

## بررسی الگوریتم برد-داپلر در رادارهای تصویر بردار روزنه مصنوعی با شکل موج OFDM

محمد ضیغمی<sup>\*۱</sup>، محمد حسن باستانی<sup>۲</sup>، فریدون بهنیا<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی دکتری، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران، ۲- دانشیار، ۳- استادیار، دانشگاه صنعتی شریف

(دریافت: ۹۳/۰۲/۱۶، پذیرش: ۹۵/۱۲/۰۸)

### چکیده

از جمله مباحث جدید در پردازش SAR استفاده از شکل موج OFDM به جای سیگنال LFM است. روش OFDM یک الگوی مدولاسیون دیجیتال است که در آن از چندین زیرکریبر نسبت به یکدیگر عمود، استفاده و به صورت هم‌زمان بر روی یک مسیر ارسال می‌شود. با استفاده از زیرکریبرها، پهنای باند موجود به چندین زیرباند نسبت به هم عمود فشرده تقسیم می‌شود. مزایای تصویربرداری با استفاده از این روش شامل: مقاوم بودن در برابر جمینگ، کاهش ابهام در داپلر با افزایش تعداد زیرباندها و استخراج سابقه فازی هدف بر اساس تخمین فاز همه زیرکریبرهای OFDM است. در این مقاله ضمن مرور روابط تولید شکل موج OFDM، نحوه تصویربرداری در برد و سمت با استفاده از این سیگنال در قالب الگوریتم RDA شرح داده شده و در نهایت الگوریتم RDA در حالت استفاده از سیگنال OFDM در شرایط استفاده از تمامی زیرکریبرها و نصف تعداد کل زیرکریبرها که به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند، برای ایجاد تصویر برای یک هدف نقطه‌ای در محیط متلب شبیه‌سازی شده است.

**کلیدواژه‌ها:** SAR، OFDM، الگوریتم RDA

## RDA Algorithm in SAR with OFDM Waveform

M. Zeighami\*, M. H. Bastani, F. Behnia

Sharif University of Technology

(Received: 06/05/2014; Accepted: 26/02/2017)

### Abstract

*One of the modern issues in SAR processing is the use of the OFDM waveform instead of the conventional LFM signal. OFDM is a digital modulation scheme in which some orthogonal sub carriers are used simultaneously dividing the available bandwidth into several narrowband and parallel sub channels. The advantages of using OFDM waveform for synthetic Aperture radar (SAR) imaging include enhanced resistance against jamming, lower Doppler ambiguity and the possibility of extracting phase background of the target on the basis of phase estimation of the OFDM sub carriers. In this paper, the basic relations of OFDM waveform generation was reviewed firstly, and then the form of imaging in the range and azimuth by using this signal in the form of RDA algorithm was described.*

**Keywords:** SAR, OFDM, RDA Algorithm

\*Corresponding Author E-mail: moh.ze57@gmail.com

## ۱. مقدمه

رادار SAR<sup>۱</sup> یک سامانه تصویر دو بعدی است. یک بعد این تصویر به نام برد<sup>۲</sup> کمیتی برای خط دید از رادار تا هدف است و بعد دوم تصویر سمت<sup>۳</sup> نامیده می‌شود که عمود بر راستای برد است. اندازه‌گیری برد و تفکیک‌پذیری آن در فن‌آوری‌های SAR مرسوم، با استفاده شکل موج رایج LFM<sup>۴</sup> بوده و بر اساس سنجش دقیق زمان طی شده از هنگام فرستادن یک پالس تا زمان برگشت آن تعیین می‌شود [۱]. در SAR این توانمندی وجود دارد که تعیین تفکیک‌پذیری سمت با دقت نسبتاً خوبی صورت گیرد که آن را از دیگر رادارها متمایز می‌سازد. برای به دست آوردن تفکیک‌پذیری سمت مطلوب به یک آنتن بزرگ از لحاظ فیزیکی نیاز است تا انرژی دریافت شده را در یک باریکه بیم متمرکز کرد. یک رادار SAR می‌تواند در حالی که مسافت چند صد متری را طی می‌کند، اطلاعات را جمع‌آوری کرده و سپس اطلاعات را طوری پردازش کند که گویی از یک آنتن با دهانه فیزیکی بزرگ به دست آمده است. مسافتی را که سنجنده طی می‌کند تا یک آنتن مجازی به وجود آید را طول دهانه ترکیبی رادار می‌گویند [۱]. امروزه استفاده از شکل موج‌های OFDM<sup>۵</sup> به طور گسترده‌ای در سامانه‌های مخابراتی استفاده می‌شود [۵-۲]. به خاطر خاصیت متعامد سیگنال، این امکان فراهم می‌شود که بسته‌های دیتای گوناگونی در هر یک از زیرکریرها بدون ایجاد تداخل ارسال شود. با این وجود، نویز کانال و پراکندگی فرکانسی<sup>۶</sup> منجر به تولید ICI<sup>۷</sup> می‌شود. همچنین تعداد زیرباندها در سیگنال به طور مستقیم به حساسیت ICI مرتبط است [۶ و ۷].

در این مقاله ابتدا شکل موج OFDM مورد استفاده در سامانه‌های مخابراتی شرح داده و خاصیت تعامد آن با روابط مربوطه بررسی می‌شود. در ادامه روش تولید آن بر اساس روش IFFT در مخابرات دیجیتال همراه با شبیه‌سازی نمایش داده می‌شود. از آنجایی که موضوع مورد بحث استفاده از این شکل موج در SAR است، روابط مزبور بر اساس سیگنال راداری بازنویسی شده و فرآیند تصویربرداری در برد و سمت با این سیگنال در قالب الگوریتم RDA<sup>۸</sup> بیان می‌شود.

## ۲. مدل‌سازی شکل موج OFDM

شکل موج رایج OFDM مورد استفاده در سامانه‌های مخابرات دیجیتال به صورت رابطه زیر توصیف می‌شود [۸]:

$$s_a(t) = \sum_{k=1}^N x(k) e^{j(2\pi k t / T_p + \phi_0(t))} \quad 0 < t < T_p \quad (1)$$

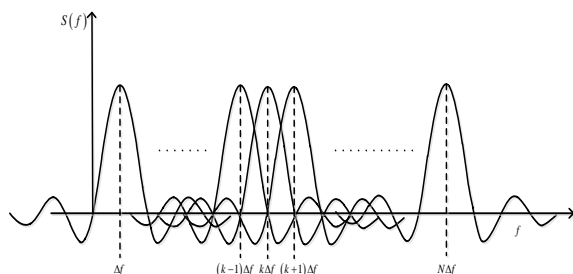
در رابطه بالا،  $x(k)$  بیانگر  $k$  امین سمبل دیتا از بردار  $x = [x(1)x(2)\dots x(N)]$  و  $N$  تعداد زیرکریرها و  $T_p$  دوره ارسال پالس است. طریقه انتخاب  $x$  در قسمت بعد مورد بررسی قرار می‌گیرد. زیرکریر  $k$  ام مربوط به زیرباند مربوطه بوده که دارای مراکز فرکانس  $k\Delta f$  هستند که  $\Delta f = 1/T_p$  برابر با پهنای باند هر زیرباند است. زیرباندها با یکدیگر هم پوشانی داشته ولی به خاطر خاصیت متعامد بودن شکل موج، قله هر یک از زیرباندها در مکان صفر دیگر زیرباندها قرار می‌گیرد. اگر قسمت حقیقی رابطه (۱) را با مقدار  $\phi_0(t) = 0$  در نظر گرفته شود، خواهید داشت [۸]:

$$s(t) = \sum_{k=1}^N x(k) \cos(2\pi k \Delta f t), \quad 0 < t < T_p \quad (2)$$

رابطه بالا شکل موج مورد استفاده در سامانه‌های راداری عملی را نشان داده و به عنوان سیگنال مرجع در ادامه بحث مورد استفاده قرار می‌گیرد. همان‌طور که دیده می‌شود،  $s(t)$  مجموع پالس‌های سینوسی با دوره ارسال  $T_p$  هستند. طیف سیگنال  $S(f)$  با اعمال تبدیل فوری به سیگنال  $s_a(t)$  به دست می‌آید [۸]:

$$\begin{aligned} S(f) &= F_{(t)}[s_a(t)] \\ &= \sum_{k=1}^N x(k) \int_{-T_p/2}^{T_p/2} e^{j(2\pi k \Delta f t)} e^{-j\omega t} dt \\ &= \sum_{k=1}^N x(k) \frac{\sin(\pi(f-k\Delta f)T_p)}{\pi(f-k\Delta f)T_p} \end{aligned} \quad (3)$$

تابع سینک  $k$  ام به مرکز زیرباند  $k$  ام مرتبط شده و این مراکز در فرکانس‌های  $k\Delta f$  قرار دارند. طیف سیگنال  $S(f)$  با  $N$  زیرکریر در شکل (۱) نمایش داده شده است.



شکل ۱. طیف سیگنال OFDM با  $N$  زیرکریر [۸]

همان‌طور که در شکل (۱) دیده می‌شود، پهنای لوب اصلی هر یک از توابع سینک با اندازه  $2\Delta f$  است و از آنجایی که  $\Delta f = 1/T_p$  است، می‌توان دریافت که پهنای لوب اصلی تنها به دوره ارسال

<sup>1</sup> Synthetic Aperture Radar

<sup>2</sup> Range

<sup>3</sup> Azimuth

<sup>4</sup> Linear Frequency Modulation

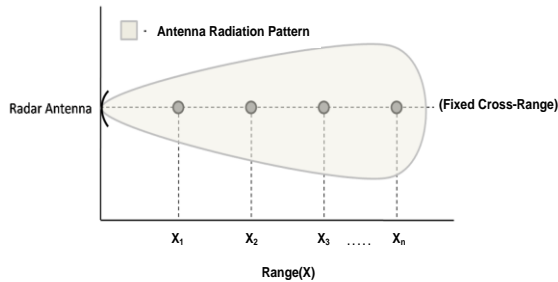
<sup>5</sup> Orthogonal Frequency Division Multiple

<sup>6</sup> Frequency Dispersion

<sup>7</sup> Inter Channel Interference

<sup>8</sup> Range Doppler Algorithm

سکوی راداری در راستای سمت ثابت باشد. هر هدف که در داخل پترن آنتن قرار گیرد، دارای موقعیت مکانی  $X$  و مقدار بازتاب  $\sigma$  خواهد بود و به همین ترتیب مقادیر  $X_1, X_2, \dots, X_N$  و مقادیر  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N$  متناظر با  $N$  هدف مجزا بوده که در داخل پهنای باند ۳dB قرار دارند. بنابراین به نظر می‌رسد که نیاز است ساختار میله‌های برد بر اساس این  $N$  هدف به صورت رابطه (۷) بیان شود [۱۰].



شکل ۲. مدل تصویربرداری در برد SAR [۱۰]

$$f_0(x) = \sum_n \sigma_n \delta(x - x_n) \quad (7)$$

این تابع نمایش پاسخهای ایده‌آل از  $N$  هدف در راستای برد بوده و با تابع برد ایده‌آل<sup>۱</sup> نام‌گذاری می‌شود. اگر سیگنال ارسالی  $p(t)$  هدف در جهت برد را در داخل ناحیه هدف روشن کند، سیگنال اکوی بازگشتی به صورت حاصل جمع پاسخهای مجزا از هر یک از اهداف بوده و به فرم زیر خواهد بود [۱۰]:

$$s_r(t) = \sum_{n=1}^N \sigma_n p(t - t_n) \quad (8)$$

که در اینجا  $t_n = 2x_n/c$  تأخیر رفت و برگشت سیگنال رادار و برابر با زمانی است که سیگنال مسیری را تا هدف  $n$  ام طی کرده و سپس به رادار باز می‌گردد. از آنجایی که الگوریتم‌های پردازشی در حوزه دیجیتال پیاده‌سازی می‌شوند، لازم است که از تبدیل فوریه DFT و نمایش گسسته سیگنال استفاده شود. بنابراین تبدیل فوریه سیگنال اکو به صورت زیر است [۱۰]:

$$S_r(\omega) = P(\omega) \sum_{n=1}^N \sigma_n \exp(-j\omega \frac{2x_n}{c}) \quad (9)$$

در رابطه بالا،  $P(\omega)$  طیف سیگنال ارسالی را  $p(t)$  است. با مرتب‌سازی رابطه بالا و اعمال تبدیل فوریه معکوس، می‌توان تابع برد ایده‌آل را بازیابی نمود [۱۰]:

$$\mathcal{F}_{(\omega)}^{-1} \left[ \frac{S_r(\omega)}{P(\omega)} \right] = f_0(x) \quad (10)$$

عبارت بالا، اطلاعاتی در مورد محل و ضریب اهداف را در برد دارد. همان‌طور که می‌دانید روش فیلتر منطبق برای بازیابی اطلاعات برد استفاده می‌شود که به صورت رابطه (۱۱) بیان

پالس وابسته است. در پیاده‌سازی دیجیتال یک شکل موج OFDM، تعداد زیرباندها به طور مستقیم به دوره ارسال پالس مرتبط می‌شود. هرچه تعداد زیرباندها افزایش یابد دوره ارسال پالس نیز زیاد می‌شود.

**تولید شکل موج راداری OFDM SAR:** شکل موج مطرح شده در بخش قبل به عنوان شکل موج رادار SAR در نظر گرفته می‌شود. از آنجایی که سیگنال‌های واقعی و شبیه‌سازی در حوزه دیجیتال تشکیل می‌شوند، نیاز است که از نمایش گسسته سیگنال استفاده شود. اگر از سیگنال  $s(t)$  رابطه (۲) با فواصل نمونه‌برداری  $\Delta t_s$  شود، نمایش زمان گسسته باند پایه سیگنال به صورت رابطه (۴) خواهد بود [۹]:

$$s[n] = \sum_{k=1}^{N_s} x(k) \cos(2\pi k \Delta f n \Delta t_s) \\ = \sum_{k=1}^{N_s} x(k) \cos\left(\frac{2\pi k n}{N_s}\right), \quad n = 0, 1, 2, \dots, N_s \quad (4)$$

در رابطه بالا،  $N_s$  تعداد نمونه‌ها و  $\Delta f = 1/N_s \Delta t_s$  است که در آن جایگذاری شده است. برای کاهش بار محاسباتی سیگنال، از ساختار سیگنال در حوزه فرکانس استفاده می‌شود. ابتدا بردار  $S_\omega$  با طول  $N_s$  و با اعداد تصادفی یا شبه تصادفی تولید می‌شود. هر یک از عناصر  $S_\omega$  نمایش یک زیرباند از طیف سیگنال OFDM است. به این معنی که طول  $S_\omega$  ( $N_s$ )، یک سیگنال با تعداد  $N_{sub}$  زیرکریر را شامل شده که رابطه بین  $N_s$  و تعداد زیرکریرها به صورت  $N_s = 2N_{sub} + 1$  است. بردار  $S_\omega$  به صورت رابطه (۵) نمایش داده می‌شود [۹]:

$$S_\omega = [X_{nf} \quad 0 \quad X_{pf}] \quad (5)$$

$X_{pf} = [x(1)x(2)\dots x(N_{sub})]$  بیانگر زیرباندهای مثبت و صفر عنصر، بیانگر DC و اعداد منفی زیرباندها با  $X_{nf} = [x(1)x(2)\dots x(N_{sub})]$  بیان می‌شود. توجه شود که  $X_{pf} = x$  و  $X_{nf} = x$  قرینه  $X_{pf}$  است. با اعمال تبدیل فوریه معکوس به  $S_\omega$ ، سیگنال حوزه زمان گسسته به صورت رابطه (۶) به دست می‌آید [۹].

$$s[n] = F_\omega^{-1}[S_\omega], \quad n = 0, 1, 2, \dots, N_s \quad (6)$$

با تولید سیگنال  $s[n]$  در حوزه فرکانس می‌توان هم بار زمانی محاسبات را کاهش داد و هم به راحتی تعداد زیرکانال‌ها کنترل می‌شود.

### ۳. الگوریتم تشکیل تصویر SAR با استفاده از OFDM

#### ۳-۱. الگوریتم تصویربرداری در برد

مدل دو بعدی سامانه تصویربرداری در برد در شکل (۲) نمایش داده شده است. برای سادگی بیشتر فرض می‌شود که موقعیت

<sup>1</sup> Ideal Range Function

می‌شود [۱۰].

سیگنال  $s_{tx}(t)$  است و به صورت زیر نمایش داده می‌شود [۱۰]:

$$s_{rx}(t) = s_{tx}(t - t_d) \quad (۱۴)$$

که در آن،  $t_d = 2R/c$  تأخیر زمانی ناشی مسیر رفت و برگشت سیگنال تا هدف است. برای انجام فشرده‌سازی در برد کافی است از روش فیلتر منطبق برای بازیابی اطلاعات برد استفاده شود که به صورت زیر بیان می‌شود [۱۰]:

$$S_{Mx}(t) = \mathcal{F}_{(\omega)}^{-1} [S_{rx}(\omega) S_{tx}^*(\omega)] \quad (۱۵)$$

شبه‌سازی برای نشان دادن این فرآیند، از یک هدف نقطه‌ای در برد ۱۵ متر و در حالت بدون نویز استفاده می‌شود. شکل موج OFDM با ۱۲۸ زیرباند و ۵۰ زیرکریر به صورت تصادفی تولید می‌شود. نتایج این شبه‌سازی برای سیگنال ارسالی و دریافتی و خروجی بعد از اعمال فیلتر منطبق در ۰ نمایش داده شده است. همچنین مقدار تفکیک‌پذیری برد با استفاده از این روش برابر است با:

$$\Delta R = \frac{c}{2B_0} \quad (۱۶)$$

که در رابطه بالا،  $B_0$  پهنای باند سیگنال ارسالی است.

$$S_{Mx}(t) = \mathcal{F}_{(\omega)}^{-1} [S_r(\omega) P^*(\omega)] \quad (۱۱)$$

$$= \mathcal{F}_{(\omega)}^{-1} \left[ \sum_{n=1}^N \sigma_n |P(\omega)|^2 \exp(-j\omega \frac{2x_n}{c}) \right]$$

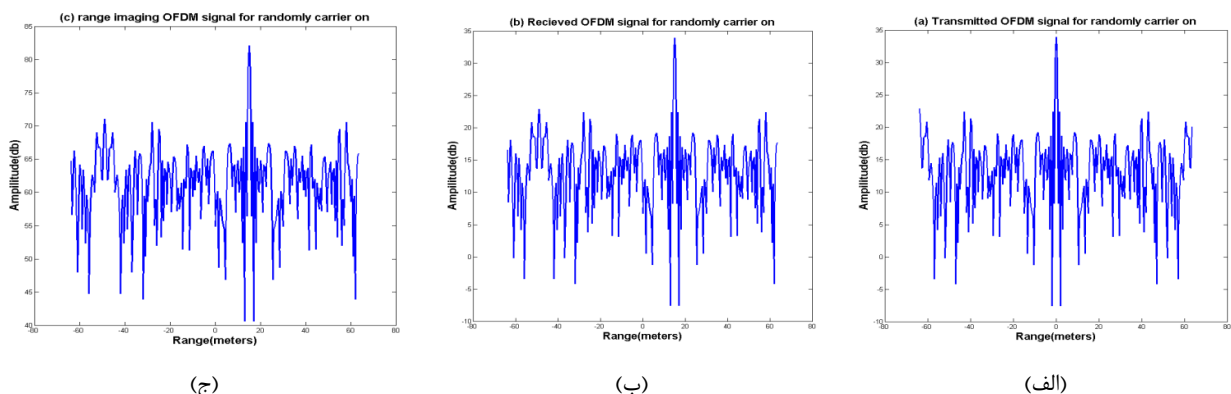
تابع گسترش نقطه‌ای به صورت رابطه (۱۲) تعریف می‌شود [۱۰].

$$psf(t) = \mathcal{F}_{(\omega)}^{-1} [|P(\omega)|^2] \quad (۱۲)$$

بنابراین می‌توان خروجی فیلتر منطبق رابطه (۱۱) را به صورت زیر نمایش داد [۱۰]:

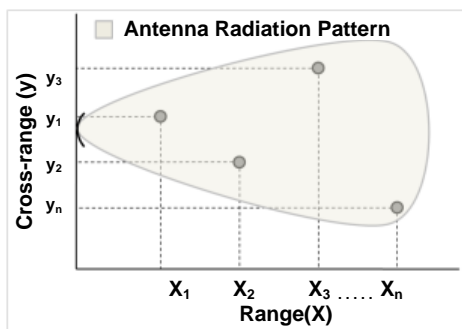
$$S_{Mx}(t) = \sum_{n=1}^N \sigma_n psf(t - t_n) \quad (۱۳)$$

در شکل موج OFDM، سیگنال ارسالی رادار با  $s_{tx}(t)$  (طبق رابطه (۲)) نمایش داده شده می‌شود. سیگنال‌های راداری در فرکانس کریر  $f_c$  مدوله می‌شوند، ولی تمامی مراحل پردازش در حوزه دیجیتال و در باند پایه صورت می‌پذیرد. همچنین برای سادگی تنها یک هدف که در فاصله  $R$  واقع شده است، در نظر گرفته می‌شود. سیگنال راداری دریافتی نمونه تأخیر زمانی یافته



شکل ۳. سیگنال‌های باند پایه OFDM. (الف) ارسالی، (ب) دریافتی (در برد ۱۵ متر)، (ج) موقعیت مکانی هدف در برد ۱۵ متر

سمت به موقعیت نسبی هر هدف  $(x_n, y_n)$  و مکان سکو  $u$  در این راستا وابسته است.



شکل ۴. مدل تصویربرداری در سمت SAR [۱۰]

مشابه بخش قبل، در اینجا تابع هدف در راستای سمت  $f(y)$

### ۳-۲. الگوریتم تصویربرداری در سمت

مکان اهداف در سمت به صورت فاصله هدف در مسیری موازی حرکت سکوی راداری تعریف می‌شود. به بیان دیگر در این حالت سکوی در امتداد محور سمت حرکت کرده و با ارسال سیگنال در مکان‌های مختلف موقعیت اهداف در این راستا را اندازه‌گیری می‌کند. نمایش مدل سامانه‌ای این حالت در ۰ نمایش داده شده است [۱۰].

هر هدف که در داخل پترن آنتن قرار گیرد، دارای موقعیت مکانی  $y$  و مقدار بازتاب  $\sigma$  خواهد بود و به همین ترتیب مقادیر  $y_1, y_2, \dots, y_N$  و مقادیر  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N$  متناظر با  $N$  هدف مجزا بوده در راستای سمت است. موقعیت سمت  $y = 0$  به عنوان مرکز ناحیه هدف انتخاب می‌شود. مسافت اهداف از سکو در راستای

است که  $k$  عدد موج است. با در نظر گرفتن حدود نرخ نایکوئیست،  $\Delta u$  به صورت رابطه (۲۴) محاسبه می‌شود [۱۰].

$$\Delta u = \frac{\pi}{2k} = \frac{\lambda}{4} \quad (24)$$

از آن جایی که حوزه دهانه ترکیبی به طور مستقیم به حوزه سمت قابل نگاشت است، بنابراین

$$\Delta y = \Delta u = \frac{\lambda}{4} \quad (25)$$

و میله سمت برای محدوده  $y \in [-Y, Y]$  به صورت زیر است [۱۰]:

$$y_i = (i - 1)\Delta y - Y, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (26)$$

مقدار محاسبه شده در رابطه (۲۵) برای حالت طول دهانه ترکیبی نامحدود است. با در نظر گرفتن محدودهای سامانه و خواص طیفی سیگنال دریافتی، تفکیک‌پذیری سمت به صورت رابطه (۲۷) به دست می‌آید [۱۰].

$$\Delta y = \frac{x\lambda}{4L \cos^2 \theta(0)} \quad (27)$$

در رابطه بالا،  $x$  فاصله تا هدف،  $L$  طول دهانه ترکیبی و  $\theta(0)$  زاویه است که هدف با آنتن رادار در زمانی که آنتن در وسط طول دهانه ترکیبی واقع شده است، است. برای سادگی بیشتر می‌توان فرض کرد که تفکیک‌پذیری سمت طبق رابطه (۲۵) محاسبه می‌شود.

#### ۴. ارائه الگوریتم پردازشی RDA در OFDM SAR

در بخش‌های قبل در مورد شکل موج OFDM مورد استفاده در سامانه‌های مخابراتی و راداری و همچنین نحوه تصویربرداری برد و سمت بحث شد. در این بخش یکی از پرکاربردترین الگوریتم‌های تصویربرداری در SAR که با نام الگوریتم برد-داپلر (RDA) است، در قالب شکل موج OFDM ارائه می‌شود.

اصلی‌ترین روش در RDA، اعمال فیلتر منطبق است که در واقع همبستگی بین سیگنال نمونه با یک سیگنال ناشناخته است. با این روش حضور سیگنال نمونه در سیگنال ناشناخته مشخص می‌شود. در  $\bullet$  بلوک دیاگرام RDA نشان داده شده است. ابتدا سیگنال دو بعدی به عنوان یک سری سیگنالی در حوزه زمانی برد در هر نقطه از فضای سمت مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای اعمال فیلتر منطبق در راستای برد از تبدیل فوریه در راستای برد استفاده می‌شود و سیگنالی که در حوزه فرکانسی برد و زمانی سمت است، تولید می‌گردد. با انتقال سیگنال خروجی فیلتر منطبق به حوزه زمان برد و سمت، سیگنال فشرده شده در جهت برد تولید می‌شود. سپس سیگنال فشرده شده برد به سری‌هایی از

محاسبه می‌شود. سیگنال اکوی بازگشتی به صورت مجموع پاسخ‌های پالس‌ها به هر یک از اهداف و به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۰]:

$$s_r(t, u) = \sum_{n=1}^N \sigma_n p(t - t_{dn}) \quad (17)$$

که در رابطه بالا،  $t_{dn} = \frac{2}{c} \sqrt{x_n^2 + (y_n - u)^2}$ ، تأخیر رفت و برگشت هر هدف  $(x_n, y_n)$  نسبت به سکو  $u$  است. اگر سیگنال ارسالی به صورت  $p(t) = e^{j\omega t}$  در نظر گرفته شود، رابطه (۱۷) به صورت رابطه (۱۸) بیان خواهد شد [۱۰]:

$$s_r(t, u) = e^{j\omega t} \sum_{n=1}^N \sigma_n e^{-j2k\sqrt{x_n^2 + (y_n - u)^2}} \quad (18)$$

که در آن،  $k = \omega/c$  عدد موج است. با ضرب معادله بالا در عبارت  $e^{-j\omega t}$ ، سیگنال  $s_r(t, u)$  به باند پایه منتقل شده و سابقه فازی آن استخراج می‌شود [۱۰]:

$$s_r(\omega, u) = \sum_{n=1}^N \sigma_n e^{-j2k\sqrt{x_n^2 + (y_n - u)^2}} = \sum_{n=1}^N \sigma_n e^{-j\varphi_n(t_{dn})} \quad (19)$$

تابع موقعیتی اهداف در راستای سمت را می‌توان با استفاده از فیلتر منطبق در حوزه دهانه ترکیبی  $u$  به صورت زیر به دست آورد [۱۰]:

$$S_{My}(\omega, u) = s_r(\omega, u) * s_0(\omega, -u) \quad (20)$$

تابع  $s_0(\omega, -u)$  سابقه فازی مرجع نامیده می‌شود و با استفاده از نقطه مرجع  $y = 0$  به صورت زیر به دست می‌آید [۱۰]:

$$s_0(\omega, u) = \sum_{n=1}^N \sigma_n e^{-j2k\sqrt{x_c^2 + (0 - u)^2}} \quad (21)$$

در رابطه بالا،  $X_c$  برد هدف تا مرکز عرض جاروب است. همچنین می‌توان مراحل بالا را با استفاده از فیلتر منطبق و در حوزه داپلر انجام داد. نمایش حوزه داپلر با استفاده از تبدیل فوریه از سابقه فازی در حوزه دهانه ترکیبی به دست آمده و به صورت زیر نمایش داده می‌شود [۱۰]:

$$S_r(\omega, ku) = F_n[s_r(\omega, u)] \quad (22)$$

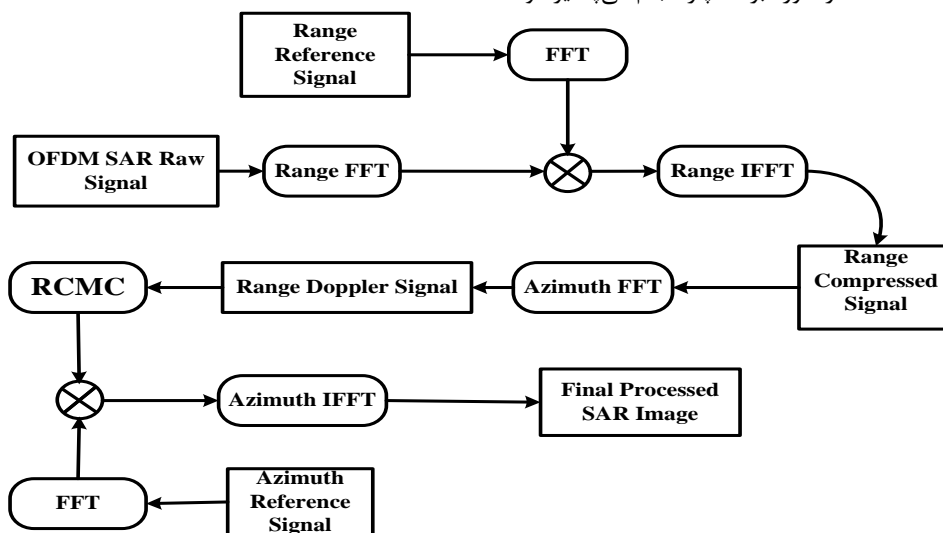
رابطه بالا حوزه داپلر سیگنال دریافتی را بیان می‌کند. فیلتر منطبق در حوزه  $ku$  انجام شده و تابع  $f(y)$  به صورت زیر به دست می‌آید [۱۰]:

$$S_{Mx}(\omega, u) = \mathcal{F}_{(\omega)}^{-1}[S_r(\omega, ku)S_0^*(\omega, ku)] = f(y) \quad (23)$$

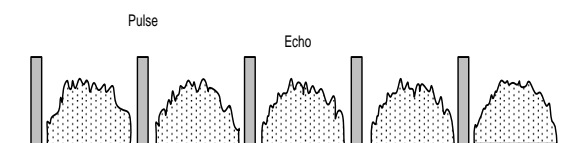
روش پردازشی حوزه داپلر زمان محاسباتی سیگنال را کاهش می‌دهد. برای تعیین تفکیک‌پذیری سمت در این روش نیاز است که فواصل نمونه‌برداری دهانه ترکیبی  $\Delta u$  در نظر گرفته شود. می‌توان نشان داد که پهنای باند سیگنال  $s(\omega, u)$  برابر با  $\pm 2k$

سپس فیلتر منطبق سمت اعمال می‌گردد. بعد از فیلتر منطبق سمت و اعمال عکس تبدیل فوریه در سمت بر روی سیگنال برگشتی از هدف، تصویر نهایی هدف به دست می‌آید.

سیگنال‌های متناسب به زمان سمت و در نقاط مختلف برد تجزیه می‌شوند و با اعمال تبدیل فوریه در راستای سمت عملیات فشرده‌سازی سیگنال در جهت سمت انجام می‌شود. البته قبل از فشرده‌سازی سمت، RCMC در حوزه برد-داپلر انجام می‌پذیرد و



شکل ۵. بلوک دیاگرام الگوریتم پردازشی RDA [۹]



شکل ۶. دریافت و ارسال سیگنال در رادار SAR [۱۱]

در این شکل، فرکانس ارسال پالس را با  $PRF^2$  نشان داده شده که عبارت است از: تعداد سیگنال‌های ارسالی در واحد زمان. در ادامه زمان کل شبیه‌سازی و یا همان زمان حرکت سکو و نمونه‌گیری از سیگنال‌های برگشتی را برابر  $T_{int}$  در نظر خواهیم گرفت. ترسیم اندازه برد سیگنال برگشتی به عنوان تابعی از برد و سمت، فضای سیگنال SAR را ایجاد می‌کند.

#### ۴-۲. سیگنال OFDM دریافتی

سیگنال دریافتی SAR که نمونه تأخیر یافته سیگنال رابطه (۲۸) است، به صورت زیر نمایش داده می‌شود [۱۱]:

$$s_r(\eta, \tau) = \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^N w_r \left( \tau - \frac{2R_m(\eta)}{c} \right) w_a(\eta - \eta_c) \times x(k) e^{j2\pi(f_0 + k\Delta f) \left( \tau - \frac{2R_m(\eta)}{c} \right)} \quad (29)$$

سیگنال مذکور یک سیگنال دو بعدی است. یکی از بعدهای زمانی همان‌طور که ذکر شد، بعد زمانی ناشی از برد است که با  $\tau$  نشان داده می‌شود و بعد زمانی دیگر که با  $\eta$  نشان داده می‌شود

#### ۴-۱. سیگنال OFDM ارسالی

همان‌طور که قبلاً بیان شد، سیگنال OFDM ارسالی به صورت رابطه زیر بیان می‌شود [۹]:

$$s_t(\tau) = \text{rect} \left( \frac{\tau}{T_p} \right) \sum_{k=1}^N x(k) e^{j(2\pi(f_0 + k\Delta f)\tau)} \quad (28)$$

در رابطه بالا،  $x(k)$  بیانگر  $k$  امین سمبل دیتا از بردار  $x = [x(1)x(2)\dots x(N)]$  تعداد زیرکریرها و  $T_p$  دوره ارسال پالس است. زیرکریر  $k$  ام مربوط به زیرباند مربوطه بوده که دارای مراکز فرکانس  $k\Delta f$  هستند که  $\Delta f = 1/T_p$  برابر با پهنای باند هر زیرباند است. این سیگنال تابعی از زمان برد  $(\tau)$  است.

این زمان را زمان سریع<sup>۱</sup> نیز می‌نامند. در رابطه اخیر فرکانس حامل برابر  $f_0$  است. پنجره موجود در سیگنال ارسالی که با  $w_r$  نشان داده می‌شود، پوش پالس بوده و بازه زمانی ارسال را مشخص می‌کند.

در بازه زمانی دریافت، آنتن رادار منتظر دریافت سیگنال برگشتی از هدف است. برد سیگنال برگشتی یک بعد از فضای سیگنال است که تابعی از زمان سریع است. فواصل زمانی سیگنال ارسالی و دریافتی توسط آنتن رادار، در خلال ارسال و دریافت در شکل (۶) نشان داده شده است.

<sup>2</sup> Pulse Repetition Frequency

<sup>1</sup> Fast Time

$$H_{rc}(f_\tau) = \mathcal{F}_\tau \left\{ \sum_{k=1}^N w_r(\tau) x(k) e^{j2\pi k \Delta f \tau} \right\} \quad (32)$$

$$= \sum_{k=1}^N x(k) \frac{\sin(\pi(f_\tau - k \Delta f) T_p)}{\pi(f_\tau - k \Delta f) T_p}$$

با افزایش تعداد زیرباندها، شکل طیف به صورت یک پالس مستطیلی درآمده و می‌توان پوش آن را با یک تابع مستطیلی تقریب زد. همان‌طور که می‌دانید عکس تبدیل فوریه یک تابع مستطیلی برابر با تابع سینک است. با جایگذاری عبارت (۳۱) در تبدیل فوریه رابطه (۳۰) خواهید داشت [۱۱]:

$$S1(\eta, f_\tau) = \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^N w_a(\eta - \eta_c) \times e^{-j4\pi(f_0 + f_\tau) \frac{R_m(\eta)}{c}} \times x(k) \times \frac{\sin(\pi(f_\tau - k \Delta f) T_p)}{\pi(f_\tau - k \Delta f) T_p} \quad (33)$$

با ضرب رابطه (۳۲) در رابطه (۳۳) و عکس تبدیل فوریه نسبت به برد و استفاده از تقریب پوش مستطیلی برای طیف OFDM خواهید داشت [۱۱]:

$$S2(\tau, \eta) = \sum_{m=1}^M P_r \left( \tau - \frac{2R_m(\eta)}{c} \right) \times w_a(\eta - \eta_c) \times e^{-j4\pi f_0 \frac{R_m(\eta)}{c}} \quad (34)$$

تابع  $P_r \left( \tau - \frac{2R_m(\eta)}{c} \right)$  در رابطه بالا، پوش سینک مانند در راستای برد است که جابه‌جایی برد هدف<sup>۲</sup> به واسطه تغییر پارامتر سمت  $(\eta)$  در آن لحاظ شده است و همان‌طور که ادامه توضیح داده خواهد شد، این اثر در حوزه برد-دایپلر و با روش‌های درون‌یابی اصلاح می‌شود.

#### ۴-۴. جبران جابه‌جایی سلولی برد

در مواردی که زاویه کج‌شدگی کوچک باشد، بیم آنتن خیلی نزدیک به جهتی است که دایپلر صفر است. معادله تقریب برد در این حالت و با شرط کوچکی دهانه آنتن، برابر است با [۱۱]:

$$R(\eta) = \sqrt{R_0^2 + V_r^2 \eta^2} \approx R_0 + \frac{V_r^2 \eta^2}{2R_0} \quad (35)$$

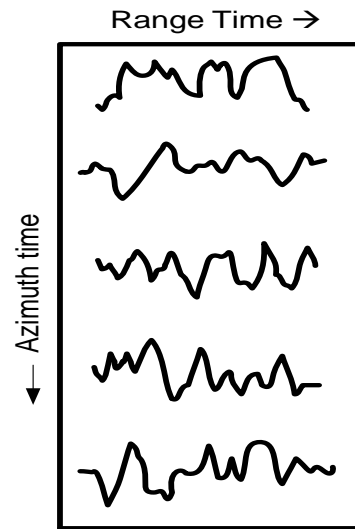
در رابطه بالا،  $R_0$  مکان نزدیک‌ترین دسترسی سکو به هدف در صفحه دایپلر صفر است. این تقریب با در نظر گرفتن شرط  $R_0 \gg V_r \eta$  برقرار است. با جایگذاری رابطه (۳۵) در رابطه (۳۴) خواهید داشت [۱۱]:

$$S3(\tau, \eta) = \sum_{m=1}^M P_r \left( \tau - \frac{2R_m(\eta)}{c} \right) \times w_a(\eta - \eta_c) \times e^{-j4\pi f_0 \frac{R_m(\eta)}{c}} \times e^{-j\pi \frac{2V_r^2 \eta^2}{\lambda R_0}} \quad (36)$$

در رابطه بالا، دومین عبارت نمایی فاز مدولاسیون سمت

را زمان آهسته<sup>۱</sup> می‌گویند. سیگنال خام SAR می‌تواند به شکل (۷) باشد. در رابطه (۲۹)،  $M$  تعداد سیگنال‌های برگشتی از هدف را نشان می‌دهد که در واقع برابر تعداد اهداف نقطه‌ای است.  $w_a$  بیانگر پترن آنتن در راستای سمت است و  $\frac{2R_m(\eta)}{c}$  تأخیر ناشی از رفت و برگشت سیگنال از هدف را نشان می‌دهد. سیگنال دریافتی رابطه (۲۹) بعد از انتقال سیگنال به باند پایه به صورت زیر نمایش داده می‌شود [۱۱]:

$$s_r(\eta, \tau) = \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^N w_r \left( \tau - \frac{2R_m(\eta)}{c} \right) w_a(\eta - \eta_c) \times e^{-j4\pi f_0 \frac{R_m(\eta)}{c}} x(k) e^{j2\pi k \Delta f \left( \tau - \frac{2R_m(\eta)}{c} \right)} \quad (30)$$



شکل ۷. فضای سیگنال در رادار SAR [۱۰]

#### ۴-۳. فشردسازی در برد

اولین مرحله از الگوریتم RDA فشردسازی سیگنال در راستای برد است. برای این منظور ابتدا از سیگنال رابطه (۳۰) تبدیل فوریه در راستای برد گرفته می‌شود. تنها عبارت  $\left( \tau - \frac{2R_m(\eta)}{c} \right) x(k) e^{j2\pi k \Delta f \left( \tau - \frac{2R_m(\eta)}{c} \right)}$  به  $\tau$  وابسته بوده و تبدیل فوریه این عبارت در رابطه ۰ محاسبه شده است. بنابراین خواهید داشت [۱۱]:

$$\mathcal{F}_\tau \left\{ \sum_{k=1}^N w_r \left( \tau - \frac{2R_m(\eta)}{c} \right) x(k) e^{j2\pi k \Delta f \left( \tau - \frac{2R_m(\eta)}{c} \right)} \right\} = \sum_{k=1}^N x(k) \frac{\sin(\pi(f_\tau - k \Delta f) T_p)}{\pi(f_\tau - k \Delta f) T_p} e^{-j2\pi f_\tau \frac{2R_m(\eta)}{c}} \quad (31)$$

همچنین فیلتر منطبق در راستای برد برابر با تبدیل فوریه سیگنال OFDM ارسالی است که به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۱]:

<sup>2</sup> Range Cell Migration

<sup>1</sup> Slow Time

(۴۲) بیان خواهد شد [۱۱].

$$S_5(\tau, f_\eta) = \sum_{m=1}^M P_r \left( \tau - \frac{2R_0}{c} \right) \times W_a(f_\eta - f_{\eta c}) \times e^{-j4\pi f_0 \frac{R_0}{c}} \times e^{-j\pi \frac{f_\eta^2}{K_a}} \quad (42)$$

توجه کنید که در این حالت پوش برد  $P_r$  مستقل از فرکانس سمت است و نشان دهنده این موضوع است که RCM تصحیح شده است. به علاوه اینکه انرژی در  $\tau = \frac{2R_0}{c}$  متمرکز شده است که نزدیک‌ترین برد قابل دسترسی است.

#### ۴-۵. فشرده‌سازی سیگنال در سمت

بعد از RCMC، اعمال فیلتر منطبق به منظور فشرده‌سازی سیگنال در جهت سمت صورت می‌پذیرد. فیلتر منطبق، مزدوج مختلط عبارت نمایی دوم در رابطه (۴۲) است که برابر است با [۱۱]:

$$H_{az}(f_\eta) = \exp \left\{ j\pi \frac{f_\eta^2}{K_a} \right\} \quad (43)$$

به منظور فشرده‌سازی سمت، بعد از RCMC،  $S_5(\tau, f_\eta)$  در رابطه (۴۲) در فیلتر منطق ( $H_{az}(f_\eta)$ ) ضرب می‌شود که نتیجه آن برابر است با [۱۱]:

$$S_7(\tau, f_\eta) = S_5(\tau, f_\eta) H_{az}(f_\eta) = \sum_{m=1}^M P_r \left( \tau - \frac{2R_0}{c} \right) \times W_a(f_\eta - f_{\eta c}) \times e^{-j4\pi f_0 \frac{R_0}{c}} \quad (44)$$

با انجام IFFT عملیات فشرده‌سازی تکمیل می‌شود [۱۱]:

$$S_{ac}(\tau, \eta) = IFFT_\eta \{ S_7(\tau, f_\eta) \} = \sum_{m=1}^M P_r \left( \tau - \frac{2R_0}{c} \right) \times p_a(\eta) \times \exp \left\{ -j \frac{4\pi f_0 R_0}{c} \right\} \exp \{ j2\pi f_{\eta c} \eta \} \quad (45)$$

در رابطه اخیر،  $p_a$  دامنه پاسخ ضربه سمت است و تابع سینک مانند شبیه به  $P_r$  است. این پوش‌ها موقعیت هدف را مشخص می‌کنند که در  $\eta = 0$  و  $\tau = \frac{2R_0}{c}$  قرار دارند. همان‌طوری که در قبل اشاره شد،  $\eta$  به زمان کوتاه‌ترین فاصله سنجنده تا هدف وابسته است که در داپلر صفر رخ می‌دهد. در رابطه (۴۵) دو عبارت نمایی وجود دارد. اولی فاز هدف است که ناشی از موقعیت برد آن است ( $R_0$ ) و دومین عبارت نمایی، عبارت فاز خطی است که ناشی از داپلر مرکزی غیر صفر است ( $f_{\eta c}$ ).

#### ۴-۶. نتایج شبیه‌سازی الگوریتم RDA

در این قسمت شبیه‌سازی الگوریتم RDA در محیط متلب در حالت استفاده از سیگنال OFDM برای هدف نقطه‌ای نمایش داده می‌شود. پارامترهای مهم شبیه‌سازی در جدول (۱) ارائه شده است:

است. از آنجایی که فاز تابعی از  $\eta^2$  است، سیگنال دارای مشخصات LFM با نرخ چیرپ زیر است [۱۱]:

$$K_a = \frac{2V_r^2}{\lambda R_0} \quad (37)$$

تبدیل فوری به سریع<sup>۱</sup> در سمت برای هر میله برد صورت گرفته و سیگنال به حوزه برد داپلر منتقل می‌شود. در انتقال سیگنال به حوزه برد داپلر، فاز عبارت نمایی دوم در رابطه (۳۶) مورد اهمیت است. عبارت نمایی اول برای یک هدف معین ثابت است. با اعمال POSP<sup>۲</sup> رابطه بین فرکانس و زمان سمت به صورت زیر است [۱۱]:

$$f_\eta = -K_a \eta \quad (38)$$

با جایگزینی مقدار  $\eta = \frac{-f_\eta}{K_a}$  در رابطه (۳۶)، بعد از FFT در جهت سمت، سیگنال مذکور به صورت رابطه (۳۹) است [۱۱]:

$$S_4(\tau, f_\eta) = FFT_\eta \{ S_3(\tau, \eta) \} = \sum_{m=1}^M P_r \left( \tau - \frac{2R_{rdm}(f_\eta)}{c} \right) \times W_a(f_\eta - f_{\eta c}) \times e^{-j4\pi f_0 \frac{R_0}{c}} \times e^{-j\pi \frac{f_\eta^2}{K_a}} \quad (39)$$

پترن بیم سمت،  $w_a(\eta - \eta_c)$ ، با حفظ شکل خود به  $W_a(f_\eta - f_{\eta c})$  تبدیل می‌شود. در معادله بالا دو عبارت نمایی وجود دارد، عبارت اولی اطلاعات فاز ذاتی هدف را دربر دارد. دومین عبارت فازی مدولاسیون سمت است که دارای مشخصات LFM برحسب  $f_\eta$  است.

جابه‌جایی سلولی برد که در پوش برد قرار دارد ( $R_{rdm}(f_\eta)$ ) نیز در حوزه برد داپلر بیان خواهد شد، مقدار آن با استفاده از ترکیب روابط (۳۵ و ۳۸) به صورت زیر است [۱۱]:

$$R_{rdm}(f_\eta) \approx R_0 + \frac{V_r^2}{2R_0} \left( \frac{f_\eta}{K_a} \right)^2 = R_0 + \frac{\lambda^2 R_0 f_\eta^2}{8v_r^2} \quad (40)$$

درون‌یابی بر حسب تابع سینک با استفاده از کرنل‌های سینک مقادیر نمونه‌های بین میله‌های برد درون‌یابی شده و مقدار جابه‌جایی سلولی برد که باید تصحیح شود با استفاده از رابطه زیر جبران می‌شود [۱۱]:

$$\Delta R(f_\eta) = \frac{\lambda^2 R_0 f_\eta^2}{8v_r^2} \quad (41)$$

این رابطه مقدار جابه‌جایی هدف را به عنوان تابعی از فرکانس سمت،  $f_\eta$ ، بیان می‌نماید. قابل توجه است که  $\Delta R(f_\eta)$  تابعی از  $R_0$  و متغیر با برد است و از آنجایی که یکی از بعدهای سیگنال زمان برد است، روش درون‌یابی می‌تواند به درستی تغییرات برد RCM را در حوزه برد داپلر انجام دهد. با این فرض که RCMC به درستی صورت بپذیرد، سیگنال به صورت رابطه

<sup>۱</sup> Fast Fourier Transform

<sup>۲</sup> Principle of Stationary Phase



## ۶. مراجع

- [1] Harger, R. O. "Synthetic Aperture Radar Systems: Theory and Design"; Academic Press, New York, 1970.
- [2] Fazel, K.; Kaiser, S. "Multi-Carrier and Spread Spectrum Systems: From OFDM and MC-CDMA to LTE and WiMAX"; New York, John Wiley & Sons, 2<sup>nd</sup> Ed. 2008.
- [3] Bahai, A.; Saltzberg, R. S.; Burton, R.; Ergen, M. "Multi Carrier Digital Communications: Theory and Applications of OFDM"; Springer, 2004.
- [4] Couasnon, T. D.; Monnier, R.; Rault, J. B. "OFDM for Digital TV Broadcasting"; Signal Processing, Elsevier, 1994, 39, 1-32.
- [5] Wang, X.; Jiaotong, X.; Zhu, S.; Sun, D. "Inter-carrier Interference Cancellation Method Based on Cyclic Embedding for OFDM Communication Systems"; IEEE Eighth Int. Symposium Spread Spectrum Techniques and Applications 2004, 409-413.
- [6] Zhao, L.; Zhang, P. "A New ICI Self-Cancellation Scheme Based on Repeated Symbol in OFDM Systems"; IEEE Int. Conf. Communications, Circuits and Systems 2006, 2, 1216-1220.
- [7] Ryu, H-G.; Li, Y.; Park, J-S. "An Improved ICI Reduction Method in OFDM Communication System"; IEEE Trans. Broadcasting 2005, 51, 395-400.
- [8] Garmatyuk, D.; Spalding, S.; Schuerger, J.; Kauffman, K.; Spalding, S. "Wideband OFDM System for Radar and Communications"; IEEE Radar Conf., Pasadena, CA, 2009, 1-6.
- [9] Schuerger, J. P. "Ultra-Wideband OFDM Radar and Communication System"; Thesis, Oxford University, 2009.
- [10] Soumekh, M. "Synthetic Aperture Radar Signal Processing with MATLAB Algorithms"; New York, John Wiley & Sons, 1999.
- [11] Cumming, I. G.; Wong, Frank H. "Digital Processing of Synthetic Aperture Radar Data"; Artech House, 2005.

## جدول ۱. پارامترهای در نظر گرفته شده برای شبیه‌سازی

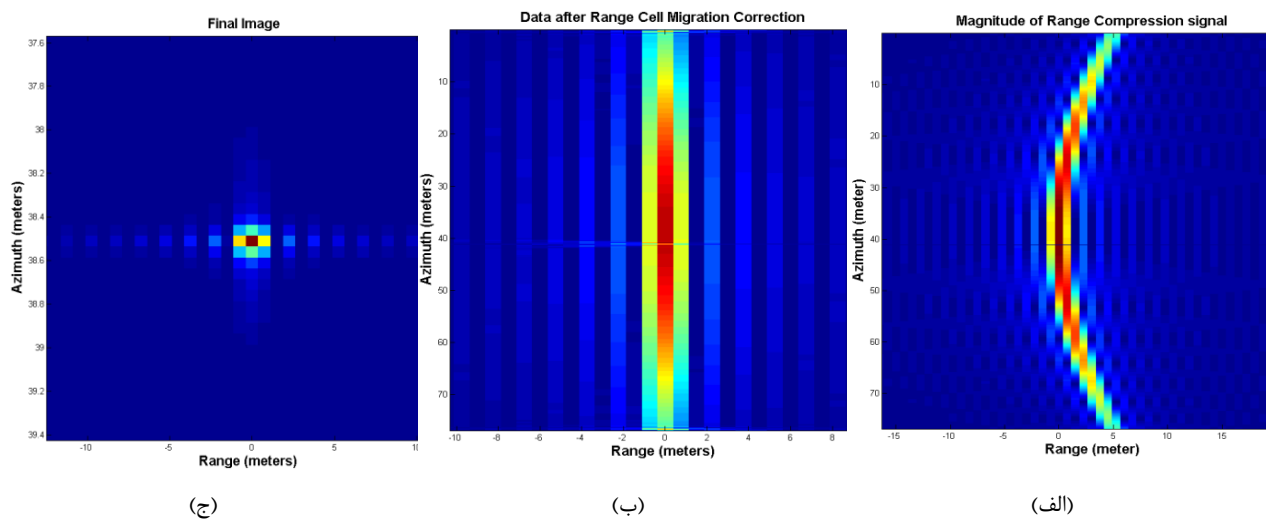
پارامتر	مقدار
پهنای باند سیگنال OFDM (BW)	۱۵۰ MHz
تعداد زیرکرییر (N)	۲۵۶
فرکانس تکرار پالس (PRF)	۱۰۰۰ Hz
سرعت سکو	۵۰ m/s
ارتفاع	۱۰۰ Meter
زاویه تابش	۵۰ deg

برای این منظور ابتدا شبیه‌سازی هدف نقطه‌ای در حالتی که از تمامی زیرکرییرهای سیگنال OFDM استفاده می‌شود انجام شده و سپس در ادامه، شبیه‌سازی‌های مجددی برای حالتی که نصف تعداد کل زیرکرییرها که به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند، انجام خواهد شد که در قسمت پیوست آمده است.

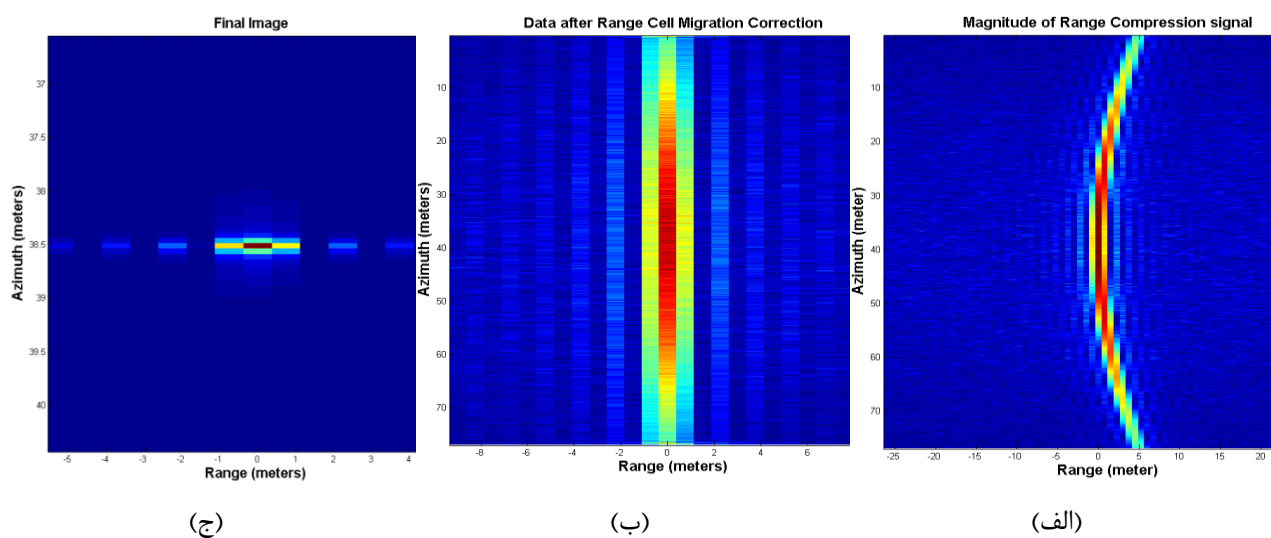
## ۵. نتیجه‌گیری

هدف از این مقاله ارائه یک روش جدید تصویربرداری در SAR با استفاده از شکل موج OFDM بوده است. در این راستا ابتدا شکل موج OFDM در سامانه‌های مخابرات دیجیتال بررسی و طریقه تولید این سیگنال ارائه شد. سپس با استفاده از رویکرد راداری، فرآیند تصویربرداری در برد و سمت SAR در قالب الگوریتم RDA با استفاده از سیگنال مزبور ارائه شد. در نهایت الگوریتم RDA در حالت استفاده از سیگنال OFDM در شرایط استفاده از تمامی زیرکرییرها و نصف تعداد کل زیرکرییرها که به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند، برای ایجاد تصویر برای یک هدف نقطه‌ای در محیط متلب شبیه‌سازی گردید.

## پیوست:



شکل پ- ۱. شبیه‌سازی هدف نقطه‌ای برای حالت استفاده از کل زیرکریه‌های OFDM (الف) دامنه سیگنال فشرده شده در برد. (ب) سیگنال خروجی پس از RCMC. (ج) تصویر نهایی



شکل پ- ۲. شبیه‌سازی هدف نقطه‌ای برای حالت استفاده از نصف زیرکریه‌های OFDM و انتخاب آنها به صورت تصادفی. (الف) دامنه سیگنال فشرده شده در برد. (ب) سیگنال خروجی پس از RCMC. (ج) تصویر نهایی