

بهبود نسبت سیگنال به نویز به اضافه تداخل در رادارهای چند ورودی- چند خروجی

هم مکان با اهداف متعدد

مریم نیلفروش^۱، روح الله آقاجانی^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناس ارشد و ۲- استادیار، دانشکده مهندسی برق، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

(دریافت: ۱۳۹۹/۰۱/۰۹، پذیرش: ۱۳۹۹/۱۰/۱۹)

چکیده

این مقاله روی بهبود نسبت سیگنال به نویز به اضافه تداخل در رادارهای چند ورودی- چند خروجی هم مکان متمرکز شده است. در این مقاله الگوریتمی ارائه می‌شود که بر اساس آن شکل موج‌های ارسال و ضرایب فیلترهای گیرنده به‌طور همزمان در راستای آشکارسازی بهتر اهداف در حضور سیگنال تداخل وابسته طراحی شوند. الگوریتم ارائه شده، یک الگوریتم ترتیبی مبتنی بر بهینه‌سازی محدب است، که در هر تکرار آن، ماتریس کوواریانس سیگنال‌های ارسال را برای تمرکز الگوی تشعشعی آنتن بر روی هدف بهینه‌سازی کرده و نیز در گیرنده سعی می‌شود بیشترین تعداد تداخل حذف شود. مسئله مورد نظر علاوه بر قید استفاده از مدارات RF یکسان در همه آنتن‌های ارسال، با محدودیت حداقل توان تداخل برای هر هدف نیز مقید شده است. در تحقیقات قبلی این طرح برای رهگیری یک هدف انجام شده بود، اما در این پژوهش ماتریس کوواریانس به‌گونه‌ای طراحی می‌شود که به‌منظور به حداکثر رساندن نسبت سیگنال به نویز به‌علاوه تداخل توان ارسالی آنتن در موقعیت کلیه اهداف به مقدار بیشینه خود رسیده و در موقعیت تداخل‌ها به کمترین حد ممکن برسد. نتایج شبیه‌سازی نیز نشان می‌دهد که با استفاده از روش پیشنهادی می‌توان به بیشترین مقدار نسبت توان سیگنال به تداخل به‌علاوه نویز در همه اهداف رسید. همچنین می‌توان با افزایش تعداد عناصر آنتن ارسال و دریافت این مقدار را افزایش داد.

کلید واژه‌ها: رادارهای چند ورودی- چند خروجی هم‌مکان، نسبت سیگنال به تداخل به اضافه نویز، ماتریس کوواریانس،

طراحی شکل موج

۱- مقدمه

مقیاس‌های متفاوت از یک شکل موج را از آنتن‌های مختلف خود ارسال می‌کنند، رادارهای MIMO با آنتن‌های مجاور قادرند سیگنال‌هایی با شکل موج‌های متمایز را از آنتن‌های خود ارسال کنند. این چندگانگی شکل موج سبب می‌شود که، این دسته از رادارها از مزایایی هم چون قدرت تفکیک بالاتر، حساسیت بالاتر برای آشکارسازی اهداف متحرک با سرعت پایین و تخمین بهتر مؤلفه‌های هدف برخوردار باشند [۲].

حذف تداخل، یکی از مهم‌ترین مسائل در طراحی رادارها برای افزایش کارایی است، لذا در تحقیقات اخیر به شکل قابل توجهی مورد علاقه محققین در حوزه رادارهای آرایه فازی و MIMO قرار گرفته است [۳]. در رادار MIMO، شکل موج‌های مختلفی از هر یک از عناصر آنتن ارسال می‌شود و این تفاوت اصلی این رادارها با رادارهای آرایه فازی است. در رادارهای آرایه فازی نسخه‌های مقیاس شده‌ای از یک شکل موج ثابت توسط عناصر مختلف ارسال می‌گردد [۴]. طراحی شکل موج‌های ارسالی در رادارهای MIMO یکی از مهمترین محورهای تحقیقات اخیر می‌باشد، در رادارهای MIMO امکان استفاده از شیوه‌های آشکارسازی افقی وجود دارد. طراحی مناسب شکل موج در رادارها به ما این امکان را می‌دهد که بدون افزایش توان سیگنال ارسالی، به خطای تخمین کمتر یا احتمال آشکارسازی بیشتر برسیم.

پس از موفقیت‌های سامانه‌های چند ورودی- چند خروجی^۱ در حوزه مخابرات، ایده به کارگیری این سامانه‌ها در حوزه رادار مطرح شد. اساس کار این فناوری استفاده از دو یا چند آنتن در هر دو سمت گیرنده و فرستنده است. سیگنال‌های ارسالی از فرستنده از دو یا چند آنتن ساطع و منتشر می‌شود و در گیرنده دو یا چند آنتن به جذب سیگنال می‌پردازند. در انتهای مدار مخابراتی این سیگنال‌ها که از ورودی‌های مختلفی رسیده است، با یکدیگر ترکیب می‌شوند و در نهایت خطا به حداقل رسیده و سرعت انتقال اطلاعات به مقدار بیشینه افزایش می‌یابد [۱].

عناصر آنتن می‌توانند به‌صورت توزیع یافته یا مجتمع در یکجا قرار گیرند، بنابراین رادارهای MIMO به دو دسته: گسترده^۲ و هم‌مکان^۳ تقسیم می‌شوند. رادارهای MIMO گروه دوم مشابه رادارهای آرایه فازی^۴ از آنتن‌هایی با فواصل نزدیک به هم تشکیل شده‌اند. اما بر خلاف رادارهای آرایه فازی که نسخه‌هایی با

*رایانامه نویسنده مسئول: aghajani@iaun.ac.ir

¹ Multi Input Multi Output

² Distributed

³ Co-located

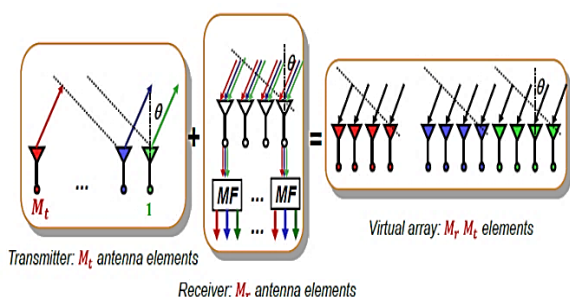
⁴ Phased array

در پژوهش‌هایی که تاکنون برای بهبود SINR با استفاده از بهینه‌سازی ماتریس کوواریانس انجام شده است، همواره تمرکز روی آشکارسازی یک هدف بوده است. به‌عنوان مثال در [۹]، شکل موج‌های ارسالی با تحلیل و بررسی ماتریس کوواریانس، اما بدون توجه به محاسبه و بهبود SINR طراحی شده‌اند. در [۸-۷] طراحی توأم بردار شکل‌دهی ارسال و دریافت، با هدف افزایش نسبت SINR انجام شده است، اما این کار با در نظر گرفتن یک هدف نقطه‌ای به‌اجرا درآمده است. اما در این مقاله، بهبود SINR با استفاده از بهینه‌سازی ماتریس کوواریانس برای ردیابی M هدف نقطه‌ای در حضور چندین تداخل وابسته به سیگنال انجام می‌شود. در روش پیشنهادی، شکل موج‌های ارسال و فیلترهای گیرنده از طریق یک الگوریتم ترتیبی محاسبه می‌شوند که در هر مرحله از این الگوریتم، یک مسئله بهینه‌سازی محدب اجرا می‌شود که با استفاده از ابزار CVX حل می‌شود. شرط خروج از الگوریتم ترتیبی، افزایش نیافتن SINR یک مرحله نسبت به مرحله قبلی است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که در روش پیشنهادی SINR هدف اصلی مشابه [۷] بهبود داشته و اهداف فرعی نیز بسته به موقعیت آن‌ها نسبت به یکدیگر و همچنین نسبت به تداخل‌ها بهبودی در حد ۱۰ dB نسبت به SNR دارند.

در ادامه، ساختار مقاله به شرح زیر است: در قسمت دوم به ارائه روابط حاکم بر مسأله و الگوی سامانه می‌پردازیم. الگوریتم پیشنهادی در قسمت سوم و نتایج شبیه‌سازی در قسمت چهارم آورده شده است. جمع‌بندی مقاله نیز در قسمت پایانی شرح داده شده است.

۲- الگوی سامانه

یک سامانه رادار MIMO هم‌مکان که دارای M_t آنتن فرستنده و M_r آنتن گیرنده باشد در نظر بگیریم. در این ساختار که در شکل (۱) ترسیم شده است، فرض می‌شود که آنتن‌های ارسال و دریافت با الگوی یکنواخت خطی (ULA) هستند و فضای بین هر دو عنصر آنتن برابر با نصف طول موج سیگنال رادار است. هر عنصر آنتن ارسال، $x_m(l)$ را ارسال می‌کند، $l=1, \dots, L$ و M_t که $m=1, \dots, M_t$ تعداد عناصر ارسال کننده و l شماره نمونه هر شکل موج می‌باشد.



شکل (۱): سامانه رادار MIMO با M_t آنتن فرستنده و M_r آنتن گیرنده.

در رادارهای MIMO می‌توان بردار سیگنال‌های ارسالی را متناسب با الگوی تشعشعی منتخب آنتن طراحی کرد [۵]. در رادارهای MIMO اغلب مطلوب است که توان به یک مکان خاص یا مجموعه‌ای از مکان‌های تعریف شده توسط الگوی تشعشعی آنتن ارسال شود. در این رادارها، مسئله طراحی شکل موج به دو شیوه انجام می‌شود؛ در روش اول شکل موج‌ها به‌صورت مستقیم محاسبه می‌شوند [۶]، اما در روش دوم با توجه به این که شکل موج‌های ارسالی دارای یک ماتریس کوواریانس هستند، لذا تمرکز بر روی طراحی ماتریس کوواریانس است [۸-۷] و سپس با تحلیل و بررسی ماتریس کوواریانس، شکل موج‌های ارسالی محاسبه می‌گردند [۹]. کارهایی که در زمینه طراحی شکل موج انجام شده است را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد. در دسته اول، طراحی شکل موج را تنها با توجه به فرستنده رادار انجام می‌دهند [۵]. در دسته دوم، طراحی شکل موج به‌طور همزمان با بهینه‌سازی فرستنده و فیلترهای گیرنده انجام می‌شود [۱۰]. حساسیت رادار که معمولاً بر حسب حداقل نسبت سیگنال به نویز تعریف می‌شود، به‌عنوان یکی از مهمترین شاخص‌ها جهت ارزیابی سامانه به حساب می‌آید. در رادارهای MIMO هم‌مکان بهبود نسبت سیگنال به تداخل به اضافه نویز^۱ نیز مسئله‌ای است که محققان اخیراً روی آن متمرکز شده‌اند.

مهم‌ترین مزیت رادارهای MIMO هم‌مکان نسبت به رادار آرایه فازی درجه آزادی بیشتر آن برای حذف تداخل است و این ویژگی تنها در صورتی به‌دست می‌آید که ماتریس کوواریانس ارسال از مرتبه کامل باشد. ماتریس کوواریانس ارائه شده در [۱۱] دارای مرتبه ۲ به ازای هر تعداد آنتن فرستنده است و لذا در آن، از حداکثر کارایی رادار MIMO استفاده نمی‌شود. با توجه به این که در [۱۱]، شکل موج ارسالی مستقل از موقعیت تداخل کننده‌ها است و تداخل‌ها در گیرنده حذف می‌شوند، از این‌رو، به نظر می‌رسد که این گونه روش‌ها بهترین انتخاب نباشند و باید طراحی به‌طور همزمان انجام شود، یعنی در طراحی فرستنده و گیرنده به‌صورت توأم حذف تداخل لحاظ شود. از طرفی نسبت سیگنال به نویز در رادارهای MIMO در مقایسه با رادارهای آرایه فازی کمتر است بنابراین برای بهره‌مندی از مزایای هر دو رادار بهتر است روش‌هایی برای بهبود نسبت سیگنال به نویز در رادارهای MIMO ارائه داد. در مرجع شماره [۷] بهبود نسبت سیگنال به نویز به‌علاوه تداخل با استفاده از بهینه‌سازی ماتریس کوواریانس برای یک هدف نقطه‌ای در حضور چندین تداخل وابسته به سیگنال انجام شده است. منبع تداخل وابسته به سیگنال به تداخلی گفته می‌شود که در آن سیگنال تداخلی از جنس سیگنال ارسالی رادار است که می‌تواند حاصل یک کلاثر یا فریبنده‌های مبتنی بر تکرار سیگنال باشد [۱۱]. یکی دیگر از مزایای رادار MIMO افزایش تعداد بیشینه اهداف قابل ردگیری تا حد M برابر، که M تعداد آنتن‌های فرستنده می‌باشد، است [۱۲].

^۱ Signal to Interference and Noise Ratio (SINR)

حال اگر M هدف مورد نظر باشند سیگنال دریافتی چنین می‌شود:

$$\mathbf{y}(l) = \sum_{m=0}^M \alpha_m \mathbf{a}_r(\theta_m) \mathbf{a}_t(\theta_m)^T \mathbf{x}(l) + \sum_{j=0}^Q \alpha_j \mathbf{a}_r(\varphi_j) \mathbf{a}_t(\varphi_j)^T \mathbf{x}(l) + \mathbf{v}(l) \quad (2)$$

عملگر $(\cdot)^T$ نشان‌دهنده ترانپوز است.

توان سیگنال ارسالی در موقعیت هدف m ام می‌تواند چنین بیان شود:

$$p(\theta_m) = E |\mathbf{a}_t^H(\theta_m) \mathbf{x}|^2 = \mathbf{a}_t^H(\theta_m) \mathbf{R} \mathbf{a}_t(\theta_m) \quad (3)$$

که $R = E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^H\}$ ماتریس کوواریانس سیگنال ارسالی است که با هدف بهینه‌سازی سامانه باید طراحی شود. همانطور که در رابطه (۳) دیده می‌شود، الگوی تشعشعی ارسال می‌تواند توسط طراحی ماتریس کوواریانس کنترل شود. سیگنال دریافتی از عناصر آرایه گیرنده از M_t فیلتر منطبق عبور کرده و در ماتریس \mathbf{Z} ، $M_r \times M_t$ ذخیره می‌شود:

$$\mathbf{Z} = \sum_{m=0}^M \alpha_m \mathbf{a}_r(\theta_m) \mathbf{a}_t(\theta_m)^T \mathbf{R} + \sum_{j=0}^Q \alpha_j \mathbf{a}_r(\varphi_j) \mathbf{a}_t(\varphi_j)^T \mathbf{R} + \mathbf{v}\mathbf{x}^H \quad (4)$$

با استفاده از $\text{vec}(\mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{B}) = (\mathbf{B}^T \otimes \mathbf{A}) \text{vec}(\mathbf{X})$ می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \text{vec}(\mathbf{Z}^T) \\ &= \sum_{m=0}^M \alpha_m \text{vec}(\mathbf{R} \mathbf{a}_t(\theta_m) \mathbf{a}_r(\theta_m)^T) \\ &+ \sum_{j=0}^Q \alpha_j \text{vec}(\mathbf{R} \mathbf{a}_t(\varphi_j) \mathbf{a}_r(\varphi_j)^T) + \mathbf{v}_c \\ &= \sum_{m=0}^M \alpha_m \mathbf{a}_r(\theta_m) \otimes \mathbf{R} \mathbf{a}_t(\theta_m) + \sum_{j=0}^Q \alpha_j \mathbf{a}_r(\varphi_j) \otimes \mathbf{R} \mathbf{a}_t(\varphi_j) + \mathbf{v}_c \end{aligned} \quad (5)$$

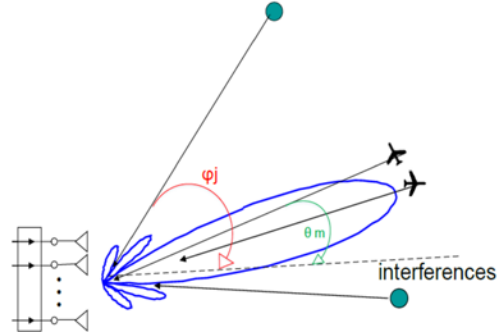
\mathbf{v}_c بردار نویز تصادفی گوسی با میانگین صفر ($E(\mathbf{v}_c) = 0$) است. همچنین واریانس آن با استفاده از روابط زیر می‌تواند محاسبه شود:

$$(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})(\mathbf{C} \otimes \mathbf{D}) = (\mathbf{A}\mathbf{C} \otimes \mathbf{B}\mathbf{D})$$

واریانس \mathbf{v}_c می‌تواند چنین بیان شود:

$$\begin{aligned} \sigma_{v_c}^2 &= E(\mathbf{v}_c \mathbf{v}_c^H) \\ &= E((\text{vec}(\mathbf{v}\mathbf{v}^H))^T) (\text{vec}(\mathbf{v}\mathbf{v}^H))^H \\ &= E(((\mathbf{I} \otimes \mathbf{x}) \text{vec}(\mathbf{v}))((\mathbf{I} \otimes \mathbf{x}) \text{vec}(\mathbf{v}))^H) \\ &= \sigma^2 E((\mathbf{I} \otimes \mathbf{x})(\mathbf{I} \otimes \mathbf{x}\mathbf{x}^H)) = \sigma^2 E(\mathbf{I} \otimes \mathbf{x}\mathbf{x}^H) \\ &= \sigma^2 (\mathbf{I} \otimes E(\mathbf{x}\mathbf{x}^H)) = \sigma^2 (\mathbf{I} \otimes \mathbf{R}) \end{aligned} \quad (6)$$

در نظر بگیرید، اهداف در زوایای θ_m قرار دارند و Q سیگنال تداخل وابسته که هر کدام در موقعیت φ_j قرار دارند. برد اهداف و تداخل‌ها یکسان در نظر گرفته‌ایم. این فرض بدترین حالت برای عملیات تشخیص است، به‌گونه‌ای که تاخیر سیگنال برگشتی از اهداف نتواند کمکی به تشخیص با استفاده از محدوده دامنه کند. شکل (۲) نمایی از اهداف و تداخل‌ها و سامانه راداری را نشان می‌دهد.



شکل (۲): نمایی از سامانه راداری، اهداف و تداخل‌های موجود محیط.

سیگنال دریافتی در هر کدام از عناصر گیرنده از یک فیلتر منطبق تنظیم شده روی سیگنال دریافتی عبور می‌کند. خروجی این فیلتر، با در نظر گرفتن یک هدف نقطه‌ای، یک بردار مختلط به طول M_r است و با فرض واحد بودن انرژی سیگنال ارسالی (در لحظه l) می‌تواند چنین نوشته شود [۱۱]:

$$\mathbf{y}(l) = \alpha_0 \mathbf{a}_r(\theta_0) \mathbf{a}_t(\theta_0)^T \mathbf{x}(l) + \sum_{j=0}^Q \alpha_j \mathbf{a}_r(\varphi_j) \mathbf{a}_t(\varphi_j)^T \mathbf{x}(l) + \mathbf{v}(l) \quad (1)$$

α_j و α به ترتیب دامنه‌های مختلط هدف و زامین منبع تداخل است و شامل افت‌های مسیر، سطح مقطع راداری و دیگر افت‌های قبل از ورود سیگنال به گیرنده است. θ_0 و φ_j به ترتیب جهت هدف و جهت تداخل‌ها و $\mathbf{a}_r(\cdot) \in \mathbb{C}^{M_r \times 1}$ و $\mathbf{a}_t(\cdot) \in \mathbb{C}^{M_t \times 1}$ به ترتیب بردارهای هادی آرایه‌های گیرنده و فرستنده هستند. $\mathbf{v}(n)$ بردار نویز می‌باشد. که:

$$\mathbf{a}_t(\theta) = [1, e^{-j\pi \sin(\theta)}, \dots, e^{-j\pi(M_t-1)\sin(\theta)}]^T / \sqrt{M_t}$$

و

$$\mathbf{a}_r(\theta) = [1, e^{-j\pi \sin(\theta)}, \dots, e^{-j\pi(M_r-1)\sin(\theta)}]^T / \sqrt{M_r}$$

به ترتیب بردارهای هادی ارسال و دریافت هستند.

همچنین بردار $\mathbf{x}(l) = [x_1(l), \dots, x_{M_t}(l)]^T$ بردار نمادهای ارسال و $\mathbf{v}(l) = [v_1(l), \dots, v_{M_t}(l)]^T$ بردار نویز سفید گوسی جمع شونده، با میانگین صفر و واریانس σ_v^2 است. که در آن‌ها عناصر بردارها x_l و v_l به ترتیب l امین سیگنال ارسالی و l امین مؤلفه نویز می‌باشند و L تعداد کل نمونه‌های هر مرحله است.

$$W_m = \frac{R_{inm}^{-1} \mathbf{a}_r(\theta_m) \otimes \mathbf{R} \mathbf{a}_t(\theta_m)}{\mathbf{a}_r(\theta_m)^H \otimes \mathbf{a}_t(\theta_m)^H \mathbf{R}^H R_{inm}^{-1} \mathbf{a}_r(\theta_m) \otimes \mathbf{R} \mathbf{a}_t(\theta_m)} \quad (10)$$

۳- طراحی همزمان شکل موج‌های ارسال و ضرایب فیلترهای گیرنده

در این قسمت الگوریتم پیشنهادی برای طراحی همزمان شکل موج‌های ارسالی و ضرایب فیلترهای گیرنده به‌منظور بیشینه کردن SINR ارائه می‌شود. با توجه به این که قرار است M هدف رهگیری شود بنابراین SINR کل برابر با حاصل جمع SINR تک تک اهداف است:

$$SINR = \sum_{m=1}^M SINR_m \quad (11)$$

اولین قیدی که تحت آن قید، SINR زیاد می‌شود، توان ارسالی است. فرض می‌شود توزیع توان بین آنتن‌ها یکنواخت است. علت اصلی استفاده از این محدودیت، ساده‌سازی سامانه واقعی تحت طراحی با استفاده از مدارات RF یکسان در همه آنتن‌های ارسال است [۷]. به این ترتیب مسئله بهینه‌سازی چنین نوشته می‌شود:

$$p_1: \begin{cases} \max_R \sum_{m=1}^M \frac{SNR_m |\mathbf{W}_m^H \mathbf{a}_r(\theta_m) \otimes \mathbf{R} \mathbf{a}_t(\theta_m)|^2}{\mathbf{W}_m^H \mathbf{R}_{inm} \mathbf{W}_m} \\ s.t. \text{diag}(\mathbf{R}) = \frac{E_t}{M_t} \end{cases} \quad (12)$$

که E_t کل توان ارسالی از آرایه رادار است و $\text{diag}(\mathbf{R})$ عناصر اصلی روی قطر E_t است. این مسئله بهینه‌سازی نامحدب است. حال رابطه (۱۲) را به این شکل باز می‌کنیم که برای به حداکثر رساندن SINR کل، لازم است SINR تک تک اهداف حداکثر شود:

$$p_2: \begin{cases} \max_R \frac{SNR_1 |\mathbf{W}_1^H \mathbf{a}_r(\theta_1) \otimes \mathbf{R} \mathbf{a}_t(\theta_1)|^2}{\mathbf{W}_1^H \mathbf{R}_{in1} \mathbf{W}_1} \\ \max_R \frac{SNR_2 |\mathbf{W}_2^H \mathbf{a}_r(\theta_2) \otimes \mathbf{R} \mathbf{a}_t(\theta_2)|^2}{\mathbf{W}_2^H \mathbf{R}_{in2} \mathbf{W}_2} \\ \vdots \\ \max_R \frac{SNR_M |\mathbf{W}_M^H \mathbf{a}_r(\theta_M) \otimes \mathbf{R} \mathbf{a}_t(\theta_M)|^2}{\mathbf{W}_M^H \mathbf{R}_{inM} \mathbf{W}_M} \\ s.t. \text{diag}(\mathbf{R}) = \frac{E_t}{M_t} \end{cases} \quad (13)$$

اما در مسائل بهینه‌سازی نمی‌توان بیش از یک شاخص را بیشینه یا کمینه کرد. بنابراین راه حل مناسبی باید یافت. برای این که SINR یک هدف بیشینه شود می‌توان توان تداخل را برای آن هدف به حداقل رساند. بنابراین می‌توان رابطه (۱۳) را چنین نوشت:

$$p_3: \begin{cases} \min_R |\mathbf{W}_1 \mathbf{a}_r(\theta_1) \otimes \mathbf{R} \mathbf{a}_t(\theta_1)| \\ \min_R |\mathbf{W}_2 \mathbf{a}_r(\theta_2) \otimes \mathbf{R} \mathbf{a}_t(\theta_2)| \\ \vdots \\ \min_R |\mathbf{W}_M \mathbf{a}_r(\theta_M) \otimes \mathbf{R} \mathbf{a}_t(\theta_M)| \\ s.t. \text{diag}(\mathbf{R}) = \frac{E_t}{M_t} \end{cases} \quad (14)$$

بهترین معیار برای افزایش احتمال آشکارسازی در انواع سامانه‌های راداری بهبود نسبت سیگنال به نویز است، زیرا احتمال آشکارسازی و نسبت سیگنال به نویز رابطه مستقیم و صعودی دارند. بنابراین در حضور تداخل نیز معیار نسبت سیگنال به نویز به‌علاوه تداخل معیار مناسبی برای طراحی سامانه راداری است. برای کاهش اثر تداخل کننده‌ها، خروجی فیلتر منطبق از بردار شکل‌دهی پرتو \mathbf{W} عبور داده می‌شود [۸]. آنگاه SINR که نشان‌دهنده نسبت توان سیگنال بازگشتی از هدف به جمع توان تداخل کننده‌ها و نویز است به‌صورت زیر نوشته می‌شود [۷]:

$$SINR_m = \frac{SNR_m |\mathbf{W}_m^H \mathbf{a}_r(\theta_m) \otimes \mathbf{R} \mathbf{a}_t(\theta_m)|^2}{\mathbf{W}_m^H \mathbf{R}_{in} \mathbf{W}_m} \quad (7)$$

که $SNR_m = E\{\alpha_m^2\}/\sigma_v^2$ نسبت توان سیگنال هدف مام به نویز است و \mathbf{R}_{in} به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\mathbf{R}_{in} = \sum_{j=1}^Q INR_j |\mathbf{a}_r(\varphi_j) \otimes \mathbf{R} \mathbf{a}_t(\varphi_j)|^2 + (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{R}) \quad (8)$$

که $INR_j = E\{\alpha_j^2\}/\sigma_v^2$ نسبت توان تداخل زام به نویز است. قابل ذکر است که در رابطه (۸)، نسبت توان منابع تداخل به نویز و جهت آن‌ها معلوم فرض می‌شود. در واقع فرض می‌شود این اطلاعات توسط یک سامانه یا الگوریتم دیگر در اختیار این الگوریتم قرار گیرد، بنابراین \mathbf{R}_{in} تخمین زده نمی‌شود.

اما مسئله‌ای که وجود دارد این است که، هنگامی که در یک سامانه راداری چند هدف مورد پردازش قرار می‌گیرد به شرطی که اهداف از لحاظ برد و زاویه کاملاً از یکدیگر دور باشند، این اهداف برای یکدیگر تداخل ایجاد نمی‌کنند. اما هنگامی که دو یا چند هدف هم در برد و هم در زاویه با یکدیگر اختلاف جزئی داشته باشند، سیگنال برگشتی از این اهداف بر روی یکدیگر اثر می‌گذارد و به‌عبارتی این اهداف برای یکدیگر تداخل محسوب می‌شوند [۱۳]. حال در صورتی که دو یا چند هدف با یکدیگر در یک زاویه قرار داشته باشند یا اختلاف زاویه آن‌ها با یکدیگر از تفکیک‌پذیری زاویه‌ای رادار کمتر باشد، با توجه به این که اهداف در برد یکسان نیز قرار دارند برای یکدیگر تداخل محسوب می‌شوند و در محاسبه \mathbf{R}_{in} علاوه بر تداخل‌های محیط باید توان هدف یا اهدافی که با هدف مورد نظر تداخل دارند را نیز اضافه کرد:

$$\mathbf{R}_{in} = \sum_{j=1}^Q INR_j |\mathbf{a}_r(\varphi_j) \otimes \mathbf{R} \mathbf{a}_t(\varphi_j)|^2 + \sum_{l=1}^L SNR_l |\mathbf{a}_r(\theta_l) \otimes \mathbf{R} \mathbf{a}_t(\theta_l)|^2 + (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{R}) \quad (9)$$

L تعداد اهدافی است که با یکدیگر تداخل دارند.

با ثابت در نظر گرفتن R به راحتی می‌توان با استفاده از الگوریتم MVDR W را به‌دست آورد [۱۴]:

شونده استفاده می‌کنیم. در هر مرحله از تکرار مقدار نسبت سیگنال به نویز به علاوه تداخل محاسبه می‌شود. این روند تا زمانی تکرار می‌شود که نسبت سیگنال به نویز به علاوه تداخل نسبت به مرحله قبل بهبود چندانی نداشته باشد، یا اختلاف آن‌ها از یک مقدار تعیین شده k ، کوچک‌تر باشد. در شبیه‌سازی‌ها مشاهده شد که مقدار $0.1/k$ برای k مقدار مناسبی است. الگوریتم ۱ خلاصه روش پیشنهادی برای طراحی توأم ماتریس کوواریانس سیگنال‌های ارسال و ضرایب فیلترهای گیرنده است.

الگوریتم (۱): طراحی R, W
ورودی‌ها: $\{\varphi_j, INR_j\}_{j=1}^Q$ و $\{\theta_m, SNR_m\}_{m=1}^M$ و $R_0 = \frac{1}{M_t}$
خروجی‌ها: R, W
تنظیمات: $\Pi = R_0$ و $R = R_0$ و $i=0$
۱: بررسی اختلاف زاویه هر هدف با سایر اهداف، بسته به این که هر هدف با اهداف دیگر تداخل دارد یا نه و اگر تداخل دارد با چند هدف تداخل دارد R_{in} مربوطه با (۸) یا (۹) محاسبه می‌شود و $\sum I_m$ نیز با (۱۶) یا (۱۷) محاسبه می‌شود.
۲: محاسبه W_m ها با استفاده از (۱۰) برای هر هدف
۳: محاسبه $SINR_m^{(i)}$ ها توسط (۷) برای هر هدف
۴: محاسبه $SINR_1^{(i)}$ کل با استفاده از (۱۱)
۵: محاسبه $R_{(i)}$ با استفاده از حل مسئله بهینه‌سازی:
$p_5 \begin{cases} \min_R \gamma \\ \text{s.t. } W_1^H \sum I_1 \leq \gamma \cdot W_1^H \sum I_1 \geq -\gamma \\ W_2^H \sum I_2 \leq \gamma \cdot W_2^H \sum I_2 \geq -\gamma \\ \vdots \\ W_M^H \sum I_M \leq \gamma \cdot W_M^H \sum I_M \geq -\gamma \\ \text{diag}(R) = \frac{E_t}{M_t} \cdot \left[\left(\frac{\pi}{2} R\right) - \frac{1}{6} \left(\frac{\pi}{2} R\right)^3 \right] \geq 0 \end{cases}$
۶: محاسبه W_m ها و $SINR_m$ های هر هدف با R جدید
۷: محاسبه $SINR_2^{(i)}$ کل با استفاده از (۱۱)
۸: $\Pi = R$ و $i=i+1$
۹: تکرار گام‌های ۱ تا ۸ تا زمانی که $\frac{(SINR_2^{(i)} - SINR_1^{(i)})}{SINR_1^{(i)}} < k$ ، k مؤلفه قابل انتخاب توسط کاربر است به منظور همگرایی
۱۰: گزارش خروجی‌ها: $W = W_{(i)}$ و $R = R_{(i)}$

۴- نتایج شبیه‌سازی

در این قسمت، برای ارزیابی الگوریتم پیشنهادی چند شبیه‌سازی انجام شده است. برای نشان دادن کارایی روش ارائه شده در این مقاله، نتایج شبیه‌سازی با نتایج الگوریتم ارائه شده در [۷] که بر روی یک هدف تمرکز دارد، مقایسه شده است. در تمام شبیه‌سازی‌ها فرض بر این است که آرایه آنتن‌های فرستنده و گیرنده خطی بوده و فاصله بین عناصر آن‌ها نصف طول موج سیگنال ارسالی است. در تمام شبیه‌سازی‌ها تعداد آنتن‌های

اما در این رابطه نیز تعداد شاخص‌های مورد نیاز برای کمینه شدن زیاد است. لذا از مؤلفه کمکی γ استفاده کرده، و در مسئله بهینه‌سازی فقط سعی در به حداقل رساندن γ می‌کنیم، منوط به این که توان تداخل همه اهداف از γ کمتر شود و مسئله را مجدداً به شکل زیر می‌نویسیم:

$$p_4: \begin{cases} \min_R \gamma \\ \text{s.t. } W_1^H \sum I_1 \leq \gamma \cdot W_1^H \sum I_1 \geq -\gamma \\ W_2^H \sum I_2 \leq \gamma \cdot W_2^H \sum I_2 \geq -\gamma \\ \vdots \\ W_M^H \sum I_M \leq \gamma \cdot W_M^H \sum I_M \geq -\gamma \\ \text{diag}(R) = \frac{E_t}{M_t} \end{cases} \quad (15)$$

که مقدار عبارت $\sum I_m$ ، برای هدفی که با دیگر اهداف تداخل ندارد عبارت است از:

$$\sum I_m = \sum_{j=1}^Q a_r(\varphi_j) \otimes R a_t(\varphi_j) \quad (16)$$

و برای هدفی که با یک یا چند هدف تداخل داشته باشد چنین محاسبه می‌شود:

$$\sum I_m = \sum_{j=1}^Q a_r(\varphi_j) \otimes R a_t(\varphi_j) + \sum_{l=1}^L a_r(\theta_l) \otimes R a_t(\theta_l) \quad (17)$$

L تعداد اهدافی است که با هدف m تداخل دارند.

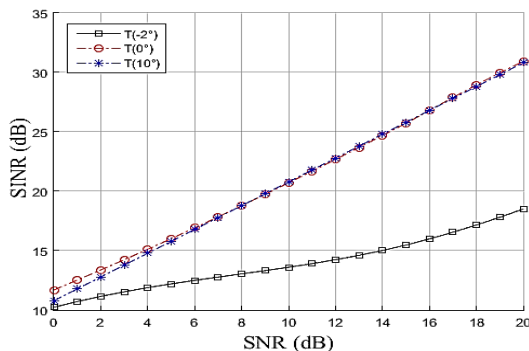
p_4 یک مسئله بهینه‌سازی قابل حل است، که می‌توان آن را با استفاده از ابزار CVX متلب حل کرد. ماتریس مورد طراحی R است، که از روی x ها که نمونه‌های BPSK هستند به دست آمده، که $x = \text{sign}(s)$ و s ها نمونه‌های گوسی با ماتریس کوواریانس R_s هستند. $R_s = \sin(\frac{\pi}{2} R)$ و R_s نیمه معین مثبت است، ماتریس کوواریانس ارسال $\sin(\frac{\pi}{2} R)$ نیز نیمه معین مثبت است. از این رو از روی R به دست می‌آید و سپس ماتریس متغیرهای تصادفی گوسی که می‌تواند R_s را محقق کند، به راحتی با یک فرایند معکوس سفید کردن مشخص می‌شود. اگر R ماتریس کوواریانس باشد، $\sin(\frac{\pi}{2} R)$ به احتمال زیاد نیمه معین مثبت است، اگر ماتریس $[\frac{\pi}{2} R] - \frac{1}{6} (\frac{\pi}{2} R)^3$ نیمه معین مثبت باشد [۱۵]. حالا مسئله بهینه‌سازی می‌تواند چنین بیان شود:

$$p_5: \begin{cases} \min_R \gamma \\ \text{s.t. } W_1^H \sum I_1 \leq \gamma \cdot W_1^H \sum I_1 \geq -\gamma \\ W_2^H \sum I_2 \leq \gamma \cdot W_2^H \sum I_2 \geq -\gamma \\ \vdots \\ W_M^H \sum I_M \leq \gamma \cdot W_M^H \sum I_M \geq -\gamma \\ \text{diag}(R) = \frac{E_t}{M_t} \cdot \left[\left(\frac{\pi}{2} R\right) - \frac{1}{6} \left(\frac{\pi}{2} R\right)^3 \right] \geq 0 \end{cases} \quad (18)$$

مسئله بهینه‌سازی در رابطه (۱۸) در حالت کلی نامحدب است، لذا برای حل مسئله فوق از یک الگوریتم ترتیبی تکرار

زوایای -20° و 0° و 10° به ترتیب $10/79$ dB، $23/42$ dB و $20/8$ dB ثابت شد. با مقایسه این نتایج با نتایج شکل (۴) ($INR = 50$) می توان گفت که افزایش یا کاهش توان تداخلها عملاً تاثیر چندانی روی عملکرد الگوریتم ندارد.

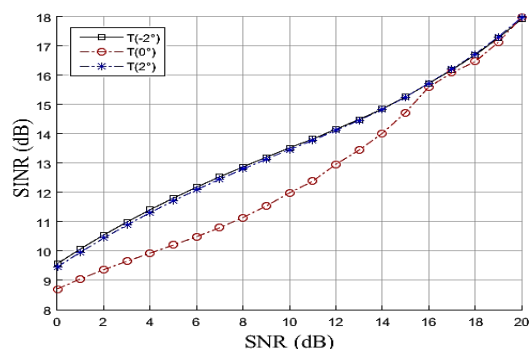
شبیه سازی بعدی با سه هدف در زوایای -2° و 0° و 10° و در نظر گرفتن سایر فرضیات شبیه سازی همانند فرضیات شکل (۳) انجام شد.



شکل (۵): مقایسه SINR به دست آمده برای اهداف واقع در زوایای -2° و 0° و 10°

همانطور که در شکل (۵) دیده می شود، SINR دو هدف 0° و 10° که به اندازه کافی از یکدیگر دور هستند و برای یکدیگر تداخلی ایجاد نمی کنند، مثل شکل (۳) است. اما دو هدف -2° و 0° برای یکدیگر تداخل ایجاد می کنند و با توجه به این که هدف 0° اصلی است (آنتن به سمت این هدف قرار دارد)، SINR این هدف نیز بهبود خوبی می یابد، اما هدف -2° موفق نمی شود به بهبود مورد نظر دست یابد. البته در این جا نیز برای SNR های کم SINR حدود 10 dB است و برای SNR های بالا SINR به حدود 10 dB می رسد، که این SINR نیز برای آشکارسازی قابل توجه است و احتمال آشکارسازی خوبی را نتیجه می دهد.

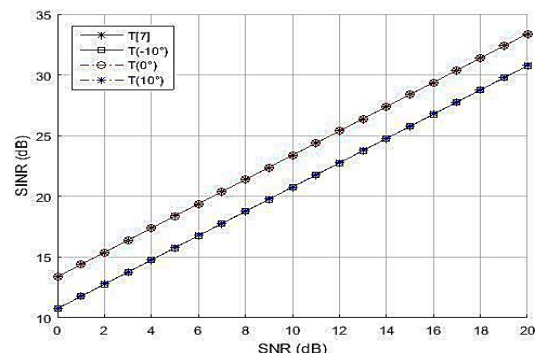
در شبیه سازی بعدی حالتی را در نظر می گیریم که اهداف در زوایای -2° و 0° و 2° و سایر فرضیات شبیه سازی همانند فرضیات شکل (۳) باشد.



شکل (۶): مقایسه SINR به دست آمده برای اهداف واقع در زوایای -2° و 0° و 2°

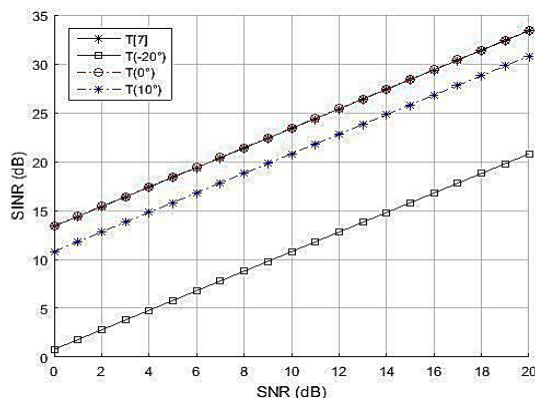
در این حالت هر سه هدف برای یکدیگر تداخل محسوب می شوند. اما دو هدف -2° و 2° هر کدام چهار تداخل دارند ولی

فرستنده و گیرنده یکسان و برابر با پنج ($M_t = M_r = 5$) فرض و مؤلفه $k=0/1$ در نظر گرفته شده است. در تمام شبیه سازیها SINR به دست آمده بر حسب تابعی از SNR رسم شده است. در شبیه سازی اول سه هدف در زوایای -10° و 0° و 10° و در برد یکسان در نظر گرفته شده، سه تداخل نیز در زوایای -40° و 25° و 50° با نسبت تداخل به نویز 50 dB در نظر گرفته شده است. شکل (۳) نتایج شبیه سازی الگوریتم پیشنهادی را با نتیجه روش [۷] در مورد هدف اصلی (هدف واقع در صفر درجه) مقایسه می کند.



شکل (۳): مقایسه SINR به دست آمده برای هدف اصلی در روش پیشنهادی و روش [۷].

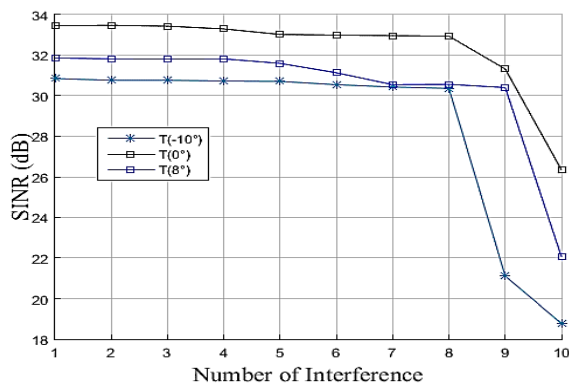
هر چه اهداف فرعی از هدف اصلی دورتر و به تداخلها نزدیک تر می شوند، SINR آنها بیشتر افت می کند. چرا که در روش پیشنهادی طراحی همزمان سیگنالهای ارسال و فیلترهای گیرنده تحت محدودیت حداقل توان در موقعیت تداخلها انجام شد، بنابراین با نزدیک شدن به موقعیت تداخل کننده ها افت توان بیشتر می شود. در شکل (۴) این مسئله با شبیه سازی اهداف در زوایای -20° و 0° و 10° دیده می شود.



شکل (۴): مقایسه SINR به دست آمده برای اهداف واقع در زوایای -20° و 0° و 10°

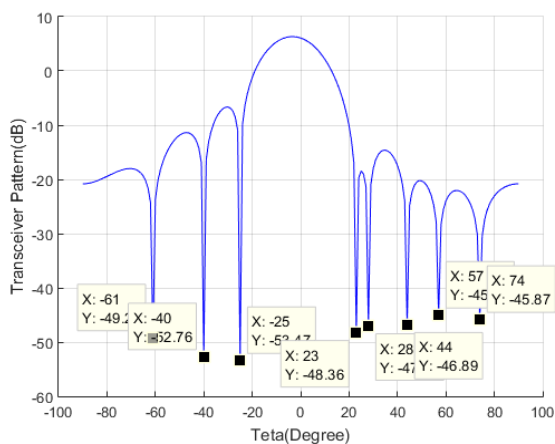
به منظور بررسی حساسیت الگوریتم ارائه شده نسبت به تغییر توان تداخل کننده ها، نمودارهای حاصل از شبیه سازیها در شکل (۴) برای $INR = 10$ dB تکرار شده و نتایج به شرح زیر است. در $SNR = 10$ dB، مقادیر SINR برای اهداف واقع در

همانطور که دیده می‌شود، با افزایش تعداد عنصرهای آنتن هدف 2° - نیز SINR بسیار خوبی پیدا کرد. بنابراین برای افزایش کارایی سامانه و در صورت توجیه اقتصادی آن می‌توان با افزایش تعداد عنصرهای ارسال و دریافت آنتن به بهبود مورد نظر دست یافت. گفته شد که مهمترین مزیت رادارهای MIMO هم مکان نسبت به رادار آرایه فازی درجه آزادی بیشتر آن برای حذف تداخل است. در رادار MIMO با ارسال شکل موج‌هایی با ماتریس کوواریانس مرتبه کامل تا $2 - M_t$ تداخل را می‌توان حذف کرد. در شبیه‌سازی بعدی بررسی می‌شود که این درجه آزادی در الگوریتم ارائه شده حفظ شده است یا خیر. برای این شبیه‌سازی سه هدف با نسبت سیگنال به نویز 20 dB در زاوای 10° و 0° و -10° فرض شده و تعداد تداخل کننده‌ها از ۱ تداخل تا ۱۰ منبع تداخل افزایش داده شده است.



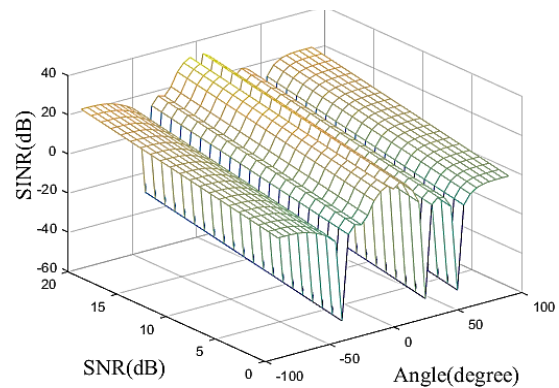
شکل (۹): بررسی درجه آزادی الگوریتم پیشنهادی برای رادار MIMO در حذف تداخل کننده‌ها.

با توجه به این که تعداد عنصرهای ارسال و دریافت آنتن برابر با پنج ($M_t = M_r = 5$) فرض شده است، این رادار باید بتواند تا ۸ تداخل را به خوبی حذف کند. همان‌طور که در شکل (۹) نیز دیده می‌شود، SINR هر سه هدف بعد از این که تعداد تداخل کننده‌ها از ۸ بیشتر شد افت می‌کنند و تا قبل از آن از SINR خوبی برخوردارند. بنابراین ملاحظه می‌شود که با الگوریتم ارائه شده درجه آزادی سامانه در حذف تداخل‌ها کم نشد.



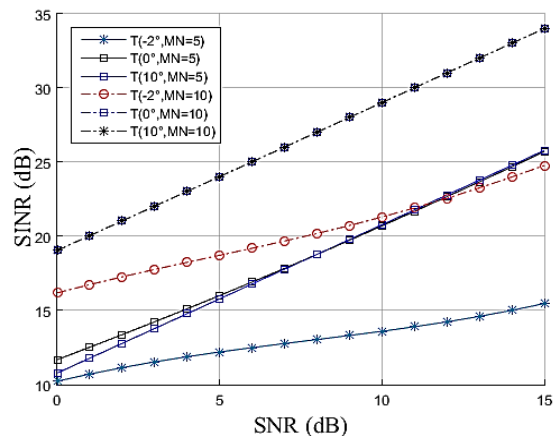
شکل (۱۰): شکل الگوی تشعشعی آنتن با وجود ۳ هدف و ۸ تداخل.

هدف 0° که به هر دو هدف به یک نسبت نزدیک می‌باشد، پنج تداخل دارد، به همین دلیل این هدف SINR کمتری پیدا می‌کند. در شبیه‌سازی بعدی یک هدف را در زاویه 0° ثابت نگه داشته و هدف دوم را از زاویه 90° حرکت داده تا به 90° برسد، در طول این مسیر تغییرات SINR را رصد می‌کنیم، تداخل‌ها در زاوای 40° ، 25° و 50° قرار دارند.



شکل (۷): تغییرات SINR هنگامی که یک هدف در 0° ثابت است و هدف دوم از 90° تا 90° حرکت می‌کند.

همانطور که در شکل (۷) دیده می‌شود، زمانی که موقعیت هدف و تداخل یکی می‌شود SINR افت شدیدی تا حدود 40 dB پیدا می‌کند، که علت آن این است که در الگوریتم نیز توان تداخل‌ها را به حداقل رساندیم، به عبارتی تداخل‌ها را در صفر الگوی تشعشعی آنتن قرار دادیم. هنگامی که هر دو هدف بسیار به یکدیگر نزدیک می‌شوند نیز SINR کمی افت پیدا می‌کند که طبیعی است، چرا که در این حالت دو هدف برای یکدیگر تداخل محسوب می‌شوند. حال اگر به سامانه راداری نیاز باشد که بهبود SINR بیشتری داشته باشد، با افزایش تعداد عناصر آنتن‌های ارسال و دریافت می‌توان به SINR بهتری دست یافت. شکل (۸) نتایج شبیه‌سازی را با فرضیات شکل (۵) در دو حالتی که تعداد عناصر آنتن‌های ارسال و دریافت ۵ و ۱۰ باشند را با یکدیگر مقایسه می‌کند.



شکل (۸): مقایسه نتایج سه هدف در زاوای 2° و 0° و 10° در دو حالت یکی زمانی که ۵ عنصر ارسال و دریافت آنتن داریم با زمانی که ۱۰ عنصر ارسال و دریافت داریم.

- [3] J. Li and P. Stoica, "MIMO Radar Signal Processing," New York, NY, USA: Wiley, 2009.
- [4] P. Stoica, J. Li, and Y. Xie, "On probing signal design for MIMO radar," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 55, no. 8, pp. 4151–4161, Aug 2007.
- [5] R. Viswanathan and P.K. Varshney, "Distributed detection with multiple sensors i. fundamentals," *In Proc. IEEE*, no. 85, pp. 54–63 1997.
- [6] G. Cui, H. Li, and M. Rangaswamy, "MIMO radar waveform design with constant modulus and similarity constraints," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 62, no. 2, pp. 343–353, Jan. 2014.
- [7] M. Haghnegahdar, S. Imani, S. A. Ghorashi and E. Mehrshahi, "SINR Enhancement in Co-located MIMO Radar using Transmit Covariance Matrix Optimization," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 24, no. 3, pp. 339-343, Aug 2017.
- [8] S. Imani, M. M. Nayeibi, M. Rashid and R. Khosravi, "SINR Improvement in the Array Radar Using the Joint Design of Transmit-and-Receive Beamforming Vectors," *Journal of Radar*, vol. 6, no. 1, 2018(Serial No. 19) (In Persian).
- [9] S. Ahmed, J. Thompson, Y. Petilot, and B. Mulgrew, "Finite alphabet constant-envelope waveform design for MIMO radar," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 59, no. 11, pp.5326–5337, Nov. 2011.
- [10] C. Y. Chen and P. P. Vaidyanathan, "MIMO radar waveform optimization with prior information of the extended target and clutter," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 57, no. 9, pp. 3533–3544, Sep. 2009.
- [11] S. Ahmed and M.-S. Alouini, "MIMO-radar waveform covariance matrix for high SINR and low side-lobe levels," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 62, no. 8, pp. 2056–2065, Jan. 2014.
- [12] A. S. Roshanzamir and M.H. Bastani, "Design of transmitted power pattern for non-uniform arrays on MIMO radars," M.Sc. Thesis, Sharif University of Technology, 1391 (In Persian).
- [13] A. Leshem, O. Naparstek, and A. Nehorai, "Information theoretic adaptive radar waveform design for multiple extended targets," *IEEE J. Sel. Topics Signal Process.*, vol. 1, no. 1, pp. 42–55, Jun. 2007.
- [14] H. L. V. Trees, "Optimum array processing Part IV of detection, estimation, and modulation theory," John Wiley, 2002.
- [15] S. Jardak, S. Ahmed, and M. Alouini, "Generation of correlated finite alphabet waveforms using gaussian random variables," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 62, no. 17, pp.4587–4596, Jul. 2014.

شکل (۱۰) نیز الگوی تشعشعی آنتن را با وجود ۳ هدف در زوایای 10° ، 0° و 10° و ۸ منبع تداخل در زوایای 61° ، 74° ، 57° ، 40° ، 44° ، 28° ، 25° و 23° نشان می‌دهد. همانطور که در شکل الگوی تشعشعی آنتن نیز دیده می‌شود، در هر ۸ تداخل تا حدود 40 dB افت توان ایجاد شده است. به همین دلیل توانسته است آن‌ها را به راحتی حذف کند.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، نسبت سیگنال به نویز به اضافه تداخل در رادارهای MIMO هم‌مکان، در حالتی که بیش از یک هدف در حال رهگیری باشند بهبود داده شد. در این پژوهش، الگوریتمی برای طراحی توأم بردار شکل‌دهی پرتو ارسال و دریافت توان به‌منظور پیشینه کردن نسبت توان سیگنال به تداخل به‌علاوه نویز در حضور چندین تداخل‌کننده وابسته به سیگنال در رادار MIMO ارائه شده است. در روش پیشنهادی قید استفاده از مدارات RF یکسان در همه آنتن‌های ارسال، که موجب توزیع توان یکنواخت بین آنتن‌ها می‌شود، در طراحی اعمال می‌شود. معیار طراحی توأم بردار ارسال و دریافت توان، حداکثر کردن نسبت سیگنال به تداخل به‌علاوه نویز در نظر گرفته شده است. برای حل مسئله یک الگوریتم تکراری ارائه شده است، که در هر مرحله از تکرار خود یک مسئله بهینه‌سازی محدب را حل می‌کند. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد، بهبود SINR برای همه اهداف به خوبی انجام می‌شود. همچنین در صورت نیاز به بهبود بیشتر با افزایش تعداد عنصرهای ارسال و دریافت آنتن می‌توان به نتیجه مطلوب رسید. الگوریتم ارائه شده به نحوی است که درجه آزادی رادار MIMO در حذف بیشترین تعداد تداخل را نیز حفظ کرده است.

۶- مراجع

- [1] C. Baixiao, L. Hongliang and Z. Shouhong, "Long-time coherent integration based on sparse-array synthetic impulse and aperture radar," *In Proc. CIE Int. Conf. Radar*, pp. 1062–1066A, October 2001.
- [2] P. Stoica, J. Li, and Y. Xie, "On probing signal design for MIMO radar," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 55, no. 8, pp. 4151–4161, Aug 2007.