

علمی- پژوهشی

تحلیل پایداری دینامیکی پوسته‌های استوانه‌ای مشبک کامپوزیتی تحت

بارهای هارمونیک با استفاده از نظریه دائل

حمیدعلی رضوانی^۱ علی داور^۲ محسن حیدری بنی^۳ جعفر اسکندری جم^۴ مجید اسکندری شهرکی^۵

دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

مهندسی مکانیک و مجتمع دانشگاهی مواد و فناوری‌های ساخت، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۱/۰۵؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۸/۰۹)

چکیده

در سازه‌های هوافضایی به دلیل نوسانات منابع تحریک‌کننده مانند نیروی پیشران موتور، امکان بروز پدیده ناپایداری دینامیکی که پدیده‌ای مخرب است، وجود دارد. لذا در این مقاله پایداری دینامیکی پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی چندلایه که با تقویت‌کننده مشبک ایزوگرید مقاوم شده است تحت بارگذاری ترکیبی نیروهای استاتیکی و متناوب با استفاده از نظریه دائل برای پوسته‌های جدار نازک مورد بررسی قرار گرفته است. با استفاده از روش سفتی معادل، سفتی سازه‌های مشبک کامپوزیتی نیز به روش آغشته‌سازی از تقویت‌کننده‌ها محاسبه شده است. بسط یک مد نرمال برای معادلات حرکت منجر به سیستم معادلات متیو-هیل می‌گردد. از روش بولتین برای تعیین نواحی ناپایداری برای حل معادلات متیو-هیل شده است. تأثیر مولفه‌های تقویت‌کننده‌های مشبک ایزوگرید از قبیل زاویه ریب‌ها، فاصله ریب‌های محیطی و حلقوی، سطح مقطع ریب‌ها و همچنین تأثیر نسبت‌های طول پوسته استوانه‌ای به شعاع و ضخامت به شعاع مورد آزمایش و مقایسه قرار گرفته است. اعتبارسنجی نتایج فرکانس طبیعی و پایداری دینامیکی با مقایسه با نرم‌افزار آباکوس و همچنین مقالات دیگر محققان صورت پذیرفته است. نتایج نشان می‌دهد که با کاهش زاویه ریب‌های مارپیچ، در پوسته‌های استوانه‌ای مشبک کامپوزیتی فرکانس اصلی ناپایداری افزایش و وسعت ناحیه ناپایداری کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: پوسته استوانه‌ای مشبک کامپوزیتی، پایداری دینامیکی، نظریه دائل، معادلات متیو-هیل.

A Dynamic Stability Analysis of Composite Grid-Stiffened Cylindrical Shells under Harmonic Loads Using the Donnelly Theory

H. Alirezvani¹ A. Davar² M. Heydari Beni³ J. Eskandari Jam⁴ M. Eskandari Shahraki⁵

Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

(Received: 25/03/2021; Accepted: 31/10/2021)

ABSTRACT

In aerospace structures, due to the fluctuations of excitation sources such as the engine propulsion, there is a possibility of dynamic instability, which is a destructive phenomenon. In this paper, the dynamic stability of composite grid-stiffened cylindrical shells under a combinational loading of static and fluctuating forces has been investigated using the Donnelly theory for thin-walled shells. Using the equivalent stiffness method, the stiffness of composite grid structures has also been calculated by the method of reinforcements impregnation. The development of a normal mode for motion equations leads to the system of Matthew-Hill equations. The Bolin method is used to determine the instability regions to solve the Matthew-Hill equations. The effect of iso-grid mesh reinforcement parameters such as the rib angle, circumferential and annular rib spacing and the rib cross section as well as the effect of cylindrical shell length to radius and thickness to radius ratios have been tested and compared. The validation of the natural frequency and dynamic stability results has been done by comparison with Abaqus software and other researchers' articles. The results show that by decreasing the angle of the helical ribs, in the shells of composite grid cylinders, the main instability frequency increases and the amplitude of the instability region decreases.

Keywords: Composite Grid-Stiffened Cylindrical Shell, Dynamic Stability, Donnelly Theory, Matthew-Hill Equations

^۱ کارشناسی ارشد: hamid.alirezvani@gmail.com

^۲ استادیار (نویسنده پاسخگو): davar78@gmail.com

^۳ دانشجوی دکتری: mohsenheydari1371@gmail.com

^۴ استاد: eskandari@mut.ac.ir

^۵ دانشجوی دکتری: mjdeskandari@gmail.com

۱- مقدمه

بسیاری از خرابی‌های سازه‌های مهندسی، تحت بارگذاری^۱ استاتیکی و یا دینامیک، به بی‌ثباتی یا ناپایداری ساختاری نسبت داده شده است که در آن تغییر شکل‌های بزرگ از سازه‌ها مشاهده می‌شوند. در مطالعه مباحث پایداری سازه، نوع بار است که ماهیت مسئله‌ای که باید حل شود را مشخص می‌کند.

وقتی که پوسته‌های استوانه‌ای تحت بارگذاری دینامیکی قرار می‌گیرند امکان دارد که دچار کمانش دینامیکی و ناپایداری شوند. اگر بار دینامیکی به‌طور ناگهانی اعمال شود و یا به‌طور آنی تغییر یابد مثلاً بارگذاری گذرا^۲، در آن صورت کمانش دینامیکی برای پوسته اتفاق می‌افتد. سازوکار کمانش دینامیکی مشابه کمانش استاتیکی است و تنها تفاوت موجود ملاحظه‌ی نیروی اینرسی علاوه بر آن می‌باشد که باعث می‌شود بار کمانشی دینامیکی کمتر از بار کمانشی استاتیکی برای همان سازه باشد؛ اما اگر بار دینامیکی متناوب^۳ باشد، یعنی بار اعمالی به‌صورت متناوب نسبت به زمان تغییر یابد در آن صورت سازوکار مثل ناپایداری دینامیکی، خیلی پیچیده‌تر خواهد شد.

در شرایط کمانشی استاتیکی، عامل اصلی ناپایداری تنها بار بحرانی می‌باشد. اما در شرایط دینامیکی نه تنها دامنه ارتعاشات بار دینامیکی بلکه فرکانس ارتعاشی طبیعی و نسبت آن با فرکانس ارتعاشی تحریک نقش مهمی بازی می‌کنند. وقتی فرکانس بار دینامیکی صفحه‌ای^۴ فرکانس ارتعاشی تحریک را ارضا نماید تشدید مولفه‌ای^۵ در سازه اتفاق خواهد افتاد که باعث می‌گردد ورق^۶ یا پوسته^۷ وارد یک حالت ناپایداری دینامیکی گردد.

بارهای خارجی اعمال شده در معادلات حرکت، در قالب ضرایب و مولفه‌ها ظاهر می‌شوند. به‌عنوان یک نتیجه، هنگامی که بارگذاری‌های دینامیکی و یا وابسته به زمان هستند، سیستم‌ها، سیستم‌های تحریک شده از لحاظ مولفه‌ای نامیده می‌شوند و بی‌ثباتی به صورت بی‌ثباتی یا ناپایداری مولفه‌ای و یا تشدید مولفه‌ای^۸ نامیده می‌شود.

رشد ترک‌های داخلی و خستگی و شکست ناشی از آن‌ها ممکن است سرانجام در کل سازه اثرات خطرناکی را باعث شود. بنابراین برای قابلیت اعتماد سازه‌ها، ورق و پوسته‌ها تحت بارگذاری دینامیکی تحقیق مسئله پایداری دینامیکی، بسیار حائز اهمیت خواهد بود. به خاطر پیچیدگی مسئله نتایج تحقیق در این زمینه بسیار اندک است.

یاماکی^۹ و ناگایی^{۱۰} به روش معادلات دانل، پایداری دینامیکی پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی را تحت بارگذاری برشی و محوری در چهار شرایط تکیه‌گاهی مختلف مورد بررسی قرار دادند. ایشان با استفاده از روش گلرکین و حل معادلات هیل تحقیق خود را انجام دادند [۱ و ۲].

گاناپاتی و همکاران^{۱۱} به بررسی پایداری دینامیکی صفحات کامپوزیتی منحنی شکل پرداخت. در این تحقیق تأثیر زاویه الیاف، تعداد لایه‌ها، ضخامت و شعاع صفحات مورد بررسی قرار گرفت [۳].

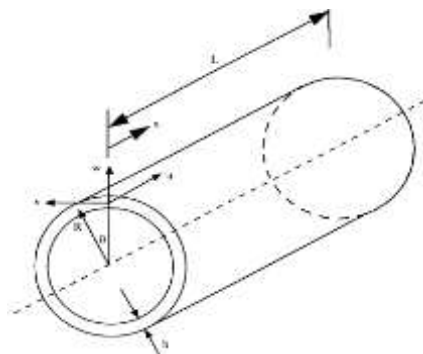
کینکای‌هان^{۱۲} به بررسی پایداری دینامیکی پوسته ضخیم استوانه‌ای پرداخت. در این تحقیق پوسته استوانه‌ای نیز تحت چرخش قرار دارد [۴].

در سال ۲۰۰۹ یزدانی و همکارانش به صورت تجربی به بررسی کمانش استوانه‌های مشبک کامپوزیتی پرداخته‌اند. در این تحقیق پوسته‌هایی با شبکه‌بندی‌های مختلف که توسط دستگاه پیچش الیاف ساخته شده بودند تحت بارگذاری شبه‌استاتیکی محوری قرار گرفتند [۵].

یزدانی و رحیمی در سال ۲۰۱۰ به بررسی تجربی مقاومت کمانشی پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده تحت بار محوری پرداختند. آن‌ها در بررسی‌های خود به این نتیجه رسیدند که در این سازه‌ها برای داشتن رفتار بهینه در مقابل کمانش، به مقداری حداقل از چگالی شبکه نیاز است. همچنین به این نتیجه رسیدند که در بارگذاری محوری، اثر تقویت‌کننده‌های مارپیچ از تقویت‌کننده‌های محیطی بیشتر است [۶ و ۷].

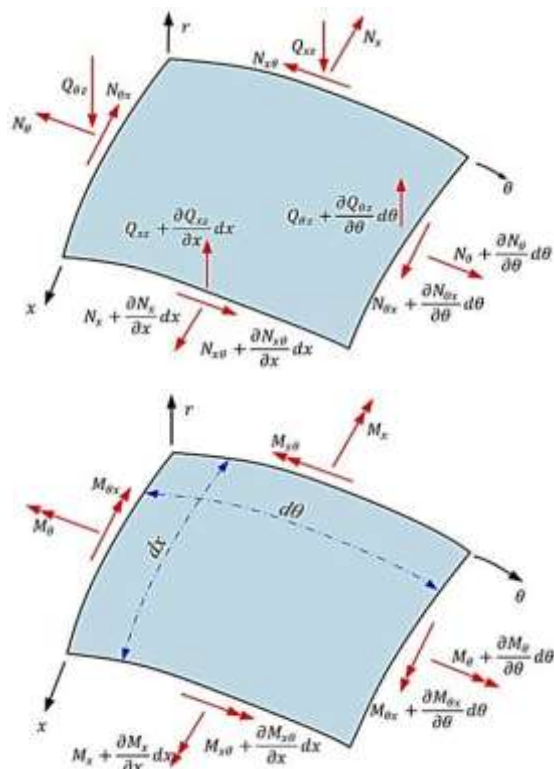
در سال ۲۰۱۱ یزدانی و رحیمی به بررسی تجربی اثر بارگذاری و باربرداری محوری سیکلی بر پوسته‌های ساده و مشبک کامپوزیتی پرداختند. نتایج این مطالعات نشان

¹ Loadings² Impulsive Loading³ Periodically⁴ In - Plane Dynamic Loading⁵ Parametric Resonance⁶ Plate⁷ Sheel⁸ Parametric Resonance⁹ Yamaki¹⁰ Nagai¹¹ Ganapathi¹² Qinkai Han



شکل (۱): سیستم مختصات پوسته استوانه‌ای [۱۲]

در شکل ۲ یک المان از پوسته نشان داده شده است. $M_x, M_\theta, M_{x\theta}, M_{\theta x}$ منتجه‌های گشتاور و $N_x, N_\theta, N_{\theta x}, N_{x\theta}, Q_x, Q_\theta$ منتجه‌های نیرو می‌باشد. مجموع نیروهای اینرسی و تحریک‌های خارجی P_z, P_y, P_x متغیر با زمان در جهت‌های θ, x و z هستند. نیروی محوری ثابت N_a به صورت گسترده یکنواخت بر روی دو لبه انتهایی پوسته فرض می‌شود. برای به دست آوردن معادلات تعادل، کافی است معادلات تعادل نیروها و گشتاورها را بر اساس اصل دالامبر، در جهت محورهای مختصات و حول آن‌ها به دست آوریم [۱۳].



شکل (۲): یک المان از پوسته با نیروها و گشتاورهای گسترده وارد بر آن [۱۴].

می‌داد که برای بارگذاری سیکلی، پوسته‌های مشبک کارایی بهتری نسبت به پوسته‌های ساده دارند. همچنین رشد تخریب در پوسته‌های مشبک نسبت به پوسته‌های ساده کندتر است [۸].

در سال ۲۰۱۳ قاسمی و همکارانش بر اساس روش معادل‌سازی و با استفاده از نظریه برشی مرتبه اول روش جدیدی برای تحلیل کمانش پوسته‌های مشبک کامپوزیتی ارائه کردند که اثر نیروهای برشی عرضی تقویت‌کننده‌ها نیز در آن لحاظ شده است. همچنین اثر برخی مولفه‌های هندسی مؤثر بر بار کمانشی بررسی شده است [۹].

در سال ۲۰۱۵ رحیمی و طالع‌زاده روش تحلیلی جدیدی برای تحلیل پوسته‌های مشبک کامپوزیتی به شیوه معادل‌سازی ارائه دادند که تفاوت اصلی این روش و سایر روش‌ها در نحوه ترکیب کردن مولفه‌های سفتی پوسته و تقویت‌کننده‌ها و محاسبه سفتی پوسته نهایی است. در این روش یک پوسته سه لایه به گونه‌ای تعیین می‌شود که حجم و سفتی آن برابر حجم و سفتی تقویت‌کننده‌ها باشد. با قرار دادن این سه لایه در کنار لایه‌های پوسته اصلی، به راحتی می‌توان سفتی پوسته نهایی را محاسبه نمود که نسبت به حالت‌های پیشین، اختلاف کمتری با نتایج المان محدود دارد [۱۰].

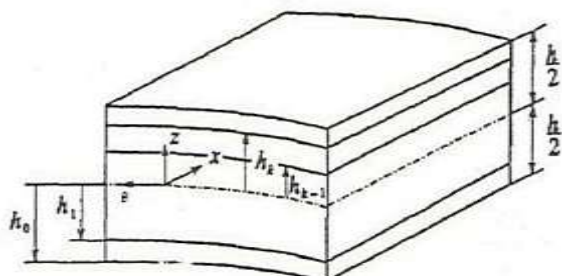
در پژوهش حاضر به منظور تحلیل پایداری دینامیکی سازه‌های مشبک با استفاده از نظریه معادل‌سازی، سفتی پوسته تقویت‌شده مدل شده و سپس تحلیل پایداری دینامیکی سازه انجام می‌شود. همچنین در این تحقیق به منظور انجام تحلیل کمانش پوسته استوانه‌ای مشبک تحت بارگذاری محوری فشاری نیز از نظریه معادل‌سازی اثر تقویت‌کننده‌ها مشابه با مراجع [۱۱] استفاده شده است.

۲- معادلات تعادل پوسته‌های استوانه‌ای

شکل ۱ یک پوسته استوانه‌ای با شعاع R ، ضخامت h و طول L را به همراه مختصات مرجع نشان می‌دهد. سطح میانی پوسته به عنوان سطح مرجع در نظر گرفته می‌شود و دستگاه (x, θ, z) روی آن قرار داده شده است. w, v, u مؤلفه‌های جابه‌جایی در جهت‌های محوری (x) ، محیطی (θ) و شعاعی (z) هستند و مشخص‌کننده تغییر شکل پوسته می‌باشند.

۳- روابط حاکم بر پوسته‌های کامپوزیتی لایه‌ای

شکل ۳ ساختار لایه‌های یک پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی با ضخامت h و دارای k لایه را مشخص می‌کند.



شکل (۳): چیدمان لایه‌های پوسته

استوانه‌ای کامپوزیتی [۱۸]

برای یک پوسته جدار نازک حالت تنش صفحه‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرد و روابط تنش- کرنش مربوطه عبارت‌اند از [۱۷ و ۱۸]:

$$\{\sigma\} = [\bar{Q}]\{\varepsilon\} \quad (۶)$$

که $\{\sigma\}$ بردار تنش و $\{\varepsilon\}$ بردار کرنش می‌باشند و به ترتیب به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\{\sigma\}^T = \{\sigma_x, \sigma_\theta, \sigma_{x\theta}\} \quad (۷)$$

$$\{\varepsilon\}^T = \{\varepsilon_x, \varepsilon_\theta, \varepsilon_{x\theta}\} \quad (۸)$$

$[\bar{Q}]$ ماتریس سفتی تبدیل یافته کاهش‌یافته^۱ است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$[\bar{Q}_{ij}] = [T]^{-1}[Q_{ij}][T]^{-T} \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (۹)$$

T ماتریس تبدیل بین مختصات اصلی ماده و مختصات پوسته می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۸]:

$$T = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & -\sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (۱۰)$$

در این روابط θ نمایانگر زاویه الیاف است (جهت مثبت زوایا در خلاف جهت عقربه‌های ساعت). [Q] ماتریس سفتی کاهش‌یافته است و به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۹]:

$$[Q_{ij}] = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (۱۱)$$

رابطه تعادل نیروهای وارد بر جزء پوسته در شکل ۲ در جهت x را می‌توان به صورت زیر نوشت [۱۵]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial N_x}{\partial x} dxRd\theta + \frac{\partial N_{\theta x}}{\partial \theta} dx d\theta \\ & - N_\theta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) dx d\theta \\ & - N_{x\theta} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} dxRd\theta \\ & - Q_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dxRd\theta \\ & - Q_\theta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) dx d\theta \\ & + RP_x = 0 \end{aligned} \quad (۱)$$

دو رابطه تعادل دیگر نیز مشابه با رابطه بالا به دست می‌آید. در نتیجه پس از ساده‌سازی سه رابطه تعادل در جهت‌های x, θ, z به صورت زیر به دست می‌آید [۱۵ و ۱۶]:

$$\begin{aligned} R \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{\theta x}}{\partial \theta} + RP_x &= 0 \\ \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + R \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} + RP_y &= 0 \\ R \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_\theta}{\partial \theta} + N_\theta + RN_a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - RP_z &= 0 \end{aligned} \quad (۲)$$

علاوه بر تعادل نیروها، تعادل گشتاورها نیز باید برقرار باشد. اگر در این معادلات از عبارات‌های غیرخطی صرف نظر شود، روابط تعادل گشتاورهای خطی شده به صورت زیر خواهد بود [۱۶]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} - R \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x} - RQ_\theta &= 0 \\ R \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial \theta} - RQ_x &= 0 \\ N_{\theta x} &= N_{x\theta} \end{aligned} \quad (۳)$$

حال با ترکیب روابط ۲ با روابط ۳، معادلات تعادل پوسته‌های استوانه‌ای بر اساس نظریه خمش به صورت زیر به دست خواهد آمد [۱۷، ۱۵]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial \theta} &= \rho_t \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} &= \rho_t \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial^2 M_{x\theta}}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 M_\theta}{\partial \theta^2} - \frac{1}{R} N_\theta \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left(N_a \frac{\partial w}{\partial x} \right) = \rho_t \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (۴)$$

که در آن u, v و w مؤلفه‌های جابجایی برای یک جزء دیواره پوسته به صورت زیر می‌باشد [۱۷].

$$\rho_t = \int_{-h/2}^{h/2} \rho(z) dz \quad (۵)$$

^۱ Reduced Transformed Stiffness Matrix

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_\theta \\ N_{x\theta} \\ M_x \\ M_\theta \\ M_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} & B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} & D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \gamma \\ k_1 \\ k_2 \\ \tau \end{Bmatrix} \quad (15)$$

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}(1, z, z^2) dz \quad (i, j = 1, 2, 6)$$

با استفاده از روابط کرنش- تغییر مکان ۱۴ در رابطه ۵ به روابط زیر دست پیدا می‌کنیم [۲۰]:

$$\begin{aligned} N_x &= A_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{A_{12}}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right) - B_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{B_{12}}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \\ N_\theta &= A_{12} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{A_{22}}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right) - B_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{B_{22}}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \\ N_{x\theta} &= \frac{A_{66}}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} + A_{66} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{2B_{66}}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} \\ M_x &= B_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{B_{12}}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right) - D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{D_{12}}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \\ M_\theta &= B_{12} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{B_{22}}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right) - D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{D_{22}}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \\ M_{x\theta} &= \frac{B_{66}}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} + B_{66} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{2D_{66}}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} \end{aligned} \quad (16)$$

با جایگزینی روابط ۱۶ در روابط ۴، تعادل به صورت زیر خلاصه می‌شود [۲۰]:

$$\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -Rp_x \\ -Rp_y \\ -Rp_z \end{Bmatrix} \quad (17)$$

L_{ij} عملگرهای دیفرانسیلی هستند که در پیوست الف آورده شده‌اند.

۴- تحلیل کمانش پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی

به منظور انجام تحلیل مقدار ویژه کمانش، ابتدا باید اثر عبارات مربوط به زمان، از معادلات تعادل حذف شوند. فرض

Q_{ij} ها برای یک ماده ارتوتروپیک عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_{11}}{(1-\nu_{12}\nu_{21})}, \quad Q_{22} = \frac{E_{22}}{(1-\nu_{12}\nu_{21})} \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{21}E_{11}}{(1-\nu_{12}\nu_{21})}, \quad Q_{66} = G_{12} \end{aligned} \quad (11)$$

E_{11} و E_{22} مدول‌های الاستیک در جهات اصلی، G_{12} مدول برشی، ν_{12} و ν_{21} ضرایب پواسون هستند.

مؤلفه‌های بردار کرنش در معادله ۶، به صورت توابع خطی از مختصه ضخامت z به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} e_x &= e_1 + zk_1 \\ e_\theta &= e_2 + zk_2 \\ e_{x\theta} &= \gamma + z k_{12} \end{aligned} \quad (12)$$

که در این رابطه $e_x, e_\theta, e_{x\theta}$ کرنش محوری، محیطی و برشی درون صفحه‌ای می‌باشند. e_1, e_2, γ کرنش‌های سطح میانی و k_1, k_2, k_{12} انحناهای سطح میانی می‌باشند. باید کرنش و انحنا توسط روش دائل محاسبه شوند، داریم [۲۰]:

$$\begin{aligned} e_x &= \frac{e_1 + zk_1}{1 + \delta_F(z/R_x)} \\ e_\theta &= \frac{e_2 + zk_2}{1 + \delta_F(z/R_\theta)} \\ e_{x\theta} &= \frac{\gamma(1 - \delta_F(z^2/R_x R_\theta)) + z\tau \left(\frac{1 + \delta_F(z/2)}{(1/R_x + 1/R_\theta)} \right)}{(1 + \delta_F(z/R_x))(1 + \delta_F(z/R_\theta))} \\ k_1 &= (\delta_F + \delta_l + \delta_s) \frac{1}{R_x} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ k_2 &= (\delta_F + \delta_l + \delta_s) \frac{1}{R_\theta^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{1}{R_\theta^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \\ \tau &= -\frac{2}{R_\theta} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} + (2\delta_F + \delta_l + \delta_s) \left(\frac{1}{R_x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{R_\theta^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \delta_s \left(\frac{1}{R_\theta} - \frac{1}{R_x} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{R_\theta} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

بر اساس روابط دائل داریم [۲۰]:

$$\delta_F = \delta_l = \delta_s = 0$$

در نتیجه روابط کرنش‌ها به صورت زیر خواهد بود [۲۰]:

$$\begin{aligned} e_x &= \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ e_\theta &= \frac{1}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right) - z \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \\ e_{x\theta} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} - z \frac{2}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} \end{aligned} \quad (14)$$

روابط بین متجه‌های نیرو و گشتاور بر اساس نظریه

کلاسیک لایه‌ها^۱ در رابطه (۱۵) تعریف می‌شوند [۱۹].

¹ Classical Lamination Theory

۵- هنجارسازی کردن حالت‌های ارتعاشی پوسته‌های استوانه‌ای

تعامد حالت‌های ارتعاشی پوسته استوانه‌ای نسبت به ماتریس‌های جرم و سفتی پوسته، از خواص مهم حالت‌های ارتعاشی آن می‌باشد. اگر فرض شود ماتریس جرم پوسته به صورت $[M]_{mn}$ باشد، شرایط تعامد شکل حالت‌های پوسته نسبت به این ماتریس جرم، به صورت زیر است [۲۲]:

$$\int_0^L \int_{-\pi}^{\pi} \{\bar{\Delta}\}_{mn}^T [M]_{mn} \{\bar{\Delta}\}_{ij} dx d\theta = \begin{cases} = 0 & \text{if } m \neq i \text{ or } n \neq j \\ \neq 0 & \text{if } m = i \text{ or } n = j \end{cases} \quad (21)$$

$$\{\bar{\Delta}\}_{mn} = \begin{Bmatrix} \bar{A}_{mn} \\ \bar{B}_{mn} \\ \bar{C}_{mn} \end{Bmatrix}$$

که عبارت‌های \bar{A}_{mn} ، \bar{B}_{mn} ، \bar{C}_{mn} در رابطه ۱۹ تعریف شده‌اند. برای به‌دست آوردن شکل حالت‌های هنجارسازی شده^۱ پوسته نسبت به ماتریس جرم داریم [۲۲]:

$$\int_0^L \int_{-\pi}^{\pi} \{\bar{\Delta}\}_{mn}^T [M]_{mn} \{\bar{\Delta}\}_{ij} dx d\theta = 1 \quad (22)$$

و در نتیجه بردارهای توابع شکل حالت‌های هنجارسازی شده تعیین می‌شوند. از شکل حالت‌های هنجارسازی شده، می‌توان در تحلیل ارتعاشات اجباری استفاده کرد. با نوشتن معادله ۲۳، ضرایب ثابت شکل حالت هنجارسازی شده برای پوسته با شرایط مرزی مختلف قابل استخراج است که در زیر به آن اشاره می‌شود [۲۲]:

$$\{\bar{\Delta}\}_{mn} = \begin{Bmatrix} \bar{A}_{mn} \\ \bar{B}_{mn} \\ \bar{C}_{mn} \end{Bmatrix} = \begin{cases} A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{L} \cos n\theta \\ B_{mn} \sin \frac{m\pi x}{L} \sin n\theta \\ C_{mn} \sin \frac{m\pi x}{L} \cos n\theta \end{cases} \quad (23\text{-الف})$$

به طوری‌که:

$$A_{mn} = \sqrt{\frac{2}{\pi L [M_{11} + t_{mn}^2 M_{22} + r_{mn}^2 M_{33}]}} \quad (23\text{-ب})$$

$$B_{mn} = t_{mn} A_{mn}$$

$$C_{mn} = r_{mn} A_{mn}$$

شده است منتجه‌های تنش اولیه غشایی σ_x^i به صورت زیر تعریف شده باشند [۲۱]:

$$N_x^i = \sigma_x^i h \quad (18\text{-الف})$$

فرض می‌کنیم یک مشخصه بارگذاری مانند N_0^i (یا همان مقدار ویژه مجهول) وجود داشته باشد به طوری‌که:

$$\sigma_x^i = k_x \frac{N_0^i}{h} \quad (18\text{-ب})$$

و در نتیجه:

$$N_x^i = \sigma_x^i h = k_x N_0^i \quad (18\text{-ج})$$

k ثابت توصیف‌کننده بار در جهات مختلف است.

برای انجام تحلیل کمانش، در معادلات تعادل ۴ نیروهای خارجی اولیه وارد شده در معادلات از معادله (۱۸) قرار داده شده است. سپس مشابه با آنچه درباره تحلیل ارتعاشات آزاد ذکر شد، به ازای هر یک از مقادیر m و n یک دستگاه معادلات به صورت زیر حاصل شده است [۲۱]:

$$\int_0^L \int_{-\pi}^{\pi} (L_{11}u + L_{12}v + L_{13}w - k_x N_0^i) U dx d\theta = 0$$

$$\int_0^L \int_{-\pi}^{\pi} (L_{21}u + L_{22}v + L_{23}w - k_\theta N_0^i) V dx d\theta = 0 \quad (19)$$

$$\int_0^L \int_{-\pi}^{\pi} (L_{31}u + L_{32}v + L_{33}w - k_z N_0^i) W dx d\theta = 0$$

با انجام انتگرال‌گیری و دسته‌بندی ضرایب، معادله مقدار ویژه زیر حاصل می‌شود [۲۱]:

$$[[G]_{mn} - N_0^i [E]_{mn}] \{\Delta\}_{mn} = [\gamma']_{mn} \{\Delta\}_{mn} = 0 \quad (20\text{-الف})$$

با قرار دادن دترمینان ماتریس $[\gamma']_{mn}$ مساوی صفر، معادله فرکانسی پوسته استوانه‌ای با شرایط مرزی مورد نظر به دست می‌آید:

$$\det [\gamma']_{mn} = 0 \Rightarrow C_1 N_0^i{}^3 + C_2 N_0^i{}^2 + C_3 N_0^i + C_4 = 0 \quad (20\text{-ب})$$

از حل این معادله نیروی بحرانی پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی محاسبه می‌شود که کمترین مقدار آن به عنوان نیروی بحرانی کمانش قابل قبول می‌باشد.

¹ Normalized Mode Shapes

که در این روابط:

$$t_{mn} = \frac{\Omega_{21}\Omega_{13} - \Omega_{23}\Omega_{11}}{\Omega_{12}\Omega_{23} - \Omega_{22}\Omega_{13}} \quad (23-ج)$$

$$r_{mn} = \frac{\Omega_{11}\Omega_{22} - \Omega_{12}\Omega_{21}}{\Omega_{12}\Omega_{23} - \Omega_{22}\Omega_{13}}$$

در روابط بالا t_{mn} و r_{mn} عناصر Ω_{ij} همان درایه‌های ماتریس $[\gamma']_{mn}$ معرفی شده در رابطه 20 هستند.

۶- ارتعاشات اجباری پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی تحت نیروی هارمونیک محوری

نیروی متناوب (هارمونیک) محوری در واحد طول برابر است با:

$$N_a = N_0 + N_s \cos Pt \quad (24-الف)$$

که در آن P فرکانس تحریک برحسب رادیان بر ثانیه در واحد زمان می‌باشد. معادلات حرکت را می‌توان با استفاده از بسط تابع ویژه حالت‌های نرمال یک پوسته استوانه‌ای، تحت بار محوری ثابت N_0 با مؤلفه نوسانی $N_s = 0$ حل کرد.

جهت حل معادلات حرکت که شامل مؤلفه نوسانی N_s است، یک راه‌حل به شکل زیر در نظر گرفته شده که جواب برای تمام شکل حالت‌ها در آن گنجانده شده است [۲۱].

$$u_{mnj} = \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mnj} q_{mnj}(t) \cos \lambda_m x$$

$$v_{mnj} = \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_{mnj} q_{mnj}(t) \sin \lambda_m x \quad (24-ب)$$

$$w_{mnj} = \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mnj} q_{mnj}(t) \sin \lambda_m x$$

• که $q_{mnj}(t)$ مختصات تعمیم‌یافته^۱ می‌باشد. جایگذاری سه معادله فوق در معادلات ۱۷ داریم [۲۱].

$$\sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (\ddot{q}_{mnj} + \omega_{mnj}^2 q_{mnj}) \alpha_{mnj} \cos \lambda_m x \cos n\theta = 0$$

$$\sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (\ddot{q}_{mnj} + \omega_{mnj}^2 q_{mnj}) \beta_{mnj} \sin \lambda_m x \sin n\theta = 0 \quad (25-الف)$$

$$\sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (\ddot{q}_{mnj} + \omega_{mnj}^2 q_{mnj}) \sin \lambda_m x \cos n\theta - \frac{1}{\rho_t} \lambda_m \cos Pt \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{mnj} \frac{\partial}{\partial x} (N_s \cos \dots) = 0$$

تعریف می‌کنیم:

$$\alpha_{mnj} = \frac{A_{mnj}}{C_{mnj}}, \quad \beta_{mnj} = \frac{B_{mnj}}{C_{mnj}} \quad (25-ب)$$

با استفاده از شرط تعامد، در معادله ۲۵ سطر اول را در $\alpha_{rsi} \cos \lambda_r x \cos s\theta$ سطر دوم را در $\beta_{rsi} \sin \lambda_r x \sin s\theta$ و سطر سوم را در $\sin \lambda_r x \cos s\theta$ ضرب می‌کنیم. معادلات حاصل برابر است با [۲۲ و ۲۹]:

$$M_{IJ} \ddot{q}_J + (K_{IJ} - \cos Pt Q_{IJ}) q_J = 0 \quad (26)$$

که M_{IJ} ، K_{IJ} ، Q_{IJ} ماتریس و q_J و \ddot{q}_J بردارهای ستونی هستند. این دستگاه معادلات، به متیو-هیل معروف است.

زیرنویس‌های r, s, i, m, n, j, I, J دارای مقادیر (محدوده‌های) زیر می‌باشند:

$$r, s, m, n = 1, 2, 3, 4, \dots, N$$

$$i, j = 1 \quad (27)$$

$$I, J = 1, 2, 3, 4, \dots, (N \times N \times 3)$$

که ماتریس‌های M_{IJ} ، K_{IJ} ، Q_{IJ} برابرند با [۲۲]:

$$M_{IJ} = \int_0^L \int_0^{2\pi} (\alpha_I \alpha_J \cos \lambda_r x \cos s\theta \cos \lambda_m x \cos n\theta + \beta_I \beta_J \sin \lambda_r x \sin s\theta \sin \lambda_m x \sin n\theta + \sin \lambda_r x \cos s\theta \sin \lambda_m x \cos n\theta) d\theta dx$$

$$= \begin{cases} \pi L / 2 (1 + \beta_I \beta_J + \alpha_I \alpha_J) & I = J \\ 0 & I \neq J \end{cases} \quad (28)$$

$$K_{IJ} = \omega_j^2 M_{IJ}$$

$$Q_{IJ} = \frac{1}{\rho_t} \lambda_m \int_0^L \int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} (N_s \cos \lambda_m x \cos n\theta) \sin \lambda_r x \cos s\theta d\theta dx$$

$$= \begin{cases} -\pi L / (2\rho_t) \lambda_r \lambda_m N_s & I = J \\ 0 & I \neq J \end{cases}$$

¹ Generalized Coordinate

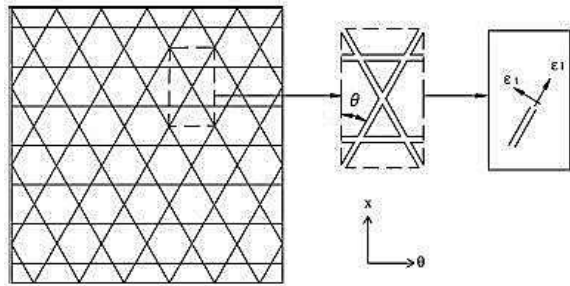
$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \varepsilon_x^\circ + \left(\frac{H}{2}\right)k_x \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_y^\circ + \left(\frac{H}{2}\right)k_y \\ \varepsilon_{xy} &= \varepsilon_{xy}^\circ + \left(\frac{H}{2}\right)k_{xy}\end{aligned}\quad (31)$$

این کرنش‌ها برابر کرنش تقویت‌کننده‌هاست که در آن H ضخامت تقویت‌کننده‌ها است.

با توجه به شکل ۴، نیروی داخلی تمامی تقویت‌کننده‌ها، هم‌جهت با محور مختصات انتخابی نیست. لذا، باید از ماتریس تبدیل استفاده شود. برای محاسبه کرنش‌ها در راستای طولی و عرضی تقویت‌کننده‌ها رابطه ۳۱ در ماتریس انتقال ضرب شد. رابطه ۳۲ این کرنش‌ها را در راستای تقویت‌کننده‌ها بیان می‌کند. [۲۵]

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_l \\ \varepsilon_t \\ \varepsilon_{lt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & sc \\ s^2 & c^2 & -sc \\ -2sc & 2sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix}\quad (32)$$

c و s به ترتیب کسینوس و سینوس زاویه θ است که زاویه چرخش سطح مقطع تقویت‌کننده نسبت به محور پوسته استوانه‌ای است.



شکل (۴): سلول واحد سازه مشبک [۲۶]

۸-۲- سفتی معادل سازه در نظریه کلاسیک لایه‌ها

سفتی معادل تقویت‌کننده‌ها بر مبنای نظریه کلاسیک لایه‌ها مطابق روابط زیر است [۲۵]:

$$A^{st} = AE \begin{bmatrix} \frac{2c^3}{a} & \frac{2s^2c}{a} & 0 \\ \frac{2c^2s}{b} & \frac{(2s^3 + 2)}{b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2c^2s}{b} \end{bmatrix}\quad (33)$$

$$B^{st} = AEH \begin{bmatrix} \frac{c^3}{a} & \frac{s^2c}{a} & 0 \\ \frac{2s^2c}{b} & \frac{(2s^3 + 2)}{2b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{c^2s}{b} \end{bmatrix}\quad (34)$$

۷- حل معادلات ارتعاشات اجباری هارمونیک

متیو- هیل

پاسخ با دوره $2T$ از اهمیت عملی بیشتری به‌عنوان عرض این نواحی ناپایداری که معمولاً بزرگ‌تر از نواحی پاسخ‌های دارای دوره T می‌باشند، برخوردار است. با استفاده از تقریب اول بولوتین پاسخ‌های تناوبی با دوره $2T$ را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$f = a \sin \frac{Pt}{2} + b \cos \frac{Pt}{2}\quad (29)$$

که در آن a و b بردار دلخواه می‌باشد.

جایگزینی معادله ۲۹ در معادله ۲۶ و برابری ضرایب عبارات $\sin \frac{Pt}{2}$ و $\cos \frac{Pt}{2}$ یک مجموعه معادلات جبری همگن خطی در عبارات a و b را می‌توان به‌دست آورد. شرایط برای پاسخ‌های غیر بدیهی برابر است با:

$$\det \begin{bmatrix} K_{IJ} - \frac{1}{2}Q_{IJ} - \frac{1}{4}P^2M_{IJ} & 0 \\ 0 & K_{IJ} + \frac{1}{2}Q_{IJ} - \frac{1}{4}P^2M_{IJ} \end{bmatrix} = 0\quad (30)$$

که صفر یک ماتریس تهی $N \times N$ می‌باشد [۲۲].

۸- معادل‌سازی سازه مشبک

۸-۱- انتخاب المان معادل

برای تعیین ماتریس سفتی تقویت‌کننده‌ها، ابتدا یک سلول واحد به‌گونه‌ای انتخاب می‌شود که معرف خصوصیات کل ساختار تقویت‌شده باشد. در این روند، عکس‌العمل‌های نیرویی و ممان تقویت‌کننده‌ها بر روی پوسته، به‌عنوان تابعی از انحناها و کرنش‌های صفحه میانی پوسته $(\varepsilon_x^\circ, \varepsilon_y^\circ, \varepsilon_{xy}^\circ, k_x, k_y, k_{xy})$ مورد تحلیل قرار می‌گیرد [۲۳]. در این روش، فرضیاتی در نظر گرفته شده است که عبارت‌اند از:

(۱) با توجه به اینکه ابعاد سطح مقطع در مقایسه با طول تقویت‌کننده‌ها بسیار کوچک است، تقویت‌کننده‌ها فقط بارهای در راستای محورشان را تحمل می‌کنند.

(۲) کرنش، در سرتاسر سطح مقطع عرضی تقویت‌کننده‌ها، یکنواخت است.

کرنش در سطح داخلی پوسته، محل تلاقی پوسته و تقویت‌کننده‌ها طبق رابطه (۳۱) می‌باشد [۲۴]:

۱۰- صحت‌سنجی فرکانس طبیعی پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی مشبک

به‌منظور صحت‌سنجی فرکانس‌های طبیعی سازه، با استفاده از معادله ۲۴ فرکانس‌های پوسته استوانه‌ای مشبک به روش دائل و معادل‌سازی سازه مشبک محاسبه می‌شود و با نتایج نرم‌افزار آباکوس مقایسه می‌شوند.

مشخصات پوسته استوانه‌ای و تقویت‌کننده مشبک کامپوزیتی به‌صورت زیر است [۲۷]:

جدول (۱): مشخصات پوسته استوانه‌ای و تقویت‌کننده مشبک مقاله صیاد [۲۷]

تقویت‌کننده مشبک		پوسته	
۷	H	۰/۵	t (mm)
۶۰۰	R	۶۰۰	R (mm)
۱۱۲۶	L	۱۱۲۶	L (mm)
۴۳×۱۰^۹	E_1	۴۳×۱۰^۹	E_1 (GPa)
۱۰×۱۰^۹	E_2	۱۰×۱۰^۹	E_2 (GPa)
۴×۱۰^۹	G_{12}	۴×۱۰^۹	G_{12} (GPa)
۰/۲۵۶	ν_{12}	۰/۲۵۶	ν_{12}
۳۵۱/۳۴	طول سلول واحد (mm)	$[۹۰^\circ/۰^\circ/۹۰^\circ]$	لایه‌چینی
۱۷۱/۰۲	عرض سلول واحد (mm)		
$۲۶/۰۸^\circ$	φ		
۴۹	A (mm ²)		

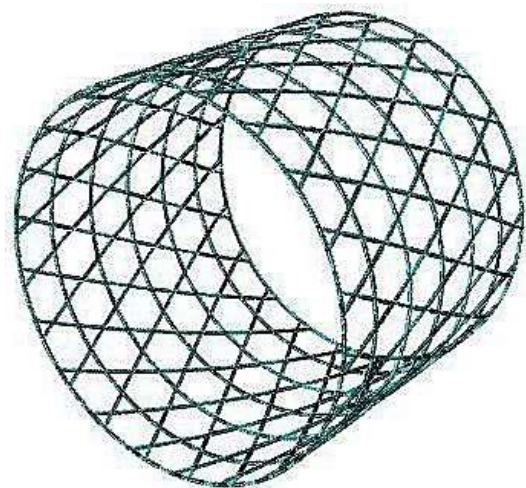
در حالت پوسته استوانه‌ای مشبک با استفاده از روابط ۳۳ تا ۳۵ ماتریس سفتی پوسته استوانه‌ای و پوسته محاسبه شده و این مقادیر را در معادلات دائل جاگذاری می‌کنیم.

به‌منظور استفاده از معادلات ۳۳ تا ۳۵ نیازمند استخراج کسر حجمی تقویت‌کننده و پوسته هستیم. با توجه به اینکه سازه‌های مشبک از جمله سازه‌های پیچیده هستند، این امر به سادگی امکان‌پذیر نیست. بدین منظور از نرم‌افزار آباکوس

$$D^{st} = AEH^2 \begin{bmatrix} \frac{c^3}{2a} & \frac{s^2c}{2a} & 0 \\ \frac{c^2s}{2b} & \frac{(2s^3+2)}{4b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{c^2s}{2b} \end{bmatrix} \quad (۳۵)$$

۹- مدل‌سازی و تحلیل در نرم‌افزار آباکوس^۱

برای بررسی صحت جواب‌های به‌دست‌آمده از تحلیل‌های ارتعاشات آزاد و اجباری، پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی در نرم‌افزار آباکوس مدل‌سازی و تحلیل‌های حل دینامیک در مورد آن انجام شد. استوانه کامپوزیتی در این قسمت به روش پوسته^۲ مدل شده است. به‌منظور مدل‌سازی تقویت‌کننده مشبک، ابتدا سلول واحدی از تقویت‌کننده را مدل کرده و سپس با دوران آن حول محور پوسته استوانه‌ای مدل‌سازی را تکمیل می‌کنیم. با دوران این سلول واحد و تعریف قید چسب^۳ بین سلول واحدها، مدل تقویت‌کننده مشبک به پایان می‌رسد. برای مش بندی از المان S4R استفاده شده است. شایان‌ذکر است که به‌منظور همگرایی جواب‌های مسئله، حل‌های متعددی با تعداد المان‌های متفاوت انجام‌شده که درنهایت، تعداد بهینه المان‌ها، ۱۲۴۲۰ عدد انتخاب شده است. نمایی از مدل مش بندی شده سازه در شکل ۵ نمایش داده شده است.



شکل (۵): مدل‌سازی تقویت‌کننده مشبک

^۱ Abaqus

^۲ Shell

^۳ Tie

۱۱- مطالعه مولفه‌های پایداری پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی

به منظور مشخص نمودن تأثیر اضافه کردن تقویت کننده مشبک به پوسته استوانه‌ای ابتدا باید پایداری دینامیکی پوسته استوانه‌ای بدون تقویت کننده مشبک را بررسی نمود و نتایج را با حالتی که پوسته به همراه تقویت کننده است مقایسه نمود.

۱۱-۱- تأثیر مولفه طول پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی

بدین منظور ابتدا به بررسی پایداری دینامیکی پوسته استوانه‌ای بدون تقویت کننده می‌پردازیم. مشخصات پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی با لایه‌چینی $[90^\circ/0^\circ/90^\circ]$ بدون تقویت کننده مشبک به صورت زیر است [۲۷]:

$$E_1 = 43 \times 10^9 \text{ (GPa)}$$

$$E_2 = 10 \times 10^9 \text{ (GPa)}$$

$$G_{12} = 4 \times 10^9 \text{ (GPa)}$$

$$\nu_{12} = 0.256$$

$$\rho = 1850 \text{ kg/m}^3$$

$$L/R = 1/6, \quad R/h = 1200$$

$$N_{cr} = \frac{E_2 h^2}{R[3(1 - \nu_{12}^2 \nu_{21}^2)]^{1/2}}$$

رابطه بی‌بعد کننده فرکانس اصلی ناپایداری به صورت زیر است:

$$P = 2\pi R p \left(\frac{\rho_t}{A_{11}} \right)^{1/2}$$

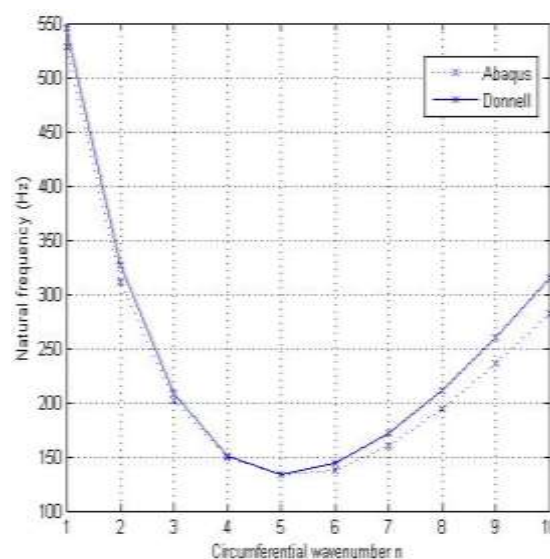
نتایج فرکانس‌های ناپایداری برای حالات مختلف در جدول ۲ ارائه شده است. همه نتایج حاضر، به جز مواردی که ذکر شده است (شکل‌های ۶ و ۱۲)، با استفاده از تئوری دانیل به دست آمده‌اند. در جداول ۲ و ۳ مشاهده می‌گردد با افزایش مقدار L/R مولفه فرکانس اصلی ناپایداری تحت بارگذاری کششی و فشاری کاهش می‌یابد.

برای تعیین کسر حجمی تقویت کننده و پوسته استفاده می‌کنیم، بدین صورت که حجم تقویت کننده مشبک و پوسته مدل شده در نرم‌افزار کسر حجمی تقویت کننده و پوسته در مقاله مرجع به صورت زیر است:

$$V_{St} = 0.165, \quad V_{Sh} = 0.135$$

نتایج به دست آمده به روش متیو و مقاله مرجع برای

$m=1$ به صورت زیر است:



شکل (۶): مقایسه فرکانس‌های طبیعی پوسته استوانه‌ای مشبک کامپوزیتی به روش نظریه حاضر و نرم‌افزار آباکوس

همان‌طور که از شکل ۶ مشخص است نحوه تغییر فرکانس‌های طبیعی پوسته استوانه‌ای مشبک کامپوزیتی به روش دانیل و نرم‌افزار آباکوس نسبتاً منطبق و یکسان است. علت این مقدار اختلاف نیز به دلیل استفاده از روش تقریبی معادل‌سازی سازه مشبک است که باعث ایجاد این مقدار اختلاف شد.

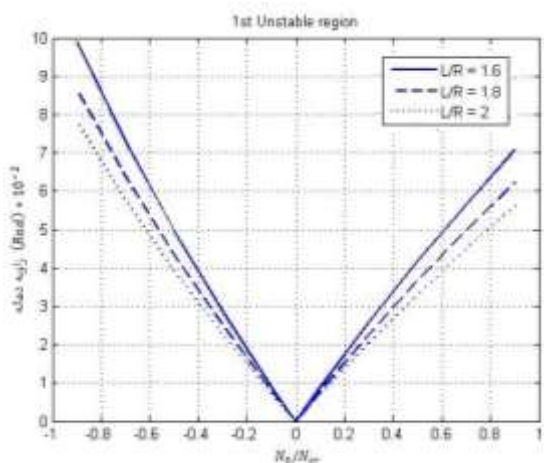
بدین منظور برای افزایش دقت روش معادل‌سازی سفتی معادل سازه مشبک، رحیمی و همکاران [۱۰] روش جدیدی را ارائه داده‌اند که با تقریب بهتری ماتریس سفتی سازه‌های مشبک محاسبه می‌شوند. این روش چیزی در حدود ۳ الی ۵ درصد باعث بهبود جواب‌ها خواهد شد [۱۰]. روش دانیل نیز در حالت‌های اول جواب‌های قابل قبولی را ارائه می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود در حالت‌های ابتدایی درصد اختلاف‌ها قابل قبول است.

جدول (۲): نتایج اثر مولفه طول پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی بر ناپایداری دینامیکی تحت بارگذاری کششی
($R/h = 1200$)

حالت دوم ناپایداری (m,n) = (1/9)		حالت اول ناپایداری (m,n) = (1/10)			
زاویه دهانه (rad) * 10^{-2}	مولفه فرکانس اصلی ناپایداری	زاویه دهانه (rad) * 10^{-2}	مولفه فرکانس اصلی ناپایداری		نیروی محوری متوسط
0.857930	0.646020	0.88748	0.626033	$N_0 = 0.1 N_{cr}$	L/R = 1/6
2/49320	0.666895	2/57474	0.647352	$N_0 = 0.3 N_{cr}$	
4/03305	0.687104	4/15712	0.668227	$N_0 = 0.5 N_{cr}$	
5/48992	0.706646	5/64894	0.688436	$N_0 = 0.7 N_{cr}$	
6/87238	0.725745	7/06209	0.707979	$N_0 = 0.9 N_{cr}$	
حالت دوم ناپایداری (m,n) = (1/10)		حالت اول ناپایداری (m,n) = (1/9)			
0.776140	0.565628	0.77976	0.561631	$N_0 = 0.1 N_{cr}$	L/R = 1/8
2/25408	0.584282	2/26324	0.580507	$N_0 = 0.3 N_{cr}$	
3/64326	0.602493	3/65599	0.598939	$N_0 = 0.5 N_{cr}$	
4/95442	0.620259	4/97090	0.616706	$N_0 = 0.7 N_{cr}$	
6/19679	0.637581	6/21643	0.634028	$N_0 = 0.9 N_{cr}$	
حالت دوم ناپایداری (m,n) = (1/8)		حالت اول ناپایداری (m,n) = (1/9)			
0.67373	0.524766	0.70433	0.503669	$N_0 = 0.1 N_{cr}$	L/R = 2
1/95983	0.541200	2/04364	0.520769	$N_0 = 0.3 N_{cr}$	
3/17395	0.556967	3/30191	0.537202	$N_0 = 0.5 N_{cr}$	
4/32290	0.572512	4/48912	0.553192	$N_0 = 0.7 N_{cr}$	
5/41722	0.587391	5/61398	0.568737	$N_0 = 0.9 N_{cr}$	

جدول (۳): نتایج اثر مولفه طول پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی بر ناپایداری دینامیکی تحت بارگذاری فشاری
($R/h = 1200$)

حالت دوم ناپایداری (m,n) = (1/9)		حالت اول ناپایداری (m,n) = (1/10)			
زاویه دهانه (rad) * 10^{-2}	مولفه فرکانس اصلی ناپایداری	زاویه دهانه (rad) * 10^{-2}	مولفه فرکانس اصلی ناپایداری		نیروی محوری متوسط
0.88752	0.624478	0.92046	0.603603	$N_0 = -0.1 N_{cr}$	L/R = 1/6
2/76075	0.602271	2/87126	0.580507	$N_0 = -0.3 N_{cr}$	
4/78485	0.579175	4/99386	0.556301	$N_0 = -0.5 N_{cr}$	
6/99143	0.554968	7/32243	0.531206	$N_0 = -0.7 N_{cr}$	
9.41621	0.529874	9.90983	0.504779	$N_0 = -0.9 N_{cr}$	
حالت دوم ناپایداری (m,n) = (1/10)		حالت اول ناپایداری (m,n) = (1/9)			
0.80391	0.546085	0.80788	0.542088	$N_0 = -0.1 N_{cr}$	L/R = 1/8
2/50447	0.525876	2/51754	0.521879	$N_0 = -0.3 N_{cr}$	
4/34882	0.504779	4/37293	0.500782	$N_0 = -0.5 N_{cr}$	
6/36350	0.483016	6/40708	0.478574	$N_0 = -0.7 N_{cr}$	
8/59485	0.459920	8/65787	0.455478	$N_0 = -0.9 N_{cr}$	
حالت دوم ناپایداری (m,n) = (1/8)		حالت اول ناپایداری (m,n) = (1/9)			
0.69612	0.507888	0.73008	0.485903	$N_0 = -0.1 N_{cr}$	L/R = 2
2/16312	0.490344	2/27668	0.467470	$N_0 = -0.3 N_{cr}$	
3/74272	0.472356	3/95642	0.448372	$N_0 = -0.5 N_{cr}$	
5/45861	0.453479	5/79546	0.428607	$N_0 = -0.7 N_{cr}$	
7/33605	0.433937	7/82984	0.407510	$N_0 = -0.9 N_{cr}$	



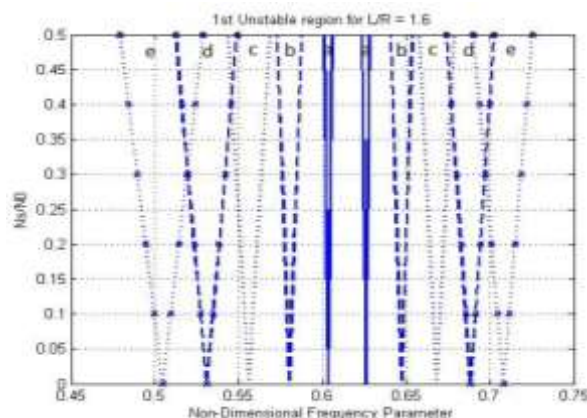
شکل (۹): تغییرات زاویه دهانه ناحیه ناپایداری پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی بر اثر تغییر طول پوسته استوانه‌ای تحت بارگذاری کششی و فشاری برای شکل حالت اول ($R/h = 1200$).

نرخ تغییر زاویه بازشوندگی در حالت کششی از بالا به پایین به ترتیب برابر با $8/989$ ، $7/850$ ، $7/109$ و در حالت فشاری از بالا به پایین به ترتیب برابر با $6/174$ ، $5/436$ ، $4/909$ می‌باشد. به عبارتی با افزایش طول پوسته استوانه‌ای نرخ تغییرات زاویه دهانه نسبت به نیروی اولیه کاهش می‌یابد. نتایج حاکی از آن است که با افزایش طول پوسته استوانه‌ای فرکانس اصلی ناپایداری و زاویه دهانه ناحیه ناپایداری کاهش می‌یابند. در شکل ۹ نیز محل تلاقی نمودارها به دلیل هم‌زمان نبودن نیروها مفهوم خاصی ندارد بلکه هر نمودار یک وضعیت بارگذاری خاص را نشان می‌دهد.

۱۲- مقایسه پوسته استوانه‌ای بدون تقویت‌کننده و شامل تقویت‌کننده

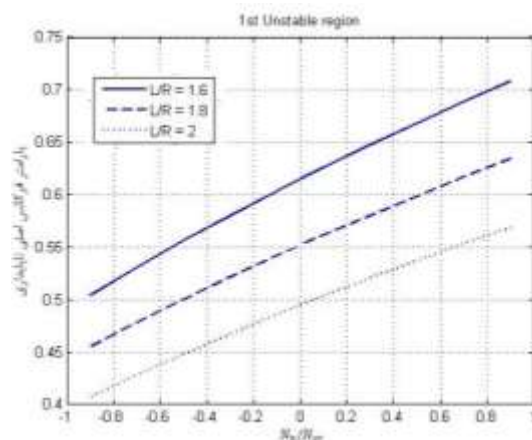
به منظور بررسی میزان تأثیر تقویت‌کننده مشبک بر روی مولفه‌های ناپایداری دینامیکی، با در نظر گرفتن عدم تغییر وزن پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی در حالت قبل یک تقویت‌کننده مشبک را به سازه اضافه می‌کنیم.

با محاسبات صورت گرفته یک پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی به ضخامت 1 mm دقیقاً هم‌وزن یک پوسته استوانه‌ای به ضخامت 0.5 mm به همراه تقویت‌کننده مشبک به ضخامت 4 mm می‌باشد.



شکل (۷): نواحی ناپایداری دینامیکی پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی تحت بارگذاری کششی و فشاری برای شکل حالت اول ($L/R = 1/6$ ، $R/h = 1200$).

در شکل ۷ مجموعه خطوط سمت راست نتایج حاصل از بارگذاری کششی و مجموعه خطوط سمت چپ نتایج بارگذاری فشاری است، به صورتی که $a: N_0 = 0.1 N_{cr}$ ، $b: N_0 = 0.2 N_{cr}$ ، $c: N_0 = 0.3 N_{cr}$ ، $d: N_0 = 0.4 N_{cr}$ ، $e: N_0 = 0.5 N_{cr}$ می‌باشد.



شکل (۸): تغییرات فرکانس اصلی ناپایداری پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی بر اثر تغییر طول پوسته استوانه‌ای تحت بارگذاری کششی و فشاری برای شکل حالت اول ($R/h = 1200$).

نرخ تغییر فرکانس برای حالت کششی از بالا به پایین به ترتیب برابر با 0.0819 ، 0.0724 ، 0.0651 و برای حالت فشاری از بالا به پایین به ترتیب برابر با 0.0988 ، 0.0866 ، 0.0783 می‌باشد. با افزایش طول پوسته استوانه‌ای نرخ تغییرات فرکانس اصلی نسبت به نیروی اولیه کاهش می‌یابد.

جدول (۴): مشخصات پوسته کامپوزیتی، پوسته مشبک کامپوزیتی و سازه مشبک هموزن

سازه مشبک	پوسته تقویت شده	پوسته کامپوزیتی	t
-	۰/۵ (mm)	۱ (mm)	R (شعاع متوسط)
۶۰۰ (mm)	۶۰۰ (mm)	۶۰۰ (mm)	L
۹۶۰ (mm)	۹۶۰ (mm)	۹۶۰ (mm)	E_1
43×10^9	43×10^9	43×10^9	E_2
10×10^9	10×10^9	10×10^9	G_{12}
4×10^9	4×10^9	4×10^9	ν_{12}
۰/۲۵۶	۰/۲۵۶	۰/۲۵۶	لایه چینی
-	$[90^\circ/0^\circ/90^\circ]$	$[90^\circ/0^\circ/90^\circ]$	طول سلول واحد مشبک
۳۲۰ (mm)	۳۲۰ (mm)	-	عرض سلول واحد مشبک
۱۷۱/۰۲ (mm)	۱۷۱/۰۲ (mm)	-	H
۸ (mm)	۴ (mm)	-	ϕ
$28/17^\circ$	$28/17^\circ$	-	A (سطح مقطع ریب)
$56 (mm^2)$	$28 (mm^2)$	-	

جدول ۵ ارائه می‌شود. این جدول شامل سه حالت است. حالت اول پوسته کامپوزیتی بدون تقویت کننده، حالت دوم به همراه تقویت کننده مشبک و حالت سوم تقویت کننده مشبک می‌باشد.

در تمامی حالات، ضخامت پوسته و H ضخامت تقویت کننده مشبک است. ضخامت پوسته تقویت شده مشبک h است. اثر اضافه نمودن تقویت کننده مشبک به پوسته استوانه‌ای بر روی مولفه‌های پایداری دینامیکی در

جدول (۵): نتایج اثر اضافه نمودن تقویت کننده مشبک بر ناپایداری دینامیکی ($R/h = 80, L/R = 1/6$)

نیروی محوری متوسط	حالت اول ناپایداری $(m,n) = (1/8)$				حالت دوم ناپایداری $(m,n) = (1/9)$		
	مولفه فرکانس طبیعی	مولفه فرکانس اصلی ناپایداری	زاویه دهانه (rad) $\times 10^{-1}$	مولفه فرکانس طبیعی	مولفه فرکانس اصلی ناپایداری	زاویه دهانه (rad) $\times 10^{-1}$	
پوسته کامپوزیتی	$N_0 = 0/5 N_{cr}$	۰/۴۶۶۶۹۳	۰/۹۳۳۳۸۶	۰/۵۹۱۶۷	۰/۴۷۶۵۷۵	۰/۹۵۳۱۵۱	۰/۵۸۱۳۸
	$N_0 = -0/5 N_{cr}$	۰/۳۸۶۸۵۷	۰/۷۷۳۷۱۴	۰/۷۱۳۷۸	۰/۳۹۸۵۱۶	۰/۷۹۷۰۳۲	۰/۶۹۵۲۶
پوسته تقویت شده مشبک	حالت اول ناپایداری $(m,n) = (1/6)$				حالت دوم ناپایداری $(m,n) = (1/7)$		
	$N_0 = 0/5 N_{cr}$	۰/۸۸۳۱۸۳	۱/۷۶۶۳۶۶	۲/۲۱۶۱۱	۰/۹۱۵۰۴۲	۱/۸۳۰۰۸۴	۲/۳۰۸۵۸
	$N_0 = -0/5 N_{cr}$	۰/۵۲۰۸۹۸	۱/۰۴۱۷۹۶	۳/۷۴۲۲۳۷	۰/۵۳۶۸۲۷	۱/۰۷۳۶۵۵	۳/۹۱۶۵۴
سازه مشبک بدون پوسته	حالت اول ناپایداری $(m,n) = (1/7)$				حالت دوم ناپایداری $(m,n) = (1/6)$		
	$N_0 = 0/5 N_{cr}$	۰/۷۳۸۶۵۶	۱/۴۷۷۳۱۳	۳۰/۹۷۶۲۶	۰/۷۵۸۷۹۴	۱/۵۱۷۵۸۹	۳۰/۹۸۶۰۶
	$N_0 = -0/5 N_{cr}$	۰/۷۳۵۰۶۹	۱/۴۷۰۱۳۸	۳۰/۹۷۶۶۵	۰/۷۵۵۱۳۶	۱/۵۱۰۲۷۳	۳۰/۹۸۶۴۵

به حساب نمی‌آید. در رابطه با سازه مشبک بدون پوسته نیز این نکته قابل ارائه می‌باشد که نتایج حالت بارگذاری فشاری و کششی تفاوت محسوسی با یکدیگر ندارند، در حالی که در پوسته‌های کامپوزیتی و پوسته‌های تقویت شده نتایج بارگذاری کششی و فشاری با یکدیگر متفاوت است.

نتایج حاکی از آن است که تقویت کننده مشبک باعث افزایش فرکانس اصلی ناپایداری می‌شود و به عبارتی باعث می‌شود سازه دیرتر دچار ناپایداری شود. همچنین تقویت کننده مشبک سبب افزایش زاویه دهانه ناحیه ناپایداری می‌شود که این امر برای سازه امر مطلوبی

$$a_c = 9/156 \text{ (mm)}$$

$$a_h = 153 \text{ (mm)}$$

رابطه بی‌بعد کننده فرکانس اصلی ناپایداری به صورت زیر است:

$$P = 2\pi R p \left(\frac{\rho_t}{A_{11}} \right)^{1/2}$$

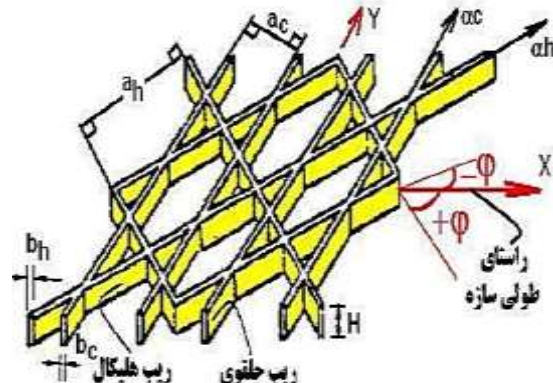
در ادامه به بررسی تأثیر مولفه‌های مختلف سازه مشبک بر روی پایداری دینامیکی می‌پردازیم. برای این منظور در صورت تغییر یک مولفه تقویت کننده مشبک به دلیل اینکه ابعاد سلول واحد تغییر می‌کند سایر مولفه‌ها نیز دست‌خوش تغییرات می‌شوند. در این مقاله به منظور صحت سنجی نتایج در تمامی این حالات این موضوع لحاظ شده است.

۱۳-۱- تأثیر مولفه طول استوانه

به منظور بررسی اثر طول پوسته استوانه‌ای بر پایداری دینامیکی، نتایج برای پوسته با لایه چینی $[90^\circ/0^\circ/90^\circ]$ به همراه تقویت کننده مشبک در جداول ۶ و ۷ آورده شده است. ضمن تغییر طول سازه، نیروی اولیه نیز به صورت مضربی از نیروی بحرانی به صورت کششی و فشاری افزایش می‌یابد. از رابطه ۱۹ برای محاسبه نیروی بحرانی سازه مشبک استفاده می‌شود.

۱۳-۱- نتایج پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی به همراه تقویت کننده مشبک

به منظور بررسی تأثیر اضافه نمودن تقویت کننده به پوسته استوانه‌ای، یک تقویت کننده با مشخصات زیر به پوسته استوانه‌ای اضافه می‌گردد.



شکل (۱۰): مولفه‌های هندسی سازه مشبک [۲۸]

$$\text{عرض سلول واحد} = 171/025 \text{ (mm)}$$

$$\text{طول سلول واحد} = 320 \text{ (mm)}$$

$$H = 7 \text{ (mm)}$$

$$A = 7 * 7 \text{ (mm}^2\text{)}$$

$$\phi = 28/17$$

جدول (۶): بررسی اثر مولفه طول پوسته استوانه‌ای مشبک کامپوزیتی بر پایداری دینامیکی

تحت بارگذاری کششی ($\phi = 28/17$, $R/h = 80$)

		حالت اول ناپایداری $(m,n)=(1/5)$		حالت دوم ناپایداری $(m,n)=(1/6)$	
		$N_{cr} = 8/76 * 10^7 \text{ (N/m)}$		$N_{cr} = 9/17 * 10^7 \text{ (N/m)}$	
نیروی محوری متوسط		مولفه فرکانس اصلی ناپایداری	زاویه دهانه 10^{-1} (rad)	مولفه فرکانس اصلی ناپایداری	زاویه دهانه 10^{-1} (rad)
		$L/R = 1/6$	$N_0 = 0/1 N_{cr}$	1/999929	0/96560
	$N_0 = 0/3 N_{cr}$	2/166874	2/66091	2/219803	2/75196
	$N_0 = 0/5 N_{cr}$	2/321868	4/10676	2/380109	4/242293
	$N_0 = 0/7 N_{cr}$	2/466996	5/35923	2/530170	5/52979
	$N_0 = 0/9 N_{cr}$	2/604157	6/45724	2/671884	6/655702
		$N_{cr} = 8/24 * 10^7 \text{ (N/m)}$		$N_{cr} = 9/29 * 10^7 \text{ (N/m)}$	
$L/R = 1/8$	$N_0 = 0/1 N_{cr}$	1/676231	0/85599	1/781215	0/92047
	$N_0 = 0/3 N_{cr}$	1/816086	2/36160	1/931771	2/52547
	$N_0 = 0/5 N_{cr}$	1/945978	3/65152	2/071257	3/91400
	$N_0 = 0/7 N_{cr}$	2/06775	4/77514	2/201887	5/11016
	$N_0 = 0/9 N_{cr}$	2/182699	5/76699	2/32532	6/16120
		$N_{cr} = 7/88 * 10^7 \text{ (N/m)}$		$N_{cr} = 9/55 * 10^7 \text{ (N/m)}$	
$L/R = 2$	$N_0 = 0/1 N_{cr}$	1/444345	0/77099	1/590603	0/858810
	$N_0 = 0/3 N_{cr}$	1/564963	2/12873	1/724944	2/36729
	$N_0 = 0/5 N_{cr}$	1/677094	3/29516	1/849535	3/65989
	$N_0 = 0/7 N_{cr}$	1/782003	4/31585	1/966361	4/78123
	$N_0 = 0/9 N_{cr}$	1/881134	5/22087	2/076506	5/77236

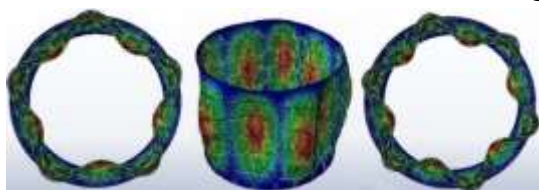
جدول (۷): نتایج اثر مولفه طول پوسته استوانه‌ای مشبک کامپوزیتی بر ناپایداری دینامیکی تحت

بارگذاری فشاری ($R/h=80, \varphi=28/2$)

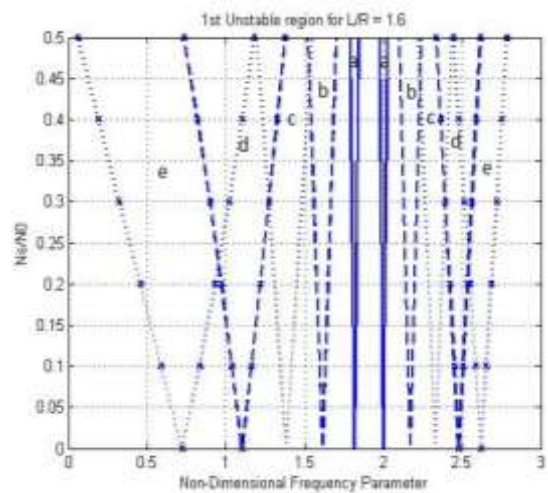
		حالت اول ناپایداری $(m,n)=(1/5)$		حالت دوم ناپایداری $(m,n)=(1/6)$	
		$N_{cr} = 8/76 * 10^7 (N/m)$		$N_{cr} = 9/17 * 10^7 (N/m)$	
نیروی محوری متوسط		مولفه فرکانس اصلی ناپایداری	زاویه دهانه $10^{-1} (rad)$	مولفه فرکانس اصلی ناپایداری	زاویه دهانه $10^{-1} (rad)$
		$N_0 = -0.1 N_{cr}$	1/8178.07	1/0.6222	1/8584.05
$N_0 = -0.3 N_{cr}$	1/615196	3/55698	1/648.16	3/692.3	
$N_0 = -0.5 N_{cr}$	1/38318.0	6/76932	1/4067.4	7/3441	
$N_0 = -0.7 N_{cr}$	1/103356	11/33752	1/11436.0	11/806.9	
$N_0 = -0.9 N_{cr}$	0/722418	18/80664	0/710276	19/33285	
		$N_{cr} = 8/24 * 10^7 (N/m)$		$N_{cr} = 9/29 * 10^7 (N/m)$	
$L/R=1/8$	$N_0 = -0.1 N_{cr}$	1/523461	0/94176	1/6170.5	1/0.1384
	$N_0 = -0.3 N_{cr}$	1/353531	3/16087	1/433791	3/40553
	$N_0 = -0.5 N_{cr}$	1/159063	6/05562	1/223639	6/52386
	$N_0 = -0.7 N_{cr}$	0/92455	10/33046	0/969022	11/11908
	$N_0 = -0.9 N_{cr}$	0/604993	17/51217	0/616801	18/42881
		$N_{cr} = 7/88 * 10^7 (N/m)$		$N_{cr} = 9/55 * 10^7 (N/m)$	
$L/R=2$	$N_0 = -0.1 N_{cr}$	1/312532	0/84838	1/443623	0/946170
	$N_0 = -0.3 N_{cr}$	1/165913	2/85248	1/280030	3/182365
	$N_0 = -0.5 N_{cr}$	0/998167	5/49259	1/092242	6/12162
	$N_0 = -0.7 N_{cr}$	0/795572	9/51699	0/864368	10/57094
	$N_0 = -0.9 N_{cr}$	0/519487	16/33019	0/549281	17/63340

در شکل ۱۱ مجموعه خطوط سمت راست نتایج حاصل از بارگذاری کششی و مجموعه خطوط سمت چپ نتایج بارگذاری فشاری است، به‌صورتی که $a: N_0 = 0.1 N_{cr}$ ، $b: N_0 = 0.2 N_{cr}$ ، $c: N_0 = 0.3 N_{cr}$ ، $d: N_0 = 0.4 N_{cr}$ ، $e: N_0 = 0.5 N_{cr}$ می‌باشد.

شکل حالت‌های ناپایداری سازه مشبک حاصل از آباکوس برای شکل حالت اول و دوم در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود.



شکل (۱۲): شکل حالت‌های ناپایداری اول و دوم پوسته استوانه‌ای مشبک



شکل (۱۱): نواحی ناپایداری دینامیکی پوسته استوانه‌ای مشبک تحت بارگذاری کششی و فشاری برای شکل حالت اول ($R/h=80, \varphi=28/2, L/R=1/6$)

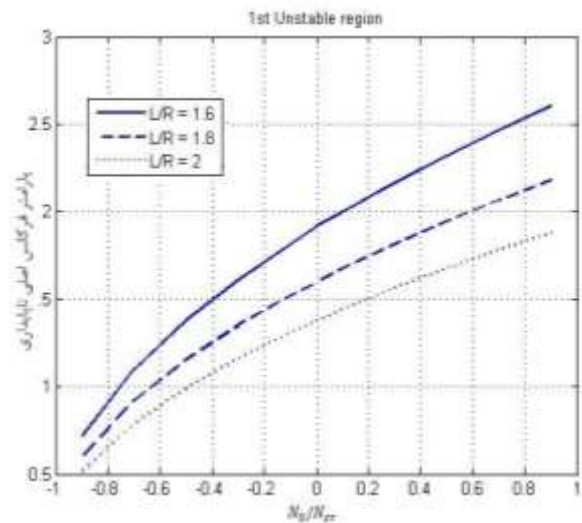
در شکل ۱۳ مشاهده می‌گردد افزایش مقدار N_0/N_{cr} باعث افزایش مقدار مولفه فرکانس اصلی ناپایداری می‌گردد. نتایج حاکی از آن است که با افزایش طول پوسته استوانه‌ای مشبک، فرکانس اصلی ناپایداری و زاویه دهانه ناحیه ناپایداری کاهش می‌یابند. اضافه نمودن تقویت‌کننده مشبک به پوسته استوانه‌ای سبب افزایش فرکانس اصلی ناپایداری می‌شود که امری مطلوب است و همچنین باعث افزایش ناحیه ناپایداری می‌شود. به عبارتی اضافه نمودن تقویت‌کننده مشبک کامپوزیتی به پوسته استوانه‌ای سبب ازدیاد ناحیه ناپایداری شده ولی این ناحیه را به فرکانس‌های بالاتر منتقل می‌کند. البته با افزایش طول پوسته استوانه‌ای حالت‌های ارتعاشاتی تغییر می‌کنند. می‌توان طول پوسته استوانه‌ای را به میزانی افزایش داد که حالت اول ارتعاشی از $(m,n) = (1/5)$ به $(m,n) = (1/1)$ تغییر یابد.

در جدول ۸ طول پوسته استوانه‌ای به‌گونه‌ای در نظر گرفته شده است که حالت‌های ارتعاشاتی یک‌به‌یک زیاد شوند. نتایج نشان می‌دهد هرچه طول پوسته استوانه‌ای بیشتر شود فرکانس اصلی ناپایداری و زاویه دهانه ناحیه ناپایداری کاهش می‌یابند.

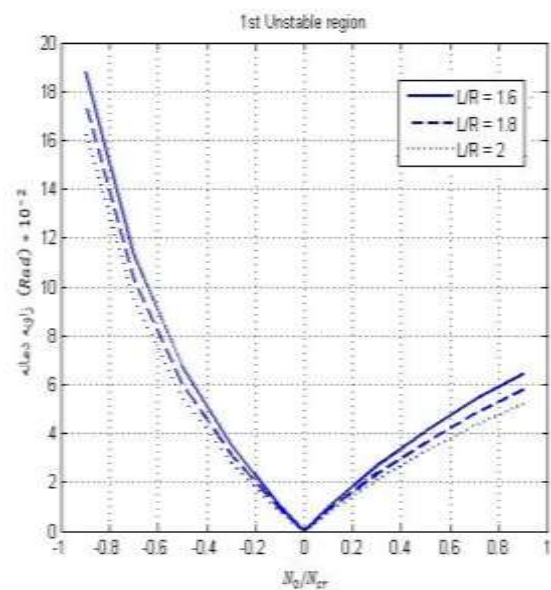
۱۳-۲- تأثیر مولفه ضخامت تقویت‌کننده

به‌منظور بررسی اثر ضخامت تقویت‌کننده بر پایداری دینامیکی، نتایج برای پوسته با لایه‌چینی $[90^\circ/0^\circ/90^\circ]$ به همراه تقویت‌کننده مشبک در جدول ۹ و ۱۰ آورده شده است. ضمن تغییر ضخامت تقویت‌کننده، نیروی اولیه نیز به‌صورت مضربی از نیروی بحرانی به‌صورت کششی و فشاری افزایش می‌یابد.

از رابطه ۱۹ برای محاسبه نیروی بحرانی سازه مشبک استفاده می‌شود.



شکل (۱۳): تغییرات فرکانس اصلی ناپایداری پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی بر اثر تغییر طول پوسته استوانه‌ای مشبک تحت بارگذاری کششی و فشاری برای شکل حالت اول ($R/h = 80$, $\varphi = 28/2$)



شکل (۱۴): تغییرات زاویه دهانه ناحیه ناپایداری پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی بر اثر تغییر طول پوسته استوانه‌ای مشبک تحت بارگذاری کششی و فشاری برای شکل حالت اول ($R/h = 80$, $\varphi = 28/2$)

جدول (۸): اثر تغییرات طول پوسته استوانه‌ای بر روی نتایج ناپایداری پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی مشبک

$$(R/h = 80, \varphi = 28 / 2)$$

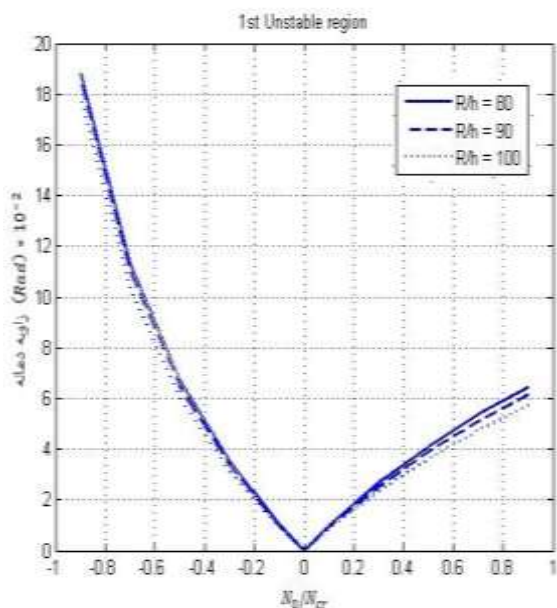
نیروی محوری متوسط	مولفه فرکانس طبیعی	مولفه فرکانس اصلی ناپایداری	زاویه دهانه 10^{-2} (rad)	مولفه فرکانس طبیعی	مولفه فرکانس اصلی ناپایداری	زاویه دهانه 10^{-2} (rad)	مولفه فرکانس طبیعی	مولفه فرکانس اصلی ناپایداری	زاویه دهانه 10^{-2} (rad)
	حالت اول ناپایداری (m,n)=(1/1)			حالت دوم ناپایداری (m,n)=(1/2)					
	$N_{cr} = 3/33 * 10^Y$ (N/m)			$N_{cr} = 3/84 * 10^Y$ (N/m)					
L/R=50	$N_0 = 0/5 N_{cr}$	0/16699	0/33399	0/59030	0/18956	0/37912	0/96066		
	$N_0 = -0/5 N_{cr}$	0/1293	0/25877	0/76325	0/12637	0/25275	0/90225		
	حالت اول ناپایداری (m,n)=(1/2)			حالت دوم ناپایداری (m,n)=(1/1)					
	$N_{cr} = 2/97 * 10^Y$ (N/m)			$N_{cr} = 6/89 * 10^Y$ (N/m)					
L/R=30	$N_0 = 0/5 N_{cr}$	0/28184	0/5636	1/38741	0/4060	0/8120	1/41258		
	$N_0 = -0/5 N_{cr}$	0/1843	0/36867	2/13984	0/3145	0/62918	1/80255		
	حالت اول ناپایداری (m,n)=(1/3)			حالت دوم ناپایداری (m,n)=(1/2)					
	$N_{cr} = 4/6 * 10^Y$ (N/m)			$N_{cr} = 6/04 * 10^Y$ (N/m)					
L/R=10	$N_0 = 0/5 N_{cr}$	0/10953	0/219072	5/58758	0/123413	0/246827	5/785320		
	$N_0 = -0/5 N_{cr}$	0/6767	0/135341	9/15403	0/81002	0/162004	8/88027		
	حالت اول ناپایداری (m,n)=(1/4)			حالت دوم ناپایداری (m,n)=(1/3)					
	$N_{cr} = 5/96 * 10^Y$ (N/m)			$N_{cr} = 6/11 * 10^Y$ (N/m)					
L/R=5	$N_0 = 0/5 N_{cr}$	0/25719	0/514386	12/86079	0/25855	0/517101	12/53916		
	$N_0 = -0/5 N_{cr}$	0/156676	0/313352	21/33486	0/161081	0/322163	20/30405		
	حالت اول ناپایداری (m,n)=(1/5)			حالت دوم ناپایداری (m,n)=(1/6)					
	$N_{cr} = 7/88 * 10^Y$ (N/m)			$N_{cr} = 9/55 * 10^Y$ (N/m)					
L/R=2	$N_0 = 0/5 N_{cr}$	0/83854	1/677094	32/95165	0/92476	1/849535	36/57989		
	$N_0 = -0/5 N_{cr}$	0/499083	0/998167	54/92599	0/546121	1/092242	61/21628		

جدول (۹): نتایج تأثیر مولفه ضخامت تقویت‌کننده پوسته استوانه‌ای مشبک کامپوزیتی بر ناپایداری دینامیکی تحت بارگذاری کششی ($L/R = 1/6, \varphi = 28/2$)

		حالت اول ناپایداری $(m,n) = (1/5)$		حالت دوم ناپایداری $(m,n) = (1/6)$	
		$N_{cr} = 8/76 * 10^y (N/m)$		$N_{cr} = 9/17 * 10^y (N/m)$	
نیروی محوری متوسط		مولفه فرکانس اصلی ناپایداری	زاویه دهانه $10^{-1} (rad)$	مولفه فرکانس اصلی ناپایداری	زاویه دهانه $10^{-1} (rad)$
		$N_0 = 0.1 N_{cr}$	۱/۹۹۹۹۲۹	۰/۹۶۵۶۰	۲/۰۴۷۱۶۷
$N_0 = 0.3 N_{cr}$	۲/۱۶۶۸۷۴	۲/۶۶۰۹۱	۲/۲۱۹۸۰۳	۲/۷۵۱۹۶	
$N_0 = 0.5 N_{cr}$	۲/۳۲۱۸۶۸	۴/۱۰۶۷۶	۲/۳۸۰۱۰۹	۴/۲۴۲۲۹۳	
$N_0 = 0.7 N_{cr}$	۲/۴۶۶۹۹۶	۵/۳۵۹۲۳	۲/۵۳۰۱۷۰	۵/۵۲۹۷۹	
$N_0 = 0.9 N_{cr}$	۲/۶۰۴۱۵۷	۶/۴۵۷۲۴	۲/۶۷۱۸۸۴	۶/۶۵۵۷۰۲	
		حالت اول ناپایداری $(m,n) = (1/6)$		حالت دوم ناپایداری $(m,n) = (1/5)$	
		$N_{cr} = 7/84 * 10^y (N/m)$		$N_{cr} = 7/95 * 10^y (N/m)$	
$R/h = 9.0$	$N_0 = 0.1 N_{cr}$	۱/۹۰۶۹۹۸	۰/۹۱۸۸۸	۱/۹۱۹۸۰۵	۰/۹۱۴۰۷
	$N_0 = 0.3 N_{cr}$	۲/۰۶۸۱۲۹	۲/۵۳۱۰۵	۲/۰۸۰۱۷۱	۲/۵۲۰۱۱
	$N_0 = 0.5 N_{cr}$	۲/۲۱۷۶۰۰	۳/۹۰۶۷۴	۲/۲۲۹۰۶۸	۳/۸۹۲۵۰
	$N_0 = 0.7 N_{cr}$	۲/۳۵۷۷۰۵	۵/۰۹۹۹۶	۲/۳۶۸۶۰۰	۵/۰۸۴۳۰
	$N_0 = 0.9 N_{cr}$	۲/۴۸۹۷۸۳	۶/۱۴۸۹۶۶	۲/۵۰۰۲۹۵	۶/۱۳۲۶۶۴
		$N_{cr} = 6/83 * 10^y (N/m)$		$N_{cr} = 7/31 * 10^y (N/m)$	
$R/h = 10.0$	$N_0 = 0.1 N_{cr}$	۱/۷۹۵۶۶۴	۰/۸۵۱۱۱	۱/۸۵۷۱۷۱	۰/۸۶۹۷۷
	$N_0 = 0.3 N_{cr}$	۱/۹۴۷۶۰۱	۲/۳۴۵۶۵	۲/۰۱۲۳۸۶	۲/۳۹۸۹۰
	$N_0 = 0.5 N_{cr}$	۲/۰۸۸۵۴۷	۳/۶۲۳۹۹	۲/۱۵۶۴۱۷	۳/۷۰۷۸۱۰
	$N_0 = 0.7 N_{cr}$	۲/۲۲۰۴۳۱	۴/۷۳۶۸۹۶	۲/۲۹۱۵۷۹	۴/۸۴۶۶۶
	$N_0 = 0.9 N_{cr}$	۲/۳۴۴۹۸۸	۵/۷۱۸۶۰۷	۲/۴۱۹۲۲۱	۵/۸۵۰۷۵

جدول (۱۰): نتایج تأثیر مولفه ضخامت تقویت‌کننده پوسته استوانه‌ای مشبک بر ناپایداری دینامیکی تحت بارگذاری فشاری ($L/R = 1/6, \varphi = 28/2$)

		حالت اول ناپایداری $(m,n) = (1/5)$		حالت دوم ناپایداری $(m,n) = (1/6)$	
		$N_{cr} = 8/76 * 10^y (N/m)$		$N_{cr} = 9/17 * 10^y (N/m)$	
نیروی محوری متوسط		مولفه فرکانس اصلی ناپایداری	زاویه دهانه $10^{-1} (rad)$	مولفه فرکانس اصلی ناپایداری	زاویه دهانه $10^{-1} (rad)$
		$N_0 = -0.1 N_{cr}$	۱/۸۱۷۸۰۷	۱/۰۶۲۲۲	۱/۸۵۸۴۰۵
$N_0 = -0.3 N_{cr}$	۱/۶۱۵۱۹۶	۳/۵۵۶۹۸	۱/۶۴۸۰۱۶	۳/۶۹۲۰۳	
$N_0 = -0.5 N_{cr}$	۱/۳۸۳۱۸۰	۶/۷۶۹۳۲	۱/۴۰۶۷۰۴	۷/۰۳۴۴۱	
$N_0 = -0.7 N_{cr}$	۱/۱۰۳۳۵۶	۱۱/۳۳۷۵۲	۱/۱۱۴۳۶۰	۱۱/۸۰۶۰۹	
$N_0 = -0.9 N_{cr}$	۰/۷۲۲۴۱۸	۱۸/۸۰۶۶۴	۰/۷۱۰۲۷۶	۱۹/۳۳۲۸۵	
		حالت اول ناپایداری $(m,n) = (1/6)$		حالت دوم ناپایداری $(m,n) = (1/5)$	
		$N_{cr} = 7/84 * 10^y (N/m)$		$N_{cr} = 7/95 * 10^y (N/m)$	
$R/h = 9.0$	$N_0 = -0.1 N_{cr}$	۱/۷۳۰۹۵۹	۱/۰۱۲۲۲	۱/۷۴۴۷۲۱	۱/۰۰۵۷۰
	$N_0 = -0.3 N_{cr}$	۱/۵۳۴۸۵۰	۳/۳۹۹۴۳	۱/۵۴۹۹۵۰	۳/۳۷۱۵۹
	$N_0 = -0.5 N_{cr}$	۱/۳۰۹۶۸۷	۶/۵۰۷۷۳	۱/۳۲۶۸۹۰	۶/۴۳۵۶۱
	$N_0 = -0.7 N_{cr}$	۱/۰۳۶۵۴۹	۱۱/۰۴۹۲۲	۱/۰۵۷۹۵۷	۱۰/۸۵۱۱۳
	$N_0 = -0.9 N_{cr}$	۰/۶۵۸۶۶۶	۱۸/۵۸۰۳۳	۰/۶۹۱۱۶	۱۸/۳۲۹۶۶
		$N_{cr} = 6/83 * 10^y (N/m)$		$N_{cr} = 7/31 * 10^y (N/m)$	
$R/h = 10.0$	$N_0 = -0.1 N_{cr}$	۱/۶۲۹۸۴۵	۰/۹۳۷۶۲	۱/۶۸۷۴۹۶	۰/۹۵۷۱۵۲
	$N_0 = -0.3 N_{cr}$	۱/۴۴۴۹۳۸	۲/۱۵۳۲۲۴	۱/۴۹۸۹۲۵	۳/۲۱۱۶۶
	$N_0 = -0.5 N_{cr}$	۱/۲۳۲۶۵۱	۶/۰۵۸۶۰۶	۱/۲۸۲۹۷۵	۶/۱۴۴۶۵
	$N_0 = -0.7 N_{cr}$	۰/۹۷۵۰۵۳	۱۰/۳۷۸۹۸	۱/۰۲۴۴۸۵	۱۰/۴۱۷۳۲
	$N_0 = -0.9 N_{cr}$	۰/۶۱۸۳۵۰	۱۷/۸۷۹۲۰۹	۰/۶۶۶۵۵۳	۱۷/۸۹۹۵۰



شکل (۱۷): تغییرات زاویه دهانه ناحیه ناپایداری پوسته

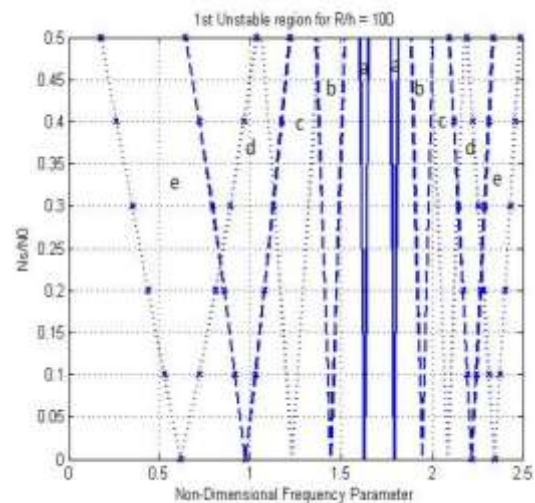
استوانه‌ای کامپوزیتی بر اثر تغییر ضخامت تقویت‌کننده تحت بارگذاری کششی و فشاری برای شکل

حالت اول ($L/R = 1/6$, $\varphi = 28/2$)

نتایج حاکی از آن است که با افزایش ضخامت تقویت‌کننده مشبک، فرکانس اصلی ناپایداری و زاویه دهانه ناحیه ناپایداری افزایش می‌یابد.

۱۳-۳- تأثیر زاویه ریب‌های تقویت‌کننده مشبک

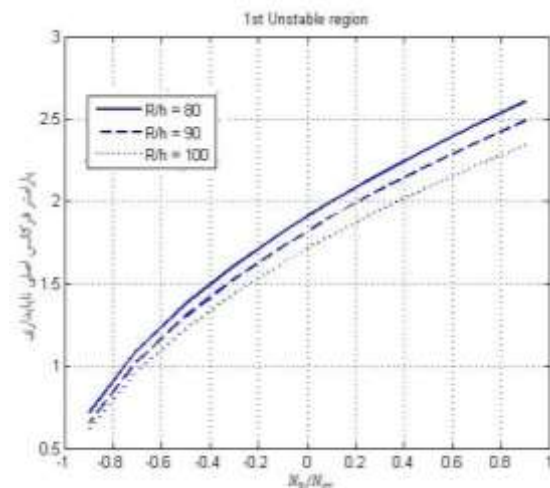
به‌منظور تأثیر مولفه زاویه ریب‌های تقویت‌کننده بر پایداری دینامیکی نتایج برای پوسته با لایه‌چینی $[90^\circ/0^\circ/90^\circ]$ به همراه تقویت‌کننده مشبک در جدول ۱۱ و ۱۲ آورده شده است. ضمن تغییر زاویه ریب تقویت‌کننده، نیروی اولیه نیز به‌صورت مضربی از نیروی بحرانی به‌صورت کششی و فشاری افزایش می‌یابد. از رابطه ۱۹ برای محاسبه نیروی بحرانی سازه مشبک استفاده می‌شود. جداول ۱۱ و ۱۲ نشان می‌دهند افزایش مقدار φ باعث افزایش مقدار مولفه فرکانس اصلی ناپایداری می‌گردد.



شکل (۱۵): نواحی ناپایداری دینامیکی پوسته استوانه‌ای

مشبک تحت بارگذاری کششی و فشاری برای شکل حالت اول ($L/R = 1/6$, $\varphi = 28/2$, $R/h = 100$)

در شکل ۱۵ مجموعه خطوط سمت راست نتایج حاصل از بارگذاری کششی و مجموعه خطوط سمت چپ نتایج بارگذاری فشاری است، به‌صورتی که $a: N_0 = 0/1 N_{cr}$, $b: N_0 = 0/2 N_{cr}$, $c: N_0 = 0/3 N_{cr}$, $d: N_0 = 0/4 N_{cr}$, $e: N_0 = 0/5 N_{cr}$ می‌باشد.



شکل (۱۶): تغییرات فرکانس اصلی ناپایداری پوسته

استوانه‌ای کامپوزیتی بر اثر تغییر ضخامت تقویت‌کننده تحت بارگذاری کششی و فشاری برای شکل

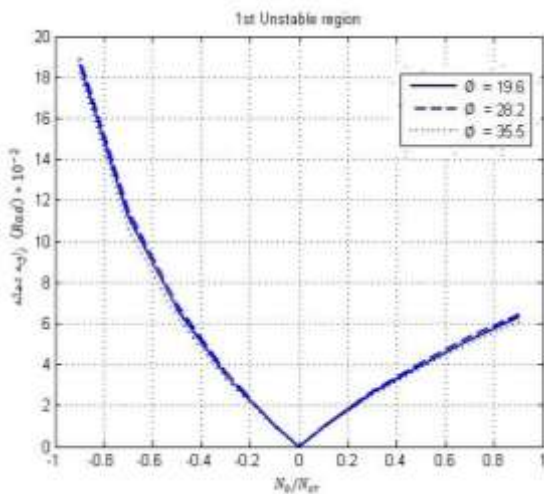
حالت اول ($L/R = 1/6$, $\varphi = 28/2$)

جدول (۱۱): نتایج تأثیر مولفه زاویه ریب‌های تقویت‌کننده پوسته استوانه‌ای مشبک بر ناپایداری دینامیکی تحت بارگذاری کششی ($R/h=80, L/R=1/6$)

حالت دوم ناپایداری $(m,n)=(1/6)$		حالت اول ناپایداری $(m,n)=(1/5)$			
$N_{cr} = 7/39 * 10^y (N/m)$		$N_{cr} = 7/28 * 10^y (N/m)$			
زاویه دهانه $(rad) * 10^{-1}$	مولفه فرکانس اصلی ناپایداری	زاویه دهانه $(rad) * 10^{-1}$	مولفه فرکانس اصلی ناپایداری		نیروی محوری متوسط
۰/۹۷۴۴۸	۱/۶۹۶۱۰۴	۰/۹۵۶۳۳	۱/۶۸۲۹۷۵	$N_0 = 0/1 N_{cr}$	$\varphi = 19/6$
۲/۶۸۳۰۳۴	۱/۸۳۹۴۷۴	۲/۶۳۵۶۶	۱/۸۲۳۷۱۹	$N_0 = 0/3 N_{cr}$	
۴/۱۳۸۲۲	۱/۹۷۲۵۱۵	۴/۰۶۸۹۳	۱/۹۵۴۳۰۹	$N_0 = 0/5 N_{cr}$	
۵/۳۹۷۶۹	۲/۰۹۶۹۷۹	۵/۳۱۱۳۴	۲/۰۷۶۶۷۳	$N_0 = 0/7 N_{cr}$	
۶/۵۰۰۸۸۵	۲/۲۱۴۶۱۶	۶/۴۰۱۷۰	۲/۱۹۲۲۰۹	$N_0 = 0/9 N_{cr}$	
$N_{cr} = 9/17 * 10^y (N/m)$		$N_{cr} = 8/76 * 10^y (N/m)$			
۰/۹۹۹۷۷	۲/۰۴۷۱۶۷	۰/۹۶۵۶۰	۱/۹۹۹۹۲۹	$N_0 = 0/1 N_{cr}$	$\varphi = 28/2$
۲/۷۵۱۹۶	۲/۲۱۹۸۰۳	۲/۶۶۰۹۱	۲/۱۶۶۸۷۴	$N_0 = 0/3 N_{cr}$	
۴/۲۴۲۲۹۳	۲/۳۸۰۱۰۹	۴/۱۰۶۷۶	۲/۳۲۱۸۶۸	$N_0 = 0/5 N_{cr}$	
۵/۵۲۹۷۹	۲/۵۳۰۱۷۰	۵/۳۵۹۲۳	۲/۴۶۶۹۹۶	$N_0 = 0/7 N_{cr}$	
۶/۶۵۵۷۰۲	۲/۶۷۱۸۸۴	۶/۴۵۷۲۴	۲/۶۰۴۱۵۷	$N_0 = 0/9 N_{cr}$	
$N_{cr} = 10/25 * 10^y (N/m)$		$N_{cr} = 9/25 * 10^y (N/m)$			
۰/۹۶۶۸۵	۲/۳۶۳۰۲۴	۰/۹۰۷۲۹	۲/۲۴۲۹۰۵	$N_0 = 0/1 N_{cr}$	$\varphi = 35/5$
۲/۶۶۲۲۲۲	۲/۵۶۲۰۴۸	۲/۵۰۱۶۵	۲/۴۲۹۹۱۸	$N_0 = 0/3 N_{cr}$	
۴/۱۰۶۰۴	۲/۷۴۶۷۸۲	۳/۸۶۴۴۱	۲/۶۰۳۴۶۸	$N_0 = 0/5 N_{cr}$	
۵/۳۵۵۰۵	۲/۹۱۹۹۱۹	۵/۰۴۸۲۶	۲/۷۶۶۰۴۳	$N_0 = 0/7 N_{cr}$	
۶/۴۴۹۸۷	۳/۰۸۳۱۱۵	۶/۰۸۹۵۴۲	۲/۹۱۹۷۱۲	$N_0 = 0/9 N_{cr}$	

جدول (۱۲): بررسی اثر مولفه زاویه ریب‌های تقویت‌کننده پوسته استوانه‌ای مشبک بر ناپایداری دینامیکی تحت بارگذاری فشاری ($R/h=80, L/R=1/6$)

حالت دوم ناپایداری $(m,n)=(1/6)$		حالت اول ناپایداری $(m,n)=(1/5)$			
$N_{cr} = 7/39 * 10^y (N/m)$		$N_{cr} = 7/28 * 10^y (N/m)$			
زاویه دهانه $(rad) * 10^{-1}$	مولفه فرکانس اصلی ناپایداری	زاویه دهانه $(rad) * 10^{-1}$	مولفه فرکانس اصلی ناپایداری		نیروی محوری متوسط
۱/۰۷۳۵۴	۱/۵۳۹۴۳۰	۱/۰۵۲۳۴	۱/۵۲۹۲۷۷	$N_0 = - 0/1 N_{cr}$	$\varphi = 19/6$
۳/۶۰۳۸۹	۱/۳۶۴۹۰۰	۳/۵۲۷۸۷	۱/۳۵۸۲۴۸	$N_0 = - 0/3 N_{cr}$	
۶/۸۹۵۲۲	۱/۱۶۴۶۳۸	۶/۷۳۵۹۶	۱/۱۶۲۵۳۷	$N_0 = - 0/5 N_{cr}$	
۱۱/۷۷۰۹۴	۰/۹۲۱۶۶۲	۱۱/۲۳۸۰۸	۰/۹۲۶۲۱۴	$N_0 = - 0/7 N_{cr}$	
۱۸/۷۶۷۴۴	۰/۵۸۵۳۸۲	۱۸/۴۰۳۴۰	۰/۶۰۳۵۸۸	$N_0 = - 0/9 N_{cr}$	
$N_{cr} = 9/17 * 10^y (N/m)$		$N_{cr} = 8/76 * 10^y (N/m)$			
۱/۱۰۱۱۷	۱/۸۵۸۴۰۵	۱/۰۶۲۲۲	۱/۸۱۷۸۰۷	$N_0 = - 0/1 N_{cr}$	$\varphi = 28/2$
۳/۶۹۲۰۳	۱/۶۴۸۰۱۶	۳/۵۵۶۹۸	۱/۶۱۵۱۹۶	$N_0 = - 0/3 N_{cr}$	
۷/۰۳۴۴۱	۱/۴۰۶۷۰۴	۶/۷۶۹۳۲	۱/۳۸۳۱۸۰	$N_0 = - 0/5 N_{cr}$	
۱۱/۸۰۶۰۹	۱/۱۱۴۳۶۰	۱۱/۳۳۷۵۲	۱/۱۰۳۳۵۶	$N_0 = - 0/7 N_{cr}$	
۱۹/۳۳۲۸۵	۰/۷۱۰۲۷۶	۱۸/۸۰۶۶۴	۰/۷۲۲۴۱۸	$N_0 = - 0/9 N_{cr}$	
$N_{cr} = 10/25 * 10^y (N/m)$		$N_{cr} = 9/25 * 10^y (N/m)$			
۱/۰۶۴۸۰	۲/۱۴۵۳۶۱	۰/۹۹۷۹۷	۲/۰۳۸۹۱۱	$N_0 = - 0/1 N_{cr}$	$\varphi = 35/5$
۳/۵۶۹۵۳	۱/۹۰۳۲۵۹	۳/۳۴۳۳۱	۱/۸۱۲۱۳۵	$N_0 = - 0/3 N_{cr}$	
۶/۷۹۸۸۴	۱/۶۲۵۳۲۹	۶/۳۶۸۹۳	۱/۵۵۲۶۳۷	$N_0 = - 0/5 N_{cr}$	
۱۱/۳۵۹۴۷	۱/۲۸۸۱۷۹۰	۱۰/۶۵۶۳۴	۱/۲۳۹۹۱۴	$N_0 = - 0/7 N_{cr}$	
۱۹/۳۱۵۴۰	۰/۸۲۴۶۷۶	۱۸/۵۲۴۶۹	۰/۸۱۴۷۳۵	$N_0 = - 0/9 N_{cr}$	



شکل (۲۰): تغییرات زاویه دهانه ناحیه ناپایداری پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی بر اثر تغییر زاویه ریب‌های تقویت‌کننده تحت بارگذاری کششی و فشاری برای شکل حالت اول ($R/h = 80$, $L/R = 1/6$)

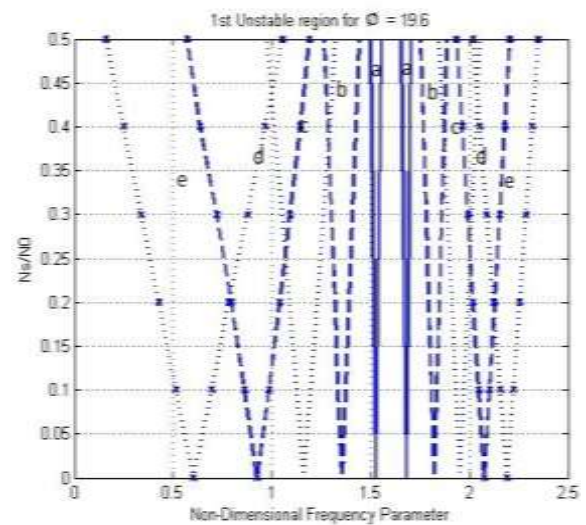
با افزایش زاویه ریب‌های تقویت‌کننده، فرکانس اصلی ناپایداری دینامیکی افزایش می‌یابد.

تأثیرپذیری زاویه دهانه ناحیه ناپایداری نسبت به زاویه ریب‌ها به صورت مستقیم نیست، به گونه‌ای که زاویه دهانه ناحیه ناپایداری در زاویه ۳۵/۵ کمترین مقدار خود را دارد، سپس زاویه ۱۹/۶ و بعد از آن زاویه ۲۸/۲ است. به عبارتی تأثیر افزایش زاویه ریب مارپیچ بر روی زاویه دهانه ناحیه ناپایداری روند افزایشی یا کاهش‌دهنده ندارد. با افزایش زاویه ریب‌ها فاصله بین مقادیر فرکانس اصلی و زاویه دهانه ناحیه ناپایداری حالت اول و دوم افزایش می‌یابد.

۱۳-۴- تأثیر تغییر ابعاد سطح مقطع ریب‌ها

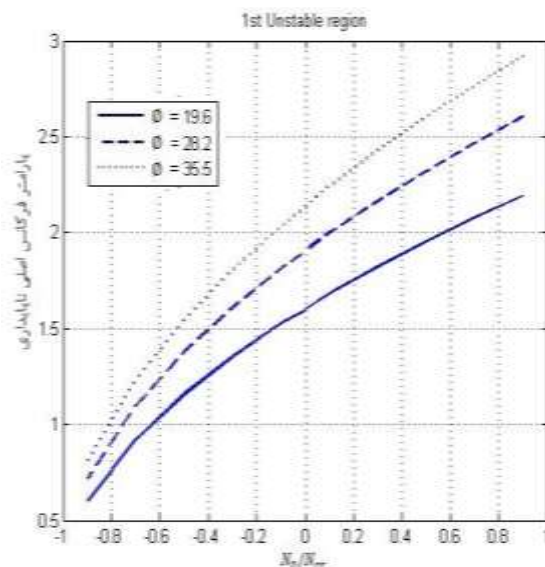
به منظور بررسی تأثیر مولفه ابعاد سطح مقطع تقویت‌کننده بر پایداری دینامیکی، نتایج برای پوسته با لایه‌چینی $[90^\circ/0^\circ/90^\circ]$ به همراه تقویت‌کننده مشبک در جداول ۱۳ و ۱۴ آورده شده است. ضمن تغییر این مقدار نیروی اولیه نیز به صورت ضربی از نیروی بحرانی به صورت کششی و فشاری افزایش می‌یابد.

از رابطه (۱۹) برای محاسبه نیروی بحرانی سازه مشبک استفاده می‌شود.



شکل (۱۸): نواحی ناپایداری دینامیکی پوسته استوانه‌ای مشبک تحت بارگذاری کششی و فشاری برای شکل حالت اول ($R/h = 80$, $\varphi = 28.2$, $L/R = 1/6$)

در شکل ۱۸ مجموعه خطوط سمت راست نتایج حاصل از بارگذاری کششی و مجموعه خطوط سمت چپ نتایج بارگذاری فشاری است، به صورتی که $a: N_0 = 0.1 N_{cr}$ ، $b: N_0 = 0.2 N_{cr}$ ، $c: N_0 = 0.3 N_{cr}$ ، $d: N_0 = 0.4 N_{cr}$ ، $e: N_0 = 0.5 N_{cr}$ می‌باشد.



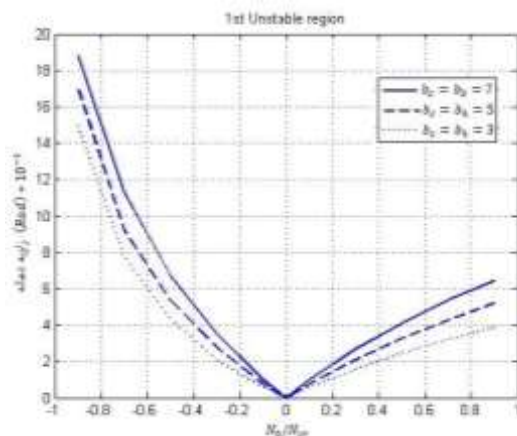
شکل (۱۹): تغییرات فرکانس اصلی ناپایداری پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی بر اثر تغییر زاویه ریب‌های تقویت‌کننده تحت بارگذاری کششی و فشاری برای شکل حالت اول ($R/h = 80$, $L/R = 1/6$)

جدول (۱۳): نتایج تأثیر مولفه ابعاد سطح مقطع ریب‌های تقویت‌کننده پوسته استوانه‌ای مشبک بر ناپایداری دینامیکی تحت بارگذاری کششی ($R/h = ۸۰$, $\varphi = ۲۸/۲$, $L/R = ۱/۶$)

حالت دوم ناپایداری (m,n) = (۱/۶)		حالت اول ناپایداری (m,n) = (۱/۵)			
$N_{cr} = ۹/۱۷ * ۱۰^y (N/m)$		$N_{cr} = ۸/۷۶ * ۱۰^y (N/m)$			
زاویه دهانه (rad) * $۱۰^{-۱}$	مولفه فرکانس اصلی ناپایداری	زاویه دهانه (rad) * $۱۰^{-۱}$	مولفه فرکانس اصلی ناپایداری		نیروی محوری متوسط
۰/۹۹۹۷۷	۲/۰۴۷۱۶۷	۰/۹۶۵۶۰	۱/۹۹۹۹۲۹	$N_0 = ۰/۱ N_{cr}$	$b_c = b_h = ۷$
۲/۷۵۱۹۶	۲/۲۱۹۸۰۳	۲/۶۶۰۹۱	۲/۱۶۶۸۷۴	$N_0 = ۰/۳ N_{cr}$	
۴/۲۴۲۲۹۳	۲/۳۸۰۱۰۹	۴/۱۰۶۷۶	۲/۳۲۱۸۶۸	$N_0 = ۰/۵ N_{cr}$	
۵/۵۲۹۷۹	۲/۵۳۰۱۷۰	۵/۳۵۹۲۳	۲/۴۶۶۹۹۶	$N_0 = ۰/۷ N_{cr}$	
۶/۶۵۵۷۰۲	۲/۶۷۱۸۸۴	۶/۴۵۷۲۴	۲/۶۰۴۱۵۷	$N_0 = ۰/۹ N_{cr}$	
$N_{cr} = ۷/۵۲ * ۱۰^y (N/m)$		$N_{cr} = ۶/۹۸ * ۱۰^y (N/m)$			
۰/۸۰۵۱۰	۲/۰۸۸۳۸۹	۰/۷۶۶۳۳	۲/۰۱۱۴۵۳	$N_0 = ۰/۱ N_{cr}$	$b_c = b_h = ۵$
۲/۲۱۹۶۴	۲/۲۶۶۹۱۴	۲/۱۱۵۳۹	۲/۱۷۹۴۳۰	$N_0 = ۰/۳ N_{cr}$	
۳/۴۳۱۳۰	۲/۴۲۸۶۱۸	۳/۲۷۳۹۰	۲/۳۳۵۴۳۹	$N_0 = ۰/۵ N_{cr}$	
۴/۴۸۱۱۳	۲/۵۸۱۸۴۹	۴/۲۸۶۸۵	۲/۴۸۱۶۱۸	$N_0 = ۰/۷ N_{cr}$	
۵/۴۲۲۱۵	۲/۷۲۶۷۴۵	۵/۱۸۴۷۸	۲/۶۱۹۶۷۶	$N_0 = ۰/۹ N_{cr}$	
$N_{cr} = ۵/۴۷ * ۱۰^y (N/m)$		$N_{cr} = ۵/۰۷ * ۱۰^y (N/m)$			
۰/۵۹۷۱۹	۲/۰۵۲۴۴۹	۰/۵۶۸۱۱	۱/۹۷۵۱۳۷	$N_0 = ۰/۱ N_{cr}$	$b_c = b_h = ۳$
۱/۶۴۸۸۴	۲/۲۲۶۰۳۰	۱/۵۷۰۱۶	۲/۱۴۰۳۴۸	$N_0 = ۰/۳ N_{cr}$	
۲/۵۵۴۷۲	۲/۳۸۷۳۰۲	۲/۴۳۵۲۵	۲/۲۹۳۷۴۰	$N_0 = ۰/۵ N_{cr}$	
۳/۳۵۱۵۴	۲/۵۳۷۹۸۵	۳/۱۹۷۱۹	۲/۴۳۷۵۳۰	$N_0 = ۰/۷ N_{cr}$	
۴/۰۶۲۴۴	۲/۶۸۰۵۴۴	۳/۸۷۸۳۲	۲/۵۷۳۴۴	$N_0 = ۰/۹ N_{cr}$	

جدول (۱۴): نتایج تأثیر مولفه ابعاد سطح مقطع ریب‌های تقویت‌کننده پوسته استوانه‌ای مشبک بر ناپایداری دینامیکی تحت بارگذاری فشاری ($R/h = ۸۰$, $\varphi = ۲۸/۲$, $L/R = ۱/۶$)

حالت دوم ناپایداری (m,n) = (۱/۶)		حالت اول ناپایداری (m,n) = (۱/۵)			
$N_{cr} = ۹/۱۷ * ۱۰^y (N/m)$		$N_{cr} = ۸/۷۶ * ۱۰^y (N/m)$			
زاویه دهانه (rad) * $۱۰^{-۱}$	مولفه فرکانس اصلی ناپایداری	زاویه دهانه (rad) * $۱۰^{-۱}$	مولفه فرکانس اصلی ناپایداری		نیروی محوری متوسط
۱/۱۰۱۱۷	۱/۸۵۸۴۰۵	۱/۰۶۲۲۲	۱/۸۱۷۸۰۷	$N_0 = - ۰/۱ N_{cr}$	$b_c = b_h = ۷$
۳/۶۹۲۰۳	۱/۶۴۸۰۱۶	۳/۵۵۶۹۸	۱/۶۱۵۱۹۶	$N_0 = - ۰/۳ N_{cr}$	
۷/۰۳۴۴۱	۱/۴۰۶۷۰۴	۶/۷۶۹۳۲	۱/۳۸۳۱۸۰	$N_0 = - ۰/۵ N_{cr}$	
۱۱/۸۰۶۰۹	۱/۱۱۴۳۶۰	۱۱/۳۳۷۵۲	۱/۱۰۳۳۵۶	$N_0 = - ۰/۷ N_{cr}$	
۱۹/۳۳۲۸۵	۰/۷۱۰۲۷۶	۱۸/۸۰۶۶۴	۰/۷۲۲۴۱۸	$N_0 = - ۰/۹ N_{cr}$	
$N_{cr} = ۷/۵۲ * ۱۰^y (N/m)$		$N_{cr} = ۶/۹۸ * ۱۰^y (N/m)$			
۰/۸۸۶۸۹	۱/۸۹۵۶۲۱	۰/۸۴۳۲۴	۱/۸۲۷۸۷۴	$N_0 = - ۰/۱ N_{cr}$	$b_c = b_h = ۵$
۲/۹۸۳۱۳	۱/۶۸۰۸۴۱	۲/۸۳۲۵۱	۱/۶۲۳۹۹۴	$N_0 = - ۰/۳ N_{cr}$	
۵/۷۳۳۱۸	۱/۴۳۴۰۰۴	۵/۴۳۵۹۲	۱/۳۹۰۱۹۳	$N_0 = - ۰/۵ N_{cr}$	
۹/۷۷۸۹۲	۱/۱۳۵۰۲۲	۹/۲۵۰۸۱	۱/۱۰۸۳۰۸	$N_0 = - ۰/۷ N_{cr}$	
۱۷/۷۷۴۰۲	۰/۷۲۱۰۶۲	۱۷/۱۰۱۰۷	۰/۷۲۳۸۴۱	$N_0 = - ۰/۹ N_{cr}$	
$N_{cr} = ۵/۴۷ * ۱۰^y (N/m)$		$N_{cr} = ۵/۰۷ * ۱۰^y (N/m)$			
۰/۶۵۸۱۲	۱/۸۶۲۳۷۱	۰/۶۲۵۲۳	۱/۷۹۴۶۶۲	$N_0 = - ۰/۱ N_{cr}$	$b_c = b_h = ۳$
۲/۲۲۰۱۵	۱/۶۵۰۸۷۲	۲/۱۰۶۱۵	۱/۵۹۳۷۵۰	$N_0 = - ۰/۳ N_{cr}$	
۴/۲۹۹۸۳	۱/۴۰۷۸۵۸	۴/۰۷۰۴۲	۱/۳۶۳۵۳۹	$N_0 = - ۰/۵ N_{cr}$	
۷/۴۵۸۲۸	۱/۱۱۳۱۳۸	۷/۰۳۱۰۸	۱/۰۸۵۸۰۸	$N_0 = - ۰/۷ N_{cr}$	
۱۵/۵۶۲۲۶	۰/۷۰۴۱۷	۱۴/۹۲۸۸۲	۰/۷۰۶۱۴۵	$N_0 = - ۰/۹ N_{cr}$	



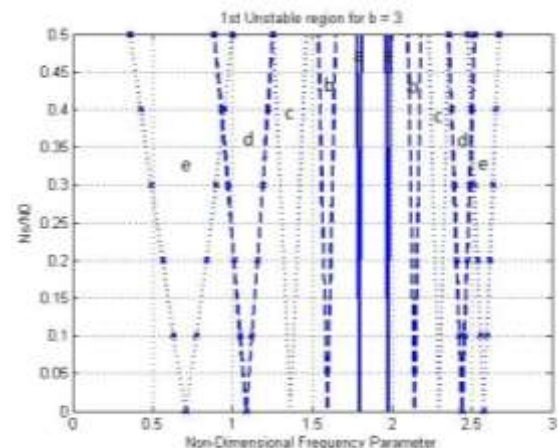
شکل (۲۲): تغییرات زاویه دهانه ناحیه ناپایداری پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی بر اثر تغییر ابعاد سطح مقطع تقویت کننده تحت بارگذاری کششی و فشاری برای شکل حالت اول ($L/R = 1/6$, $\varphi = 28/2$, $R/h = 80$)

شکل ۲۲ و ۲۳ نشان می‌دهند تأثیرپذیری فرکانس اصلی ناپایداری نسبت به عرض سطح مقطع ریب‌ها به صورت مستقیم نیست، به گونه‌ای که فرکانس اصلی در $b_c = b_h = 3$ کمترین مقدار خود را دارد سپس در $b_c = b_h = 7$ و بعد از آن در $b_c = b_h = 5$ است. به عبارتی تأثیر عرض سطح مقطع ریب بر روی فرکانس اصلی ناپایداری روند افزایشی یا کاهش‌ی ندارد. با کاهش عرض سطح مقطع ریب‌ها زاویه دهانه ناحیه ناپایداری دینامیکی کاهش می‌یابد.

۱۴- نتیجه‌گیری

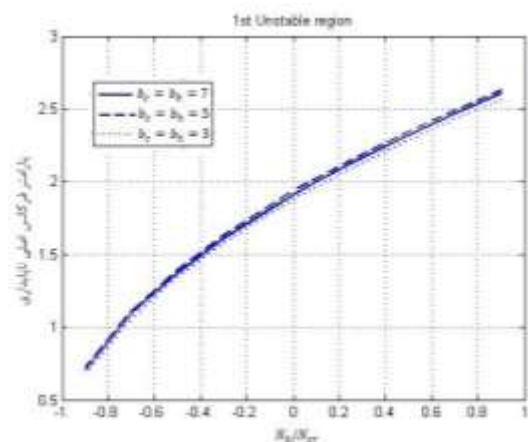
در این مقاله به تحلیل پایداری دینامیکی پوسته‌های استوانه‌ای مشبک کامپوزیتی تحت بارهای هارمونیک با استفاده از نظریه دانل، پرداخته شده است. نتایج حاکی از آن است که:

- اضافه نمودن تقویت کننده به پوسته استوانه‌ای مشبک که به دلیل بهبود خواص مکانیکی انجام می‌گیرد باعث افزایش ۳ برابری فرکانس اصلی ناپایداری می‌گردد که این امر در جهت کنترل ناپایداری امری مثبت تلقی می‌شود. همچنین اضافه نمودن تقویت کننده سبب افزایش ۱۰ برابری زاویه دهانه و افزایش ناحیه ناپایداری می‌شود. به نظر می‌رسد با توجه به اینکه تقویت کننده مشبک سبب افزایش سفتی خمشی سازه می‌شود به همین دلیل فرکانس اصلی ناپایداری با اضافه نمودن تقویت کننده مشبک افزایش می‌یابد.



شکل (۲۱): نواحی ناپایداری دینامیکی پوسته استوانه‌ای مشبک تحت بارگذاری کششی و فشاری برای شکل حالت اول ($L/R = 1/6$, $\varphi = 28/2$, $R/h = 80$, $b_c = b_h = 3$)

لازم به ذکر است که شماره حالت‌های ذکر شده در جداول ۵ تا ۱۴ به ازای حالت‌های اول و دوم ناپایداری عبارتند از شماره حالت پایه یا شکل حالت متناظر با کوچکترین فرکانس طبیعی خمشی پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی، با در نظر گرفته نسبت طول به شعاع، شعاع به ضخامت و خواص هندسی تقویت کننده‌ها و همچنین نوع پیش بار کششی یا فشاری استاتیکی اعمالی است. در شکل ۲۱ مجموعه خطوط سمت راست نتایج حاصل از بارگذاری کششی و مجموعه خطوط سمت چپ نتایج بارگذاری فشاری است، به صورتی که a: $N_0 = 0.1 N_{cr}$, b: $N_0 = 0.2 N_{cr}$, c: $N_0 = 0.3 N_{cr}$, d: $N_0 = 0.4 N_{cr}$, e: $N_0 = 0.5 N_{cr}$ می‌باشد.



شکل (۲۳): تغییرات فرکانس اصلی ناپایداری پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی بر اثر تغییر ابعاد سطح مقطع تقویت کننده تحت بارگذاری کششی و فشاری برای شکل حالت اول ($R/h = 80$, $\varphi = 28/2$, $L/R = 1/6$)

زاویه ریب ماریچ بر روی زاویه دهانه ناحیه ناپایداری روند افزایشی یا کاهش می‌یابد.

– تأثیرپذیری فرکانس اصلی ناپایداری نسبت به عرض سطح مقطع ریب‌ها به صورت مستقیم نیست. به عبارتی تأثیر عرض سطح مقطع ریب بر روی فرکانس اصلی ناپایداری روند افزایشی یا کاهش می‌یابد.

– با کاهش عرض سطح مقطع ریب‌ها زاویه دهانه ناحیه ناپایداری دینامیکی کاهش می‌یابد.

۱۴- مراجع

1. N. Yamaki, K. Nagai, "Dynamic stability of circular cylindrical shells under periodic shearing forces", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 45, No. 4, pp. 513-527, 1976.
2. N. Yamaki, K. Nagai, "Dynamic stability of circular cylindrical shells under periodic compressive forces", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 58, No. 3, pp. 425-441, 1978.
3. M. Ganapathi, T.K. Varadan, V. Balamurugan, "Dynamic instability of laminated composite curved panels using finite element method", *Computers & Structures*, Vol. 53, No. 2, pp. 335-342, 1994.
4. Qinkai Han, Zhaoye Qin, Jingshan Zhao, Fulei Chu, "Parametric instability of cylindrical thin shell with periodic rotating speeds", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 57, pp. 201-207, 2013.
5. M. Yazdani, H. Rahimi, A. A. Khatibi, S. Hamzeh, "An experimental investigation into the buckling of GFRP stiffened shells under axial loading", *Scientific Research and Essay*, Vol. 9, pp. 914-920, 2009.
6. Yazdani M., Rahimi H., Khatibi, A. A., and Hamzeh S., "An experimental investigation into the buckling of GFRP stiffened shells under axial loading", *Scientific Research and Essays*, Vol. 4, No. 9, pp. 914-920, 2009.
7. Yazdani M. and Rahimi G.H., "The effects of helical ribs number and grid types on the buckling of thin-walled GFRP-stiffened shells under axial loading", *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 29, No. 17, pp. 2568-2575, 2010.
8. M. Yazdani, G. Rahimi, "The behavior of GFRP-stiffened and-unstiffened shells under cyclic axial loading and unloading", *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 30, No. 5, pp. 440-445, 2011.

– با افزایش نیروی اولیه، زاویه دهانه ناحیه ناپایداری سازه هم در حالت نیروی کششی و هم در حالت نیروی فشاری افزایش پیدا می‌کند. دلیل این تر این است که هر چه نیروی اولیه زیاد بشود به نیروی کمانش نزدیک‌تر شده و سازه در معرض ناپایداری بیشتر قرار می‌گیرد. به همین دلیل هم در حالت فشاری و هم در حالت نیروی کششی ناحیه ناپایداری افزایش می‌یابد.

– با افزایش نیروی اولیه N_0 فرکانس اصلی ناپایداری در حالتی که نیرو کششی است افزایش می‌یابد و در حالت نیروی فشاری کاهش می‌یابد. علت این امر در این است که فرکانس خمشی سازه با افزایش نیروی کششی زیاد می‌شود و با افزایش نیروی فشاری کاهش می‌یابد.

– هرچه طول پوسته استوانه‌ای بیشتر شود میزان فرکانس اصلی ناپایداری و زاویه دهانه ناحیه ناپایداری کاهش می‌یابد. این امر بدین سبب محقق می‌شود که افزایش طول پوسته استوانه‌ای سبب کاهش سفتی خمشی شده و بدین جهت فرکانس اصلی ناپایداری نیز کاهش می‌یابد.

– با افزایش طول پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی مشبک، میزان فاصله فرکانس اصلی و زاویه دهانه ناحیه ناپایداری بین حالت $N_0 = 0.1 N_{cr}$ و $N_0 = 0.9 N_{cr}$ کمتر می‌شود. به عبارتی تأثیرپذیری سازه نسبت به پایداری دینامیکی با افزایش طول، کاهش می‌یابد.

– هرچه ضخامت پوسته استوانه‌ای بیشتر شود میزان فرکانس اصلی و زاویه دهانه ناحیه ناپایداری نیز افزایش می‌یابد. با توجه به اینکه افزایش ضخامت سبب افزایش سفتی خمشی پوسته استوانه‌ای می‌شود فرکانس اصلی ناپایداری نیز افزایش می‌یابد.

– با افزایش زاویه ریب‌های تقویت کننده فرکانس اصلی ناپایداری دینامیکی افزایش می‌یابد. هرچه زاویه ریب‌ها کمتر باشد ساختار مشبک متراکم‌تر شده و بیشتر به ساختار پوسته استوانه‌ای نزدیک‌تر می‌شود، بدین جهت افزایش زاویه ریب‌ها سبب افزایش سفتی سازه در راستای عمودی خواهد شد که این امر سبب افزایش فرکانس اصلی ناپایداری می‌شود.

– تأثیرپذیری زاویه دهانه ناحیه ناپایداری نسبت به زاویه ریب‌ها به صورت مستقیم نیست. به عبارتی تأثیر افزایش

20. R. Ruotolo, "A Comparison of Some Thin Shell Theories Used for The Dynamic Analysis of Stiffened Cylinders", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 243, No. 5, pp. 847-860, 2001.
21. W. Leissa, "Vibration of shells" NASA SP-288, U.S, Government printing office, 1973.
22. Leonard. Meirovitch, "Fundamentals of vibration" McGraw-Hill, 2001.
23. S. Kidane, "Buckling Analysis of Grid Stiffened Composite Structures", Msc Thesis, Department of Mechanical Engineering, Louisiana State University, 2002.
24. Kaw A.K., *Mechanics of Composite Materials*, 2006, Taylor & Francis Group, LLC: New York. pp. 320-325.
25. Kidane S., Li, G., Helms J., Pang S. S., and Woldeesenbet E., "Buckling load analysis of grid stiffened composite cylinders", *Composites Part B: Engineering*, Vol. 34, No.1, pp. 1-9, 2003.
26. Eskandari-Jam, J., Yousefzadeh, M., "Determination of stiffness matrix of composite cylindrical shell cylinders under axial load", 8th Annual (International) Conference of Iran Aerospace Association, Isfahan Shahinshahr, Malek Ashtar University of Technology, 2009. (in Persian)
27. K. Y. Lam and T. Y. Ng, "Dynamic stability analysis of laminated composite cylindrical shells subjected to conservative periodic axial loads", Department of Mechanical and Production Engineering, National University of Singapore, 10 Kent Ridge Crescent, Singapore, 119260, Singapore, 1998
28. Kourosh, S., "Optimal design and testing of composite lattice shells under compressive axial load", 12th Conference of the Iranian Aerospace Association, Tehran, Amirkabir University of Technology, 2012. (in Persian)
29. Xie, Wei-Chau. *Dynamic stability of structures*. Cambridge University Press, 2006.
9. M.Y.M.A.Ghasemi,S.M.Hoseini, "Analysis of effective parameters on the buckling of grid stiffened composite shells based on first order shear deformation theory" ,*Modares Mechanical Engineering* ,Vol .13, No.10, pp. 51-61, 2013. (In Persian)
10. A.Talezadehlari,Gh.H.Rahimi, "Buckling analysis of stiffened composite cylindrical shell based on the modifieds near method,*Modares Mechanical Engineering*", Vol.15, No.11, pp. 319-329, 2015 (In Persian)
11. S. Kidane, G. Li, J. Helms, S.-S. Pang, E. Woldeesenbet, "Buckling load analysis of grid stiffened composite cylinders", *Composites Part B: Engineering*, Vol. 34, No. 1, pp.1-9, 2003.
12. K. Y. Lam, C.T. Loy. "Influence Of boundry conditions for a thin laminated rotating cylindrical shell", *Composite Structure*, Vol. 41, pp. 215-167, 1998.
13. S.P. Timoshenko, "Theory of plates and shells", McGraw-Hill, Singapore,1989.
14. Stefan Markus, "The mechanics of vibration of cylindrical shells", Elsevier Amsterdam-Oxford_New Tork-Tokyo-1988.
15. M. Farshad, "Design and analysis of shell structures", Kluwer academic publishers, Dordrecht/Boston/London,1992.
16. Tizfahm, A., "Stress analysis and buckling study of a thin-walled cylindrical shell for weight loss" Master Thesis, Amirkabir University, 2002. (in Persian)
17. A.C. Ugural, "Stresses in plate and shells", McGraw-Hill, Singapor, 1999.
18. Jack. R, Vinson, "The mechanical behavior of shells composed of isotropic and composite materials", Kluwer academic publishers, Dordrecht/ Boston/London,1993.
19. Mohseni Shakib, M., "Analysis and design of composite structures". Imam Hossein University Press, Tehran, Iran, 1995. (in Persian)