سپس ارائه یک روش برای جبران‌سازی یا کاهش اثر خطای ناشی از تخمین گر غیرایده‌آل کانال جهت اجرای موفقیت‌آمیز تکنیک TiR خواهد بود. اکثر مراجع مرتبط با موضوع این مقاله با فرض تخمین ایده‌آل کانال به بررسی عملکرد یک سیستم TiR-UWB پرداخته‌اند و در آنها صحبتی از اثر خطای روی عملکرد نشده است [۳-۷]. در این مراجع، فرض شده است که کانال در طول یک برست داده، ایستا باشد و در آنها صحبتی از اثر خطای روی عملکرد و جبران‌سازی آن نشده است. در این مقاله به نتایج این مراجع در حالت تخمین ایده‌آل کانال تکیه کرده و بر این اساس، اثر خطای تخمین روی روابط احتمال خطای یک سیستم TiR-UWB توسعه داده می‌شود. هم‌چنین به بررسی اثر خطای تخمین کانال بر عملکرد سیستم و سپس جبران‌سازی آن پرداخته شده است [۸]. نشان داده شده که روش پیشنهادی می‌تواند عملکرد قابل قبولی در نرخ ارسال بالا داشته باشد. در مقاله حاضر تلاش می‌شود تا با تحلیلی ساده‌تر و متفاوت از این مرجع، خطای ناشی از تخمین غیرایده‌آل کانال به کمک پیش‌فیلتر جبران گردد.

۲. مدل سیستم TiR-UWB

شکل (۱) بلوک دیاگرام یک سیستم TiR-UWB را نشان می‌دهد. در این شکل از فیلتر منطبق ساده به عنوان گیرنده و از پالس $p(t)$ به عنوان فیلتر شکل‌دهی استفاده شده و تلاش می‌شود تا رابطه احتمال خطای این سیستم برای دو حالت تخمین ایده‌آل و غیرایده‌آل کانال و در شرایط بدون ISI و با ISI محاسبه گردد. همان‌طور که در شکل (۱) مشاهده می‌شود، سمبل‌های $d_j = \{-1, +1\}$ که حاصل مدولاسیون BPAM هستند، پس از عبور از پیش‌فیلتر TiR واقع در فرستنده، روی کانال چند مسیره $h(t)$ (با مدل TDL) ارسال می‌شوند. سیگنال ارسالی تحت تاثیر نویز گاوسی $n(t)$ قرار گرفته و به گیرنده وارد می‌شود، به‌طوریکه در گیرنده، با کمک یک الگوریتم تخمین کانال مثل CLEAN، پاسخ ضربه کانال $h(t)$ تخمین زده می‌شود تا از نسخه معکوس زمانی و مزدوج مختلط شده آن به عنوان پیش‌فیلتر در فرستنده استفاده گردد [۲]. سیگنال دریافتی در گیرنده از یک فیلتر منطبق بر پالس ارسالی $p(-t)$ عبور کرده و پس از نمونه‌برداری در نقاط ماکزیمم، یعنی لحظات $t = jT$ و مقایسه با سطح آستانه V_T ، سمبل‌های ارسالی آشکار می‌شوند. باید توجه داشت که اگر تخمین گر بدون خطا عمل کند، $\hat{h}(t) = h(t)$ و در غیر این صورت $\hat{h}(t) \neq h(t)$ خواهد بود که در ادامه به بررسی این خطا با محاسبه احتمال خطای سیستم و سپس جبران‌سازی آن پرداخته می‌شود.

۳. تحلیل عملکرد سیستم TiR-UWB

در این بخش با استفاده از یک فیلتر منطبق ساده به عنوان گیرنده، رابطه احتمال خطا برای دو حالت تخمین ایده‌آل و غیرایده‌آل کانال و در شرایط عدم وجود ISI و با ISI به صورت زیر محاسبه می‌شود.

۳-۱. محاسبه احتمال خطا با فرض تخمین ایده‌آل کانال

الف: در شرایط عدم وجود ISI

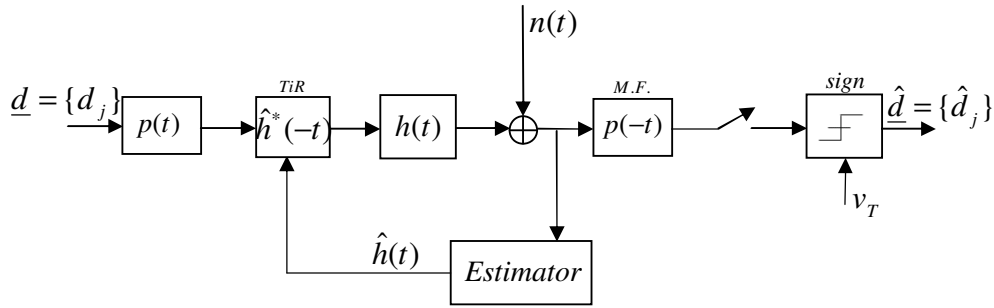
با فرض استفاده از مدولاسیون BPAM، سیگنال مدوله شده ارسالی $s(t)$ به صورت زیر خواهد بود:

$$s(t) = \sum_j d_j p(t - jT) \quad (1)$$

که در آن $d_j = \{-1, +1\}$ سمبل ارسالی زام، T بیانگر طول سمبل و $p(t)$ پالس ارسالی با پهنای T_p می‌باشد. برای سادگی تحلیل فرض می‌شود $T_p = T$ باشد. علاوه بر این، زمان سمبل T طوری انتخاب می‌شود که ISI وجود نداشته باشد. برای سادگی تحلیل‌ها و به دست آوردن روابط به فرم بسته، مدل کانال یک مدل چندمسیره TDL با L تپ به صورت رابطه (۲) انتخاب می‌شود.

¹ Ultra Wide-Band

² Time Reversal



شکل ۱. مدل سیستم TiR-UWB به همراه فیلتر منطبق ساده در گیرنده

با استفاده از تقارن تابع گاوسی داریم: $u_{-1} = -u_1$ و $\sigma_{-1}^2 = \sigma_1^2$. بنابراین احتمال خطا به صورت زیر قابل محاسبه خواهد بود:

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_p}{N_0} \left[\sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_i \alpha_k R(\tau_i - \tau_k)\right]}\right) \quad (6)$$

به طوری که $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} \exp(-\frac{t^2}{2}) dt$ می باشد.

ب: با رویکرد سمبل های ISI

در برخی مراجع با فرض وجود ISI، رابطه ای برای احتمال خطای یک سیستم TiR-UWB محاسبه شده است [۴،۵]. در ادامه تلاش بر این است که با تحلیلی متفاوت از مراجع فوق و با استفاده از یک گیرنده فیلتر منطبق ساده، به محاسبه احتمال خطا در شرایط وجود ISI و با فرض تخمین ایده آل کانال پرداخته شود. در بخش های بعدی، این رویکرد توسعه داده شده و احتمال خطا با فرض وجود خطای تخمین کانال به دست خواهد آمد. اگر t_s زمان نمونه برداری باشد، آنگاه $T_m = Lt_s$ طول زمانی کانال و $T_0 = L't_s$ طول زمانی پیش فیلتر می باشند به طوری که $T_0 \leq T_m$ یعنی $L' \leq L$ در نظر گرفته می شود. T_l پنجره انتگرال گیری، L بیانگر تعداد تپ های کانال و L' بیانگر تعداد تپ های پیش فیلتر می باشند.

در پاسخ ضربه معادل TIR، قسمت اعظم انرژی سمبل ارسالی در لوب اصلی وجود دارد، بنابراین محدوده انتگرال گیری برای متغیر تصمیم گیری کلامین سمبل (سمبل جاری یا سمبل در حال ارسال) روی این لوب تنظیم می شود [۴]. در نتیجه کران پایین انتگرال گیری برای کلامین سمبل دریافتی $kT + T_0 - \frac{T}{2}$ و کران بالای آن $kT + T_0 + \frac{T}{2}$ می باشد. هم چنین برای مشخص کردن تعداد سمبل های

کناری کلامین سمبل که با آن ISI ایجاد می کنند، N_1 و N_2 تعریف می شود، به طوری که $N_1 = \text{ceil}\left(\frac{T_0 - \frac{T}{2}}{T}\right)$ برابر با تعداد

$$h(t) = \sum_{i=0}^{L-1} \alpha_i \delta(t - \tau_i) \quad (2)$$

که در آن α_i و τ_i به ترتیب دامنه و تاخیر لامین مسیر می باشند. فرض می شود که کانال در طول یک برست داده ارسالی، ایستا باشد، یعنی پارامترهای کانال به صورت یقینی اما مجهول باشند. اگر پارامترهای کانال تصادفی فرض شوند، می توان از روی تحقق های مختلف کانال، احتمال خطای متوسط P_e را به دست آورد. کانال معادل TiR ناشی از تابع خود هم بستگی $h(t)$ را می توان به صورت $h_{TiR}(t) = h(t) \otimes h(-t) = R_h(t)$ بیان نمود [۳]. بنابراین سیگنال دریافتی را می توان به صورت رابطه (۳) نوشت:

$$r(t) = \sum_j \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} d_j \alpha_i \alpha_k p(t - jT - (\tau_i - \tau_k)) + n(t) \quad (3)$$

سیگنال مرجع برای گیرنده فیلتر منطبق ساده که منطبق بر پالس ارسالی است، به صورت $y_{ref}(t) = p(t)$ می باشد [۶]. بنابراین، متغیر تصمیم گیری برای z امین سمبل عبارتست از:

$$z_j = \int_0^T r(t + jT) y_{ref}(t) dt = \int_0^T r(t + jT) p(t) dt \quad \begin{matrix} > \\ < \\ = \end{matrix} \quad (4)$$

با توجه به اینکه نویز یک متغیر تصادفی گاوسی فرض می شود، $r(t)$ دارای یک توزیع گاوسی بوده و در نتیجه z_j نیز یک متغیر تصادفی گاوسی خواهد بود [۶]. بنابراین، برای به دست آوردن توزیع گاوسی و محاسبه احتمال خطا، کافی است تا میانگین و واریانس z_j به شرط ارسال یک سمبل را به دست آورد. تابع خود هم بستگی نرمالیزه شده پالس $p(t)$ و انرژی پالس به صورت زیر تعریف می شود:

$$R(\tau) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} p(t)p(t-\tau) dt}{E_p}, \quad E_p = \int_{-\infty}^{+\infty} p^2(t) dt \quad (5)$$

میانگین و واریانس z_j به شرط $d_j = +1$ به ترتیب عبارتند از:

$$u_1 = E\{z_j | d_j = +1\} = E_p \left(\sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_i \alpha_k R(\tau_i - \tau_k) \right)$$

$$\sigma_1^2 = \text{var}\{z_j | d_j = +1\} = \frac{N_0}{2} E_p$$

حالت ۱: فرض اینکه $\alpha_l = \hat{\alpha}_l + \Delta\alpha_l$ و $\tau_l \approx \hat{\tau}_l$ باشد. هم‌چنین فرض می‌شود عامل خطای $\Delta\alpha_l$ متغیر گاوسی به صورت $\Delta\alpha_l \sim N(0, \sigma_{\Delta\alpha_l}^2)$ باشد [۹]. با فرض گیرنده فیلتر منطبق ساده و با توجه به تعریف (۵) و هم‌چنین مستقل بودن خطای تخمین دو مسیر مختلف یعنی $\Delta\alpha_i \perp \Delta\alpha_k$ ، احتمال خطا به صورت رابطه (۹) محاسبه می‌شود.

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_p}{N_0} \frac{\sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \hat{\alpha}_i \hat{\alpha}_k R(\tau_i - \tau_k)^2}{1 + \frac{2E_p}{N_0} \sum_{i=0}^{L-1} \sigma_{\Delta\alpha_i}^2 \sum_{k=0}^{L-1} \hat{\alpha}_k^2 R^2(\tau_i - \tau_k)}}\right) \quad (9)$$

حالت ۲: فرض اینکه $\alpha_l \approx \hat{\alpha}_l$ و $\tau_l = \hat{\tau}_l + \Delta\tau_l$ باشد. پهنای پالس با T_p و پهنای سمبل با T نشان داده می‌شود. برای سادگی تحلیل فرض می‌شود $T = T_p$ باشد. در این صورت: در آن خطای تخمین تاخیر مسیر ام نرمالیزه شده به پهنای پالس یا سمبل می‌باشد. از طرفی برای راحتی تحلیل فرض می‌شود که این خطا گاوسی باشد، یعنی $\mathcal{E}_l \sim N(0, \sigma_{\mathcal{E}_l}^2)$ [۹]. هم‌چنین فرض می‌شود که خطاهای دو مسیر متفاوت، از هم مستقل باشند، یعنی $\mathcal{E}_i \perp \mathcal{E}_k$.

در مراجع اثر خطای تخمین تاخیر مسیرها روی عملکرد یک گیرنده RAKE بدون اعمال TIR تحلیل شده است که اگر این تحلیل برای یک سیستم مبتنی بر TIR انجام شود، بسیار پیچیده و وقت‌گیر خواهد بود [۹]، لذا تحلیل ساده‌تری در این بخش ارائه می‌شود. هم‌چنین تحلیل کلی‌تری از اثر خطای تخمین روی احتمال خطای سیستم انجام گرفته است [۸]. از آنجا که در این تحلیل، متغیر تصادفی $\Delta\tau_i$ داخل آرگومان تابع هم‌بستگی پالس $p(t)$ قرار دارد (یعنی $R(\hat{\tau}_i - \hat{\tau}_k + \Delta\tau_i)$)، به راحتی نمی‌توان از تقریب گاوسی استفاده کرد. لذا بایستی ابتدا تابع خود هم‌بستگی را محاسبه نمود تا متغیر تصادفی خطا از آرگومان بیرون آید.

از طرف دیگر، چون پالس‌های گاوسی $p(t)$ دارای تابع هم‌بستگی بر حسب تابعی غیرخطی از $\Delta\tau_i$ هستند، محاسبه امید و واریانس به سادگی انجام نخواهد شد. بنابراین در اینجا به صورت خطی عمل کرده و از بسط تیلور $R(\hat{\tau}_i - \hat{\tau}_k + \Delta\tau_i)$ استفاده می‌شود. با در نظر گرفتن دو جمله اول بسط و حذف بقیه جملات: $R(\hat{\tau}_i - \hat{\tau}_k + \Delta\tau_i) = a(\hat{\tau}_i - \hat{\tau}_k + \Delta\tau_i) + b$ که a و b اعداد ثابت هستند. اما برای راحتی تحلیل‌ها و به دست آوردن رابطه‌ای ملموس و به فرم بسته، در حالت خاص، پالس $p(t)$ را به صورت مستطیلی در نظر گرفته می‌شود. در این صورت، تابع خود هم‌بستگی آن به صورت مثلثی زیر بیان می‌شود [۹]:

سمبل‌های ISI ناشی از پیش فیلتر و $N_2 = \text{ceil}(\frac{T_m - T}{T})$ برابر با تعداد سمبل‌های ISI ناشی از کانال می‌باشند. بنابراین k امین سمبل دریافتی با $N_1 + N_2$ سمبل قبل و بعد از خودش هم‌پوشانی و در نتیجه ISI دارد. با توجه به اینکه $T_l \leq T$ می‌باشد، برای راحتی در تحلیل، $T_l = T$ انتخاب می‌شود [۴]. فرض کنید طول کانال برابر طول پیش فیلتر باشد؛ با استفاده از تغییر متغیر در روابط (۴) و (۵)، متغیر تصمیم‌گیری برای k امین سمبل به صورت زیر بیان می‌شود:

$$z_k = E_p \sum_{j=-N_1}^{N_2} d_{k-j} \underbrace{\sum_{i=0}^{L-1} \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_i \alpha_l R(\tau_i - \tau_l + (k-j)T)}_{c_{j,k}} + \eta_k \quad (7)$$

به طوری که $\{c_{j,k}\} = \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_i \alpha_l R(\tau_i - \tau_l + (k-j)T)$ در نظر گرفته شده و این دنباله برای k امین سمبل، تشکیل یک بردار با $N_1 + N_2 + 1$ درایه به صورت $\underline{C}_k = (c_{-N_1,k}, \dots, c_{N_2,k})^T$ را دهد. اگر بردار ارسالی $\underline{d} = (d_1, \dots, d_k, \dots, d_N)^T$ ، یک بردار N سمبلی (برست N سمبلی) فرض شود، برای هر یک از سمبل‌های ارسالی از بردار \underline{d} مثل d_k ، یک بردار $N_1 + N_2 + 1$ سمبلی برای نشان دادن سمبل مذکور و سمبل‌های ISI آن به صورت $\underline{d}_{k+N_1, k-N_2} = (d_{k+N_1}, \dots, d_{k-N_2})^T$ نتیجه متغیر تصمیم‌گیری k امین سمبل به صورت برداری $z_k = E_p \underline{d}_{k+N_1, k-N_2}^T \underline{C}_k + \eta_k$ بازنویسی می‌شود. برای جمله نویز گاوسی:

$$\eta_k = \int_{T_0 - \frac{T}{2}}^{T_0 + \frac{T}{2}} p(t + kT) n(t + kT) dt$$

با فرض اینکه $n(t)$ نویز گاوسی با متوسط صفر و واریانس $\frac{N_0}{2}$ باشد، آنگاه $\sigma_{\eta_k}^2 = \frac{N_0}{2} E_p$ خواهد بود. در نتیجه احتمال خطای k امین سمبل به صورت زیر به دست می‌آید.

$$P_e = \frac{1}{2^{N_1+N_2+1}} \sum_{\underline{d}} Q\left(\sqrt{\frac{2E_p}{N_0}} (d_k \underline{d}_{k+N_1, k-N_2}^T \underline{C}_k)\right) \quad (8)$$

۳-۲. محاسبه احتمال خطا با فرض تخمین غیرآیده آل کانال

الف: در شرایط عدم وجود ISI

با توجه به اینکه خطا در دامنه، تاخیر، توام دامنه و تاخیر مسیرهای کانال تخمین زده شده می‌تواند رخ دهد، سه حالت مجزا در محاسبه احتمال خطا در نظر گرفته می‌شود:

$$R(\hat{\tau}_i - \hat{\tau}_k + \Delta\tau_i) = \begin{cases} 1 - \frac{|\hat{\tau}_i - \hat{\tau}_k + \Delta\tau_i|}{T} & ; |\hat{\tau}_i - \hat{\tau}_k + \Delta\tau_i| \leq T \\ 0 & ; else \end{cases} \quad (10)$$

$$P_e = \begin{cases} Q\left(\sqrt{\frac{2E_p}{N_0} \frac{(\sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_i \alpha_k (1 + \frac{\hat{\tau}_i - \hat{\tau}_k}{T}))^2}{1 + \frac{2E_p}{N_0} \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_i^2 \alpha_k^2 \sigma_{\epsilon_i}^2}}\right) & ; \hat{\tau}_k - \hat{\tau}_i - T \leq \Delta\tau_i < \hat{\tau}_k - \hat{\tau}_i \\ Q\left(\sqrt{\frac{2E_p}{N_0} \frac{(\sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_i \alpha_k (1 - \frac{\hat{\tau}_i - \hat{\tau}_k}{T}))^2}{1 + \frac{2E_p}{N_0} \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_i^2 \alpha_k^2 \sigma_{\epsilon_i}^2}}\right) & ; \hat{\tau}_k - \hat{\tau}_i \leq \Delta\tau_i \leq \hat{\tau}_k - \hat{\tau}_i + T \\ \frac{1}{2} & ; else \end{cases} \quad (11)$$

$$P_e = \begin{cases} Q\left(\sqrt{\frac{2E_p}{N_0} \frac{(\sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \hat{\alpha}_i \hat{\alpha}_k (1 + \frac{\hat{\tau}_i - \hat{\tau}_k}{T}))^2}{1 + \frac{2E_p}{N_0} (\sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \hat{\alpha}_i^2 \hat{\alpha}_k^2 \sigma_{\epsilon_i}^2 + \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \hat{\alpha}_k^2 (1 + \frac{\hat{\tau}_i - \hat{\tau}_k}{T})^2 \sigma_{\Delta\alpha_i}^2 + \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \hat{\alpha}_k^2 \sigma_{\Delta\alpha_i}^2 \sigma_{\epsilon_i}^2)}}\right) \\ Q\left(\sqrt{\frac{2E_p}{N_0} \frac{(\sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \hat{\alpha}_i \hat{\alpha}_k (1 - \frac{\hat{\tau}_i - \hat{\tau}_k}{T}))^2}{1 + \frac{2E_p}{N_0} (\sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \hat{\alpha}_i^2 \hat{\alpha}_k^2 \sigma_{\epsilon_i}^2 + \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \hat{\alpha}_k^2 (1 - \frac{\hat{\tau}_i - \hat{\tau}_k}{T})^2 \sigma_{\Delta\alpha_i}^2 + \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \hat{\alpha}_k^2 \sigma_{\Delta\alpha_i}^2 \sigma_{\epsilon_i}^2)}}\right) \\ \frac{1}{2} & \end{cases} \quad (12)$$

حالت مجزا در محاسبه احتمال خطا در نظر گرفته می‌شود:
 حالت ۱: با فرض $\alpha_i = \hat{\alpha}_i + \Delta\alpha_i$ و $\tau_i \approx \hat{\tau}_i$ ، به‌طور مشابه با حالت ۱ در قسمت (الف) و همچنین استفاده از فرض‌های مطرح شده در قسمت (ب) بخش ۳-۱، احتمال خطا به صورت رابطه (۱۳) محاسبه می‌شود.

$$P_e = \frac{1}{2^{N_1+N_2+1}} \sum_{\underline{d}} Q\left(\sqrt{\frac{2E_p}{N_0}} \left(\frac{d_k d_{k+N_1, k-N_2}^T \hat{C}_k}{\sqrt{1 + \frac{2E_p}{N_0} \underline{\Delta C}_k^T \underline{\sigma}_{\Delta\alpha}^2}}\right)\right) \quad (13)$$

به‌طوریکه در آن:

با توجه به حدود مقادیر ممکن $\Delta\tau_i$ ، احتمال خطا به صورت رابطه سه ضابطه‌ای (۱۱) به دست می‌آید.

حالت ۳: فرض اینکه $\alpha_i = \hat{\alpha}_i + \Delta\alpha_i$ و $\tau_i = \hat{\tau}_i + \Delta\tau_i$ باشد.

مانند حالت ۲، در حالت خاص برای پالس مستطیلی می‌توان متغیر تصمیم‌گیری و در نتیجه احتمال خطا را در سه بازه به صورت رابطه (۱۲) بیان نمود.

ب: با رویکرد سمبل‌های ISI

مشابه قسمت قبل، با توجه به اینکه خطا در دامنه، تاخیر، توام دامنه و تاخیر مسیرهای کانال تخمین زده شده اتفاق افتاده باشد، سه

هم‌چنین بردار واریانس خطا به صورت $\underline{\sigma}_\varepsilon^2 = (\sigma_{\varepsilon_0}^2, \dots, \sigma_{\varepsilon_{L-1}}^2)^T$ در نظر گرفته می‌شود.

حالت ۳: با فرض خطای توام تخمین تاخیر و دامنه مسیره‌ها و در حالت مستطیلی بودن پالس $p(t)$ ، احتمال خطا به صورت رابطه سه ضابطه‌ای (۱۵) محاسبه می‌شود، به‌طوری‌که در آن:

$$\{\hat{c}_{j,k}^{(1)}\} = \sum_{i=0}^{\Delta} \sum_{l=0}^{L-1} \hat{\alpha}_i \hat{\alpha}_l \left(1 + \frac{\hat{\tau}_i - \hat{\tau}_l + (k-j)T}{T}\right) \\ \Rightarrow \underline{\hat{C}}_k^{(1)} = (\hat{c}_{-N_1,k}^{(1)}, \dots, \hat{c}_{N_2,k}^{(1)})^T$$

$$\{\Delta \hat{c}_{i,k}\} = \sum_{j=-N_1}^{\Delta} \sum_{l=0}^{L-1} d_{k-j} \hat{\alpha}_i \hat{\alpha}_l \Rightarrow \underline{\Delta \hat{C}}_k = (\Delta \hat{c}_{0,k}^2, \dots, \Delta \hat{c}_{L-1,k}^2)^T$$

$$\{\Delta c_{i,k}^{(2)}\} = \sum_{j=-N_1}^{\Delta} \sum_{l=0}^{L-1} d_{k-j} \hat{\alpha}_l \left(1 - \frac{\hat{\tau}_i - \hat{\tau}_l + (k-j)T}{T}\right) \\ \Rightarrow \underline{\Delta C}_k^{(2)} = ((\Delta c_{0,k}^{(2)})^2, \dots, (\Delta c_{L-1,k}^{(2)})^2)^T$$

$$\{\hat{c}_{j,k}^{(2)}\} = \sum_{i=0}^{\Delta} \sum_{l=0}^{L-1} \hat{\alpha}_i \hat{\alpha}_l \left(1 - \frac{\hat{\tau}_i - \hat{\tau}_l + (k-j)T}{T}\right) \\ \Rightarrow \underline{\hat{C}}_k^{(2)} = (\hat{c}_{-N_1,k}^{(2)}, \dots, \hat{c}_{N_2,k}^{(2)})^T$$

۳-۳. بحث و مقایسه حالات مطرح شده

از روابط محاسبه شده این بخش، مشاهده می‌گردد که احتمال خطای سیستم به واریانس خطای تخمین دامنه، تاخیر و توام دامنه تاخیر کانال وابسته می‌باشد. با مقایسه دو رابطه (۶) و (۸)، مشخص می‌شود که رابطه (۶) به توان دوم حاصل ضرب تابع خود هم‌بستگی پالس $p(t)$ و ضرائب کانال بستگی دارد، ولی رابطه (۸)، به حاصل ضرب تابع خود هم‌بستگی پالس $p(t)$ ، ضرایب کانال و سمبل‌های ISI وابسته است. با بررسی دقیق‌تر مشاهده می‌شود که مقدار این حاصل ضرب در حالت بدون ISI بزرگتر از حالت با ISI می‌باشد یعنی: $[\sum_{i=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \alpha_i \alpha_k R(\tau_i - \tau_k)]^2 > d_{k+N_1, k-N_2}^T \underline{C}_k$ از آنجایی که $Q(x)$ یک تابع نزولی نسبت به x است، انتظار می‌رود که در ترسیم دو فرمول، عملکرد رابطه (۶) بهتر از رابطه (۸) باشد که در بخش شبیه‌سازی به این نکته خواهیم رسید. با مقایسه روابط (۹)، (۱۱) و (۱۲) این نکته مشخص می‌شود که در فرمول به دست آمده برای خطای توام تخمین دامنه و تاخیر به دلیل اضافه شدن جمله وابسته به واریانس‌های خطای دامنه و خطای تاخیر و هم‌چنین جمله حاصل ضرب این دو واریانس، مخرج آرگومان تابع $Q(\cdot)$ در این فرمول بزرگتر از مخرج آرگومان در روابط (۹) و (۱۱) بوده و در نتیجه در ترسیم منحنی آن، عملکردی بدتر مشاهده خواهد شد.

$$\{\hat{c}_{j,k}\} = \sum_{i=0}^{\Delta} \sum_{l=0}^{L-1} \hat{\alpha}_i \hat{\alpha}_l R(\tau_i - \tau_l + (k-j)T) \\ \Rightarrow \underline{\hat{C}}_k = (\hat{c}_{-N_1,k}, \dots, \hat{c}_{N_2,k})^T$$

$$\{\Delta c_{i,k}\} = \sum_{j=-N_1}^{\Delta} \sum_{l=0}^{L-1} d_{k-j} \hat{\alpha}_i R(\tau_i - \tau_l + (k-j)T) \\ \Rightarrow \underline{\Delta C}_k = (\Delta c_{0,k}^2, \dots, \Delta c_{L-1,k}^2)^T$$

هم‌چنین بردار واریانس خطا به صورت $\underline{\sigma}_{\Delta\alpha}^2 = (\sigma_{\Delta\alpha_0}^2, \dots, \sigma_{\Delta\alpha_{L-1}}^2)^T$ در نظر گرفته می‌شود.

هم‌چنین بردار واریانس خطا به صورت $\underline{\sigma}_\varepsilon^2 = (\sigma_{\varepsilon_0}^2, \dots, \sigma_{\varepsilon_{L-1}}^2)^T$ در نظر گرفته می‌شود.

حالت ۲: با فرض $\alpha_i \approx \hat{\alpha}_i$ و $\tau_i = \hat{\tau}_i + \Delta \tau_i$ ، مشابه با حالت ۲ در قسمت (الف) و هم‌چنین استفاده از فرض‌های مطرح شده در قسمت (ب) بخش ۳-۱، احتمال خطا با فرض مستطیلی بودن پالس $p(t)$ به صورت رابطه سه ضابطه‌ای (۱۴) محاسبه می‌شود.

$$P_e = \begin{cases} \frac{1}{2^{N_1+N_2+1}} \sum_{\underline{d}} Q\left(\sqrt{\frac{2E_p}{N_0}} \left(\frac{d_k d_{k+N_1, k-N_2}^T \underline{\hat{C}}_k^{(1)}}{\sqrt{1 + \frac{2E_p}{N_0} \underline{\Delta C}_k^T \underline{\sigma}_\varepsilon^2}}\right)\right) \\ \frac{1}{2^{N_1+N_2+1}} \sum_{\underline{d}} Q\left(\sqrt{\frac{2E_p}{N_0}} \left(\frac{d_k d_{k+N_1, k-N_2}^T \underline{\hat{C}}_k^{(2)}}{\sqrt{1 + \frac{2E_p}{N_0} \underline{\Delta C}_k^T \underline{\sigma}_\varepsilon^2}}\right)\right) \\ \frac{1}{2} \end{cases} \quad (14)$$

به‌طوری‌که در آن تعریف می‌شود:

$$\{\hat{c}_{j,k}^{(1)}\} = \sum_{i=0}^{\Delta} \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_i \alpha_l \left(1 + \frac{\hat{\tau}_i - \hat{\tau}_l + (k-j)T}{T}\right) \\ \Rightarrow \underline{\hat{C}}_k^{(1)} = (\hat{c}_{-N_1,k}^{(1)}, \dots, \hat{c}_{N_2,k}^{(1)})^T$$

$$\{\Delta c_{i,k}\} = \sum_{j=-N_1}^{\Delta} \sum_{l=0}^{L-1} d_{k-j} \alpha_i \alpha_l \Rightarrow \underline{\Delta C}_k = (\Delta c_{0,k}^2, \dots, \Delta c_{L-1,k}^2)^T$$

$$\{\Delta \hat{c}_{i,k}\} = \sum_{j=-N_1}^{\Delta} \sum_{l=0}^{L-1} d_{k-j} \hat{\alpha}_i \hat{\alpha}_l \Rightarrow \underline{\Delta \hat{C}}_k = (\Delta \hat{c}_{0,k}^2, \dots, \Delta \hat{c}_{L-1,k}^2)^T$$

$$\{\hat{c}_{j,k}^{(2)}\} = \sum_{i=0}^{\Delta} \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_i \alpha_l \left(1 - \frac{\hat{\tau}_i - \hat{\tau}_l + (k-j)T}{T}\right) \\ \Rightarrow \underline{\hat{C}}_k^{(2)} = (\hat{c}_{-N_1,k}^{(2)}, \dots, \hat{c}_{N_2,k}^{(2)})^T$$

تخمین (دامنه یا تاخیر) در مخرج آرگومان تابع $Q(\cdot)$ دارای ضریب وابسته به سمبل های ISI هستند، در شرایط مشابه با حالت بدون ISI (یعنی واریانس خطای یکسان) از عملکرد بدتری برخوردارند که این مسئله در شبیه سازی کاملاً مشهود است.

$$P_e = \left[\begin{array}{l} \frac{1}{2^{N_1+N_2+1}} \sum_{\underline{d}} Q \left(\sqrt{\frac{2E_p}{N_0}} \left(\frac{d_k d_{k+N_1, k-N_2}^T \hat{C}_k^{(1)}}{\sqrt{1 + \frac{2E_p}{N_0} (\Delta \hat{C}_k^T \sigma_\varepsilon^2 + (\Delta C_k^{(1)})^T \sigma_{\Delta\alpha}^2 + A_k^2 (\sigma_{\Delta\alpha}^2)^T \sigma_\varepsilon^2}} \right)} \right) \\ \frac{1}{2^{N_1+N_2+1}} \sum_{\underline{d}} Q \left(\sqrt{\frac{2E_p}{N_0}} \left(\frac{d_k d_{k+N_1, k-N_2}^T \hat{C}_k^{(2)}}{\sqrt{1 + \frac{2E_p}{N_0} (\Delta \hat{C}_k^T \sigma_\varepsilon^2 + (\Delta C_k^{(2)})^T \sigma_{\Delta\alpha}^2 + A_k^2 (\sigma_{\Delta\alpha}^2)^T \sigma_\varepsilon^2}} \right)} \right) \end{array} \right) \quad (15)$$

$$\frac{1}{2}$$

فرستنده از معکوس زمانی شده آن استفاده می کند. برای تخمین ضرایب کانال، از الگوریتم CLEAN استفاده می شود [۲]. بنابراین پاسخ ضربه معادل یک سیستم TiR به صورت $h_{TiR}(\tau) = \hat{h}^*(-\tau) \otimes h(\tau)$ می باشد که $\hat{h}^*(-\tau)$ پاسخ ضربه پیش فیلتر مورد استفاده در فرستنده و $h(\tau)$ ، پاسخ ضربه کانال و \otimes نشان دهنده کانولوشن نسبت به متغیر تاخیر τ می باشد. از طرفی تابع خود هم بستگی پاسخ ضربه کانال به صورت $R_{hh}(\tau) = \hat{h}^*(-\tau) \otimes h(\tau)$ تعریف می شود؛ در نتیجه: $h_{TiR}(\tau) \neq R_{hh}(\tau)$. در این بخش هدف نزدیکی پاسخ معادل TiR به تابع خود هم بستگی پاسخ ضربه کانال است، چرا که بهترین عملکرد و تمرکز زمانی روش TiR زمانی است که این نامساوی به مساوی تبدیل شود. برای تحلیل و بیان نحوه جبران سازی خطای تخمین کانال، بلوک دیگرام طرح جبران سازی به صورت شکل (۲) نشان داده می شود.

مطابق شکل (۲)، یک کانال چند مسیره با مدل TDL با L_1 مسیر یا تپ را در نظر گرفته شده که فاصله تپ ها از هم یکنواخت بوده و به اندازه یک سمبل ارسالی می باشد. تعداد سمبل های ارسالی N در نظر گرفته می شود.

\underline{X} بردار سمبل ارسالی با مولفه های $\{\pm 1\}$ (مدولاسیون BPAM)، H_{TiR} شکل ماتریسی پاسخ معادل TiR که شکل زمانی آن $h_{TiR}(t) = \hat{h}^*(-t) \otimes h(t)$ می باشد. $h(t)$ و $\hat{h}^*(-t)$ هر کدام دارای L_1 تپ و $h_{TiR}(t)$ دارای $L = 2L_1 - 1$ تپ می باشد. $h(t)$ پاسخ ضربه کانال به طول L_1 ، $h_i(t)$ پاسخ ضربه پیش فیلتر در فرستنده به طول L_1 ، $h_{TiR}(t)$ پاسخ ضربه معادل TiR به طول $L = 2L_1 - 1$ ، $x(t)$ سیگنال مدوله شده BPAM و $\hat{x}(t)$ سیگنال خروجی تخمین گر MMSE یا سیگنال آشکار شده می باشند. در تحلیل های این بخش، از نمایش ماتریسی استفاده شده که معرفی می گردند.

این مسئله برای روابط (۱۳)، (۱۴) و (۱۵) در شرایط وجود ISI نیز صادق است، ضمن اینکه به علت وابستگی به سمبل های ISI، عملکرد بدتری نسبت به حالت با ISI دیده می شود. از طرفی در روابط به دست آمده در حالت با ISI، به علت اینکه واریانس های خطای

۴. بهبود عملکرد سیستم TiR-UWB در شرایط تخمین گر غیرایده آل کانال

در این بخش بدون توجه به وجود یا عدم وجود ISI با کمک بهبود پیش فیلتر TiR، درصدد افزایش عملکرد یک سیستم TiR-UWB با فرض خطای تخمین دامنه و هم چنین معلوم بودن کواریانس این خطا هستیم. در ابتدا سعی می شود تا به جای گیرنده فیلتر منطبق ساده از تخمین گر MMSE^۱ بهینه کمک گرفته شود، چرا که به دلیل خواص جبری روابط حاکم بر تخمین گر MMSE بهینه، حل دقیق و به فرم بسته ای برای پیش فیلتر جبران شده در شرایط تخمین گر غیرایده آل کانال می توان یافت و این در حالی است که یافتن چنین فرم بسته ای با استفاده از گیرنده فیلتر منطبق ساده کار ساده ای نبوده و با تقریب قابل انجام خواهد بود.

در انتها یک الگوریتم بهینه سازی دو مرحله ای مبتنی بر تکرار پیشنهاد می شود که ترکیب نتایج بخش های ۴-۱ و ۴-۲ می باشد و طی تکرارهای متوالی، میزان خطای ناشی از تخمین غیرایده آل کانال را تقریباً به صفر می رساند.

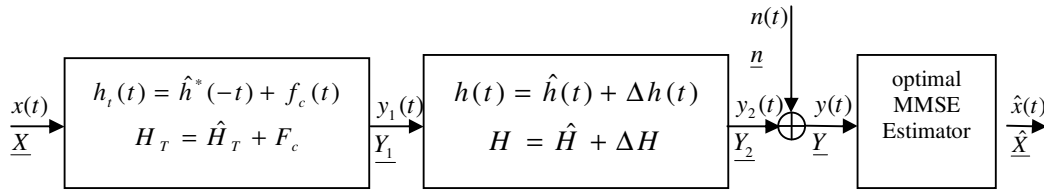
۴-۱. بهبود عملکرد با فرض گیرنده تخمین گر MMSE بهینه

در مراجع، عملکرد تکنیک TiR با همسان ساز MMSE با فرض کامل بودن تخمین کانال مورد ارزیابی قرار گرفته است [۷]. در این بخش سعی شده است این کار با فرض وجود تخمین گر غیرایده آل کانال و استفاده از تخمین گر MMSE بهینه به عنوان گیرنده به جای همسان ساز انجام شود. در تکنیک TiR ابتدا پاسخ کانال تخمین زده شده و سپس از معکوس زمانی و مزدوج مختلط شده آن به عنوان پاسخ ضربه پیش فیلتر در فرستنده استفاده می شود. اگر $h(\tau)$ پاسخ ضربه کانال مذکور باشد، گیرنده پاسخ $\hat{h}(\tau)$ را تخمین زده و

¹ Optimal Minimum Mean Square Error Estimator

بردار خطا را به صورت تفاضل سمبل‌های ارسالی و سمبل‌های آشکار شده (مشاهده شده) به صورت $\underline{e} = \hat{\underline{X}} - \underline{X}$ می‌توان بیان کرد. برای محاسبه ماتریس جبران‌ساز F_c بر اساس معیار MMSE، بایستی متوسط مربع بردار خطا را مینیمم نمود یعنی هدف محاسبه F_c به صورت $F_c = \arg \min_{\hat{F}_c} E\{\|\underline{e}\|^2\}$ می‌باشد. اما ساده‌تر است که از اصل تعامد استفاده شود [۱۰]. براساس اصل تعامد: $E\{e \hat{X}^H\} = 0$ می‌باشد که آن نیز به نتیجه $E\{\hat{X} \hat{X}^H\} = E\{X X^H\}$ منجر می‌شود.

مجموعه ماتریس‌های $(H, \hat{H}, \Delta H)$ ، (H_T, \hat{H}_T, F_c) و نیز ماتریس H_{TIR} به ترتیب دارای ابعاد $((N+L_1-1) \times (N+L_1-1))$ ، $((N+L_1-1) \times N)$ و $((N+L_1-1) \times N)$ هستند. هم‌چنین بردارهای (\hat{X}, X) ، (\underline{Y}, Y) و (\underline{n}, n) به ترتیب دارای ابعاد $(N \times 1)$ ، $((N+L_1-1) \times 1)$ و $((N+L_1-1) \times 1)$ می‌باشند. هدف به دست آوردن ماتریس جبران‌ساز F_c به صورت تابعی از \hat{H} یا \hat{H}_T و $C_{\Delta H}$ (یعنی $F_c = g\{\hat{H}, C_{\Delta H}\}$) می‌باشد، با فرض اینکه $C_{\Delta H} = E\{\Delta H \Delta H^H\}$ یعنی ماتریس کواریانس خطای تخمین کانال را موجود باشد.



$$h_{TIR}(t) = h_t(t) \otimes h(t) = h^*(-t) \otimes h(t)$$

$$H_{TIR} = H H_T$$

شکل ۲: یک لینک ارتباطی با تخمین‌گر MMSE بهینه در شرایط تخمین‌گر غیرایده‌آل کانال با اجرای TiR بهبود یافته.

با توجه به فرض‌های گفته شده و هم‌چنین استفاده از اصل تعامد، نتیجه $E\{H_{TIR}^H H_{TIR}\} = -\frac{1}{N_0} I$ حاصل می‌شود. همان‌طور که در شکل (۲) مشاهده می‌شود، H ماتریس واقعی کانال، \hat{H} ماتریس تخمین زده شده کانال و ΔH خطای تخمین کانال می‌باشد که در اینجا ماتریس کواریانس (یعنی $C_{\Delta H}$) این خطا وجود دارد. از طرفی ΔH مستقل از \hat{H} می‌باشد. H_T ماتریس پیش‌فیلتر در فرستنده، \hat{H}_T پیش‌فیلتر تخمین زده شده TiR و F_c ماتریس جبران‌ساز خطای تخمین ΔH می‌باشد. F_c مجهول بوده و مستقل از \hat{H}_T فرض می‌شود. با جایگذاری این مقادیر در رابطه $E\{H_{TIR}^H H_{TIR}\} = -\frac{1}{N_0} I$ و با اندکی ساده‌سازی:

$$H_T^H (C_{\Delta H} + \hat{H}^H \hat{H}) H_T = -\frac{1}{N_0} I_{N \times N}$$

اگر $B^{\Delta} = -N_0(C_{\Delta H} + \hat{H}^H \hat{H})$ ، آنگاه $B^H = B$ خواهد بود. از طرفی اگر $B^{-1} = R = [r_{ij}]_{(N+L_1-1) \times (N+L_1-1)}$ در نظر گرفته شود، $H_T H_T^H = B^{-1}$ $\Rightarrow H_T H_T^H B = I$ $\Rightarrow H_T^H B H_T = I$ آنگاه با مساوی قرار دادن درایه‌های قطر اصلی دو طرف معادله $B^{-1} H_T H_T^H = B$ به جواب خواهد رسید. در نتیجه درایه‌های ماتریس جبران‌ساز F_c به صورت زیر به دست می‌آیند:

همه ماتریس‌های به کار رفته در تحلیل‌ها به صورت تاپلیتز هستند که به عنوان مثال برای ماتریس کانال:

$$H = \begin{bmatrix} h[0] & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ h[L_1-1] & & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & & h[0] \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & h[L_1-1] \end{bmatrix}_{(N_1+2L-2) \times (N_1+L-1)}$$

سیگنال دریافتی در گیرنده به صورت $\underline{Y} = H_{TIR} \underline{X} + \underline{n}$ قابل بیان می‌باشد که در آن مولفه‌های نویز مستقل بوده، دارای متوسط $E\{\underline{n}\} = 0$ و واریانس $E\{\underline{n} \underline{n}^H\} = \sigma_n^2 I = N_0 I$ می‌باشند. هم‌چنین بردار سمبل‌های \underline{X} ، متغیرهای تصادفی iid با متوسط $E\{\underline{X}\} = 0$ و واریانس $E\{\underline{X} \underline{X}^H\} = \sigma_x^2 I$ فرض می‌شود. از مراجع، خروجی یک تخمین‌گر MMSE بهینه به صورت $\hat{\underline{X}} = (H_{TIR}^H H_{TIR})^{-1} H_{TIR}^H \underline{Y} + N_0 I$ به دست می‌آید [۲، ۱]. با جایگذاری بردار دریافتی $\underline{Y} = H_{TIR} \underline{X} + \underline{n}$ در آن:

$$\hat{\underline{X}} = \underline{X} + (H_{TIR}^H H_{TIR})^{-1} H_{TIR}^H \underline{n} + N_0 I$$

در بخش ۴ مشاهده گردید که همه ماتریس ها تا پلینتر هستند، اما در حالت تقریب ذکر شده در این بخش، همه ماتریس ها پایین مثلثی می شوند که کار کردن با آنها راحت تر است. به عنوان مثال برای ماتریس کانال:

$$\overline{H} = \begin{bmatrix} h[0] & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ h[L_1-1] & & & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \\ \vdots & & & 0 \\ 0 & \dots & 0 & h[L_1-1] & \dots & h[0] \end{bmatrix}_{N_1 \times N_1}$$

حال بردار خطا به صورت $\underline{e} = \underline{Y} - \underline{X}$ در نظر گرفته می شود. خطای تخمین دامنه کانال نیز به صورت $\Delta H = \overline{H} - \hat{H}$ بیان شده و فرض می شود $E\{\Delta H\} = 0$. همچنین $C_{\Delta H} = E\{\Delta H \Delta H^H\}$ ، ماتریس کواریانس خطای تخمین دامنه کانال، \underline{n} نویز گاوسی با متوسط $E\{\underline{n}\} = 0$ و واریانس $E\{\underline{n}^H \underline{n}\} = \frac{N_0}{2}$ می باشد. با فرض اینکه $\underline{X} \underline{X}^H = E_p I$ ، $\underline{X}^H \underline{X} = E_p I$ ، $\underline{X}^H \underline{X} = E\{X\}$ ، $\rho = \frac{E_p}{N_0}$ باشند، آنگاه با استفاده از اصل تعامد و اندکی دست کاری در روابط و ساده سازی، رابطه زیر قابل استخراج خواهد بود:

$$\overline{F}_c = (\overline{H}^H B + \overline{F}_c^H B + 2\rho \overline{H}^H)^{-1} - \overline{H}^H \quad (17)$$

به طوریکه $B = -2\rho(C_{\Delta H} + \overline{H}^H \overline{H})$ تعریف می شود. از رابطه فوق مشاهده می شود که برای محاسبه پیش فیلتر \overline{F}_c نیاز به یک روش بازگشتی می باشد. بنابراین به الگوریتمی برای انتخاب مقدار اولیه \overline{F}_c و نیز بهینه سازی آن با یک روال برگشتی نیاز خواهد بود که در ادامه به آن پرداخته می شود.

۳-۴. بهینه سازی دو مرحله ای عملکرد سیستم شامل فیلتر

منطبق

به منظور محاسبه فیلتر جبران ساز با استفاده از رابطه (۱۷)، می توان از رابطه تکراری به صورت زیر استفاده کرد:

$$F_{C_k} = (\hat{H}_T^H B + \mu F_{C_{k-1}}^H B + 2\rho \hat{H}_T^H)^{-1} - \hat{H}_T \quad (18)$$

به طوریکه F_{C_k} ماتریس پیش فیلتر محاسبه شده در گام k ام و $\mu < 1$ یک عدد ثابت مثبتی بر تجربه و آزمایش می باشد. مشابه تمام سیستم های وقتی، از یک مقدار اولیه شروع کرده تا پس از همگرایی، مقدار نهایی به دست آید. سؤال این است که مقدار اولیه چگونه در نظر گرفته شود که در حداقل زمان، همگرایی الگوریتم تضمین شود؟ برای جواب دادن به پرسش فوق می توان از ترکیب نتایج بخش های ۱-۴ و ۲-۴ بهره گرفت. انتظار می رود اگر پیش فیلتر محاسبه شده در سیستم شامل تخمین گر MMSE بهینه (رابطه

$$\begin{cases} f_c[0] = \pm\sqrt{r_{11}} - \hat{h}^*[L_1-1] \\ f_c[1] = \pm\sqrt{r_{22} - h_1^2[0]} - \hat{h}^*[L_1-2] \\ \vdots \\ f_c[L_1-1] = \pm\sqrt{r_{L_1 L_1} - (h_1^2[0] + \dots + h_1^2[L_1-2])} - \hat{h}^*[0] \end{cases} \quad (16)$$

انتخاب علامت مثبت یا منفی، بستگی به مثبت یا منفی بودن تپ مورد نظر کانال دارد که از چک کردن علامت تپ های تخمین زده شده (\hat{H}) معلوم می شود؛ مثلاً اگر تپ $L_1 - 1$ ام کانال دارای علامت مثبت بود، آنگاه $\sqrt{r_{11}}$ و گرنه $-\sqrt{r_{11}}$ انتخاب می شود.

۲-۴. بهبود عملکرد با فرض گیرنده فیلتر منطبق ساده

در این بخش از تحلیلی مشابه با بخش قبل استفاده می شود، اما در آن به جای استفاده از تخمین گر MMSE بهینه، از یک فیلتر منطبق ساده به عنوان گیرنده استفاده می شود که بلوک دیاگرام شکل (۱) این مطلب را به خوبی نشان می دهد.

فرض می شود که هر برست ارسالی شامل N سمبل به صورت $s(t) = \sum_{j=0}^{N-1} d_j p(t-jT)$ ؛ $d_j = \pm 1$ باشد. علاوه بر این، فرض

می شود که $T = T_p$ باشد، یعنی به ازای هر سمبل از یک پالس برای شکل دهی استفاده می شود. زمان نمونه برداری برابر t_s می باشد، بنابراین هر سمبل شامل $\frac{T}{t_s}$ نمونه بوده و یک برست N سمبلی (سیگنال $s(t)$) دارای $N_1 = \frac{NT}{t_s}$ نمونه می باشد که به صورت بردار \underline{X} نشان داده می شود، یعنی:

$$\underline{x}[n] = s(nt_s) \Rightarrow \underline{X} = \{x[n]\} ; n = 0, \dots, N_1 - 1$$

سیگنال ورودی به کانال به صورت $\underline{y}_1 = H_T \underline{X}$ نمایش داده شده که در آن $\underline{y}_1 = (y_1[0], \dots, y_1[N_1 + L - 2])^T$ می باشد. از این بردار، $L-1$ نمونه حذف می شود. با این تقریب انجام شده، تحلیل ها ساده تر و محاسبات در حوزه نمایش ماتریسی راحت تر انجام می گیرد. این تقریب برای طول برست های ارسالی بزرگ یعنی $N_1 \gg L$ معتبر خواهد بود، به طوریکه معمولاً چنین فرضی در حالت عادی رخ می دهد. بنابراین:

$$\underline{Y}_1 = (y_1[0], \dots, y_1[N_1 - 1])^T \Rightarrow \underline{Y}_1 = \hat{H}_T \underline{X}$$

هم چنین سیگنال خروجی کانال که با $\underline{Y}_2 = H_T \underline{X} = H \underline{Y}_1$ بیان می شود، با تقریب ذکر شده به صورت زیر بیان می شود: $\underline{Y}_2 = (y_2[0], \dots, y_2[N_1 - 1])^T$. بنابراین نمایش برداری حالت تقریب سیگنال دریافتی به صورت زیر خواهد بود:

$$\underline{Y} = \underline{Y}_2 + \underline{n} = \overline{H} \overline{H}_T \underline{X} + \underline{n} = \overline{H}_{TIR} \underline{X} + \underline{n}$$

عملکرد سیستم می‌باشد [۱۲]. بدیهی است که این اختلاف در حالت با ISI بیشتر می‌شود. نتایج مربوط به مدل کانال CM4 به دلیل وجود ISI در مقایسه با نتایج مدل کانال CM1 دارای عملکرد بدتری می‌باشند. هم‌چنین با مقایسه شکل‌های (۳) و (۶) مشاهده می‌شود که در مدل کانال CM4 به دلیل وجود ISI و هم‌چنین به دلیل وجود ضریب وابسته به سمبل‌های ISI در رابطه احتمال خطا، با یک واریانس خطای یکسان (واریانس 0.01)، عملکرد به مراتب بدتری نسبت به حالت بدون ISI و کانال مدل CM1 وجود دارد.

برای نشان دادن عملکرد الگوریتم جبران‌سازی پیشنهادی، از مدل کانال CM1 با طول 5nsec استفاده می‌شود که به همراه مدل کانال تخمین زده شده توسط الگوریتم CLEAN در شکل (۹) رسم شده است [۱۲]. از آنجاییکه جبران‌سازی خطای تخمین دامنه کانال مورد نظر بوده و فرض شده است که خطای تخمین تاخیر در بخش هم‌زمان‌سازی جبران شده است، در شکل (۱۰) توزیع خطای تخمین دامنه الگوریتم CLEAN رسم شده است. با شبیه‌سازی در شکل (۱۰) مشخص می‌شود که توزیع خطای تخمین دامنه تپ‌های کانال با الگوریتم CLEAN یک توزیع گاوسی با واریانس خطای گاوسی تقریباً $\sigma_{\Delta\alpha}^2 = 0.07$ می‌باشد.

برای بهینه‌سازی سیستم TiR-UWB به کمک پیش‌فیلتر، از رابطه (۱۷) استفاده می‌شود. تعداد سمبل‌ها خیلی بیشتر از تپ‌های کانال انتخاب می‌شود تا تقریب صورت گرفته در بخش ۴-۲ برای تبدیل ماتریس‌های تاپلیتز به ماتریس‌های پایین مثلثی، روی عملکرد تاثیر گذار نباشد. برای مقدار اولیه \bar{F}_c در رابطه (۱۷)، از رابطه (۱۶) استفاده شده و نسبت سیگنال به نویز نیز $\rho = 10dB$ انتخاب شده است.

همان‌طور که در شکل (۱۱) مشاهده می‌شود، در صورت استفاده از الگوریتم تخمین کانال CLEAN (با توزیع خطای نشان داده شده در شکل (۱۰))، میزان خطای عملکرد سیستم شکل (۱) در احتمال خطای 10^{-4} حدود 3dB بوده که مقدار 2.5dB به کمک پیش‌فیلتر محاسبه شده در رابطه (۱۶) و جایگذاری آن در رابطه (۱۷) بهبود یافته است. به نظر می‌رسد که ترکیب دو رابطه (۱۶) و (۱۷) در قالب یک الگوریتم مبتنی بر تکرار، نتایج قابل قبولی را در جهت بهینه‌سازی سیستم شکل (۱) باعث شده و مقدار 0.5dB باقیمانده از خطای عملکرد ناشی از تخمین غیرایده‌آل کانال را نیز جبران نماید. با انتخاب ضریب $\mu = 0.001$ ، مشاهده می‌گردد که عملکرد سیستم مورد نظر با شرایط ذکر شده در ۴ گام مجزا، همگرا شده و خطای ناشی از تخمین غیرایده‌آل کانال به صفر میل می‌کند. در این سیستم، مقدار ρ تاثیری روی تعداد تکرارها نداشته و تقریباً برای همه مقادیر $\rho > 0$ ، نتایج یکسانی طی اجرای ۴ گام الگوریتم حاصل می‌شود. نتیجه اجرای الگوریتم پیشنهادی در سیستم شامل فیلتر منطبق ساده و در مدل کانال CM1 به تفکیک ۴ گام تکرار در

(۱۶)، به عنوان مقدار اولیه رابطه (۱۷) مورد استفاده قرار گیرد، سبب بهبود عملکرد سیستم شامل فیلتر منطبق ساده (شکل (۱)) خواهد شد (درستی این ادعا در شبیه‌سازی نشان داده می‌شود). بنابراین می‌توان از یک الگوریتم بهینه‌سازی دو مرحله‌ای به صورت زیر استفاده نمود:

مرحله اول شامل محاسبه ماتریس پیش‌فیلتر به کمک سیستم شامل تخمین گر MMSE بهینه بوده که رابطه (۱۶) به دست می‌آید. فرض می‌شود ماتریس پیش‌فیلتر منتج از رابطه (۱۶)، F_{C_1} باشد. اگر مرحله اول الگوریتم یک گام در نظر گرفته شود، مرحله دوم از چند گام تکرار شونده تشکیل می‌شود که ورودی آن، ماتریس پیش‌فیلتر F_{C_1} محاسبه شده در گام اول خواهد بود. بنابراین الگوریتم پیشنهادی به صورت گام‌های مجزای زیر بیان می‌شود:

گام اول ($k=1$): محاسبه F_{C_1} از روی رابطه (۱۶).

گام دوم ($k=2$): جایگذاری F_{C_1} در طرف دوم معادله (۱۷) برای محاسبه ماتریس F_{C_2} .

گام سوم ($k=3$): جایگذاری μF_{C_2} ($\mu < 1$) یک عدد ثابت مبتنی بر تجربه و آزمون می‌باشد) در طرف دوم رابطه (۱۷) برای محاسبه ماتریس F_{C_3} و ...

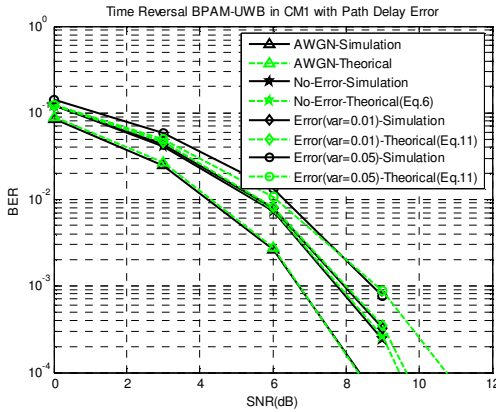
گام kام: جایگذاری $\mu F_{C_{k-1}}$ در طرف دوم رابطه (۱۷) برای محاسبه ماتریس F_{C_k} .

۵. نتایج شبیه‌سازی

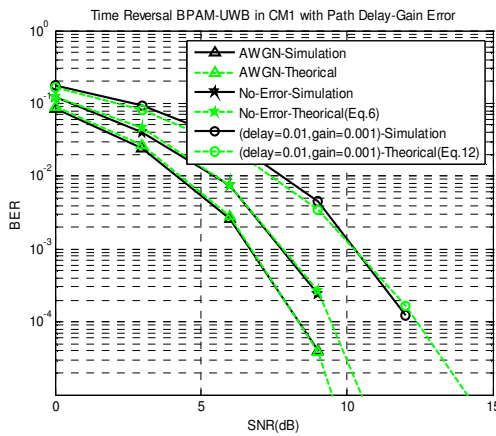
در این بخش به ارزیابی مبتنی بر شبیه‌سازی روابط و نتایج به دست آمده در این مقاله پرداخته می‌شود. از مدل کانال CM1 با طول 5nsec برای حالت بدون ISI و مدل کانال CM4 با طول 25nsec برای حالت با ISI استفاده می‌شود [۱۲]. طول پالس برابر طول سمبل 10nsec انتخاب شده (نرخ ارسال 100Mbps) و زمان نمونه برداری برابر 0.167nsec می‌باشد.

شکل‌های (۳)، (۴) و (۵) به ترتیب احتمال خطای سیستم TiR-UWB با فیلتر منطبق ساده و مدولاسیون BPAM در حالت‌های خطای تخمین دامنه، تاخیر و توام دامنه - تاخیر کانال CM1 در حالت بدون ISI را نشان می‌دهند.

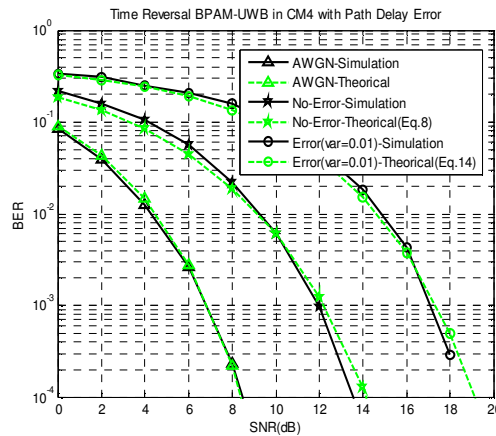
نتایج بیان می‌کنند که روابط به دست آمده برای احتمال خطا در روابط (۶)، (۹)، (۱۱) و (۱۲)، به نتایج حاصل از شبیه‌سازی سیستم بسیار نزدیک هستند که در شکل‌ها در محل مربوطه برچسب گذاری شده‌اند. هم‌چنین شکل‌های (۶)، (۷) و (۸) بیانگر احتمال خطای سیستم شکل (۱) برای کانال CM4 و حالت با ISI می‌باشند. نتایج حاصل از شبیه‌سازی، روابط (۸)، (۱۳)، (۱۴) و (۱۵) را کاملاً تصدیق می‌کنند. وجود اختلاف نمودارها در حالت AWGN و No-Error در حالت بدون ISI به دلیل اثر کانال چند مسیره مورد استفاده روی



شکل ۴. عملکرد سیستم TiR-UWB با فرض خطای تخمین تاخیر کانال CM1 و بدون ISI

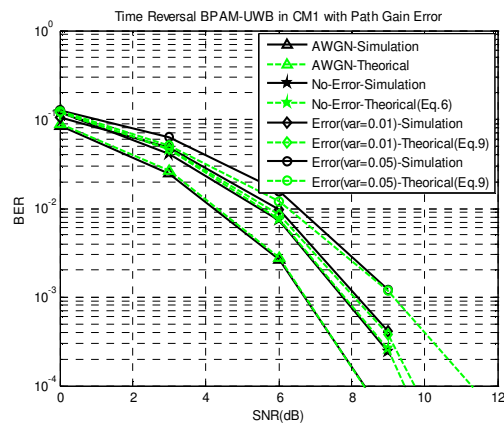


شکل ۵. عملکرد سیستم TiR-UWB با فرض خطای توأم تخمین دامنه-تأخیر کانال CM1 و بدون ISI

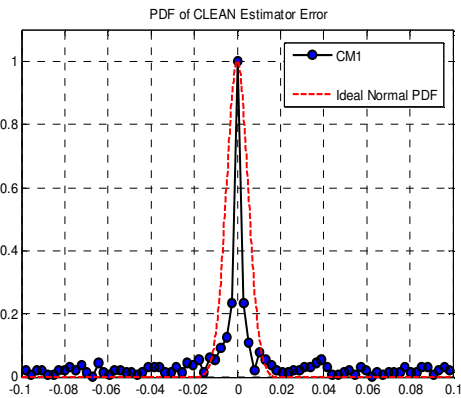


شکل ۶. عملکرد سیستم TiR-UWB با فرض خطای تخمین دامنه کانال CM4 و با ISI

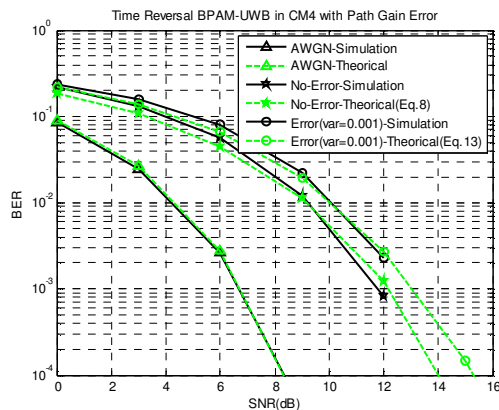
شکل (۱۱) رسم گردیده است. مشاهده می‌شود که با $k=4$ تکرار، پیش‌فیلتر جبران‌ساز به کلی می‌تواند خطای تخمین کانال را جبران نماید. همان‌طور که در شکل (۱۲) مشاهده می‌شود، اعمال الگوریتم بهینه‌سازی، روی تمرکز زمانی پاسخ معادل TiR تاثیر چندانی ندارد. یکی از نکاتی که باید به آن توجه داشت، مصالحه بین پیچیدگی سیستم و میزان بهبود عملکرد با الگوریتم جبران سازی تکرار شونده پیشنهادی است. بدیهی است که جبران سازی 3dB خطای عملکرد اتفاق افتاده (در شرایط خاص مورد بررسی در این مقاله) به افزایش پیچیدگی سیستم می‌انجامد، اما این پیچیدگی بایستی در شرایط گوناگون ارسال-دریافت به طور صحیح مدیریت و کنترل گردد. همان‌طور که مشاهده گردید، پیش‌فیلتر محاسبه شده (روابط (۱۶) و (۱۷)) به کواریانس خطای تخمین کانال وابسته است. کواریانس خطای تخمین در یک لینک ارتباطی مقداری مشخص و به راحتی قابل دسترسی است، لذا همه ورودی‌های پیش‌فیلتر معلوم بوده و با انجام یکسری محاسبات ساده در هر تکرار الگوریتم که مهم‌ترین آنها گرفتن معکوس ماتریس است، پیش‌فیلتر جبران‌ساز به راحتی به دست می‌آید. اگر بخواهیم مقدار بیشتری از خطای عملکرد را جبران کنیم، به تکرار بیشتری از الگوریتم نیازمندیم که این خود به افزایش پیچیدگی سیستم می‌انجامد. اما همان‌طور که در شبیه‌سازی مشاهده گردید، معمولاً قسمت زیاد خطای عملکرد سیستم در تکرار اول جبران می‌شود. بنابراین با اجرای تنها یک بار از الگوریتم، می‌توان حدود ۸۰ درصد خطای عملکرد را جبران و به این ترتیب پیچیدگی سیستم را مدیریت نمود، به شرطی که بتوان ۲۰ درصد خطای عملکرد باقیمانده را در لینک ارتباطی مورد نظر در ازای کاهش در پیچیدگی سیستم تحمل کرد.



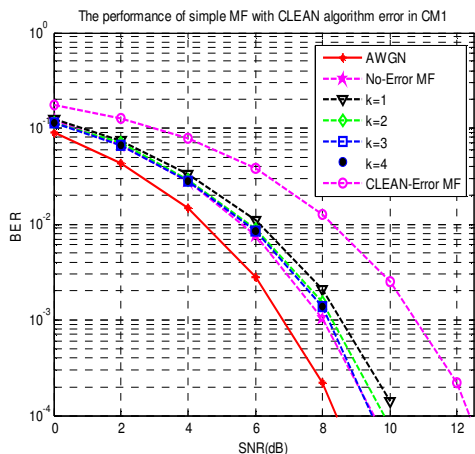
شکل ۷. عملکرد سیستم TiR-UWB با فرض خطای تخمین دامنه کانال CM1 و بدون ISI



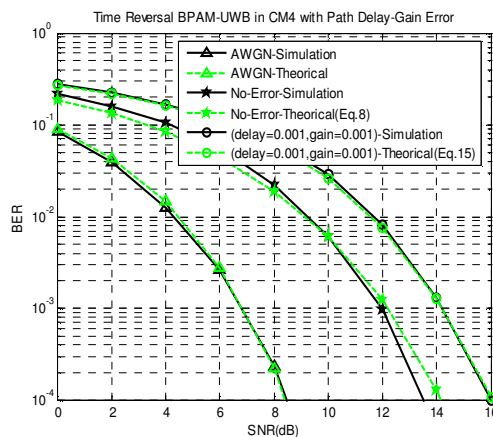
شکل ۱۰. توزیع خطای تخمین دامنه کانال با CLEAN



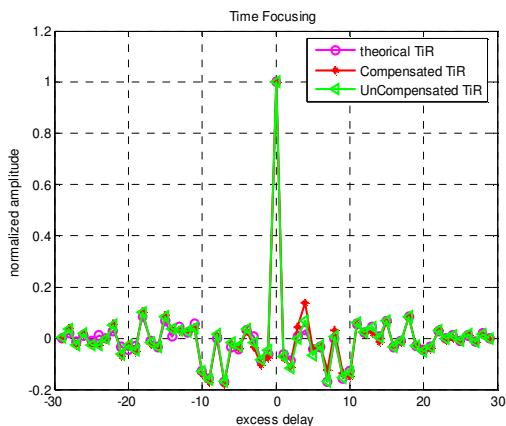
شکل ۷. عملکرد سیستم TIR-UWB با فرض خطای تخمین تاخیر کانال CM4 و با ISI



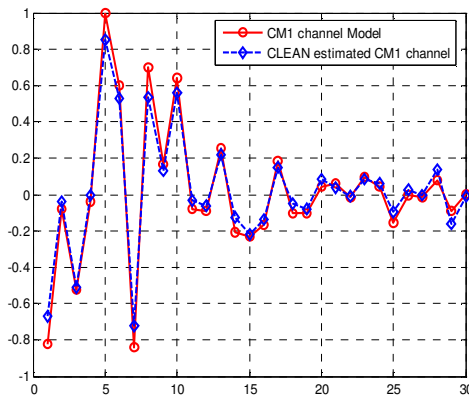
شکل ۱۱. عملکرد الگوریتم بهینه‌سازی دو مرحله‌ای به تفکیک ۴ گام تکرار در سیستم TIR-UWB شامل فیلتر منطبق ساده با فرض خطای تخمین دامنه کانال CM1 و بدون ISI



شکل ۸. عملکرد سیستم TIR-UWB با فرض خطای توام تخمین دامنه-تأخیر کانال CM4 و با ISI



شکل ۱۲. حفظ تمرکز زمانی پاسخ معادل TIR در روش جبران‌سازی



شکل ۹. پاسخ کانال CM1 استفاده شده به همراه پاسخ تخمینی آن توسط الگوریتم CLEAN

۶. نتیجه‌گیری

وجود خطای ناشی از تخمین غیرایده‌آل کانال، روی تمرکز زمانی اثر گذاشته و عملکرد سیستم را کاهش می‌دهد. در این مقاله، ابتدا اثر خطای تخمین روی عملکرد یک سیستم UWB مبتنی بر TiR با تحلیلی متفاوت مطالعه شده و روابط احتمال خطا با فرض گیرنده فیلتر منطبق ساده به فرم بسته محاسبه گردید. مشاهده شد که خطای تخمین کانال در حضور تداخل بین سمبلی، تاثیر بیشتری روی عملکرد می‌گذارد و احتمال خطای سیستم به واریانس خطای تخمین دامنه، تاخیر و توام دامنه-تاخیر کانال وابسته می‌باشد. ضمن اینکه با کمک شبیه‌سازی، صحت روابط احتمال خطای محاسبه شده بررسی و تایید گردید. سپس، با کمک پیش فیلتر، خطای ناشی از تخمین در دو حالت گیرنده تخمین‌گر MMSE بهینه و گیرنده فیلتر منطبق ساده جبران‌سازی شد. مشاهده گردید که میزان خطا در عملکرد یک سیستم TiR-UWB با فرض گیرنده شامل فیلتر منطبق ساده به واسطه استفاده از الگوریتم CLEAN به عنوان تخمین‌گر غیرایده‌آل کانال با توزیع خطای مشخص در مدل کانال CM1، حدود 3dB در احتمال خطای 10^{-4} می‌باشد. استفاده از پیش‌فیلتر جبران‌ساز محاسبه شده در سیستم شامل فیلتر منطبق ساده به کمک پیش‌فیلتر محاسبه شده در سیستم شامل تخمین‌گر MMSE بهینه (البته بدون تکرار و تنها به عنوان مقدار اولیه)، خطای فوق را حدود 2.5dB بهبود می‌بخشد و حدود 0.5dB باقی می‌ماند. اما قسمت بیشتر 3dB خطای اتفاق افتاده، ضمن حفظ تمرکز زمانی تکنیک TiR، می‌تواند در الگوریتم بهینه‌سازی دو مرحله‌ای پیشنهادی جبران شود.

۷. مراجع

- [1] Qiu, R. C. "A Theory of Time-Reversed Impulse Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) for Ultra-Wideband (UWB) Communications."; Proc. IEEE International Conference on UWB, Waltham, MA, 2006, Sept. 24-27, 1, 587-592.
- [2] Akogun, A. E. "Theory and Application Time Reversal Techniqueto Ultra-Wideband Wireless Communication."; MSc. Thesis, Tennessee Technological University, Tennessee, USA, August 2005.
- [3] Qiu, R. C.; Zhou, C.; Guo, N.; Zhang, J. Q. "Time Reversal with MISO for Ultra-Wideband Communications: Experimental Results."; IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters 2006, 5(1), 269-273.
- [4] Guo, N.; Sadler, B. M.; Qiu, R. C. "Reduced-Complexity UWB Time-Reversal Techniques and Experimental Results."; IEEE Transactions on Wireless Communication 2007, 6 (12), 4221-4226.
- [5] Guo, N.; Zhang, J. Q.; Qiu, R. C.; Mo, S. S. "UWB MISO Time Reversal with Energy Detector Receiver over ISI Channels."; Proc. IEEE Consumer Communication and Networking Conference, Las Vegas, Nevada, 2007, Jan. 11-13, 1, 629-633.
- [6] Reed, J. H. "An Introduction to Ultra Wideband Communication Systems."; Prentice Hall PTR, 2005.
- [7] Strohmer, T.; Emami, M.; Hansen, J.; Papanicolaou, G.; Paulraj, A. J. "Application of Time Reversal with MMSE Equalizer to UWB Communications."; Proc. IEEE Global Telecommunications Conference, Dallas, Texas, 2004, 3, 3123-3127.
- [8] Liu, X.; Wang, B. Z.; Xiao, S.; Lai, S. "Post-Time-Reversed MIMO Ultra-WideBand Transmission Scheme."; IEEE Transactions on Antennas and Propagation 2010, 58 (5), 1731-1738.
- [9] Sheng, H.; You, R.; Haimovich, A. M. "Performance Analysis of Ultra-Wide Band Rake Receivers with Channel Delay Estimation Errors."; Proc. Conf. Information Sciences and Systems (CISS), March 2004, 2, 921-926.
- [10] Bizaki, H. K.; Falahati, A. "Tomlinson-Harashima Precoding with Imperfect Channel State Information."; IET Communication journal 2008, 2 (1), 151-158.
- [11] Lewis, T. O.; Odell, P. L. "Estimation in Linear Models."; Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1971.
- [12] Popovski, K.; Wysocki, B. J.; Wysocki, T. A. "Modelling and Comparative Performance Analysis of a Time-Reversed UWB System."; EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking 2007, 7, 1-11.

