

بررسی تأثیر دینامیک حسگر بر عملکرد سامانه هدایت و اصلاح

قانون هدایت با تقریب تأخیر زمانی

علی یوسف پور، ولی اله غفاری^۱

گروه مهندسی برق، دانشکده مهندسی، دانشگاه خلیج فارس

چکیده:

در ارتباط با هدایت اجسام شش درجه آزادی، الگوریتم‌های هدایت متنوعی وجود دارد. از نقطه نظر عملکرد (برای مثال، کاهش خطای فاصله از دست‌دهی) یا پایداری، هر یک از روش‌های هدایت موجود دارای نقاط ضعف و قوتی می‌باشد. قانون هدایت تناسبی (PN) یکی از این الگوریتم‌های هدایت بوده که به دلیل سادگی ذاتی و سهولت اجرای آن، تاکنون بسیار مورد استفاده قرار گرفته است. در الگوریتم هدایت PN، با تضمین پایداری حلقه هدایت، جهت و زاویه سمت وسیله به گونه‌ای تغییر داده می‌شود تا تغییرات زاویه خط دید صفر گردد. قانون هدایت PN در صورت وجود دینامیک یا تأخیر زمانی در حسگر اندازه‌گیری ممکن است عملکرد ضعیف و محدوده پایداری کوچکی داشته باشد. پس در این مقاله، به بررسی تأثیر دینامیک حسگر بر عملکرد یک سامانه هدایت پرداخته می‌شود. از این رو، سعی می‌گردد تا روش هدایت PN با استفاده از ایده تقریب تأخیر زمانی به گونه‌ای اصلاح شود تا اثر دینامیک حسگر بر عملکرد حلقه هدایت جبران گردد. برای نشان دادن کارآمدی روش پیشنهادی، قانون هدایت به دست آمده در یک مسأله هدایت دوبعدی شبیه‌سازی گردیده و نتایج آن با روش هدایت تناسبی مقایسه خواهد شد.

واژه‌های کلیدی:

هدایت تناسبی، فاصله از دست‌دهی، دینامیک حسگر، تقریب تأخیر زمانی.

Investigation of Sensor Dynamic Effect on Guidance System Performance and Guidance Law Modification via Time-Delay Approximation

Ali Yousefpour, Valiollah Ghaffari

Department of Electrical Engineering, School of Engineering, Persian Gulf University

Abstract:

There have been many guidance algorithms for six-degree-of-freedom (DOF) vehicles. Any guidance algorithm may have some advantages and or drawbacks regarding to performance and stability. The proportional navigation (PN) technique is one of these guidance methods. The guidance algorithms attempt to nullify the line-of-sight (LOS) rate while the closed-loop stabilities guaranteed. Due to its inherent simplicity and ease of implementation, it has been widely applied to the guidance problems. But the PN method may perform poorly regarding the sensor delays and dynamics. Hence the sensor dynamic effect on the closed-loop performance will be investigated in this paper. Then in order to compensate the sensor dynamic effect on the guidance loop performance, it would be trying to modify the PN guidance law via the time-delay approximation. The proposed guidance law is used in a typical guidance problem. The simulation results show the effectiveness of the suggested approach in comparing to the similar one.

Keywords:

Proportional navigation, Miss-distance error, Sensor dynamic, Time-delay approximation.

¹ Corresponding author: vghaffari@pgu.ac.ir

امروزه، انواع وسایل و اجسام متحرک نظیر ربات‌ها، هواپیماهای بدون سرنشین، کشتی‌ها و خودروهای خودران معمولاً مجهز به یک سامانه‌ی هدایت می‌باشند. با رشد علم و فناوری سعی بر آن است که الگوریتم‌های هدایت متنوع و کارآمدی طراحی و توسعه داده شود. یکی از این الگوریتم‌های هدایت مطرح شده، قانون هدایت تناسبی (PN)^۱ بوده که روشی مرسوم در فاز انتهایی هدایت انواع پرنده‌ها است. این قانون هدایت، به دلیل سادگی و سهولت اجرای آن، یکی از مشهورترین و قدیمی‌ترین و در عین حال پرکاربردترین قانون هدایت، برای انواع پرنده‌های با بُرد کوتاه و متوسط می‌باشد. علت سادگی قانون هدایت تناسبی از آن جهت می‌باشد که تنها از نرخ زاویه خط‌دید استفاده می‌گردد و از سایر حالت‌های سامانه در قانون هدایت استفاده نمی‌شود [۱-۳].

چالش اساسی در زمان استفاده از قانون هدایت PN، شناسایی و رهگیری اهداف دارای مانور می‌باشد. قانون هدایت PN معمولاً در غیاب روابط مدل نشده (برای مثال، عدم قطعیت) برای اهداف بدون مانور خوب عمل می‌کند. اما، در صورت وجود مانور، وجود آن دینامیک مدل نشده (اضافی) در حلقه هدایت، ممکن است پایداری یا عملکرد سامانه هدایت را به طور جدی دچار تغییراتی کند [۴]. در روش هدایت تناسبی و دیگر قوانین هدایتی که بر پایه اصل ناوبری موازی طراحی می‌گردند، تنها نرخ چرخش خط دید را به صفر می‌رسانند و برای تضمین برخورد با هدف شرط کاهش بُرد نسبی را مطرح می‌کنند. در این دسته قوانین هدایت، به دلیل اینکه سامانه هدایت فقط صفر کردن نرخ چرخش خط‌دید را برای تولید دستور شتاب جانبی وسیله مد نظر قرار می‌دهد، ممکن است دستور شتابی تولید کند که سرعت نزدیک‌شوندگی بین جسم و هدف را کاهش دهد. در نتیجه، جسم توانایی دنبال کردن آن هدف را نخواهد داشت. بنابراین، ممکن است فرض نزدیک شدن جسم به هدف نقص شده و رسیدن جسم به هدف تضمین نگردد [۵].

تاکنون قوانین و الگوریتم‌های هدایت متنوعی برای اصلاح و بهبود قانون هدایت تناسبی ارائه شده است. در

این میان می‌توان به تکنیک‌هایی نظیر طراحی قانون هدایت با استفاده از ایده‌ی مد لغزشی [۶، ۲۲]، در نظر گرفتن دینامیک تقریبی [۷]، بهره‌گیری از فیلتر کالمن [۸]، تضمین پایدار شدن حلقه هدایت در زمان محدود [۹-۱۱]، استفاده از نظریه لیاپانف [۱۲]، بکارگیری منطق فازی [۱۳، ۱۴]، رویکرد بهینه [۱۵]، روش‌های مقاوم [۱۶]، ایده گام به عقب [۱۷-۱۹] و موارد دیگر اشاره نمود. علاوه بر نتایج و تحلیل‌های موجود برای معادلات دیفرانسیل معمولی، از نظریه‌ی پایداری موجود برای معادلات دیفرانسیل کسری نیز می‌توان برای طراحی قانون هدایت بهره بُرد. یکی از روش‌های اصلاح قانون هدایت، ایده‌ی FO-PID^۲ می‌باشد که برای تضمین پایداری حلقه هدایت در زمان محدود ارایه شده است. الگوریتم FO-PID دارای محدوده پایداری بیشتری نسبت به قانون هدایت کلاسیک PN است [۲۰].

در روش‌های بازگشتی و تقریبی، فقط اطلاعات دقیق زمان برای پایان دادن به درگیری ارایه می‌شود. اما، قانون هدایت مبتنی بر نظریه‌ی لیاپانف برای کنترل زمان برخورد در برابر یک هدف ثابت پیشنهاد می‌شود. روش‌های مبتنی بر نظریه‌ی پایداری لیاپانف می‌تواند برای طراحی قانون هدایت مورد استفاده قرار گیرد. از این رو علاوه بر برآورده کردن شرایط مورد نظر قانون هدایت، پایداری سامانه تضمین شود [۲۱].

در شرایط وجود دینامیک یا تأخیر در حسگر اندازه‌گیری تغییرات زاویه‌ی خط دید، اگر از قانون هدایت تناسبی برای رهگیری هدف استفاده کنیم، باعث می‌شود فاصله از دست‌دهی قابل ملاحظه‌ای به وجود آید. در این پژوهش، به دنبال این هستیم که با لحاظ کردن دینامیک حسگر، خطای فاصله از دست‌دهی که مربوط به عملکرد قانون هدایت پیشنهادی است نسبت به قانون هدایت تناسبی تا حد امکان کوچک‌تر شود. در نتیجه، باعث بهبود محدوده پایداری و عملکرد سامانه هدایت می‌شود. از این رو، یک دینامیک مرتبه‌ی اول و سپس، یک تأخیر زمانی در روند اصلاح قانون هدایت در نظر گرفته می‌شود. سعی بر آن

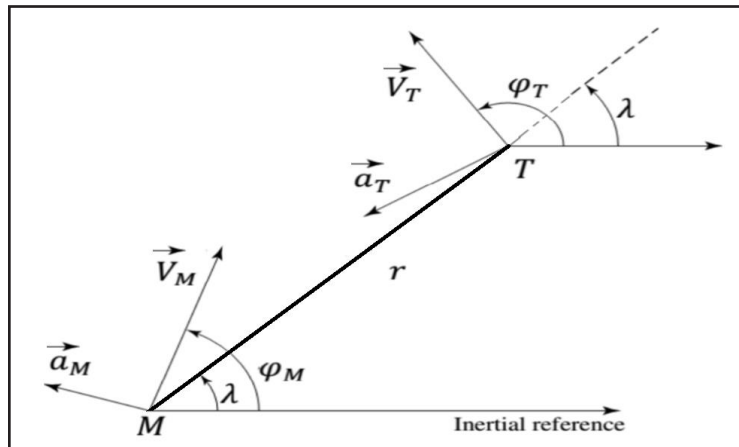
¹Proportional Navigation

²Fractional-Order Proportional-Integral-Derivative

است که با بهره‌گیری از ایده‌ی تقریب تأخیر زمانی^۱ قانون هدایت تناسبی به‌گونه‌ای اصلاح شود تا اثر دینامیک حسگر بر عملکرد حلقه‌ی هدایت جبران‌سازی گردد.

بنا بر آنچه بیان گردید، مطالب ارائه‌شده در این مطالعه به قرار زیر می‌باشد: معادلات حاکم بر سامانه هدایت (مدل جسم و هدف) در بخش دوم مطرح شده است. سپس، در بخش سوم با در نظر گرفتن دینامیک حسگر (تابع تبدیل مرتبه‌ی اول همراه با یک تأخیر زمانی) با استفاده از روش تقریب تأخیر زمانی قانون هدایت تناسبی به شیوه‌ی مناسبی اصلاح خواهد شد. در بخش چهارم، نتایج به دست آمده در یک مسأله هدایت دوبعدی شبیه‌سازی و کارایی آن با قانون هدایت کلاسیک مقایسه می‌شود. در بخش پنجم، نتیجه‌گیری مقاله بیان خواهد شد.

۲- بیان مسأله هدایت



شکل (۱): شماتیک مسأله‌ی رهگیری در دستگاه مختصات اینرسی [۲۳].

شکل (۱) سامانه‌ی مسأله هدایت جسم و هدف را در دستگاه مختصات اینرسی نشان می‌دهد. در این نمایش، r فاصله نسبی جسم با هدف، بردارهای \vec{V}_T و \vec{V}_M به ترتیب بیانگر سرعت جسم و سرعت هدف می‌باشند. متغیرهای φ_T و φ_M به ترتیب بیانگر زاویه جسم و زاویه هدف در دستگاه مختصات اینرسی می‌باشد. همچنین، زاویه خط‌دید بین جسم و هدف با متغیر λ مشخص شده است. بردارهای a_T و a_M به ترتیب شتاب‌های جسم و هدف می‌باشند. معادله‌ی سرعت نسبی بین جسم و هدف در راستای زاویه خط‌دید به صورت زیر نوشته می‌شود [۴]:

$$\dot{r} = V_T \cos(\varphi_T - \lambda) - V_M \cos(\varphi_M - \lambda) \quad (1)$$

و معادله سرعت در راستای عمود بر زاویه خط دید به صورت زیر می‌باشد [۴]:

$$r\dot{\lambda} = V_T \sin(\varphi_T - \lambda) - V_M \sin(\varphi_M - \lambda) \quad (2)$$

دستگاه مختصات تعریف‌شده در این مسأله هدایت، دستگاه اینرسی می‌باشد. از این رو نوک پیکان به سمت راست صفحه بیانگر جهت مثبت در دستگاه مختصات اینرسی شکل (۱) می‌باشد. در روابط (۱) و (۲)، اندازه سرعت‌های جسم و هدف مقادیر ثابتی فرض شده است. با مشتق‌گیری از معادلات (۱) و (۲) نسبت به زمان، شتاب نسبی جسم و هدف در راستای خط دید به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\ddot{r} = r\dot{\lambda}^2 + V_T\dot{\varphi}_T \sin(\lambda - \varphi_T) - V_M\dot{\varphi}_M \sin(\lambda - \varphi_M) \quad (3)$$

به منظور رسیدن به معادله هدایت، متغیرهای u تعریف می‌شود. بنابراین زاویه جسم φ_M به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\varphi_M = \frac{u}{V_M \cos(\lambda - \varphi_M)} \quad (4)$$

همچنین، تغییرات زاویه هدف بر حسب شتاب جانبی جسم و هدف به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\varphi_T = \frac{w}{V_T \cos(\lambda - \varphi_T)} \quad (5)$$

از این رو، می‌توان معادله (۳) را به صورت زیر بیان کرد:

$$\ddot{r} = r\dot{\lambda}^2 + w_r - u_r \quad (6)$$

¹Time-delay Approximation

بنابراین، اثر دینامیک حسگر را می‌بایست در قانون هدایت در نظر بگیریم. از این رو، در بخش بعد به این موضوع پرداخته شده است.

۳- اصلاح قانون هدایت تناسبی با در نظر گرفتن دینامیک جستجوگر

برای دستیابی به قانون هدایت تصحیح‌شده با رویکرد پیشنهادی، ابتدا بسط سری تیلور و تقریب اولر یادآوری می‌گردد.

تقریب سری تیلور: تابع $f(\cdot): U \rightarrow \mathbb{R}, U \subset \mathbb{R}^n$ را در نظر بگیرید. اگر تابع $f(\cdot)$ در نقطه دلخواه $x \in U$ مشتق‌پذیر باشد، آن وقت برای تابع $f(\cdot)$ حول نقطه x رابطه زیر را می‌توان نوشت [۲۴]:

$$f(x+h) = f(x) + \sum_{i=0}^n \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} h_i + R_1(h, x) \quad (11)$$

با صرف نظر نمودن از عبارت $R_1(h, x)$ می‌توان یک تقریب خطی برای تابع $f(\cdot)$ نوشت. تقریب اولر: با فرض کوچک بودن Δ ، مشتق $f(\cdot)$ در نقطه x را می‌توان به صورت

$$\dot{f}(x) \approx \frac{1}{\Delta} (f(x) - f(x - \Delta))$$

تقریب زد. در کاربردهای عملی هدایت تناسبی، معمولاً سرعت نزدیک‌شوندگی مقداری ثابت در نظر گرفته می‌شود. از این رو، در این مقاله، از بین حسگرهای مورد نیاز برای امر هدایت، تنها اثر دینامیک جستجوگر بر عملکرد سامانه هدایت بررسی خواهد شد. در ساده‌ترین فرم، جستجوگر می‌تواند با تابع تبدیل مرتبه اول دارای تأخیر زمانی $G_s(s) = \frac{e^{-t_d}}{1+T_s s}$ مدل شود. با توجه به شکل (۲)، معادله دیفرانسیل حاکم بر سامانه هدایت به صورت زیر نوشته خواهد شد:

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{1}{r} (2v_c x + w - u) \\ \dot{x}_m = \frac{1}{T_s} (-x_m(t) + x(t - t_d)) \end{cases}$$

در پیاده‌سازی قانون هدایت، عملاً به سیگنال $x_m(t)$ دسترسی داریم. اما قانون هدایت تناسبی با وجود در اختیار بودن سیگنال $x(t)$ ارائه شده است. روشن است اگر به جای $x(t)$ در قانون هدایت از $x_m(t)$ استفاده شود، عملکرد و حتی پایداری حلقه هدایت تحت تأثیر قرار خواهد گرفت. بنابراین، در بخش بعد به اصلاح قانون هدایت با وجود دینامیک جستجوگر، پرداخته شده است.

در معادله (۶)، $w_r = u_r = V_M \phi_M \sin(\lambda - \phi_M)$ و $V_T \dot{\phi}_T \sin(\lambda - \phi_T)$ می‌باشد. رابطه ۳ را به صورت زیر می‌توان بازنویسی کرد:

$$r \dot{\lambda} = -2\dot{r}\lambda + w - u \quad (7)$$

در یک حلقه هدایت، فرمان هدایت $u(t)$ بایستی به نحوی محاسبه شود تا نرخ زاویه خط‌دید نسبت به زمان $\dot{\lambda}(t)$ تغییراتی نداشته باشد. در نتیجه، نرخ زاویه خط‌دید به مقدار ثابتی همگرا می‌گردد ($\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\lambda}(t) = 0$). از این رو، مطابق رابطه (۲)، در حالت ماندگار

$V_T \sin(\phi_T(t) - \lambda(t)) = V_M \sin(\phi_M(t) - \lambda(t))$ خواهد شد. در چنین مسأله‌ی هدایتی روشن است، اگر $\dot{\lambda}(t)$ صفر شود و مقادیر سرعت جسم و هدف متفاوت باشند، آن وقت

$$\lambda(t) = \phi_T(t) = \phi_M(t)$$

خواهد شد. در نتیجه، اگر اندازه سرعت جسم بیش‌تر از اندازه سرعت هدف باشد، طبق رابطه (۱)، جسم به هدف مورد نظر خواهد رسید. با تعریف متغیرهای سرعت نزدیک‌شوندگی $v_c = -\dot{r}$ و تغییرات زاویه خط‌دید $x = \dot{\lambda}$ خواهیم داشت:

$$v_c = V_M \cos(\lambda - \phi_M) - V_T \cos(\lambda - \phi_T) \quad (8)$$

همچنین داریم:

$$x = \frac{1}{r} (V_M \sin(\lambda - \phi_M) - V_T \sin(\lambda - \phi_T)) \quad (9)$$

اکنون با توجه به معادله (۷) دینامیک تغییرات زاویه خط دید می‌تواند به صورت زیر بیان گردد:

$$\dot{x} = \frac{1}{r} (2v_c x + w - u) \quad (10)$$

در نتیجه، سامانه‌ی هدایت دوبعدی (صفحه‌ای) با معادله دیفرانسیل (۱۰) توصیف می‌گردد. پس طراحی الگوریتم هدایت به انتخاب مناسب فرمان هدایت u در رابطه (۱۰) منجر خواهد شد. می‌توان نشان داد اگر قانون هدایت $u = Nv_c x + w$ و $N \geq 2$ برای سامانه هدایت (۱۰) استفاده شود، آن وقت انتظارات خواسته‌شده از سامانه هدایت برآورده خواهد شد. رابطه فوق، در شرایط بدون مانور ($w = 0$)، به قانون هدایت $u = Nv_c x$ ساده خواهد شد. به این قانون هدایت اصطلاحاً هدایت تناسبی اطلاق می‌گردد. در این قانون هدایت مقدار واقعی تغییرات زاویه خط‌دید مورد نیاز است، اما در عمل مقدار اندازه‌گیری‌شده آن توسط یک جستجوگر را در اختیار داریم. ممکن است وجود دینامیک حسگر عملکرد و پاسخ حلقه هدایت را تحت تأثیر قرار دهد.

۳-۲- اصلاح قانون هدایت با وجود تأخیر زمانی

حسگر

در ساده‌ترین فرم، تأخیر زمانی جستجوگر به صورت زیر مدل می‌شود:

$$x_m(t) = x(t - t_d) \quad (۱۷)$$

در رابطه (۱۷)، متغیر $x_m(t)$ تغییرات زاویه خط‌دید اندازه‌گیری شده می‌باشد. با استفاده از بسط تیلور، تغییرات زاویه خط‌دید واقعی $x(t)$ به صورت زیر تقریب زده می‌شود:

$$\begin{aligned} x(t) &\approx x_m(t + t_d) \\ &\approx x_m(t) + t_d \dot{x}_m(t) \\ &\quad + \frac{1}{2} t_d^2 \ddot{x}_m(t) \end{aligned} \quad (۱۸)$$

با لحاظ نمودن شرط $T \ll t_d$ ، مشتق تغییرات زاویه خط‌دید نسبت به زمان به صورت زیر می‌توان تقریب زد:

$$\dot{x}_m(t) \approx \frac{1}{T} (x_m(t) - x_m(t - T)) \quad (۱۹)$$

همچنین، مشتق دوم $\ddot{x}_m(t)$ نسبت به زمان به صورت زیر تقریب زده می‌شود:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_m(t) &\approx \frac{1}{T^2} (x_m(t) - 2x_m(t - T) \\ &\quad + x_m(t - 2T)) \end{aligned} \quad (۲۰)$$

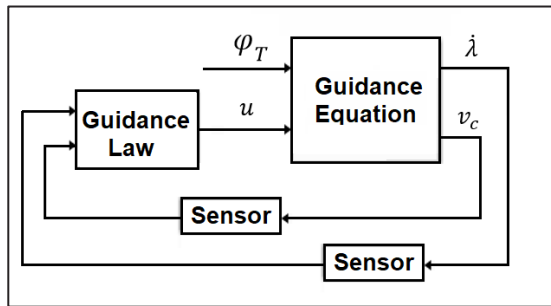
اکنون تقریب (۲۰) را در رابطه (۱۸) جایگذاری می‌کنیم.

$$\begin{aligned} x(t) &\approx x_m(t) + \frac{t_d}{T} (x_m(t) \\ &\quad - x_m(t - T)) \\ &\quad + \frac{t_d^2}{2T^2} (x_m(t) \\ &\quad - 2x_m(t - T) \\ &\quad + x_m(t - 2T)) \end{aligned} \quad (۲۱)$$

پس از ساده‌سازی رابطه (۲۱) به عبارت زیر می‌رسیم:

$$\begin{aligned} x(t) &\approx \left(1 + \frac{t_d}{T} + \frac{t_d^2}{2T^2} \right) x_m(t) \\ &\quad - \left(\frac{t_d}{T} + \frac{t_d^2}{T^2} \right) x_m(t - T) \\ &\quad - T \\ &\quad + \frac{t_d^2}{2T^2} x_m(t - 2T) \end{aligned} \quad (۲۲)$$

رابطه (۲۲) با استفاده از روش تقریب تأخیر زمانی به دست می‌آید. مشابه بخش ۱-۳، با جایگذاری رابطه (۲۲) در رابطه (۱۰)، عملکرد و پایداری سامانه هدایت بهبود می‌یابد. اگر به جای متغیر $x(t)$ از رابطه تقریبی (۲۲) استفاده کنیم آن وقت قانون هدایت $u = Nv_c x + w$ ، $N \geq 2$ باعث صفر شدن تغییرات زاویه خط‌دید می‌گردد.



شکل (۲): بلوک دیاگرام مسأله هدایت با در نظر گرفتن اثر حسگر.

۳-۱- اصلاح قانون هدایت با وجود ثابت زمانی

حسگر

در رابطه (۱۰)، اگر برای حسگردینامیک مرتبه اول به صورت زیر در نظر گرفته شود:

$$\dot{x}_m(t) = \frac{1}{T_s} (-x_m(t) + x(t)) \quad (۱۲)$$

با بازنویسی معادله دیفرانسیل (۱۲)، داریم:

$$x(t) = x_m(t) + T_s \dot{x}_m(t) \quad (۱۳)$$

در رابطه (۱۳)، متغیر $x_m(t)$ تغییرات زاویه خط‌دید اندازه‌گیری شده و $x(t)$ تغییرات زاویه خط‌دید واقعی می‌باشد. با استفاده از روش عددی اویلر، مشتق تغییرات زاویه خط‌دید $\dot{x}_m(t)$ نسبت به زمان به صورت زیر می‌تواند تقریب زده شود:

$$\dot{x}_m(t) \approx \frac{x_m(t) - x_m(t - T)}{T} \quad (۱۴)$$

پس رابطه (۱۳) را به صورت زیر می‌تواند نوشته شود:

$$\begin{aligned} x(t) &\approx x_m(t) + \frac{T_s}{T} (x_m(t) \\ &\quad - x_m(t - T)) \end{aligned} \quad (۱۵)$$

در نهایت با ساده‌سازی رابطه (۱۵)، به تقریب زیر می‌رسیم:

$$x(t) \approx \left(1 + \frac{T_s}{T} \right) x_m(t) - \frac{T_s}{T} x_m(t - T) \quad (۱۶)$$

با جایگذاری رابطه (۱۶) در معادله (۱۰)، می‌توان اثر دینامیک حسگر در قانون هدایت لحاظ نمود و به دنبال آن عملکرد و پایداری سامانه هدایت را بهبود داد. پس در قانون هدایت $u = Nv_c x + w$ و $N \geq 2$ ، به جای $x(t)$ از تقریب (۱۶) استفاده می‌گردد. این الگوریتم هدایت باعث صفر شدن تغییرات زاویه خط‌دید خواهد شد.

۳-۳- اصلاح قانون هدایت با وجود اثر ثابت زمانی و

تأخیر زمانی در حسگر

دینامیک حسگر دارای تابع تبدیل مرتبه اول همراه با

تأخیر زمانی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{x}_m(t) = \frac{1}{T_s}(-x_m(t) + x(t - t_d)) \quad (23)$$

در رابطه (۲۳)، با در نظر گرفتن تأخیر زمانی و اعمال

ثابت زمانی T_s ، $x_m(t)$ تغییرات زاویه خطدیده اندازه‌گیری

شده و $x(t)$ تغییرات زاویه خطدیده واقعی می‌باشد. در

نتیجه، متغیر $x(t)$ بر حسب $x_m(t)$ به صورت زیر نوشته

می‌شود:

$$x(t) = x_m(t + t_d) + T_s \dot{x}_m(t + t_d) \quad (24)$$

با فرض $t_d < T_s$ و با توجه به سری تیلور مشتق تغییرات

زاویه خطدیده اندازه‌گیری شده با در نظر گرفتن تأخیر زمانی

به صورت زیر می‌باشد:

$$\dot{x}_m(t + t_d) \approx \dot{x}_m(t) + t_d \ddot{x}_m(t) + \frac{1}{2} t_d^2 \dddot{x}_m(t) \quad (25)$$

همچنین، با استفاده از بسط تیلور، تغییرات زاویه

خطدیده اندازه‌گیری شده با در نظر گرفتن تأخیر زمانی را به

صورت زیر نوشت:

$$x_m(t + t_d) \approx x_m(t) + t_d \dot{x}_m(t) + \frac{1}{2} t_d^2 \ddot{x}_m(t) \quad (26)$$

با توجه به روابط (۲۵) و (۲۶) می‌توان $x(t)$ تغییرات

زاویه خطدیده واقعی را به صورت زیر نوشت:

$$x(t) \approx x_m(t) + (t_d + T_s) \dot{x}_m(t) + \left(\frac{1}{2} t_d^2 + t_d T_s\right) \ddot{x}_m(t) + \frac{1}{2} t_d^2 T_s \ddot{x}_m(t) \quad (27)$$

همچنین، با توجه به شرط $T \ll t_d$ ، مشتق تغییرات

زاویه خطدیده اندازه‌گیری شده به صورت زیر نمایش داده

می‌شود:

$$\dot{x}_m(t) \approx \frac{1}{T} (x_m(t) - x_m(t - T)) \quad (28)$$

مشتق دوم تغییرات زاویه خطدیده اندازه‌گیری شده

نسبت به زمان را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

$$\ddot{x}_m(t) \approx \frac{1}{T} (\dot{x}_m(t) - \dot{x}_m(t - T)) \quad (29)$$

$$= \frac{1}{T^2} (x_m(t) - 2x_m(t - T) + x_m(t - 2T))$$

به طریق مشابه، مشتق سوم تغییرات زاویه خطدیده

اندازه‌گیری شده به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\ddot{x}_m(t) \approx \frac{1}{T^3} (x_m(t) - 2x_m(t - T) + x_m(t - 2T) - x_m(t - T) + 2x_m(t - 2T) - x_m(t - 3T)) \quad (30)$$

$$+ x_m(t - 2T) - x_m(t - T) + 2x_m(t - 2T) - x_m(t - 3T))$$

در نهایت پس از ساده‌سازی رابطه (۳۰) به تقریب زیر

می‌رسیم:

$$\ddot{x}_m(t) \approx \frac{1}{T^3} (x_m(t) - 3x_m(t - T) + 3x_m(t - 2T) - x_m(t - 3T)) \quad (31)$$

اکنون با جایگذاری رابطه (۳۱) در رابطه (۲۷)، تغییرات

زاویه خطدیده واقعی را می‌توان به صورت تعیین کرد:

$$x(t) \approx x_m(t) + (t_d + T_s) \dot{x}_m(t) + \left(\frac{1}{2} t_d^2 + t_d T_s\right) \ddot{x}_m(t) \quad (32)$$

$$+ \frac{1}{2} t_d^2 T_s \ddot{x}_m(t)$$

$$x(t) \approx x_m(t) + \frac{t_d + T_s}{T} (x_m(t) - x_m(t - T))$$

$$+ \frac{\frac{1}{2} t_d^2 + t_d T_s}{T^2} (x_m(t) - 2x_m(t - T) + x_m(t - 2T))$$

$$+ \frac{\frac{1}{2} t_d^2 T_s}{T^3} (x_m(t) - 3x_m(t - T) + 3x_m(t - 2T) - x_m(t - 3T)) \quad (33)$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{t_d^2 T_s}{T^3} (x_m(t) - 3x_m(t - T) + 3x_m(t - 2T) - x_m(t - 3T))$$

$$- 3x_m(t - T) + 3x_m(t - 2T) - x_m(t - 3T))$$

$$+ 3x_m(t - 2T) - x_m(t - 3T))$$

$$- x_m(t - 3T))$$

$$پس از ساده‌سازی رابطه (۳۳) به تقریب زیر می‌رسیم:$$

$$x(t) \approx \left(1 + \frac{t_d + T_s}{T} + \frac{t_d^2 + 2t_d T_s}{2T^2} + \frac{t_d^2 T_s}{2T^3}\right) x_m(t) - \left(\frac{t_d + T_s}{T} + \frac{t_d^2 + 2t_d T_s}{T^2} + \frac{3t_d^2 T_s}{2T^3}\right) x_m(t - T) + \left(\frac{t_d^2 + 2t_d T_s}{2T^2} + \frac{3t_d^2 T_s}{2T^3}\right) x_m(t - 2T) - \frac{t_d^2 T_s}{2T^3} x_m(t - 3T) \quad (34)$$

$$- \left(\frac{t_d + T_s}{T} + \frac{t_d^2 + 2t_d T_s}{T^2} + \frac{3t_d^2 T_s}{2T^3}\right) x_m(t - T)$$

$$+ \left(\frac{t_d^2 + 2t_d T_s}{2T^2} + \frac{3t_d^2 T_s}{2T^3}\right) x_m(t - 2T)$$

$$+ \left(\frac{t_d^2 + 2t_d T_s}{2T^2} + \frac{3t_d^2 T_s}{2T^3}\right) x_m(t - 2T)$$

$$+ \frac{3t_d^2 T_s}{2T^3} x_m(t - 2T)$$

$$- \frac{t_d^2 T_s}{2T^3} x_m(t - 3T)$$

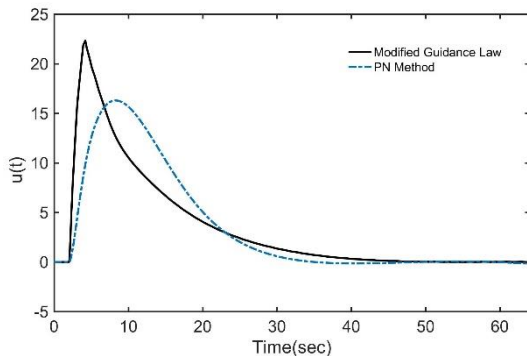
$$- \frac{t_d^2 T_s}{2T^3} x_m(t - 3T)$$

از این رو، برای لحاظ نمودن دینامیک جستجوگر در

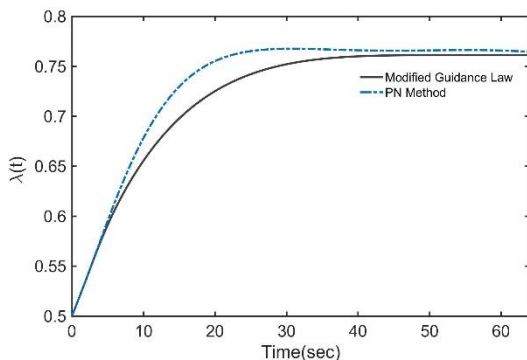
قانون هدایت $u = Nv_c x + w$ کافی است رابطه (۳۴) را

به جای متغیر $x(t)$ در نظر بگیریم. آن وقت الگوریتم

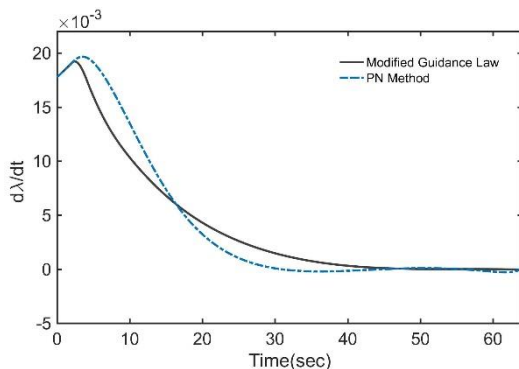
شده است. بنابراین، از شبیه‌سازی انجام‌شده روشن است در شرایطی که حسگر دارای دینامیک و تأخیر زمانی قابل توجهی باشد، حتی اگر هدف مانوری نداشته باشد ($w = 0$) نیاز است روش هدایت کلاسیک اصلاح شود تا سامانه هدایت عملکرد بهتری داشته باشد.



شکل (۳): شتاب جانبی اعمال‌شده به جسم (متر بر مجذور ثانیه).



شکل (۴): زاویه خط‌دید جسم با هدف (رادیان).



شکل (۵): تغییرات زاویه خط‌دید (رادیان بر ثانیه).

هدایت حاصل، باعث صفر شدن تغییرات زاویه خط‌دید می‌گردد. با توجه به نتایج شبیه‌سازی عملکرد و پایداری سامانه هدایت بهبود می‌یابد.

توجه: فرم عمومی جبران‌ساز دینامیک حسگر با رابطه (۳۴) بیان شد. در حالت خاص، مشاهده می‌شود اگر تأخیر زمانی جستجوگر $t_d = 0$ باشد، آنگاه فرمول (۳۴) به رابطه (۱۶) تبدیل می‌گردد. همچنین، اگر ثابت زمانی جستجوگر $T_s = 0$ باشد، آنگاه فرمول (۳۴) به رابطه (۲۲) منجر خواهد شد.

۴- نتایج شبیه‌سازی

سامانه هدایت دوبعدی توصیف‌شده با معادلات (۱) و (۲) را در نظر بگیرید. سرعت جسم، سرعت هدف، زاویه اولیه جسم، زاویه خط‌دید اولیه، ثابت ناوبری و زاویه هدف مطابق مقادیر جدول (۱) انتخاب می‌گردد. از آنجا که زاویه حرکت هدف φ_T ثابت در نظر گرفته شده است، پس شتاب هدف $w = 0$ می‌باشد.

جدول (۱): مقادیر شرایط اولیه و پارامترهای استفاده‌شده در شبیه‌سازی.

$r(0)$	N	φ_T	$\varphi_M(0)$	$\lambda(0)$	V_T	V_M
10000	5	2	0.1	0.5	100	200

با استفاده از معادلات تعمیم‌یافته و استفاده از تابع تبدیل مرتبه‌ی اول همراه با اعمال یک تأخیر زمانی در $G_s(s) = \frac{e^{-s}}{s+1}$ برای حسگر، مسأله هدایت دوبعدی در نرم‌افزار Matlab، با زمان انتگرال‌گیری ۱ میلی‌ثانیه، شبیه‌سازی می‌گردد. مدت زمان پرواز جسم ۶۳ ثانیه، تأخیر زمانی و ثابت‌زمانی حسگر ۱ ثانیه انتخاب شده است. همچنین، الگوریتم هدایت ارائه‌شده در بخش سوم با قانون هدایت تناسبی مقایسه شده است.

شکل‌موج‌های شتاب جانبی $u(t)$ فاصله نسبی $r(t)$ ، زاویه سمت جسم $\varphi_M(t)$ ، تغییرات زاویه خط‌دید $\dot{\lambda}(t)$ و زاویه خط‌دید $\lambda(t)$ به ترتیب در شکل‌های (۳) تا (۷) نشان داده شده است. مشخصات پاسخ گذرا (از قبیل زمان نشست، بیشینه تغییرات زاویه خط‌دید، بیشینه شتاب جانبی اعمالی و ...) و فاصله از دست‌دهی در جدول (۲) محاسبه شده است. از نتایج شبیه‌سازی و با توجه به معیارهای ارائه‌شده در جدول (۲)، کارایی روش هدایت پیشنهادی در مقایسه با قانون هدایت تناسبی نشان داده

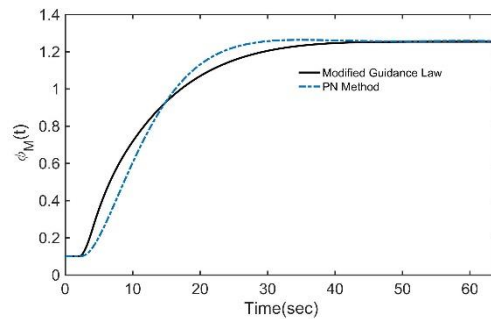
در محدوده مجاز وسیله، فاصله از دست‌دهی بسیار کمتری نسبت به هدایت تناسبی خواهد داشت.

۴- نتیجه‌گیری

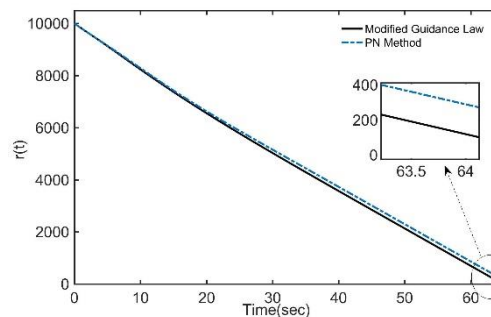
در مواقعی که واقعیت دینامیکی جستجوگر را در تعیین محاسبات قانون هدایت لحاظ نکرده‌ایم، روش هدایت تناسبی با عملکرد ضعیفی از نظر شاخص فاصله از دست‌دهی روبرو می‌شود. پس برای آنکه اثر دینامیک حسگر بر عملکرد حلقه هدایت جبران گردد، می‌بایست قانون هدایت به طور مناسبی باز طراحی و اصلاح گردد. فاصله‌ی از دست‌دهی، مهم‌ترین شاخص برای بررسی عملکرد سامانه می‌باشد. لذا، در این مقاله، یک مدل ریاضی (مدل مرتبه اول دارای تأخیر زمانی) برای حسگر انتخاب گردید. با بهره‌گیری از ایده‌ی تقریب تأخیر زمانی، قانون هدایت تناسبی تصحیح گردید. با مشاهده نتایج شبیه‌سازی به وضوح دیده شد که رویکرد پیشنهادی از نظر شاخص‌های کیفیت پاسخ گذرا و میزان فاصله از دست‌دهی نسبت به روش هدایت تناسبی ساده عملکرد بهتری از خودش نشان می‌دهد. بنابراین، در صورت وجود جستجوگر با رفتار دینامیکی، الگوریتم هدایت پیشنهادی پاسخ گذرای مناسب‌تر و فاصله از دست‌دهی کمتری نسبت به قانون هدایت تناسبی ساده خواهد داشت.

مراجع:

- [1] Zarchan, P., "Tactical and strategic missile guidance," American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2012.
- [2] Moosapour, S., and Hand Edrisi, M., "An overrobust proportional navigation guidance law for surface-to-air missile based on extended Kalman filter," Journal of Aeronautical Engineering, Vol. 16, No. 1, 2014, pp. 33-48.
- [3] Palumbo, N. F., Blauwkamp, R. A., and Lloyd, J. M., "Basic principles of homing guidance," Johns Hopkins APL Technical Digest, Vol. 29, No. 1, 2010, pp. 25-41.
- [4] Siouris, G. M., "Missile guidance and control systems," Springer Science & Business Media, 2004.
- [5] Moon, J., Kim, K., and Kim, Y., "Design of missile guidance law via variable structure control," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 24, No. 4, 2001, pp. 659-664.



شکل (۶): زاویه سمت جسم (رادیان).



شکل (۷): فاصله نسبی جسم از هدف (متر).

در شبیه‌سازی سامانه هدایت، محدودیت شتاب جانبی $\pm 3g$ برای وسیله در نظر گرفته شده است. در شکل (۳) دیده می‌شود که شتاب جانبی اعمال‌شده محدودیت ذکرشده را برآورده می‌نماید.

جدول (۲): مقایسه عملکرد سامانه هدایت.

شاخص	روش هدایت تناسبی	تکنیک پیشنهادی
فاصله از دست‌دهی (متر)	۵۶۶۰.۱۸۱	۲۸۵۹.۱۱
بیشینه شتاب جانبی اعمالی (g)	۷۳۴۶.۱	۲۹۵۹.۲
بیشینه تغییرات زاویه خط دید (میلی رادیان بر ثانیه)	۲۰	۱۹
زمان نشست (ثانیه)	۳۰	۴۰

در این شبیه‌سازی دیده می‌شود با رویکرد پیشنهادی، تمامی مشخصات پاسخ گذرا به جز زمان نشست بهبود یافته است. با توجه به نتایج جدول (۲) و ضرورت مسأله هدایت، علی‌رغم اینکه زمان نشست ۳۳ درصد افزایش یافته است، اما قانون هدایت اصلاح شده، با تولید شتاب جانبی

loop dynamics,” *Journal of Space Science Technology*, Vol. 8, No. 4, 2016, pp. 9-16.

[18] Moosapour, S. H., Bagherzadeh, M., Alizadeh, G., and Ghaemi, S., “Back-stepping guidance law design for missile against maneuvering targets,” *International Conference on Control, Instrumentation and Automation*, 2011, pp. 600-605.

[19] Yousefpour, A., and Ghaffari, V., “Improved guidance law design in presence of actuator dynamic via back-stepping approach,” *Journal of Technology in Aerospace Engineering*, Vol. 3, No. 4, 2020.

[20] Pan, B., Fareed, U., Qing, W., and Tian, S., “A novel fractional order PID navigation guidance law by finite time stability approach,” *ISA transactions*, Vol. 94, 2019, pp. 80-92.

[21] Saleem, A., and Ratnoo, A., “Lyapunov-based guidance law for impact time control and simultaneous arrival,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 39, No. 1, 2015, pp. 164-173.

[22] Behnamgol, V., and Ghahramani, N., “Design of a new proportional guidance algorithm using sliding-mode control,” *Aerospace Mechanics Journal*. Vol. 10, No. 1, 2014, pp. 77-86

[23] Ghaffari, V., “Guidance algorithm selection based on line-of-sight angle in guidance systems,” *High speed craft* 16, No. 61, 2018, pp. 50-57.

[24] Tao, T., “Analysis I,” New Delhi: Hindustan Book Agency, 2006.

[6] Shima, T., Idan, M., and Golan, O. M., “Sliding-mode control for integrated missile autopilot guidance,” *Journal of guidance, control, and dynamics*, Vol. 29, No. 2, 2006, pp. 250-260.

[7] Behnamgol, V., “Nonlinear and robust guidance law design considering approximation of control loop dynamics,” *Journal of Nonlinear Systems in Electrical Engineering*, Vol. 3, No. 1, 2015, pp. 122-137.

[8] Pan, S., Su, H., Chu, J., and Wang, H., “Applying a novel extended Kalman filter to missile-target interception with APN guidance law: A benchmark case study,” *Control Engineering Practice*, Vol. 18, No. 2, 2010, pp. 159-167.

[9] Zhou, D., Sun, S., and Teo, K. L., “Guidance laws with finite time convergence,” *Journal of guidance, control, and dynamics*, Vol. 32, No. 6, 2009, pp. 1838-1846.

[10] Binazadeh, T., Shafiei, M. H., and Bazregarzadeh, E., “New approach in guidance law design based on finite-time partial stability theorem,” *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 8, 2015, pp. 1-7.

[11] Behnam Gol, V., Mohammad Zaman, I., Vali, A., and Ghahramani, N. A., “Guidance law design using finite time second order sliding-mode control,” *Journal of Control*, Vol. 5, No. 3, 2011, pp. 36-44.

[12] Yanushevsky, R., and Boord, W., “Lyapunov approach to guidance laws design,” *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, Vol. 63, No. (5-7), 2005, pp. 743-749.

[13] Dimirovski, G. M., Deskovski, S. M., and Gacovski, Z. M., Classical and fuzzy-system guidance laws in homing missiles systems, *IEEE Aerospace Conference Proceedings*, Vol. 5, 2004, pp. 3032-3047.

[14] Sadeghi, E., Karimi, J., and Sadati, S., “UAV 3D robust guidance law design by fuzzy sliding-mode approach,” *Sharif Journal of Civil Engineering*, 2017.

[15] Gutman, S., “On optimal guidance for homing missiles,” *Journal of Guidance and Control*, Vol. 2, No.4, 1979, pp. 296-300.

[16] Yang, C. D., and Chen, H. Y., “Nonlinear H_∞ robust guidance law for homing missiles,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 21, No. 6, 1998, pp. 882-890.

[17] Behnamgol, V., Vali, A., and Mohammadi, A., “A new back-stepping sliding-mode guidance law considering control

