

تحلیل ضربه عمودی در سازه ساندویچی با درنظر گرفتن مکانیزم‌های مختلف جذب انرژی

سیدسجاد جعفری^{*}، سعید فعلی^۲، میلاد رنجبران^۳

۱-دانشجوی دکتری، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، واحد همدان، دانشگاه آزاد اسلامی، ۲- دانشیار، دانشگاه رازی کرمانشاه، ۳- دانشجوی دکتری،

دانشگاه پویا علی سینا

(دریافت: ۱۲/۱۲/۹۴، پذیرش: ۲۵/۰۳/۹۵)

چکیده

هدف این مقاله ارائه روش تحلیلی جدیدی برای محاسبه میزان جذب انرژی ورق‌های ساندویچی آلومینیوم- فوم تحت اثر ضربه سرعت بالا است. ورق‌های ساندویچی آلومینیوم- فوم دارای هسته از جنس فوم هستند که بین دو صفحه فلزی آلومینیومی، محصور شده است. ضربه‌زننده به صورت پرتابه صلب استوانه‌ای سر تخت در نظر گرفته شده است. با استفاده از مدل جرم و فنر، جذب انرژی لایه‌های آلومینیومی در بارگذاری شبه استاتیکی و با در نظر گرفتن مکانیزم‌های مختلف جذب انرژی محاسبه شده است. همچنین فوم نیز به‌واسطه خردشدن بخشی از انرژی پرتابه را جذب می‌کند. نهایتاً جذب انرژی توسط ورق‌های ساندویچی آلومینیوم- فوم محاسبه و با استفاده از موازنۀ انرژی، سرعت حد بالستیک و سرعت باقیمانده پرتابه محاسبه شده است. مقادیر سرعت حد بالستیک و سرعت باقیمانده محاسبه شده با روش تحلیلی همخوانی مناسبی با مقادیر تجربی و عددی دارد. همچنین اثرات چگالی فوم، جرم و قطر پرتابه در میزان جذب انرژی ساندویچ پانل بررسی شده است.

کلید واژه‌ها: ورق ساندویچی، فوم، آلومینیوم، سوراخ‌شدن، جذب انرژی

Analysis of Normal Impact on Sandwich Panel with Considering Difference Energy Absorption Mechanisms

S. S. Jafari*, S. Feli, M. Ranjbaran

Young Researchers & Elites Club, Hamedan Branch, Islamic Azad University, Hamedan, Iran

(Received: 12/03/2016; Accepted: 14/06/2016)

Abstract

In this paper, a new analytical model has been presented for energy absorption calculation of aluminum-foam sandwich panels under high velocity impact. The panels consist of foam core sandwiched between two aluminum skins. In analytical model, cylindrical rigid projectile with flat ended has been considered. In the quasi-static loading, by using the springs-mass model, energy absorption of aluminum skins with considering difference energy absorption mechanisms has been calculated. Also foam absorbed a partial of projectile energy by crushing. Energy absorption of aluminum-foam sandwich panel was calculated and energy balancing equation has been employed for determination the ballistic limit and residual velocity of projectiles. The results of ballistic limit and residual velocity computed by new model presented good agreement with experimental and numerical results. Also the effects of foam density, projectile mass and diameter in energy absorption of sandwich panel has been investigated.

Keywords: Sandwich Panel, Foam, Aluminum, Perforation, Energy Absorption.

* Corresponding Author E-mail: sjd.jafari@iauh.ac.ir

Advanced Defence Sci. & Tech., 2016, 6, 33-43.

اهداف را بالا می برد. رادمهر و همکاران [۹] با استفاده از تئوری انتشار امواج پلاستیک و بر مبنای معادلات مومنتم، برخورد مایل پرتاپه سر تخت را در اهداف چندلایه فلزی به صورت تحلیلی بررسی کردند. این فرآیند در نه مرحله بررسی شده است.

صبوری و لیاقت [۱۰] فرمول بندی جدیدی برای محاسبه انرژی کرنشی و پاسخ استاتیکی و دینامیکی لایه های فلز - کامپوزیت ارائه نمودند.

بررسی سازه های ساندویچی جهت جذب انرژی بیشتر و کاربرد در شرایط مختلف رشد چشمگیری داشته است. این سازه ها به دلیل نسبت استحکام به وزن و جذب انرژی بسیار بالا مورد توجه محققان قرار گرفته اند. سازه های ساندویچی عموماً دارای یک هسته هستند که بین دو لایه محصور شده اند. از جمله سازه های ساندویچی می توان به سازه های کامپوزیت - فوم، کامپوزیت - هانی کامب و آلومینیوم - فوم اشاره نمود.

هوفت و سیرولو [۱۱] با استفاده از مدل انتشار امواج تنش، سرعت باقیمانده پرتاپه با دماغه کروی، در برخورد به پانل ساندویچی کامپوزیت - فوم را تعیین کردند. همچنین، فرآیند برخورد سرعت بالا به پانل ساندویچی را در نرم افزار آباکوس شبیه سازی نمودند.

فعلی و نامداری پور [۱۲] یک مدل تحلیلی جدید برای سوراخ شدن پانل ساندویچی کامپوزیت - هانی کامب ارائه دادند. آنها سوراخ شدن پانل را در سه مرحله، شامل سوراخ شدن صفحه بالایی، سوراخ شدن هانی کامب و سوراخ شدن صفحه پایینی در نظر گرفتند. در این مدل تحلیلی کامپوزیت به صورت الیاف بافته شده تار و پود، در نظر گرفته شده است.

ژائو و همکاران [۱۳] برخورد شباه استاتیکی پرتاپه سرکروی به ساندویچ پانل های آلومینیوم - فوم را به صورت تجربی بررسی و روند تغییرات نیرو بر حسب جایگایی را ثبت کردند. هانسن و همکاران [۱۴] برخورد پرتاپه به پانل آلومینیوم - فوم را به صورت تجربی و عددی بررسی نمودند. تحلیل عددی به کمک نرم افزار ال اس دایانا انجام شده است. فعلی و جعفری [۱۵] ضربه بالستیک و سرعت بال را بر روش یازه های ساندویچی کامپوزیت - فوم به صورت تحلیلی و عددی بررسی نمودند.

خدارحمی و همکاران [۱۶] نفوذ پرتاپه صلب سر تخت در اهداف ساندویچی آلومینیوم - فوم را به صورت تجربی و عددی بررسی کردند. مطابق آزمایش ها و شبیه سازی صورت گرفته توسط آنها، با افزایش چگالی و ضخامت فوم و سرعت اولیه پرتاپه، جذب انرژی سازه ساندویچی نیز افزایش می یابد.

۱. مقدمه

مبحث برخورد و نفوذ پرتاپه ها یکی از مباحث مهم در صنایع نظامی و غیر نظامی است. در دهه های اخیر مطالعات بسیاری در این زمینه صورت گرفته است. اکثر کارهای انجام شده در این زمینه، تجربی بوده و با توجه به پیچیدگی معادلات حاکم، کارهای تحلیلی کمی در این زمینه ارائه شده است. جنس هدف تأثیر بسزایی در جذب انرژی دارد و اکثر مطالعات صورت گرفته در این زمینه در مورد اهداف فلزی و کامپوزیتی است.

در زمینه اهداف فلزی، بکمن و گلداسمیت [۱] و کوربیت و همکاران [۲] بررسی کاملی از مکانیک نفوذ پرتاپه ها ارائه نموده و اکثر تحقیقات تجربی و تحلیلی انجام شده در این زمینه را جمع آوری کرده و مورد بحث و بررسی قرار دادند.

فورستال و همکاران [۳] نفوذ پرتاپه در آلیاژ های آلومینیوم را به صورت تجربی و تحلیلی بررسی کردند. آنها با استفاده از معادلات حرکت، معادلات حاکم در این فرآیند را به دست آورده اند و اثرات شکل دماغه پرتاپه استوانه ای را در فرآیند نفوذ و سوراخ شدن اهداف فلزی بررسی کردند. فورستال و همکاران [۴] برخورد بالستیک پرتاپه دماغه مخروطی را در اهداف فلزی با ضخامت های مختلف به صورت تجربی بررسی کردند. همچنین فورستال و همکاران [۵] نفوذ پرتاپه با دماغه مخروطی در اهداف فلزی را با در نظر گرفتن اصطکاک، به صورت تحلیلی بررسی کردند.

بررسی اهداف کامپوزیتی نیز به دلیل وزن پایین و مقاومت زیاد، توسط محققان مختلف انجام شده است. اولون و همکاران [۶] اثرات شکل دماغه پرتاپه را بر انرژی جذب شده توسط لمینیت های کربن / اپوکسی به صورت تجربی، بررسی کردند. آنها از پرتاپه با دماغه های مختلف از جمله دماغه کروی، مخروطی و مسطح استفاده نمودند.

ممیوند و لیاقت [۷] مدل تحلیلی برای حد بالستیک دو بعدی کامپوزیت های بافته شده ارائه کردند. اثرات ابعاد هدف در عملکرد بالستیکی مجموعه نیز بررسی شده است.

پل و همکاران [۸] برخورد بالستیک پرتاپه سرتخت به مواد مرکب شیشه / اپوکسی با بافت دو بعدی را به صورت تحلیلی بررسی کردند. آنها در این تحلیل، از روش انرژی و تقسیم مدت زمان نفوذ به جزء های زمانی کوچک استفاده کردند.

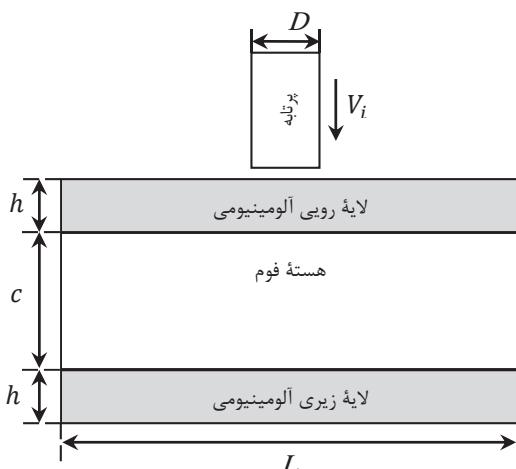
با تقویت اهداف به وسیله مواد دیگر، تحقیقات وارد مرحله جدیدی شد. چندلایه کردن اهداف فلزی، میزان جذب انرژی

می‌یابد. شکل (۱) یک پانل ساندویچی با لایه‌های آلومینیومی و هسته فوم که تحت برخورد پرتاپه صلب سرتخت است را نشان می‌دهد. منظور از لایه آلومینیومی رویی، لایه‌ای است که در معرض برخورد با پرتاپه می‌باشد (شکل ۱). لازم به ذکر است که در پانل ساندویچی ضخامت و جنس لایه‌های رویی و زیری یکسان در نظر گرفته شده است.

در برخوردهای سرعت بالا، پرتاپه در هدف نفوذ می‌کند، به طوری که میزان نفوذ پرتاپه به پارامترهای مختلفی از جمله سرعت اولیه پرتاپه و جنس هدف دارد. با توجه به اینکه پانل‌های ساندویچی از دو بخش لایه و هسته تشکیل شده‌اند، نفوذ پرتاپه در هریک از این بخش‌ها به صورت جداگانه بررسی می‌شود.

۱-۲. نفوذ پرتاپه در لایه آلومینیومی

در برخورد پرتاپه به پانل ساندویچی، قسمتی از انرژی جنبشی پرتاپه توسط لایه‌های پانل جذب می‌شود. در این قسمت ابتدا جذب انرژی لایه آلومینیومی در اثر تغییر شکل (جذب انرژی ناشی از تغییر شکل موضعی و تغییر شکل کلی) و تغییر شکل گلبرگی در بارگذاری استاتیکی محاسبه و سپس با استفاده از ضربه‌ای در دست می‌آید.



شکل ۱. برخورد پرتاپه سرتخت به پانل ساندویچی.

سیستم معادل بارگذاری شبه‌استاتیکی بر روی پانل‌های ساندویچی آلومینیوم-فوم در شکل (۲) نشان داده شده است، به طوری که K_c سختی تماسی، K_d سختی بشقابی شدن، K_b سختی خمسی و K_s سختی برشی هستند.

همچنین، پل و همکاران [۱۷] خواص بالستیکی فوم‌های آلومینیومی را به صورت تجربی بررسی نمودند.

فعالی و جعفری [۱۸] سوراخ شدن سازه‌های ساندویچی آلومینیوم-فوم توسط پرتاپه‌های سرکروی و سرتخت را بر اساس تئوری موج تنش غالب بررسی کردند. نتایج بررسی انجام شده مطابقت مناسبی با داده‌های تجربی دارد. همچنین آن‌ها نشان دادند که سرعت حد بالستیک پرتاپه سرتخت از پرتاپه سرکروی بیشتر است.

بررسی و تحلیل نفوذ بالستیک پرتاپه‌ها در ورقهای ساندویچی فلز-فوم موضوع جدیدی است که کمتر به روش تحلیلی بررسی شده است و اکثر کارهای انجام شده در این خصوص به صورت تجربی و عددی است.

در این مقاله مدل تحلیلی جدیدی برای بررسی فرآیند نفوذ و سوراخ شده صفحات ساندویچی آلومینیوم-فوم تحت اثر برخورد پرتاپه سرتخت ارائه شده است، به طوری که هسته پانل از جنس فوم و لایه‌های بالایی و پایینی از جنس آلومینیوم می‌باشند. جذب انرژی لایه‌های آلومینیومی و فوم به صورت مجزا محاسبه و در نهایت جذب انرژی پانل به دست آمده است.

در محاسبه جذب انرژی لایه‌های آلومینیومی علاوه بر درنظر گرفتن اتفاق انرژی موضعی در محل برخورد پرتاپه، مکانیزم‌های مختلف اتفاق انرژی از جمله بشقابی شدن^۱، تغییر شکل گلبرگی^۲، خمش و برش نیز در نظر گرفته شده‌اند. همچنین، فوم نیز به واسطه خردشدن بخشی از انرژی پرتاپه را جذب می‌کند. با تعیین انرژی‌های جذب شده توسط پانل ساندویچی، طی فرآیند نفوذ پرتاپه و استفاده از موازنۀ انرژی، سرعت حد بالستیک و سرعت باقیمانده پرتاپه محاسبه شده است. از ویژگی‌های مدل تحلیلی، درنظر گرفتن مکانیزم‌های مختلف جذب انرژی توسط پانل و روش حل مسئله می‌باشد، به نحوی که با سادگی معادلات نتایج مدل همخوانی مناسبی با نتایج تجربی و عددی مرجع [۱۶] دارد.

۲. مدل تحلیلی

در طی فرآیند نفوذ پرتاپه در هدف، با توجه به جنس هدف و پارامترهای هندسی پرتاپه، قسمتی از انرژی جنبشی اولیه پرتاپه توسط هدف جذب می‌شود. در واقع کاهش انرژی جنبشی پرتاپه صرف تغییر شکل هدف شده و انرژی کرنشی هدف افزایش

¹Dishing

²Petalizing

که C_{ij} ثوابت الاستیک هستند. این ثوابت با استفاده از تئوری الاستیسیته توسط روابط زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} C_{11} &= E / (1 - \nu^2) \\ C_{44} &= G \\ C_{13} &= \nu E / (1 - \nu^2) \end{aligned} \quad (2-1)$$

در رابطه فوق E و G به ترتیب نشان‌دهنده مدول یانگ، مدول برشی و ضریب پواسون هستند.

بنابراین جذب انرژی لایه آلومینیومی در اثر تغییر شکل موضعی که آن را انرژی تماسی (E_{ct}) می‌نامیم، برابر است با:

$$E_{ct} = \int_0^a p d\alpha = \frac{1}{2} K_c \alpha^2 \quad (2)$$

ب- تغییر شکل کلی: در ادامه، تئوری‌های خمس، بشقابی‌شدن و خمس- بشقابی‌شدن بررسی می‌شود. فرض می‌شود که در تئوری‌های خمس و خمس- بشقابی‌شدن، برش نیز رخ می‌دهد.

تئوری خمس: رابطه بین نیرو و جابجایی، بدون در نظر گرفتن فرورفتگی موضعی به صورت زیر است [۲۲]:

$$P = K_{bs} W \quad (3)$$

در رابطه بالا، W خیز عرضی صفحه میانی آلومینیوم و K_{bs} سختی موثر ناشی از خمس و برش است. با در نظر گرفتن شکل ۲، سختی موثر خمسی و برشی برابر است با:

$$K_{bs} = \frac{K_b K_s}{K_b + K_s} \quad (4)$$

که K_b و K_s به ترتیب نشان‌دهنده سختی خمسی و سختی برشی هستند. سختی خمسی برای ورق مربعی از رابطه زیر به دست می‌آید [۲۳]:

$$K_b = \frac{86.2 Eh^3}{12(1 - \nu^2)L^2} \quad (5)$$

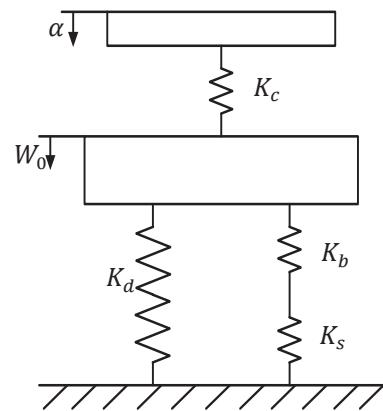
که L اندازه موثر پانل می‌باشد. همچنین سختی موثر برشی به کمک رابطه زیر به دست می‌آید [۲۴ و ۲۲]:

$$K_s = \frac{4\pi}{3} Gh \left(\frac{E}{E - 4\nu G} \right) \left(\frac{4}{3} + \log \frac{L}{2R} \right)^{-1} \quad (6)$$

تئوری بشقابی‌شدن: در این تئوری بدون در نظر گرفتن تغییر شکل خمسی و برشی و همچنین صرف نظر کردن از فرورفتگی موضعی، رابطه نیرو و جابجایی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P = K_d W^3 \quad (7)$$

که، K_d نشان‌دهنده سختی بشقابی بوده و از رابطه زیر



شکل ۲. شبیه‌سازی برخورد پرتا به با پانل ساندویچی با مدل فنر.

در این مقاله شرایط مرزی در لبه‌های پانل به صورت گیردار می‌باشد، به طوری که اطراف پانل کاملاً مقید است. همچنین فرض شده است که پرتا به صلب به صورت عمودی در هدف نفوذ کند. به دلیل کوچک بودن قطر پرتا به در مقایسه با اندازه پانل ساندویچی، بار اعمالی از سوی پرتا به پانل، به صورت متوجه در نظر گرفته شده است [۱۹]. با توجه به نسبت اندازه صفحه به ضخامت لایه آلومینیومی، پانل ممکن است توسط برش، خمس، بشقابی‌شدن و یا ترکیب خمس و بشقابی‌شدن کشیده شود. در ادامه، نیروی تماسی بین پرتا به و پانل با استفاده از تئوری‌های مختلف بررسی می‌شود.

۲-۱-۱. جذب انرژی در اثر تغییر شکل

نیروی تماسی بین پرتا به و لایه آلومینیومی باعث ایجاد دو نوع تغییر شکل موضعی و کلی می‌شود. در ادامه جذب انرژی لایه آلومینیومی در اثر نیروی تماسی که باعث تغییر شکل هدف می‌شود بررسی می‌گردد.

الف- تغییر شکل موضعی: رابطه نیروی تماسی شباهستاییکی (P) و فرورفتگی موضعی پانل (α), به صورت زیر است [۲۰]:

$$P = K_c \alpha \quad (1)$$

که در معادله فوق K_c سختی تماسی پانل بوده و مقدار آن برابر $2R / \pi H_0$ است، به طوری که R نشان‌دهنده شعاع پرتا به است. ون و همکارانش [۲۱] مقدار H_0 برای ورق‌های کامپوزیتی به دست آورده‌اند. H_0 برای مادة ایزوتrop برابر است با:

$$\begin{aligned} H_0 &= \frac{(\gamma_1 + \gamma_2) C_{11}}{2\pi(C_{11}^2 - C_{13}^2)} \\ \gamma_{1,2}^2 &= Q \pm \sqrt{Q^2 - 1} \end{aligned} \quad (1-1)$$

$$Q = (C_{11}^2 - C_{13}^2 - 2C_{13}C_{44}) / 2C_{11}C_{44}$$

۲-۱-۲. جذب انرژی در اثر تغییر شکل گلبرگی

بعد از اینکه پرتابه لایه آلومینیومی را به طور کامل سوراخ می‌کند، اطراف سوراخ ایجادشده در سطح پشت هدف به سمت داخل خم می‌شوند که به این تغییر شکل گلبرگی شدن می‌گویند. با درنظر گرفتن زاویه 90° برای قسمت‌های خم شده، انرژی جذب شده در اثر گلبرگ شدن (E_p) به دست می‌آید [۲۶]:

$$E_p = \frac{\pi^2 h R^2 \sigma_0}{4} \quad (15)$$

به طوری که σ_0 تنش تسلیم فلز است.

جذب انرژی لایه آلومینیومی در بار گذاری شبه‌استاتیکی (E_{sAL}) از مجموع جذب انرژی در اثر تغییر شکل‌های ذکر شده به دست می‌آید:

$$E_{sAL} = E_p + E_{def} \quad (16)$$

در بار گذاری دینامیکی انرژی سوراخ شدن پانل افزایش می‌یابد. رابطه تجربی که جهت محاسبه انرژی سوراخ شدن ورق آلومینیومی (E_{dAL}) در بار ضربه‌ای به کار می‌رود، عبارت است از:

$$E_{dAL} = \varphi_{AL} E_{sAL} \quad (17)$$

در رابطه فوق، φ ضریب افزایش دینامیکی است که در این ضریب تجربی اثرات سرعت اولیه پرتابه v_i لحاظ شده است و از رابطه زیر به دست می‌آید [۱۵]:

$$\varphi_{AL} = 1 + 0.0065 V_i \quad (18)$$

۲-۲. نفوذ پرتابه در فوم

در اثر برخورد پرتابه به پانل ساندویچی، بخشی از انرژی جنبشی پرتابه توسط فوم جذب می‌شود. در واقع انرژی جنبشی پرتابه توسط خردشدن فوم جذب می‌شود. انرژی جذب شده توسط فوم در بار گذاری شبه‌استاتیکی (E_{FS}) توسط پرتابه سرتخت از رابطه زیر به دست می‌آید [۲۷]:

$$E_{FS} = \pi K R^2 c \sigma_c \varepsilon_d \quad (19)$$

در رابطه بالا، ε_d کرنش تراکمی فوم، σ_c استحکام فشاری فوم، c ضخامت فوم و K یک ثابت تجربی است که مقدار آن برای فوم آلومینیومی برابر $2/5$ در نظر گرفته می‌شود [۲۰]. در واقع به کمک این ضریب، میزان افزایش استحکام نهایی هدف که ناشی از تغییر شکل ناحیه اطراف محل اصابت پرتابه است، اعمال شده است.

به دست می‌آید [۲۱]:

$$K_d = \frac{191\pi Eh}{162L^2} \quad (8)$$

تئوری خمش- بشقابی شدن: در این تئوری رابطه بین نیرو و جابجایی، با صرف نظر کردن از فروافتگی موضعی و با درنظر گرفتن کلیه تغییر شکل‌های برشی، خمشی و بشقابی شدن، به صورت زیر است:

$$P = K_{bs} W + K_d W^3 \quad (9)$$

در واقع این تئوری ترکیب تئوری خمش با تئوری بشقابی شدن است. بنابراین انرژی تغییر شکل کلی، در کلی ترین حالت (تئوری خمش- بشقابی شدن) به کمک رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E_{gd} = \int_0^W p d_W = \frac{1}{2} K_{bs} W^2 + \frac{1}{4} K_d W^4 \quad (10)$$

بنابراین کل انرژی جذب شده در اثر تغییر شکل (E_{def}) برابر مجموع دو رابطه (۲) و (۱۰) است، یعنی؛

$$E_{def} = \frac{1}{2} (K_c \alpha^2 + K_{bs} W^2 + \frac{1}{2} K_d W^4) \quad (11)$$

با جایگذاری رابطه (۹) در عبارت مربوط به انرژی تماسی می‌توان نوشت:

$$E_{def} = \frac{(K_{bs} W_0 + K_d W_0^3)^2}{2K_c} + \frac{1}{2} K_{bs} W_0^2 + \frac{1}{4} K_d W_0^4 \quad (12)$$

با برابر قراردادن W_{0f} (خیز عمودی بحرانی) با W_0 در رابطه فوق:

$$E_{def} = \frac{(K_{bs} W_{0f} + K_d W_{0f}^3)^2}{2K_c} + \frac{1}{2} K_{bs} W_{0f}^2 + \frac{1}{4} K_d W_{0f}^4 \quad (13)$$

در واقع وقتی خیز ورق به خیز بحرانی برسد، واماندگی لمینیت رخ می‌دهد. رابطه بین خیز عمودی بحرانی و استحکام برشی (τ) به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۰]:

$$P = K_{bs} W_{0f} + K_d W_{0f}^3 = 2\pi RhK\tau \quad (14)$$

به دلیل تغییر شکل اطراف ناحیه تورفتگی، میانگین استحکام برشی عرضی از مقدار واقعی آن بیشتر می‌شود. بنابراین به منظور اثرباره این افزایش، از ضریب K استفاده می‌شود که K برای فلزات برابر با $2/8$ در نظر گرفته شده است [۲۵].

انرژی که صرف سوراخ شدن هدف می شود و انرژی جنبشی پرتابه هنگام خروج از هدف. بنابراین می توان نوشت:

$$\frac{1}{2}MV_i^2 = E_{kbs} + \frac{1}{2}MV_{rs}^2 \quad (25)$$

با جایگذاری $E_{kbs} = 0.5MV_{bs}^2$ در رابطه فوق، سرعت باقیمانده پرتابه (V_{rs}) به دست می آید [۲۱]:

$$V_{rs} = (V_i^2 - V_{bs}^2)^{0.5} \quad (26)$$

۳. نتایج و بحث

هدف اصلی مدل تحلیلی ارائه شده، تعیین سرعت حد بالستیک و سرعت باقیمانده در برخورد پرتابه سرخست و سرکروی به پانل های ساندویچی آلومینیوم- فوم می باشد. انرژی جنبشی پرتابه بعد از نفوذ به پانل کاهش می یابد و این در حالی است که انرژی کرنشی پانل در حال افزایش است. برای بررسی صحت نتایج مدل تحلیلی ارائه شده، نتایج حاصل از مدل تحلیلی با داده های تجربی و عددی مرجع [۱۶] مقایسه شده است. خواص مکانیکی پرتابه فولادی، لایه های آلومینیومی و فوم در جدول های (۱) و (۲) ذکر شده اند. لایه های آلومینیومی از نوع ۱100-H14 و فوم از نوع Al(A356-SiCp) هستند.

جدول ۱. مشخصات پرتابه فولادی [۱۶].

مقدار	پارامتر
۷۸۰۰	ρ (Kg/m ³)
۲۱۰	E (GPa)
۰/۳	ν
۱۲/۲	M (g)

جدول ۲. خواص مکانیکی ورق آلومینیومی [۱۶]

مقدار	پارامتر
۲۷۰۰	ρ (Kg/m ³)
۷۰	E (GPa)
۰/۳۳	ν
۱۱۷	σ_0 (MPa)
۷۶	τ (MPa)

جدول ۳. خواص مکانیکی فوم آلومینیومی [۱۶].

مقدار		پارامتر
۲۰٪	۱۴٪	نسبت چگالی
۱۵۰۰	۱۱۰۰	E (GPa)
۳/۸	۱/۵	σ_c (MPa)
۰/۵	۰/۴۵	ε_D
۰/۳	۰/۳	ν

ضریب افزایش دینامیکی برای فوم از رابطه زیر به دست می آید [۲۰]:

$$\varphi_{foam} = \begin{cases} 1 + B \left(\frac{V_i}{V_c} \right) & (V_i < V_c) \\ 1 + B & (V_i > V_c) \end{cases} \quad (20)$$

به طوری که V_c نشان دهنده سرعت بحرانی فون کارمن و V_i سرعت اولیه پرتابه می باشد. همچنین B نیز یک ثابت تجربی است که مقدار آن برای پرتابه سر تخت ۱/۵ در نظر گرفته شده است [۲۷]. سرعت بحرانی فون کارمن نیز از رابطه زیر به دست می آید:

$$V_c = C_1 \varepsilon_f = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \varepsilon_f \quad (21)$$

در رابطه فوق، C_1 سرعت انتشار موج، ρ چگالی لمینیت، E کرنش و امتدگی کششی استاتیکی و E مدول یانگ فوم هستند. بنابراین انرژی جذب شده توسط فوم در بارگذاری دینامیکی (E_{FD})، برابر است با:

$$E_{FD} = \varphi_{foam} E_{FS} \quad (22)$$

۳-۲. انرژی جذب شده توسط پانل ساندویچی آلومینیوم- فوم

در قسمت های قبلی انرژی جذب شده توسط لایه آلومینیومی و فوم محاسبه گردید. جذب انرژی لایه های رویی و زیری متفاوت است. این تفاوت به کمک ضریب φ_{Al} (معادله ۱۸) اعمال می شود، به طوری که V_i برای لایه رویی سرعت اولیه و برای لایه زیری، برابر سرعت خروجی پرتابه از لایه رویی و هسته هایی کمب می باشد. در صورتی که E_{dAl}^f و E_{dAl}^b به ترتیب نشان دهنده انرژی جذب شده لایه رویی و انرژی جذب شده لایه زیری باشند، بنابراین انرژی جذب شده توسط پانل از مجموع معادلات (۱۷) و (۲۰) به دست می آید:

$$E_T = E_{dAl}^f + E_{dAl}^b + E_{FD} \quad (23)$$

با استفاده از موازنۀ انرژی، سرعت حد بالستیک پرتابه در برخورد با پانل ساندویچی (V_{bs}) به دست می آید:

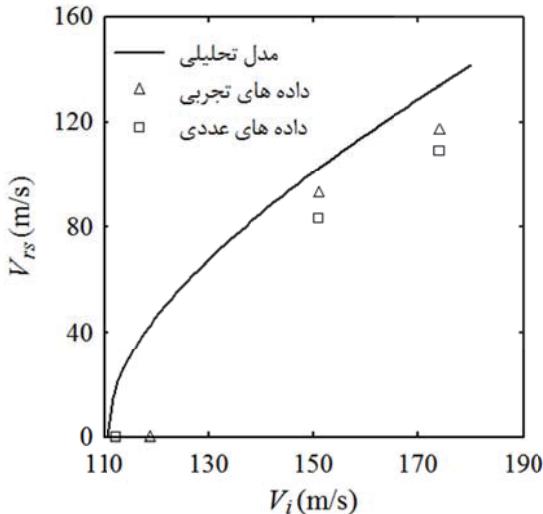
$$V_{bs} = \sqrt{\frac{2E_T}{M}} \quad (24)$$

به طوری که M جرم پرتابه است. در برخورد با سرعت های بالاتر از سرعت حد بالستیک، پرتابه پس از سوراخ کردن هدف، با سرعت باقیمانده (V_{rs}) از آن خارج می شود. با در نظر گرفتن موازنۀ انرژی، انرژی جنبشی اولیه پرتابه برابر است با مجموع

جدول ۵. مقایسه سرعت باقیمانده مدل تحلیلی با داده‌های تجربی و عددی مرجع [۱۶].

سرعت باقیمانده (m/s)			سرعت اولیه (m/s)
تحلیلی	عددی	تجربی	
۱۲۵/۷۹	۱۰۸/۹۷	۱۱۷	۱۷۴
۹۵/۶۵	۸۳/۲۶	۹۳	۱۵۱

همچنین منحنی تغییرات سرعت باقیمانده بر حسب سرعت اولیه و مقایسه با داده‌های تجربی و عددی در شکل (۳) نشان داده شده است. مطابق این شکل، با افزایش سرعت اولیه سرعت باقیمانده نیز افزایش می‌یابد. در واقع با افزایش سرعت اولیه، ضریب افزایش دینامیکی، زیاد می‌شود و این باعث افزایش میزان جذب انرژی پانل می‌گردد. از این‌رو می‌توان گفت که در نزد کوشش‌های بالاتر، مقاومت پانل ساندویچی نیز افزایش می‌یابد.



شکل ۳. منحنی تغییرات سرعت باقیمانده پرتابه سرتخت بر حسب سرعت اولیه و مقایسه آن با داده‌های تجربی و عددی مرجع [۱۶].

نتایج حاصل از مدل تحلیلی در محاسبه جذب انرژی سازه ساندویچی در جدول (۶) ارائه و با نتایج تجربی و عددی مرجع [۱۶] مقایسه گردیده است. این نتایج برای سازه ساندویچی با مشخصات $L = 130 \text{ mm}$, $h = 1 \text{ mm}$, $c = 20 \text{ mm}$ ، هسته فوم با چگالی m/s 20% و 20 mm ارائه شده است. در سرعت اولیه 174 m/s ، خطای مدل تحلیلی در مقایسه با داده‌های تجربی و عددی بهترتیب $9/9\%$ و $18/8\%$ است. همچنین در سرعت اولیه 151 m/s ، خطای مدل تحلیلی در مقایسه با داده‌های تجربی و عددی بهترتیب $3/5\%$ و $19/07\%$ است. همان‌طور مقایسه نتایج نشان می‌دهد، مطابقت خوبی بین نتایج حاصل از مدل تحلیلی و داده‌های تجربی وجود دارد.

معمولًاً نتایج حاصل از مدل تحلیلی و داده‌های تجربی در حد بالستیک دارای بیشترین خطأ خواهد بود. خدارحمی و همکاران [۱۶] با توجه به هزینه‌بربریون آزمایش‌های تجربی برای پیداکردن سرعت حد بالستیک واقعی، ابتدا از دقت شبیه‌سازی عددی اطمینان حاصل نمودند و سپس سرعت حد بالستیک را به‌کمک شبیه‌سازی عددی محاسبه کردند. آن‌ها همچنین مقدار تجربی سرعت حد بالستیک را با استفاده از اصل موازنۀ انرژی تخمین زندند.

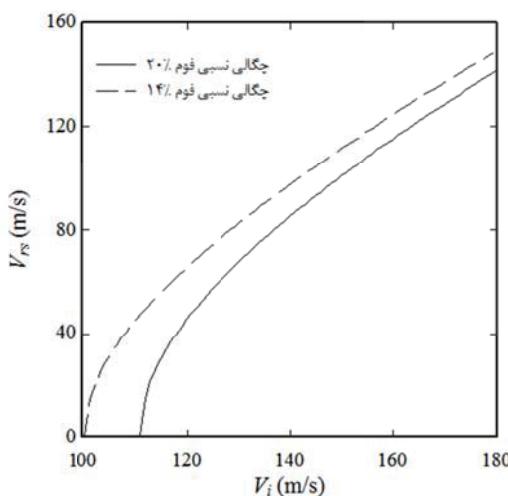
به‌منظور صحه‌گذاری بر مدل تحلیلی نتایج این مدل در محاسبه سرعت حد بالستیک برای پرتابه سرتخت در جدول [۴] ارائه و با داده‌های تجربی و شبیه‌سازی عددی مرجع [۱۶] مقایسه شده است. این نتایج برای پانل با لایه‌های آلومینیومی به ضخامت 1 mm ، هسته فوم با چگالی نسبی 14% و 20 mm به ترتیب برابر $4/3\%$ و $2/4\%$ است و برای هسته فوم با چگالی نسبی 20% به ترتیب $6/7\%$ و $1/3\%$ است. همان‌طور که مقایسه نتایج نشان می‌دهد، مدل ارائه شده با دقت بسیار خوبی سرعت حد بالستیک را پیش‌بینی می‌کند.

جدول ۴. مقایسه سرعت حد بالستیک مدل تحلیلی با داده‌های تجربی و عددی مرجع [۱۶].

تحلیلی	عددی	تجربی	سرعت حد بالستیک (m/s)	چگالی نسبی فوم
			سرعت حد بالستیک (m/s)	
۱۰۰/۳۸	۹۸	۱۰۴/۸۹	۱۴%	
۱۱۰/۹۶	۱۱۲/۵	۱۱۸/۹۶	۲۰%	

مقایسه سرعت باقیمانده محاسبه شده به روش تحلیلی با نتایج تجربی و عددی مرجع [۱۶] برای سرعت اولیه‌های مختلف در جدول (۵) صورت گرفته است. این نتایج برای پانل با لایه‌های آلومینیومی به ضخامت 1 mm ، هسته فوم با چگالی نسبی 20% و به ضخامت 20 mm ارائه شده است. همچنین اندازه سازه ساندویچی 130 mm است. مقدار مطلق خطای مدل تحلیلی نسبت به داده‌های تجربی و عددی در سرعت اولیه 174 m/s به ترتیب برابر 7% و $13/37\%$ بوده و برای سرعت اولیه 151 m/s برابر $2/7\%$ و $12/9\%$ است. بنابراین می‌توان ادعا کرد که مطابقت خوبی بین داده‌های تجربی، عددی و نتایج مدل تحلیلی وجود دارد.

منحنی تغییرات سرعت باقیمانده بر حسب سرعت اولیه برای پانل ساندويچی با چگالی های نسبی ۱۴٪ و ۲۰٪ هسته فوم در شکل (۴) نشان داده شده است. در این شکل $g = 20\text{ mm}$, $M = 130\text{ mm}$, $c = 20\text{ mm}$, $h = 1\text{ mm}$ و $L = 130\text{ mm}$ هستند. مطابق شکل (۷) سرعت باقیمانده پرتابه در برخورد با پانل ساندويچی با فوم ۱۴٪ از پانل با فوم ۲۰٪ بیشتر است. که این موضوع نشان دهنده جذب انرژی فوم با چگالی ۲۰٪ نسبت به فوم با چگالی ۱۴٪ است. همان‌طور که ذکر شد، با افزایش چگالی نسبی فوم، جذب انرژی آن نیز افزایش می‌یابد و این موضوع باعث کاهش سرعت باقیمانده می‌شود.



شکل ۴. منحنی تغییرات سرعت باقیمانده پرتابه بر حسب سرعت اولیه برای پانل با چگالی نسبی مختلف فوم بر اساس مدل تحلیلی.

به‌منظور بررسی سرعت اولیه و چگالی نسبی فوم منحنی تغییرات در صد تفاوت سرعت باقیمانده بر حسب سرعت اولیه و برای چگالی نسبی های مختلف فوم (۱۴٪ و ۲۰٪) در شکل (۵) در شکل (۵) است. مطابق این شکل با افزایش سرعت اولیه، در صد تفاوت سرعت باقیمانده نیز کاهش می‌یابد. به‌طوری که در سرعت 111 m/s در صد تفاوت $94/15$ و در سرعت 129 m/s در صد تفاوت $22/5$ است. بنابراین می‌توان ادعا کرد که با افزایش سرعت اولیه از اثرات چگالی نسبی فوم در جذب انرژی پانل کاسته می‌شود.

شکل (۶) منحنی تغییرات سرعت حد بالستیک بر حسب تغییرات قطر پرتابه سرکروی و برای جرم‌های مختلف پرتابه را نشان می‌دهد. در این شکل $h = 1\text{ mm}$ و $c = 20\text{ mm}$ و $g = 20\text{ %}$ هستند. مطابق شکل ۶ با افزایش قطر پرتابه و با ثابت درنظر گرفتن جرم آن، حد بالستیک نیز افزایش می‌یابد. همچنین با درنظر گرفتن قطر ثابت با افزایش جرم

جدول ۶. مقایسه نتایج مدل تحلیلی در محاسبه جذب انرژی هدف با داده‌های تجربی و عددی مرجع [۱۶].

جدب انرژی (J)			سرعت اولیه (m/s)
تحلیلی	عددی	تجربی	
۹۱/۱۴	۱۱۲/۲۴	۱۰۱/۱۸	۱۷۴
۸۲/۲۷	۶۹/۹۳	۸۶/۳۲	۱۵۱

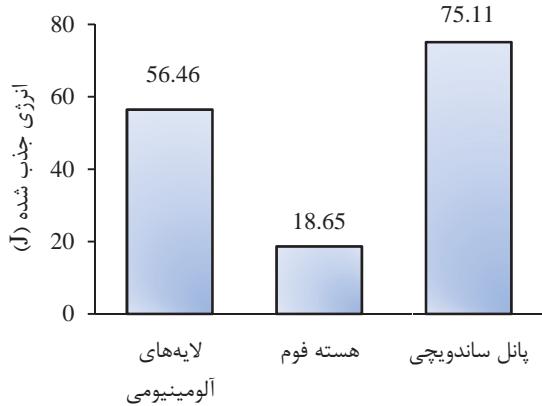
نتایج مدل تحلیلی در پیش‌بینی سرعت باقیمانده و جذب انرژی پانل برای چگالی های نسبی مختلف هسته با داده‌های تجربی و عددی مرجع [۱۶] مقایسه شده‌اند. این نتایج برای سازه ساندويچی با لایه آلومینیومی به ضخامت ۱ mm و اندازه 130 mm ارائه شده است. مقدار مطلق خطای مدل تحلیلی در پیش‌بینی سرعت باقیمانده، نسبت به داده‌های تجربی و عددی برای هسته فوم با چگالی نسبی ۱۴٪ به ترتیب برابر $۲/۹\%$ و $۳/۱\%$ است و برای هسته فوم با چگالی نسبی ۲۰٪ به ترتیب برابر $۲/۸\%$ و ۱۴% است. همچنین مقدار مطلق خطای مدل تحلیلی در پیش‌بینی سرعت باقیمانده، نسبت به داده‌های تجربی و عددی برای هسته فوم با چگالی نسبی ۱۴٪ به ترتیب برابر $۶/۵\%$ و $۷/۵\%$ است و برای هسته فوم با چگالی نسبی ۲۰٪ به ترتیب برابر $۳/۵\%$ و ۱۶% است. همان‌طور که مقایسه نتایج نشان می‌دهد، مدل ارائه شده با دقت بسیار خوبی سرعت حد بالستیک را پیش‌بینی می‌کند. مقایسه درصدهای خطای نشان می‌دهد که با افزایش چگالی فوم، دقت مدل تحلیلی نیز کمی کاهش می‌یابد.

همچنین نتایج جدول (۷) نشان می‌دهد که با افزایش چگالی هسته، جذب انرژی سازه نیز افزایش می‌یابد. دلیل این موضوع به رفتار فوم‌ها در جذب انرژی و نسودار تنش-کرنش آن‌ها بر می‌گردد، به‌طوری که با افزایش چگالی نسبی فوم، رفتار فوم‌های آلومینیومی به سمت رقتار مواد صلب سوق پیدا می‌کند [۱۶ و ۱۷].

جدول ۷. مقایسه سرعت باقیمانده مدل تحلیلی با داده‌های تجربی و عددی مرجع [۱۶].

چگالی نسبی فوم	سرعت اولیه (m/s)	سرعت باقیمانده (m/s)	جدب انرژی (J)
تجربی	عددی	تحلیلی	
۲۰٪	۱۴٪		
۱۵۱	۱۵۲		
۹۳	۱۱۰		
۸۲/۲۶	۱۰۳/۵۴		
۹۵/۶۵	۱۰۶/۷۲		
۸۶/۳۲	۶۷/۱۲		
۶۹/۹۳	۷۵/۵۳		
۸۲/۲۷	۷۱/۴۵		

همان‌طور که نتایج این جدول نشان می‌دهد لایه‌های آلمینیومی سهم بیشتری را نسبت به هسته فوم، در جذب ارزی سازه ساندویچی دارند. به طوری که سهم لایه‌های آلمینیومی در جذب ارزی پانل $75/16\%$ و سهم هسته فوم $24/84\%$ است.



شکل ۷. نمودار جذب ارزی لایه‌های آلمینیومی، فوم و پانل ساندویچی.

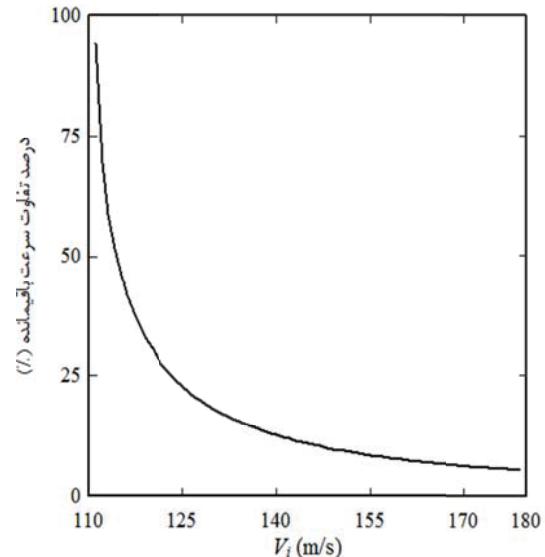
در ادامه با توجه به مطابقت مناسب نتایج مدل تحلیلی با داده‌های تجربی، اثرات آلیاژهای مختلف آلمینیوم بر روی سرعت حد بالستیک بررسی می‌شود. در این بخش آلیاژهای ۱100-H14، ۵083-H131، ۶061-T651، ۲024-O می‌شوند خواص سه آلیاژ اول در جدول ۸ و خواص ۱100-H14 هم در جدول (۲) ارائه شده است. مقادیر جدول (۸) از مراجع [۱۵] و [۲۸] جمع‌آوری شده‌اند.

جدول ۸. خواص مکانیکی لایه‌های زیری و رویی آلمینیومی.

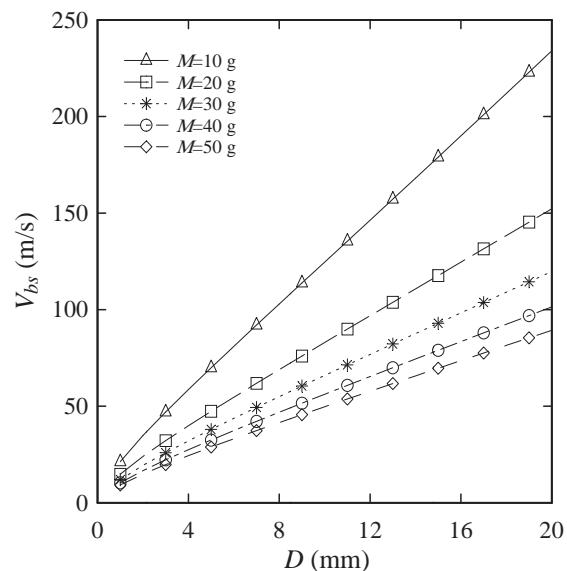
σ_0 (MPa)	τ (MPa)	E (GPa)	ρ (Kg/m ³)	نوع ماده
۳۸۰	۲۰۷	۶۹	۲۷۱۰	6061-T651
۲۷۶	۱۹۰	۷۰/۳	۲۶۶۰	5083-H131
۱۶۵/۵	۱۲۴	۷۳	۲۸۰۰	2024-O

تغییرات سرعت حد بالستیک بر حسب قطر پرتابه و برای آلیاژهای مختلف لایه‌های آلمینیومی در شکل (۸) نشان داده شده است. در این شکل $M = 20\text{ g}$ ، $M = 1\text{ mm}$ ، $c = 20\text{ mm}$ و چگالی نسبی فوم 20% هستند. مطابق این شکل حد بالستیک آلیاژ ۶061-T651 از آلیاژهای ۵083-H131، ۲024-O و ۱100-H14 بیشتر است. این موضوع نشان‌دهنده جذب ارزی این آلیاژ نسبت به سه آلیاژ دیگر است.

پرتابه، سرعت حد بالستیک کاهش می‌یابد. در واقع با افزایش جرم پرتابه، انرژی جنبشی اولیه پرتابه نیز افزایش می‌یابد در نتیجه پانل ساندویچی سریع‌تر دچار شکست می‌شود و انرژی کمتری را جذب می‌کند.



شکل ۵. منحنی تغییرات در صد تفاوت سرعت باقی‌مانده پرتابه در سوراخ‌شدن پانل با چگالی نسبی مختلف فوم بر حسب سرعت اولیه.

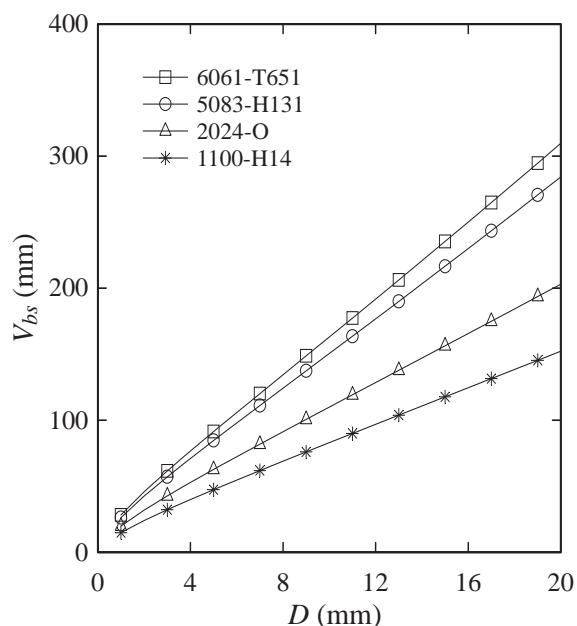


شکل ۶. منحنی تغییرات سرعت حد بالستیک پرتابه سرتخت بر حسب قطر پرتابه.

انرژی جذب شده توسط پانل ساندویچی، فوم و لایه‌های آلمینیومی در برخورد بالستیک پرتابه سرتخت به قطر 10 mm و جرم $12/2\text{ g}$ به سازه ساندویچی که ضخامت لایه‌های آلمینیومی آن 1 mm و ضخامت فوم آن با چگالی نسبی 20% برابر 20 mm می‌باشد در شکل (۷) ارائه شده است.

۵. مراجع

- [1] Backman, M. E.; Goldsmith, W. "The Mechanics of Penetration of Projectiles into Targets"; *Int. J. Eng. Sci.* 1978, 16, 1-99.
- [2] Corbett, G. G.; Reid, S. R.; Johnson, W. "Impact Loading of Plates and Shells by Free-flying Projectiles: A Review"; *Int. J. Imp. Eng.* 1996, 18, 141-230.
- [3] Forrestal, M. J.; Okajima, K.; Luk, V. K. "Penetration of 6061-T651 Aluminum Targets with Rigid Long Rods"; *Appl. Mech.* 1988, 55, 755-760.
- [4] Forrestal, M. J.; Luk, V. K.; Brar, N. S. "Perforation of Aluminum Armor Plates with Conical-Nose Projectiles"; *Mech. Mat.* 1990, 10, 97-105.
- [5] Forrestal, M. J.; Tzou, D. Y.; Askari, E.; Longcope, D. B. "Penetration into Ductile Metal Targets with Rigid Spherical-Nose Rods"; *Int. J. Imp. Eng.* 1995, 16, 699-710.
- [6] Ulven, C.; Vaidya, U. K.; Hosur, M. V. "Effect of Projectile Shape during Ballistic Perforation of VARTM Carbon/epoxy Composite Panels"; *Compos. Str.* 2003, 61, 143-150.
- [7] Mamivand, M.; Liaghat, G. H. "A Model for Ballistic Impact on Multi-layer Fabric Targets"; *Int. J. Imp. Eng.* 2010, 37, 806-812.
- [8] Pol, M. H.; Liaghat, G. H.; Sedighi, M. "Analytical Modeling of Perforation of Projectiles into Glass/epoxy Composite"; *Journal of Modares Mechanical Engineering* 2012, 12, 11-19 (In Persian).
- [9] Radmehr, D.; Liaghat, G. H.; Feli, S. "Analytical Solution for Penetration of Deformable Blunt Projectiles into the Multilayer Metallic Targets"; *Energetic Material* 2010, 11, 21-31 (In Persian).
- [10] Sabouri, H.; Liaghat, G. H. "Comments on the Article: Ballistic Impact of GLARE™ Fiber-Metal Laminates by Michelle, S.; Hoo, F.; Chunfu, L.; Duane, M.; Revlock, Jr. D.; Hopkins, A. *Compos. Struct.* 2003, 61, 73-88"; *Compos. Struct.* 2010, 92, 600-601.
- [11] Hoo Fatt, M. S.; Sirivolu, D. "A Wave Propagation Model for the High Velocity Impact Response of a Composite Sandwich Panel"; *Int. J. Imp. Eng.* 2010, 37, 117-130.
- [12] Feli, S.; Namdaripour, M. H. "An Analytical Model for Composite Sandwich Panels with Honeycomb Core Subjected to High-velocity Impact"; *Compos. Part B: Eng.* 2012, 43, 2439-2447.
- [13] Zhao, H.; Elnasri, I.; Girard, Y. "Perforation of Aluminum Foam Core Sandwich Panels under Impact Loading—An Experimental Study"; *Int. J. Imp. Eng.* 2007, 34, 1246-1257.
- [14] Hanssen, A. G.; Girard, Y.; Olovsson, L.; Berstad, T.; Langseth, M. "A Numerical Model for Bird Strike of Aluminum Foam-based Sandwich Panels"; *Int. J. Imp. Eng.* 2006, 32, 1127-1144.
- [15] Feli, S.; Jafari, S. S. "Analytical Modelling for Perforation of Foam-Composite Sandwich Panels Under High Velocity Impact"; *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, In Press, 2016 .
- [16] Ziya Shamami, M.; Khoda Rahmi, H.; Vahedi, Kh.; Pol, M. H. "Experimental and Numerical Investigation of a Blunt Rigid Projectile Penetrating into a Sandwich Panel Having Aluminum Foam Core"; *Journal of Modares Mechanical Engineering* 2013, 13, 1-13 (In Persian).
- [17] Ziya Shamami, M.; Pol, M. H.; Khoda Rahmi, H. "Experimental Investigation of Ballistic Properties of



شکل ۸. منحنی تغییرات سرعت حد بالستیک بر حسب قطر پرتا به برای پانل آلومینیوم - هانی کمب با جنس‌های مختلف رویه‌ها.

۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله روش تحلیلی جدیدی برای محاسبه سرعت حد بالستیک، سرعت باقیمانده و انرژی جذب شده توسط لایه‌های مختلف صفحات ساندویچی آلومینیوم - فوم ارائه شده است. در مدل تحلیلی، مکانیزم‌های مختلف جذب انرژی برای لایه‌های رویی و زیری (تغییر شکل موضعی، خمش، برش، بشقابی‌شدن و تغییر شکل گلبرگی) درنظر گرفته شده است. مقادیر سرعت حد بالستیک و سرعت باقیمانده محاسبه شده به روش تحلیلی هم خوانی مناسبی با نتایج تجربی و عددی محققان دیگر دارد. از ویژگی‌های مدل تحلیلی، سادگی معادلات حاکم و نحوه حل آن‌ها است. در برخورد پرتا به سر تخت، بیشترین جذب انرژی توسط لایه‌های آلومینیومی صورت می‌گیرد و فوم تأثیر کمی در جذب انرژی دارد. چگالی فوم در جذب انرژی پانل موثر است، به طوری‌که با افزایش چگالی فوم جذب انرژی آن نیز افزایش می‌یابد. نتایج به دست آمده توسط مدل تحلیلی نشان داد که با افزایش سرعت اولیه تأثیر چگالی فوم در میزان جذب انرژی کم می‌شود. به عبارت دیگر در نزدیکی بالا، رفتار فوم‌ها با چگالی نسی‌های مختلف از لحاظ میزان جذب انرژی بهم نزدیک می‌شود. حد بالستیک آلیاژ 6061-T651 از ۱۱۰۰-H14 و ۵۰۸۳-H131، ۲۰۲۴-O ایالات متحده جذب انرژی این آلیاژ نسبت به دو آلیاژ دیگر است.

- [23] Timoshenko, S.; Woinowsky-Krieger, S.; Woinowsky, S. "Theory of Plates and Shells"; McGraw-Hill: New York, 1959.
- [24] Lukasiewicz, S. A. "Introduction of Concentrated Loads in Plates and Shells"; Prog. Aero. Sci. 1976, 17, 109-146.
- [25] Woodward, R. L.; De Morton, M. E. "Penetration of Targets by Flat-ended Projectiles"; Int. J. Mech. Sci. 1976, 18, 119-127.
- [26] Hoo Fatt, M. S.; Lin, Ch.; Revilock, J. R.; Duane, M.; Hopkins, D. A. "Ballistic Impact of GLARETM Fiber-Metal Laminates"; Compos. Struct. 2003, 61, 73-88.
- [27] Reid, S. R.; Zhou, G., "Impact Behavior of Fiber-Reinforced Composite Materials and Structures"; CRC Press: New York, 2000.
- [28] Forrestal, M. J.; Okajima, K.; Luk, V. K. "Penetration of 6061-T651 Aluminum Targets with Rigid Long Rods"; J. Appl. Mech. 1988, 55, 755-760.
- [29] Feli, S.; Jafari, S. S. "Analytical Investigation of Perforation of Aluminum-foam Sandwich Panels under Ballistic Impact"; Journal of Modares Mechanical Engineering 2013, 13, 22-27 (In Persian).
- [30] Lin, C.; Hoo Fatt, M. S. "Perforation of Composite Plates and Sandwich Panels under Quasi-Static and Projectile Loading"; J. Compos. Mat. 2006, 40, 1801-1840.
- [31] Wen, H. M; Reddy, T. Y.; Reid, S. R.; Soden, P. D. "Indentation, Penetration and Perforation of Composite Laminate and Sandwich Panels Under Quasi-Static and Projectile Loading"; Key. Eng. Mat. 1997, 141, 501-552.
- [32] Wu, Q. G.; Wen, H. M.; Qin, Y.; Xin, S. H. "Perforation of FRP Laminates Under Impact by Flat-Nosed Projectiles"; Compos. Part B: Eng. 2012, 43, 221-227.
- [33] Shivakumar, K. N.; Elber, W.; IIIG, W. "Prediction of Impact Force and Duration Due to Low Velocity Impact on Circular Composite Laminates"; Appl. Mech. 1985, 52, 674-680.