

## مدل سازی تحلیلی تغییر شکل ورق مثلثی تحت انفجار مخلوط گازها

مجتبی حقگو<sup>۱</sup>، هاشم بابایی<sup>۲\*</sup>، توحید میرزابابایی مستوفی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

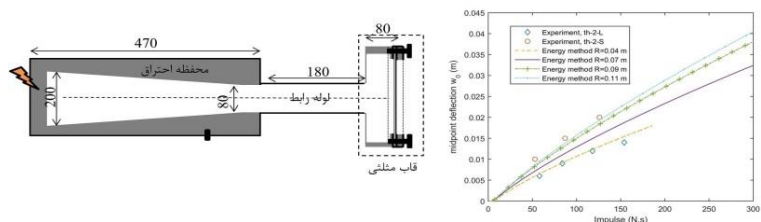
<sup>۲</sup> دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

<sup>۳</sup> استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه ایوانکی، ایوانکی، ایران

### برجسته‌ها

- کاهش یافتن جابجایی مرکز جرم با افزایش ضخامت ورق
- افزایش تغییر شکل ورق با افزایش سطح بدون پوشش
- تطابق قابل قبول پیش‌بینی روش انرژی با داده‌های تجربی

### چکیده گرافیکی



### مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:

نوع مقاله: علمی پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۱/۰۱/۱۶

بازنگری: ۱۴۰۱/۰۲/۰۳

پذیرش: ۱۴۰۱/۰۲/۱۸

ارائه برخط: ۱۴۰۱/۰۴/۰۷

\* نویسنده مسئول:

ghbabaei@guilan.ac.ir

کلیدواژه‌ها:

ورق مثلثی

انفجار گازی

مدل سازی تحلیلی

روش انرژی

### چکیده

پاسخ ورق فولادی نازک با بارگذاری انفجاری مخلوط گازها توسط روش تحلیلی برای یافتن جابجایی مرکز ورق گیردار شده در قاب‌های مثلثی بررسی می‌شود. پروفایل‌های تغییر شکل ورق‌ها با ضخامت‌های مختلف گیردار شده بر قاب مثلثی تحت فشارهای پیش‌انفجار مختلف بررسی می‌شود که نشان‌دهنده‌ی تغییر شکل پلاستیک بزرگ با بیشترین تغییر شکل در مرکز جرم مثلث است. با اقتباس روش انرژی که پیش‌تر برای ورق‌های دایره‌ای بسط داده شده بود و استفاده از شرایط جدید مسئله، محدوده‌های جابجایی مرکز جرم ورق مثلثی به دست می‌آیند. همچنین، برخی پارامترهای مهم، شامل ضخامت ورق و استحکام تسلیم برای نشان دادن تأثیر ناحیه بدون پوشش بر پروفایل تغییر شکل مطالعه می‌شوند. نتایج مطالعات تحلیلی نشان از یک تطابق قابل قبول در مقایسه با آزمایش‌ها دارد و نشان‌دهنده‌ی کاهش یافتن جابجایی مرکز جرم با افزایش ضخامت ورق و در نظرگیری نرخ کرنش است. روش انرژی به‌عنوان یک ابزار سودمند مبین کاهش جابجایی نقطه مرکز با اندازه کوچک‌تر سطح بدون پوشش ورق است.

## ۱- مقدمه

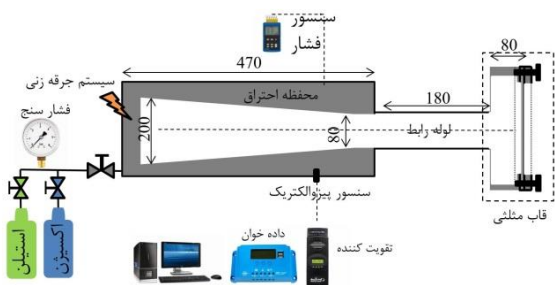
نظر گرفتن پدیده کنش قوی بین موج و سازه، توجه زیادی را به خود جلب کرده است [۴]. توزیع فضایی امواج انفجار که بر روی ساختار عمل می‌کنند و پیش‌بینی درست تغییرشکل ساختار، مسائل اساسی در این مورد هستند، زیرا انرژی انفجار از طریق انحراف و اعوجاج ساختار جذب می‌شود [۵]. هوندا و سوزوکی [۶] چندین آزمایش تجربی را برای شکل دادن صفحات فلزی با استفاده از دستگاه انفجار گاز انجام دادند. آن‌ها از روش‌های کشش آزاد و شکل‌دهی برشی برای تولید یک ماهی‌تابه تخت و یک پنل دکوراسیون استفاده کردند. آن‌ها همچنین مقادیر تغییر حداکثر فشار در مرکز نمونه و در مرکز انفجار را نشان دادند که به ترتیب در محدوده ۲۰۰-۶۵۰ مگا پاسکال و ۱۲-۳۷ گیگا پاسکال جابه‌جا شدند. آن‌ها مزیت صفحات فولادی و آلومینیومی شکل‌گرفته خود را با صفحات تولیدشده از روش خمش مقایسه کردند و نتیجه گرفتند که فرآیند با سرعت زیاد می‌تواند صفحات را بدون آسیب رساندن به سطوح پوشش هر دو طرف صفحه شکل دهد. بابایی و همکاران [۷] بررسی تجربی و مدل‌سازی تحلیلی شکل‌دهی ورق دایره‌ای با استفاده از انفجار مخلوط گازی را انجام دادند. آن‌ها انرژی تغییرشکل ورق‌ها را با اندازه‌گیری فشار انفجار محفظه بعد از انفجار محاسبه کردند. آن‌ها این انرژی را برابر انرژی کرنشی تغییرشکل گرفتند. مستوفی و همکاران [۸] مجموعه‌ای از آزمایش‌ها را بر روی آلیاژ آلومینیوم و صفحات فولاد نرم با انواع ضخامت انجام دادند تا اثرات فشارهای پیش‌انفجار استیلن-اکسیژن بر تغییرشکل پلاستیکی عرضی صفحات مستطیلی کاملاً گیردار تحت بارگذاری انفجار مخلوط گازی را بررسی کنند. آن‌ها یک تابع بسط مرتبه صفر از نوع اول در هر دو جهت محورها را بر اساس روش انرژی برای برآورد تغییرشکل دائمی صفحه در نظر گرفتند. آن‌ها از یک مدل کوپر-سیمونز برای در نظر گرفتن حساسیت نرخ کرنش مواد در مدل استفاده کردند. این امر نیازمند یک بینش کامل نسبت به فیزیک واقعی درگیر در این مورد هم برای انفجار و هم برای اعوجاج ساختاری است. پس از برخورد ضربه، سطح تماس به‌عنوان بخشی از مسئله به شکل محدب درمی‌آید. با توجه به موارد گفته‌شده، بررسی پاسخ پلاستیک دینامیکی سازه‌های مختلف مثل ورق‌ها توسط مطالعات

ورق‌ها به‌عنوان سازه‌های کاربردی در مهندسی استفاده می‌شوند. مسئله ضربه وارد بر ورق یکی از مسائل روزمره است. وقتی ضربه به ورق وارد می‌شود، موج‌های انتقالی سه‌بعدی ابتدا بر سطح ورق وارد می‌شوند و سپس به درون ورق نفوذ می‌کنند [۱]. تغییرشکل‌های بزرگ می‌تواند موجب افزایش تنش‌های ورق فراتر از مرزهای الاستیک شود که موجب تغییرشکل پلاستیک مؤثر در سازه می‌شود [۲]. مهندسان سازه، وقوع تغییرشکل‌های پلاستیک را برای ورق قابل قبول می‌دانند مادامی‌که قابلیت به‌کارگیری ورق از بین نرود. با این‌وجود مهندسان سازه، با چالش محاسبه درست پروفایل تغییرشکل و الگوی تنش سازه مواجه هستند [۳]؛ بنابراین یکی از هدف‌های این مطالعه فراهم کردن محاسبات کاربردی با قابلیت تحلیل پروفایل تغییرشکل ورق است. یک سازه ورقی شکل با جذب مقدار زیادی از نیروی منتقل‌شده، درصد کمی از انرژی انتقالی را به‌صورت نیروی اضافی باقی می‌گذارد. بهره بردن از یک هندسه مناسب موجب هر چه کمتر شدن بارهای اضافه باقی‌مانده می‌شود. این کار با انتقال بخش قابل‌توجهی از نیروی منتقل‌شده به نقاط معینی از ورق، دست‌یافتنی است.

شکل‌دهی یک قطعه با دادن یک سرعت اولیه به آن امکان‌پذیر است. این سرعت اولیه توسط ایمپالس اعمالی به سطح ورق به دست می‌آید. اظهارنظر در مورد تغییر سرعت یک سازه بر اثر ضربه‌ی واردشده به آن با استفاده از قانون دوم نیوتن امکان‌پذیر است.

یک سازه به شکل ورق بر اثر موج انفجاری دچار تغییرشکل پلاستیک می‌شود. موج انفجاری لازم برای بردن ماده به فاز پلاستیک باید بزرگ‌تر از استحکام ماده باشد. برای یک ورق گیردار، پروفایل تغییرشکل باید مشابه پروفایل نیرو باشد. تأثیر ابعاد و شکل قید بر نحوه تغییرشکل ورق غیرقابل‌انکار است. استفاده از هندسه متفاوتی مانند مثلث برای قید در راستای ساخت سقف ماشین‌های آواربرداری برای انتقال مؤثر آوارهای به‌جامانده بر سقف ماشین اهمیت دارد.

شکل‌پذیری محتمل و تغییرشکل بزرگ یک ورق فلزی در نتیجه انفجار مخلوط گازها در یک فضای محدود با در



شکل (۱): پیکربندی اجزای آزمایش تجربی

### ۳- مدل سازی تحلیلی

تحلیل الاستیک ورق‌ها برای بررسی ورق‌هایی با شکل‌ها، شرایط مرزی و بارگذاری‌های مختلف تاکنون استفاده شده‌اند. روش‌های حل تحلیلی الاستیک به معادلات دیفرانسیل ختم می‌شوند. حل این معادلات دیفرانسیل با در نظرگیری شرایط مرزی مختلف منجر به دستیابی به توزیع تنش بر اثر یک نوع خاصی از بارگذاری می‌شود. با داشتن توزیع تنش، دستیابی به کرنش با بهره بردن از معادلات ساختاری الاستیک امکان پذیر است.

اهمیت استفاده از روش تحلیلی پلاستیک به جای روش‌های الاستیک رایج برای بررسی ورق‌ها چندین دهه است که ذهن محققین را به خود مشغول کرده است [۹]. با وجود اینکه تحلیل سازه با استفاده از روش‌های الاستیک، نتایج خوبی را برای تغییر شکل‌ها و تنش‌های تولید شده ایجاد می‌کند، فاقد تشخیص ظرفیت تحمل نیرو توسط سازه است. در هنگام تسلیم، فرض‌های اساسی تئوری الاستیسیته دیگر معتبر نیست. در بسیاری از موارد، یک طراحی الاستیک بسیار محافظه کارانه است. در بعضی موارد، مانند کاربردهای هوافضایی، تئوری بیش از حد محافظه کارانه نتایج غیر ایمن و نادرستی می‌دهد.

بنابراین ضروری است که رفتار پلاستیک ورق‌ها بررسی شود. هدف اعمال تئوری پلاستیسیته برای تعیین کرنش پلاستیک کل به صورتی تابعی از نیروهای اعمالی است [۱۰]. با معرفی رابطه تنش-کرنش پلاستیک صلب ایده آل، روابط ریاضی تئوری پلاستیسیته ساده می‌شوند. تئوری ریاضی پلاستیسیته ورق‌ها بسیار پیچیده تر از تئوری الاستیسیته ورق‌ها است. مهم‌ترین سختی در انتگرال گیری

تجربی و تحلیلی از اهمیت زیادی برخوردار است. خمشی یکی از مهم‌ترین مسائل مهندسی مرتبط با ورق‌ها است. وقتی به یک ورق در جهت ضخامت نیرویی وارد می‌شود، در صورتی که تغییر شکل کمتر از ۲۰ درصد ضخامت ورق باشد، تغییر شکل کوچک فرض می‌شود. با افزایش تغییر شکل تا بیش از ۳۰٪ ضخامت ورق، تغییر شکل با کرنش سطح میانی همراه است.

هدف این مطالعه ارائه یک مدل کارا برای بررسی دینامیک تغییر شکل پلاستیک ورق سه گوش بر اثر بارگذاری انفجاری مخلوط گازی است. ضربه ناشی از انفجار بسیار سریع تر از زمان مورد نیاز ورق برای رسیدن به بیشینه جابجایی اش منتقل می‌شود. این فرض منجر به تحلیل‌های جالبی از تأثیر گذاری فشار محفظه قبل از انفجار بر شکل گیری ورق می‌شود. یک مدل تحلیلی برای بررسی رفتار دینامیکی ورق بر اثر انتشار موج‌های ناشی از انفجار شامل اندازه گیری تغییر مکان مرکز جرم ورق ارائه می‌شود. هدف از ارائه این مدل تحلیلی بررسی تأثیر گذاری برخی از پارامترها مانند خواص مکانیکی، هندسه و حساسیت به نرخ کرنش ورق بر جابجایی مرکز جرم ورق است.

### ۲- آزمایش تجربی

آزمایش در محیط بسته آزمایشگاه و با تعبیه محفظه احتراق مجهز به سیستم جرعه زنی خودکار و سوراخ‌های ورود و خروج گاز انجام می‌شود. سایر متعلقات آزمایش شامل لوله رابط استوانه‌ای و قاب مثلثی‌اند. قاب مثلثی یک فضای مثلثی به عمق ۵۰ میلی‌متر دارد که از یک سمت به لوله رابط متصل به محفظه احتراق جوش شده و از طرف دیگر ورق را توسط قالب مثلثی انتهایی می‌فشارد. شکل ۱ نشان- دهنده اجزای مختلف آزمایش است.

نمونه‌ها از فولاد کم کربن St12 و با ضخامت‌های مختلف ۱، ۲ و ۳ میلی‌متر انتخاب شدند. ورق‌های مثلثی کوچک با قاعده ۱۶۰ میلی‌متر و ارتفاع ۱۱۰ میلی‌متر از ورق‌های مستطیلی به ابعاد ۲۵۰ در ۲۰۰ میلی‌متر مربع ساخته می‌شوند. ورق‌های مثلثی بزرگ با قاعده ۳۰۰ و ارتفاع ۲۶۰ میلی‌متر از ورق‌های مستطیلی برش خورده به ابعاد ۴۰۰ در ۴۰۰ میلی‌متر مربع ساخته می‌شوند.

(۴) ضرایب ماده در معادله ساختاری کوپر-سیمونز ثابت در نظر گرفته می‌شوند.

(۵) شکل توزیع نیرو در سطح ورق یکنواخت است.

(۶) ورق همسانگرد است.

یک تابع به صورت انرژی پتانسیل کل یک جسم تعریف می‌شود. انرژی پتانسیل کل  $\Pi$  شامل انرژی کرنشی  $U$  و انرژی پتانسیل نیروهای خارجی  $\Omega$  است. انرژی پتانسیل جسم قبل از تغییرشکل صفر است. بنابراین انرژی کل مبین تغییر انرژی نیروهای داخلی و خارجی در حین تغییرشکل از شکل اولیه به شکل نهایی است. انرژی پتانسیل یک جسم توسط کار انجام شده توسط نیروهای داخلی و خارجی تعریف می‌شود. پتانسیل نیروهای داخلی (انرژی کرنشی تغییرشکل)، معادل کار نیروهای داخلی است  $U = -W$ . با توجه به منفی بودن کار نیروهای داخلی، انرژی کرنشی مقداری مثبت را اختیار می‌کند. انرژی کرنشی ذخیره شده در یک جسم برای شرایط عمومی تنش توسط رابطه (۱) بیان می‌شود.

$$dU = \sigma_x d\varepsilon_x + \sigma_y d\varepsilon_y + \tau_{xy} d\gamma_{xy} + \tau_{yx} d\gamma_{yx} \quad (1)$$

محاسبه حداکثر جابجایی صفحه مثلثی در مرکز جرم صفحه با استفاده از یک روش مدل‌سازی تحلیلی انجام می‌شود. به دلیل سرعت زیاد انتشار موج شوک منعکس شده بر سطح صفحه مثلثی، می‌توان فرض کرد که کل ناحیه صفحه هم‌زمان با همان سرعت شروع به حرکت می‌کند. لبه‌های محکم، مانع حرکت صفحه به صورت یک بدنه صلب می‌شوند. تغییرشکل با تابع شکل معادله (۲) توضیح داده می‌شود. این معادله معرف شکل مثلثی با گوشه‌های گرد است. شرایط مرزی یک ورق مثلثی که مربوط به صفر شدن جابجایی‌ها در اضلاع مثلث و بیشینه جابجایی در مرکز جرم مثلث است توسط این تابع بیان می‌شود.

$$W = w_0 \left( 1 - \left( \frac{r}{R} \cos(\alpha\gamma) \right)^\beta \right) \quad (2)$$

در اینجا  $w_0$  جابجایی مرکز جرم و  $R$  شعاع دایره محاط شده است. با در نظر گرفتن  $\theta = \alpha\gamma$  که در آن تغییرات از یک به صفر، گرد بودن گوشه‌ها را تعیین می‌کنند، مقدار نهایی  $\alpha = 1$  شکل مثلث متساوی‌الاضلاع بدون گوشه گرد و  $\alpha = 0.1$  یک شکل دایره‌ای را نشان می‌دهد. شکل مثلث

از معادلات دیفرانسیل منتهجه نهفته است. این‌ها موجب به‌کارگیری روش‌های عددی متعدد در تحلیل ورق‌ها شده‌اند [۷].

معمولاً ترکیبی از تنش‌های چندبعدی موجب وارد شدن ماده به فاز پلاستیک می‌شود و تسلیم یک ماده وابسته به شرایط کلی تنش نقطه‌ی موردنظر شامل ۹ مؤلفه‌ی تنش است. با توجه به اینکه، تابع تسلیم مشخص‌کننده‌ی محدوده‌ی الاستیک یک ماده است، ایزوتروپیک بودن ماده موجب معتبر بودن تابع تنش حتی با وجود دوران محورهای کارتزین است. همچنین در محدوده‌ی پلاستیک یک ماده تراکم‌ناپذیر فرض می‌شود. در این تحقیق معیار فون‌میسز با توجه به سادگی و کاربردی بودن به‌عنوان معیار تسلیم استفاده می‌شود.

با توجه به موارد فوق، یکی از روش‌های ساده و در حین حال با دقت برای پیش‌بینی تغییرشکل دائمی سازه‌ها به کار بردن روش انرژی است. در این روش، انرژی ورودی به سازه از طرف بارهای اعمالی با کار پلاستیک انجام شده طی فرآیند تغییرشکل ورق معادل قرار داده می‌شوند [۱۱]. موفقیت این روش بستگی به تخمین معقول از حالت‌های اولیه تغییرشکل طی تغییرشکل‌های بزرگ پلاستیک دارد. این تقریب سازی برای سازه‌های پیچیده با بارگذاری دلخواه کمی مشکل است.

تغییرشکل ورق مثلثی با فرض رفتار پلاستیک کاملاً صلب برای ماده سازنده و در نظرگیری شرایط تسلیم فون‌میسز و حل معادلات دیفرانسیل غشایی به دست می‌آید. روش تحلیلی به دست آوردن پروفایل تغییرشکل عرضی ورق سه‌گوش بر اساس روش انرژی است. برای استفاده از این تئوری فرض‌های زیر انجام می‌شود [۱۲]:

(۱) در تغییرشکل بزرگ ورق‌ها بر اثر بارگذاری

ضربه‌ای، اتلاف انرژی درونی بر اثر نیروهای غشایی اتفاق می‌افتد.

(۲) با مقایسه کل کار انجام شده با انرژی الاستیک، صرف‌نظر کردن از کرنش‌های الاستیک در تحلیل‌های تئوری امکان‌پذیر است.

(۳) برای محاسبه تنش تسلیم دینامیکی، معادله ساختاری کوپر-سیمونز استفاده می‌شود.

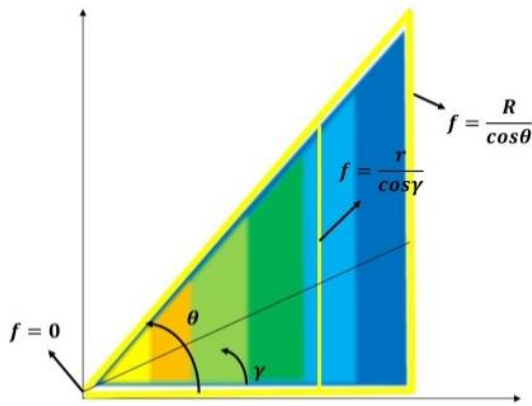
این شکل تفاوت بین صفحات با مقادیر مختلف  $\alpha$  را نشان می‌دهد که با افزایش  $\alpha$  ورق به فرم مثلث متساوی‌الاضلاع با گوشه‌های تیز درمی‌آید. تابع شکل ذکر شده برای پروفایل خیز صفحات مثلثی شکل برای به دست آوردن مؤلفه‌های کرنش استفاده می‌شود. مؤلفه‌های کرنش صفحه مدور در مختصات استوانه‌ای را می‌توان به گونه‌ای که در معادلات (۳) نشان داده شده است، نوشت.

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= -z \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 \\ \varepsilon_\theta &= -z \left( \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \\ 2\varepsilon_{r,\theta} &= -z \left( -\frac{2}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{2}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} \right) + \left( \frac{\partial w}{\partial r} \right) \left( \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

با توجه به معادله (۲)، کرنش‌ها می‌توانند با محاسبه تابع شکل  $\beta = 3$  به صورت رابطه (۴) نوشته شوند.

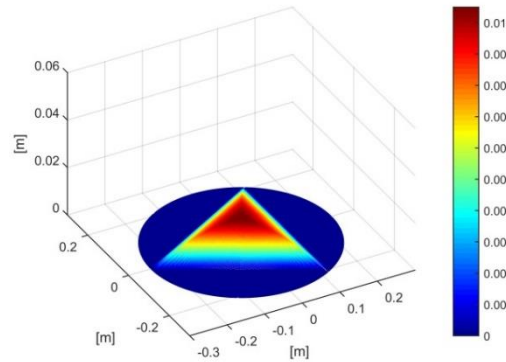
$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= -z \left( -\frac{r w_0}{R^2} \cos^2 \theta \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{4r^2 w_0^2}{R^4} \cos^4 \theta \right) \\ \varepsilon_\theta &= -z \left( -\frac{2w_0}{R^2} \cos^2 \theta + \frac{2w_0}{R^2} \cos 2\theta \right) + \dots \\ \frac{1}{2} \left( \frac{r^4 w_0^2}{R^4} \sin^2 2\theta \right) \\ 2\varepsilon_{r,\theta} &= -z \left( -\frac{2w_0}{R^2} \sin 2\theta + \frac{4w_0}{R^2} \sin 2\theta \right) + \dots \\ \left( -\frac{2r^3 w_0}{R^4} \cos^2 \theta \sin 2\theta \right) \end{aligned} \quad (4)$$

شکل ۴ نشان‌دهنده‌ی یک‌ششم از مثلث متساوی‌الاضلاع است که مثلثی قائم‌الزاویه به رأس  $60^\circ$  و ارتفاعی که با افزایش شعاع تغییر می‌کند. مجموع انتگرال‌گیری‌ها بر این شش بخش به مقدار انتگرال در کل مثلث می‌انجامد.



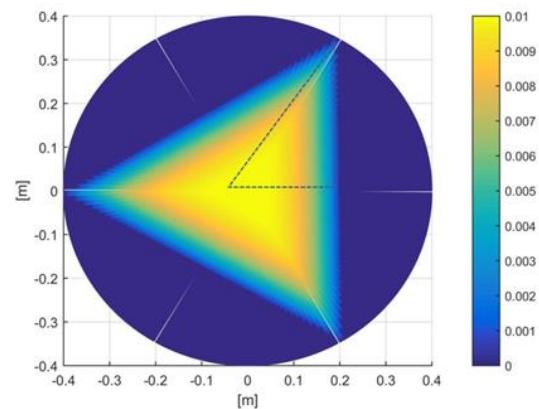
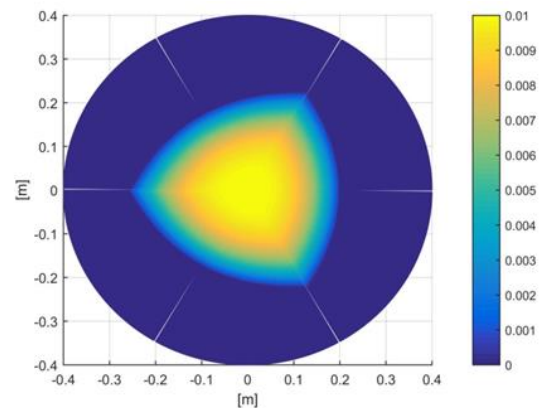
شکل (۴): یک‌ششم از مثلث متساوی‌الاضلاع

متساوی‌الاضلاع با  $\alpha = 1$  در شکل ۲ نشان داده شده است. مطالعات تحلیلی قبلی به‌طور معمول بر اساس پیش‌بینی انحراف یک نقطه بودند. پروفایل‌های خیز سه‌بعدی صفحات مثلثی با مقادیر مختلف در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل (۲): مثلث متساوی‌الاضلاع تصویر شده با روش

تحلیلی



شکل (۳): تغییر از یک مثلث با گوشه‌های گرد به مثلث متساوی‌الاضلاع

$$\sigma_d = \sigma_y \left( 1 + \left( \frac{\dot{\epsilon}}{D} \right)^{\frac{1}{q}} \right) \quad (9)$$

که  $D$  و  $q$  ثابت‌های ماده هستند و این مقادیر برای فولاد نرم به ترتیب ۴۰/۴ و ۵ اند. نمادهای  $\sigma_y$  و  $\dot{\epsilon}$  به ترتیب تنش تسلیم شبه استاتیکی و نرخ کرنش متوسط هستند. با در نظرگیری معادله (۸) و فاکتورگیری ضرایب  $w_0$  و  $w_0^2$  به صورت  $A$  و  $B$ ، معادله (۱۰) به دست می‌آید.

$$V = 12 \cdot \sigma_y \left( 1 + \left( \frac{\dot{\epsilon}_m}{D} \right)^{\frac{1}{q}} \right) (Aw_0 + Bw_0^2) \quad (10)$$

معادل آن در سیستم آحاد دیگر در نرخ کرنش توسط رابطه (۱۱) به دست می‌آید. این رابطه پیش‌تر برای ورق دایره‌ای استفاده شده بود [۱۰] و با توجه به اینکه تابع شکل ورق مثلثی شامل تغییر از هندسه دایره به هندسه مثلث با تغییر یک ضریب است، استفاده از این رابطه توجیه‌پذیر است.

$$\dot{\epsilon}_m = \frac{w_0 I}{3\sqrt{2}R^2 m} \quad (11)$$

که  $m$  جرم بخش بدون پوشش ورق و  $I$  هم مقدار ضربه است. با جایگزینی نرخ کرنش در معادله (۱۰) معادله (۱۲) به دست می‌آید.

$$V = \left( 12\sigma_y + 12\sigma_y \left( \frac{I}{3\sqrt{2}R^2 Dm} \right)^{\frac{1}{q}} w_0^{\frac{1}{q}} \right) \times \dots \quad (12)$$

$$(Aw_0 + Bw_0^2)$$

که مرتبط با تئوری ورق نازک کلاسیک، تابع انرژی کل ورق توسط رابطه (۱۳) نوشته می‌شود.

$$\Pi = V - \Omega \quad (13)$$

که  $\Omega$  کار انجام شده توسط نیرو پخش شده عرضی است که توسط رابطه (۱۴) به دست می‌آید.

$$\Omega = -6 \int_0^{\theta} \int_0^R p(r, \theta) w(r, \theta) r dr d\theta \quad (14)$$

مرتبط با جایگزینی تابع شکل و نیرو پخش شده در معادله (۱۴)، معادله (۱۵) به دست می‌آید.

$$\Omega = -6 \int_0^{\frac{\pi}{3}} \int_0^R P_0 w_0 \left( 1 - \left( \frac{r}{R} \cos \theta \right)^{\beta} \right) r dr d\theta \quad (15)$$

با در نظرگیری  $\beta = 3$  و انتگرال‌گیری نسبت به  $r$  و جایگزینی حدها به معادله (۱۶) می‌رسیم.

با توجه به شکل ۴ و انتگرال‌گیری برای نصف ضخامت ورق مثلثی، انرژی کرنشی ورق می‌تواند توسط رابطه (۵) استخراج شود. استفاده از ضریب ۱۲ به خاطر انتگرال‌گیری از نصف ضخامت یک‌ششم ورق مثلثی است.

$$V = 12\sigma_d \int_0^{\frac{h}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \int_0^R (\sigma_r \epsilon_r + \sigma_{\theta} \epsilon_{\theta} + 2\tau_{r\theta} \gamma_{r\theta}) r dr d\theta dz \quad (5)$$

با در نظرگیری تقسیمات یک‌ششم مثلث، انتگرال‌گیری بر اساس این تقسیمات انجام می‌شود. نتایج انتگرال‌گیری در این شش بخش مشابه جمع می‌شوند تا انتگرال را در کل ناحیه مثلثی به دست آورند.

تنش‌های نرمال سریع‌تر از تنش‌های برشی در تغییرشکل ورق نقش دارند. هم‌چنین تسلیم به خاطر تنش‌های نرمال و برشی می‌تواند در لحظه‌های مختلفی رخ دهد. با در نظرگیری رفتار ایزوتروپیک ورق و به‌کارگیری قانون جریان و معیار تسلیم ترسکا می‌توان پیش‌بینی کرد که  $\sigma_x = \sigma_y$  [۷، ۱۲]. با استفاده از معیار تسلیم فون میسز  $\tau_{xy} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{3}}$  رابطه (۶) بین تنش‌ها به دست می‌آید.

$$\sigma_r = \sigma_{\theta} = \sqrt{3}\tau_{r\theta} = \sigma_d \quad (6)$$

که  $\sigma_d$  تنش جریانی دینامیکی متوسط فرض شده است. بنابراین انرژی کرنشی می‌تواند توسط رابطه (۷) نوشته شود.

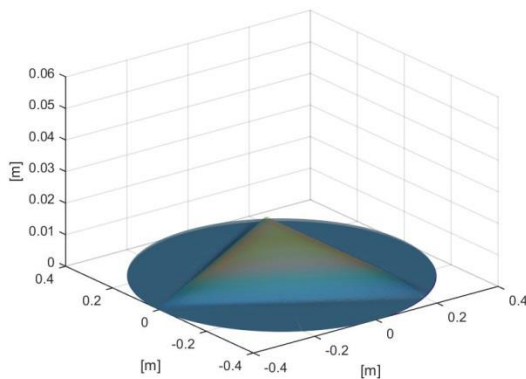
$$V = 12\sigma_d \int_0^{\frac{h}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \int_0^R \left( \epsilon_r + \epsilon_{\theta} + \frac{2}{\sqrt{3}} \epsilon_{r\theta} \right) r dr d\theta dz \quad (7)$$

که  $R$  شعاع دایره محاطی در مثلث متساوی‌الاضلاع است. با جایگذاری  $\epsilon_r$ ،  $\epsilon_{\theta}$  و  $\epsilon_{r\theta}$  از معادله (۳) در معادله (۷) و انتگرال‌گیری نسبت به  $r$  و  $\theta$  و  $z$  با اعمال محدوده‌های انتگرال‌گیری به انرژی کرنشی می‌رسیم.

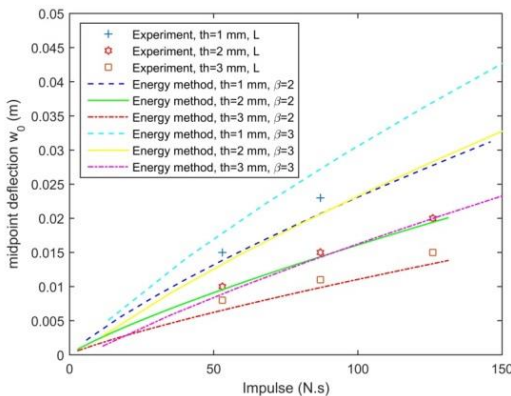
$$V = 12\sigma_d \int_0^{\frac{h}{2}} \left( \frac{2\sqrt{3}zw_0 - \frac{4}{\sqrt{3}}zw_0 \ln(2) + \dots}{\frac{\pi}{4}w_0^2 + \frac{9\sqrt{3}}{16}w_0^2R^2 - \frac{9}{7\sqrt{3}}w_0^2R} \right) dz \quad (8)$$

استحکام تسلیم دینامیکی مرتبط با کرنش موضعی است و رابطه بینشان به صورت خاصیت درونی مواد به صورت تجربی محاسبه می‌شود. رابطه ساختاری کوپر-سیمونز می‌تواند برای محاسبه تنش تسلیم دینامیکی با لحاظ حساسیت به نرخ کرنش ورق توسط رابطه (۹) توضیح داده شود.

نشان‌دهنده افزایش جابجایی با بزرگی ضربه است. جابجایی کوچک‌تر با صفحه ضخیم‌تر به دلیل قابلیت مصرف انرژی زیاد صفحه در برابر کشش است. روش تحلیلی، جابجایی مرکز جرم را برای مقایسه آزمایش به‌خوبی پیش‌بینی می‌کند. با این وجود، جابجایی مرکز جرم به دلیل نرخ کرنش فرض شده، شرایط مرزی و تابع شکل، توسط مدل دست‌کم گرفته شده است. با این حال، توافق بین جابجایی‌های پیش‌بینی شده و اندازه‌گیری شده رضایت‌بخش است و برای بقیه مطالعه‌ها از آن بهره برده می‌شود.



شکل (۵): مقایسه پروفیل تغییر شکل ورق مثلی و آزمایش شده



شکل (۶): مقایسه بین داده‌های تجربی و روش تحلیلی

$$\Omega = -6P_0w_0 \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left( \frac{R^2}{4\cos^2\theta} \right) = -\frac{3\sqrt{3}}{2} P_0R^2w_0 \quad (16)$$

بعد از فاکتورگیری ضرایب  $w_0$  با عنوان  $C$  و جایگزینی  $\Omega$  از معادله (۱۶) و  $V$  از معادله (۱۲) به معادله (۱۷) می‌رسیم که  $w_0$  جابجایی مرکز جرم مثلث است.

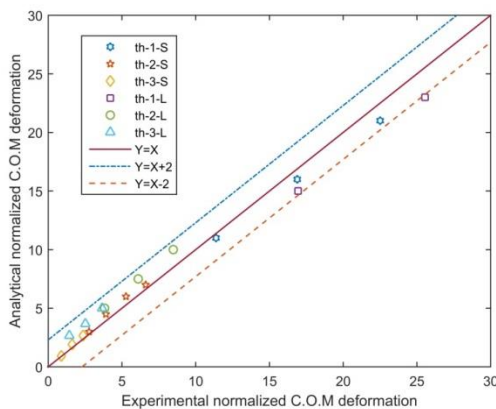
$$\left( \begin{array}{l} (12A\sigma_y - C)w_0 + 12B\sigma_y w_0^2 + \dots \\ 12A \left( \frac{I}{3\sqrt{2}R^2 Dm} \right)^{\frac{1}{q}} \sigma_y w_0^{1+\frac{1}{q}} + \dots \\ 12B \left( \frac{I}{3\sqrt{2}R^2 Dm} \right)^{\frac{1}{q}} \sigma_y w_0^{2+\frac{1}{q}} \end{array} \right) = 0 \quad (17)$$

این معادله به‌عنوان نتیجه تئوری تغییر شکل پلاستیسیته به تغییر شکل مرکز جرم ورق مثلثی می‌انجامد.

#### ۴- نتایج و بحث

پروفایل تغییر شکل صفحه مثلثی در روش مدل‌سازی تحلیلی و صفحه مثلثی تغییر شکل یافته آزمایش در شکل ۵ مقایسه شده‌اند. ورق تغییر شکل یافته آزمایشگاهی، لولای پلاستیک مجاور مرزها و در امتداد خطوط مورب از گوشه‌ها به مرکز را نشان می‌دهد که مربوط به مقاومت اتصال خمشی پلاستیک کم‌تر صفحه در این نواحی است. عکس ورق تغییر شکل یافته نشان می‌دهد که لبه‌هایش در امتداد خطوط صفحه تغییر شکل یافته تحلیلی قرار دارند. از مقایسه عکس ورق که به‌صورت تجربی شکل گرفته و نمودار صفحه-ای که به‌صورت تحلیلی، مشخص است که مطالعه تحلیلی انحراف موضعی کمتری را با تابع شکل فرض شده پیش‌بینی می‌کند. یک انحنای نسبتاً کم‌عمق از نمونه در ناحیه مرکزی با داشتن اثرات یکسان بر هر دو صفحه مثلثی تجربی و تحلیلی ایجاد شده است. این موضوع نشان می‌دهد که مفهوم جابجایی مرکز جرم یک عامل مفید برای تجزیه و تحلیل اثر فشار بر شکل نهایی ورق است. مقایسه جابجایی مرکز جرم در جهت عرضی به انجام یک ارزیابی ارزشمند از روش مدل‌سازی تحلیلی کمک می‌کند؛ بنابراین جابجایی مرکز جرم مدل‌سازی تحلیلی و آزمایش در شکل ۶ نشان داده شده‌اند. تأثیر افزایش مقدار ضربه بر جابجایی مرکز جرم که به‌صورت تجربی و تحلیلی اندازه‌گیری شده است،

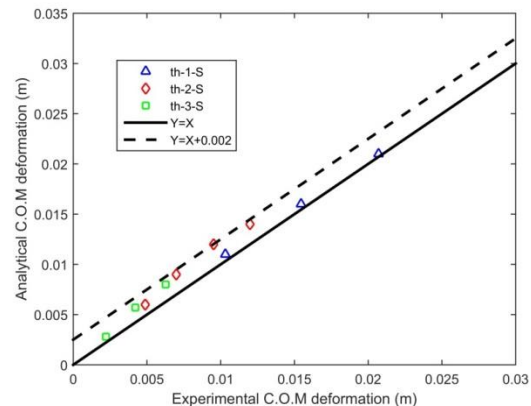
می‌باشد. دقت زمانی کاهش می‌یابد که انرژی کشسانی شامل بخش قابل توجهی از انرژی کل باشد. این امر به این دلیل است که نیروهای غشایی به‌طور عمده بر مقاومت محدوده تغییرشکل پلاستیک حکم‌فرما بوده و اثر نرخ کرنش می‌تواند به دلیل بارگذاری ضربه‌ای قابل توجه باشد. جالب توجه است که اثر نرخ کرنش، مقاومت ماده را افزایش می‌دهد که خیز دائمی کمتری را نتیجه می‌دهد. همچنین نتایج نشان می‌دهد که با افزایش ضخامت، تغییر مکان مرکز جرم کاهش می‌یابد. به نظر می‌رسد که اثرات عمده ضخامت مربوط به دو چیز هستند؛ ابتدا رژیم تغییرشکل را تغییر داده و سپس سطح تمرکز انرژی مصرفی صفحه را عوض می‌کنند.



شکل (۸): مقایسه بین جابجایی مرکز جرم روش تحلیلی و داده تجربی ورق مثلثی کلمپ شده

تغییر مکان‌های مرکز جرم با ایمپالس برای ضخامت‌های مختلف صفحه مثلثی همراه داده‌های تجربی در شکل ۹ مقایسه شده‌اند. شکل ۹ یک تطابق مناسب بین آزمایش و مدل مربوط به تنش جریان دینامیکی در کل صفحه را نشان می‌دهد. علاوه بر این نشان‌دهنده‌ی دقت روش پیش‌بینی جابجایی مرکز جرم ورق است. پیش‌بینی مدل تحلیلی تغییرشکل صفحات ضخیم‌تر را کم‌تر از مقدار واقعی نشان می‌دهد. یک دلیل غالب، نادیده گرفتن اثر الاستیک و فرض مواد کاملاً پلاستیک است. دلیل دیگر این فرض است که فشار پیک برابر با فشار عملیاتی است، اما در واقعیت، فشار حداکثر کوچک‌تر است. نتایج نشان می‌دهد که تغییر مکان مرکز جرم در ایمپالس ثابت با کاهش ضخامت، افزایش می‌یابد. صفحات با ضخامت کم‌تر می‌توانند راحت‌تر انرژی را

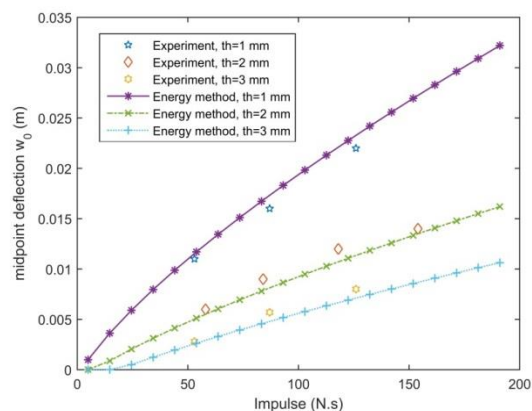
اعتبار سنجی روش تحلیلی کنونی، درک جابجایی مرکز جرم صفحه حین رویداد شکل‌دهی را بهبود می‌بخشد. جابجایی مرکز جرم پیش‌بینی‌شده و جابجایی مرکز جرم اندازه‌گیری شده رسم شده‌اند. شکل ۷ نشان می‌دهد که برای همه ضخامت‌های صفحه مثلثی کوچک، اثرات نرخ کرنش در پیش‌بینی نقش دارند، با دانستن اینکه بار ضربه‌ای عموماً نرخ کرنش بسیار زیادی تولید می‌کند و خواص مکانیکی دینامیک صفحات با این نرخ کرنش زیاد تغییر می‌کند می‌توان نتیجه گرفت که خیز دائمی با در نظر گرفتن نرخ کرنش کاهش می‌یابد و به نتایج تجربی همگرا می‌شود. از آنجا که همه نقاط داده اساساً در سطح بین خطوط  $Y=X$  و  $Y=X+0.002$  قرار دارند، روش انرژی قابل اعتماد است؛ اما پیش‌بینی‌های روش انرژی کمی دست‌بالا است. این امر ممکن است به دلیل برخی از اثرات غیرخطی یا اثرات مرزی باشد که مدل ممکن است از شرایطی متفاوت از آنچه در تنظیمات تجربی بود بهره ببرد.



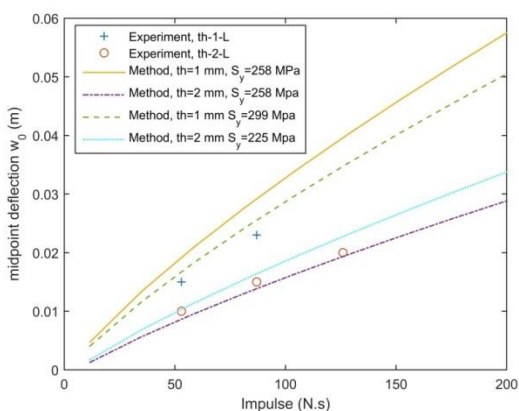
شکل (۷): مقایسه بین جابجایی مرکز جرم روش تحلیلی و داده تجربی ورق مثلثی کلمپ شده در قاب کوچک

برای نشان دادن تأثیر ضخامت ورق مثلثی بر تغییرشکل نرمال‌شده مرکز جرم نتایج آزمایشگاهی و روش تحلیلی در شکل ۸ مقایسه شده است. درصد اعتماد برای معادله (۱۷)، ۹۵ درصد است - به این معنی است که احتمال زیادی وجود دارد که داده‌های تجربی در رابطه پیشنهادی قرار بگیرند - این امر نشان می‌دهد که مدل تحلیلی پیشنهادی دارای دقت خوبی در پیش‌بینی جابجایی مرکز جرم صفحات مثلثی هنگامی که انرژی الاستیک نسبت به انرژی کل کوچک است،





شکل (۹): جابجایی مرکز جرم با ضربه برای ضخامت‌های مختلف ورق فولادی در مقایسه با داده‌های تجربی



شکل (۱۰): جابجایی مرکز جرم با ضربه برای مقاومت تسلیم مختلف فولاد در مقایسه با داده‌های تجربی

شکل ۱۱ تطابق خوبی را بین نتایج تجربی و پیش‌بینی مدل برای هر دو اندازه‌گیری نشان می‌دهد. روند خطی، برای هر دو اندازه فریم، کاهش تدریجی شیب را با افزایش ایمپالس نشان می‌دهد. این امر به دلیل نیروهای خمشی و غشایی صفحات است که بر توانایی آن‌ها بر جلوگیری از تغییر شکل تأثیر می‌گذارند و پاسخ‌های دینامیکی مختلفی را تولید می‌کنند. شکل ۱۱ همچنین نشان می‌دهد که تغییر زیادی در جابجایی مرکز جرم برای شعاع‌های مختلف دایره محاط‌شده وجود دارد که به این معنی است که برای صفحه مثلثی با اندازه بزرگ‌تر، پاسخ دینامیکی بهبود می‌یابد؛ بنابراین، برای شکل‌دهی یک صفحه مثلثی برآمده با اندازه گنبد بزرگ‌تر، نمونه صفحه با یک ناحیه بدون پوشش بزرگ‌تر باید انتخاب شود.

به تغییر شکل پلاستیک تبدیل کنند و تغییر شکل زیادی را سبب شوند. روند کلی در نتایج یک روند غیر خطی بود که با کاهش تدریجی گرادیان با ایمپالس همراه بود و منجر شد که صفحات نازک‌تر رفتار غیر خطی تری را نشان دهند.

در اینجا، مدل تحلیلی برای مطالعه تغییر شکل و انرژی مصرفی صفحات مثلثی فولادی تحت تأثیر پارامترهای مختلف، مانند مقاومت تسلیم، مساحت ناحیه بدون پوشش، مدت‌زمان ضربه و تیزی گوشه‌های گرد مورد استفاده قرار می‌گیرد. یک مطالعه پارامتری برای پیش‌بینی تأثیر مقاومت تسلیم بر پاسخ تغییر شکل صفحه مثلثی انجام شده است. شکل ۱۰ نشان‌دهنده پیش‌بینی تحلیلی جابجایی مرکز جرم صفحات مثلثی با ضخامت‌های مختلف ورق و مقادیر مختلف مقاومت تسلیم در برابر ضربه است. افزایش جابجایی مرکز جرم با افزایش ایمپالس با مشاهده فاز پلاستیک مطابقت دارد. لولاهایی که در امتداد لبه‌ها گسترده‌اند مبین ورود به فاز پلاستیک هستند. شکل ۱۰ نشان می‌دهد که تغییر شکل پلاستیک نمونه رابطه تقریباً خطی با ایمپالس دارد. نتیجه اینکه، انرژی جنبشی تبدیل‌شده به کار پلاستیک ثابت است. نتایج مربوط به صفحه مثلثی بزرگ نیز نشان می‌دهد که جابجایی مرکز جرم با کاهش ضخامت صفحه افزایش می‌یابد. این نشان می‌دهد که اثر کشش قابل توجه است و تغییر شکل کششی بزرگی ایجاد می‌شود که در نهایت منجر به کار پلاستیک بزرگ‌تر تغییر شکل غشایی نسبت به تغییر شکل خمشی می‌شود. نتایج روش انرژی نشان می‌دهند که برای ضخامت یکسان، اگر مقدار استحکام تسلیم کاهش یابد، استحکام نمونه کاهش می‌یابد؛ بنابراین، تنش تسلیم ورق فولاد نرم می‌تواند به‌عنوان پارامتری برای ارزیابی کارایی عملکرد دینامیکی نمونه مورد استفاده قرار گیرد. این بدان معنی است که هر چه مقاومت تسلیم نمونه کوچک‌تر باشد، انرژی بیشتری به تغییر شکل پلاستیک تبدیل می‌شود که منجر به افزایش پتانسیل تغییر شکل ورق می‌شود.

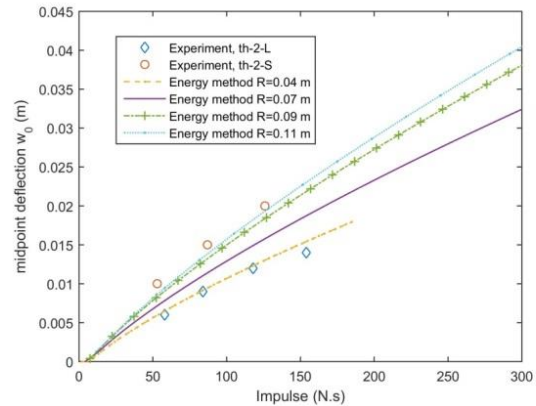
جابجایی مرکز جرم با ایمپالس برای شعاع‌های متفاوت دایره محاط‌شده در یک صفحه مثلثی متساوی‌الاضلاع در شکل ۱۱ نشان داده شده است. تمام نقاط داده‌ها بر روی یک منحنی قابل پخش هستند و منجر به مطالعه مقایسه‌ای بین داده‌های آزمایشگاهی و نتایج روش انرژی شده است.

## ۵- نتیجه‌گیری

یک مدل تحلیلی توسعه‌یافته در چارچوب روش انرژی ارائه شد که قادر به مدل‌سازی پاسخ صفحات فولادی مثلثی تحت بارگذاری ضربه‌ای یکنواخت برای محدوده وسیعی از ضخامت‌های ورق و ایمپالس بود. جابجایی مرکز جرم پیش‌بینی‌شده به صورت تحلیلی به خوبی با داده‌های تجربی مطابقت داشت. با در نظر گرفتن حساسیت نرخ کرنش، تأثیر سطح بدون پوشش صفحه بر پاسخ دینامیکی صفحات بارگذاری شده مورد ارزیابی قرار گرفت. مطالعات پارامتری مدل تحلیلی نشان داد که تغییرشکل ورق می‌تواند با کاهش تنش تسلیم یا افزایش سطح بدون پوشش نمونه افزایش یابد. مطالعات پارامتری همچنین نشان دادند که گوشه‌های گردشده صفحه مثلثی باید به عنوان یک عامل کلیدی مؤثر بر انرژی مصرفی و افزایش تغییرشکل صفحه برای ایجاد یک ساختار بسیار برآمده، به شایستگی انتخاب شوند. عامل کلیدی دیگری که شدت انفجار را تحت تأثیر قرار داد، مدت‌زمان ضربه بود که توسط مطالعه پارامتری نیز مورد بررسی قرار گرفت. مطالعه پارامتری نشان داد که هرچه مدت‌زمان ایمپالس کوتاه‌تر باشد، تغییرشکل صفحه بیشتر خواهد بود. تمام این پیش‌بینی‌ها، روش انرژی را به عنوان یک ابزار ساده و قدرتمند برای ارزیابی تغییرشکل دینامیکی صفحات مثلثی تحت بارگذاری انفجار با توزیع یکنواخت اثبات کردند.

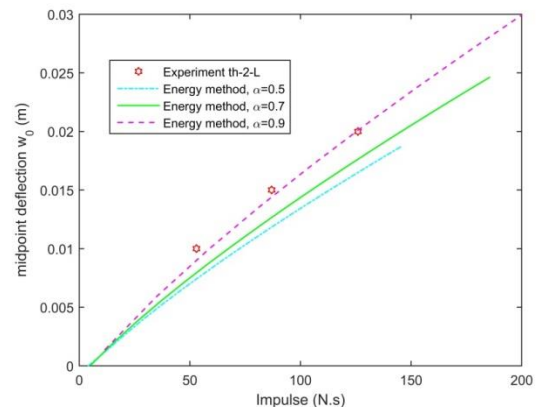
## ۶- مراجع

- [1] Abrahamsen BC, Alsos HS, Aune V, Fagerholt E, Faltinsen OM, Hellan Ø. Hydroplastic response of a square plate due to impact on calm water. *Physics of Fluids*. 2020;32(8):082103.
- [2] Karnesky J, Damazo J, Chow-Yee K, Rusinek A, Shepherd JE. Plastic deformation due to reflected detonation. *International Journal of Solids and Structures*. 2013;50(1):97-110.
- [3] Lepikhin P, Romashchenko V, Beiner O. Theoretical investigation of fracture in stress waves of anisotropic cylinder under internal explosion. *Strength of Materials*. 2016;48(5):615-31.
- [4] Zhang X, Wei H, Zhou L, Cai X, Deiterding R. Relationship of flame propagation and combustion mode transition of end-gas based on pressure



شکل (۱۱): جابجایی مرکز جرم با ضربه برای شعاع‌های مختلف دایره احاطه‌شده توسط اضلاع مثلث در مقایسه با داده‌های تجربی

بارهای ضربه‌ای مختلف موجب جابجایی مرکز جرم با ایمپالس می‌شود که برای مقادیر مختلف  $\alpha$  جابجایی مرکز جرم با ایمپالس مطابق شکل ۱۲ تغییر می‌کند. برای اعتبارسنجی دقت مدل، داده‌های تجربی نیز رسم شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که تطابق خوبی بین آزمایش و مدل وجود دارد و افزایش قابل‌توجهی در جابجایی مرکز جرم با افزایش مقدار ضربه رخ می‌دهد. افزایش قابل‌توجه در جابجایی مرکز جرم مطابق با افزایش تغییرشکل پلاستیک مربوط به فاصله بیشتر مرکز صفحه از مرزها می‌باشد. واضح است که تیزی گوشه گرد صفحه مثلثی تأثیر مهمی بر تغییرشکل و مشخصه مصرف انرژی صفحه تحت بارهای شوک دارد.



شکل (۱۲): تغییر انحراف مرکز جرم با ضربه برای حالت‌های مختلف

- wave in confined space. *Combustion and Flame*. 2020;214:371-86.
- [5] Trelat S, Sochet I, Autrusson B, Cheval K, Loiseau O. Impact of a shock wave on a structure on explosion at altitude. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*. 2007;20(4-6):509-16.
- [6] Honda A, Suzuki M. Sheet metal forming by using gas imploding detonation. *Journal of Materials Processing Technology*. 1999;85(1-3):198-203.
- [7] Babaei H, Mirzababaie Mostofi T, Alitavoli M. Experimental investigation and analytical modelling for forming of circular-clamped plates by using gases mixture detonation. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 2020;234(5):1102-11.
- [8] Mirzababaie Mostofi T, Babaei H, Alitavoli M. Experimental and theoretical study on large ductile transverse deformations of rectangular plates subjected to shock load due to gas mixture detonation. *Strain*. 2017;53(4):e12235.
- [9] Babaei H, Darvizeh A. Analytical study of plastic deformation of clamped circular plates subjected to impulsive loading. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*. 2012;7(4):309-22.
- [10] Babaei H, Mirzababaie Mostofi T, Alitavoli M. Experimental and theoretical study of large deformation of rectangular plates subjected to water hammer shock loading. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering*. 2017;231(3):490-6.
- [11] Babaei H, Mostofi TM, Alitavoli M. Experimental and analytical investigation into large ductile transverse deformation of monolithic and multi-layered metallic square targets struck normally by rigid spherical projectile. *Thin-Walled Structures*. 2016;107:257-65.
- [12] Mostofi TM, Babaei H, Alitavoli M. Theoretical analysis on the effect of uniform and localized impulsive loading on the dynamic plastic behaviour of fully clamped thin quadrangular plates. *Thin-Walled Structures*. 2016;109:367-76.



## Analytical Modeling of Triangular Plate Deflection under Gaseous Detonation Loading

Mojtaba Haghgoo<sup>1</sup>, Hashem Babaei<sup>2\*</sup>, Tohid Mirzababaie Mostofi<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Ph.D. Student, Faculty of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht, Iran

<sup>2</sup> Associate Professor, Faculty of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht, Iran

<sup>3</sup> Assistant Professor, Faculty of Mechanical Engineering, University of Eyvanekey, Eyvanekey, Iran

### HIGHLIGHTS

- Reduction of center of mass displacement with the increase of plate thickness
- Increase of the plate deformation with the increase in plate's exposed area
- Good agreement of energy method prediction with experimental data

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Article Type: Research paper

Received: 5 April 2022

Received in revised form: 23 April 2022

Accepted: 8 May 2022

Available online: 28 June 2022

\*Correspondence:

ghbabaei@guilan.ac.ir

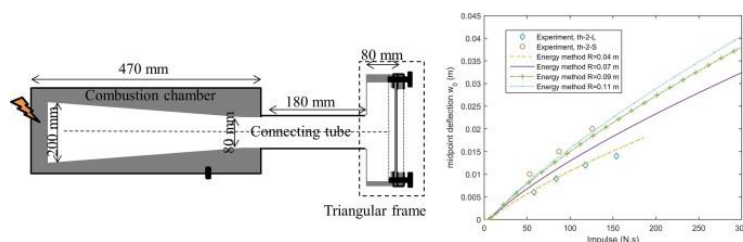
#### How to cite this article:

M. Haghgoo, H. Babaei, T.M. Mostofi. Analytical modeling of triangular plate deflection under gaseous detonation loading. Journal of Aerospace Mechanics. 2022; 18(3):41-52.

#### Keywords:

Triangular plate  
Gaseous detonation  
Analytical modeling  
Energy method

### GRAPHICAL ABSTRACT



### ABSTRACT

The response of thin steel plates subjected to gaseous mixture detonation loading is investigated analytically to determine the possible permanent deformation of center of steel plates clamped in triangular clamping frames. Deformation profiles of plates with different thicknesses under various pre-detonation pressures are investigated which shows large plastic deformations with the maximum deformation happening at the center of mass of the triangular plate. By adopting an energy method approach developed earlier for circular plates, and incorporating a newly developed condition, upper bounds are obtained for the center of mass deformation of the triangular plate. Besides, some important parameters, including plate thickness and yield strength were studied to show the exposed area effect on the deformation profile. The results from analytical studies demonstrate a good agreement compared with experiments and show that the center of mass displacement decreases greatly with involving thicker plate and strain rate influence. Energy method as a useful tool reveals that that midpoint deflection was decreased by the smaller size of the exposed area of the plate.

