

مدل سازی تحلیلی تغییر شکل ورق مثلثی تحت انفجار مخلوط گازها

توحید میرزابابای مستوفی^۳

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه
ایوان کی، ایران

هاشم بابایی^۲

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه
گیلان، ایران

مجتبی حقگو^۱

دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه
گیلان، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۱/۱۹؛ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۲/۱۸)

چکیده

پاسخ ورق فولادی نازک با بارگذاری انفجاری مخلوط گازها توسط روش تحلیلی برای یافتن جابجایی مرکز ورق گیردار شده در قاب‌های مثلثی بررسی می‌شود. پروفایل‌های تغییر شکل ورق‌ها با ضخامت‌های مختلف گیردار شده بر قاب مثلثی تحت فشارهای پیش انفجار مختلف بررسی می‌شود که نشان‌دهنده تغییر شکل پلاستیک بزرگ با بیشترین تغییر شکل در مرکز جرم مثلث است. با اقتباس روش انرژی که پیش‌تر برای ورق‌های دایره‌ای بسط داده شده بود و استفاده از شرایط جدید مسئله، محدوده‌های جابجایی مرکز جرم ورق مثلثی به دست می‌آیند. همچنین، برخی پارامترهای مهم، شامل ضخامت ورق و استحکام تسلیم برای نشان دادن تأثیر ناحیه بدون پوشش بر پروفایل تغییر شکل مطالعه می‌شوند. نتایج مطالعات تحلیلی نشان از یک تطابق قابل قبول در مقایسه با آزمایش‌ها دارد و نشان‌دهنده کاهش یافتن جابجایی مرکز جرم با افزایش ضخامت ورق و در نظرگیری نرخ کرنش است. روش انرژی به عنوان یک ابزار سودمند مبین کاهش جابجایی مرکز با اندازه کوچک‌تر سطح بدون پوشش ورق است.

واژه‌های کلیدی: ورق مثلثی، انفجار گازی، مدل سازی تحلیلی، روش انرژی

Analytical modeling of triangular plate deflection under gaseous detonation loading

Mojtaba Haghgoo

Faculty of Mechanical Engineering,
University of Guilan

Hashem Babaei

Faculty of Mechanical Engineering,
University of Guilan
(Received.; Accepted.)

Tohid Mirzababaie Mostofi

Faculty of Mechanical Engineering,
University of Eyvanekey

ABSTRACT

The response of thin steel plates subjected to gaseous mixture detonation loading is investigated analytically to determine the possible permanent deformation of center of steel plates clamped in triangular clamping frames. Deformation profiles of plates with different thicknesses under various pre-detonation pressures are investigated which shows large plastic deformations with the maximum deformation happening at the center of mass of the triangular plate. By adopting an energy method approach developed earlier for circular plates, and incorporating a newly developed condition, upper bounds are obtained for the center of mass deformation of the triangular plate. Besides, some important parameters, including plate thickness and yield strength were studied to show the exposed area effect on the deformation profile. The results from analytical studies demonstrate a good agreement compared with experiments and show that the center of mass displacement decreases greatly with involving thicker plate and strain rate influence. Energy method as a useful tool reveals that that midpoint deflection was decreased by the smaller size of the exposed area of the plate.

Keywords Triangular plate, Gaseous detonation, Analytical modeling, Energy method

ورق‌ها به عنوان سازه‌های کاربردی در مهندسی استفاده می‌شوند. مسئله ضربه وارد بر ورق یکی از مسائل روزمره است. وقتی ضربه به ورق وارد می‌شود، موج‌های انتقالی سه‌بعدی ابتدا بر سطح ورق وارد می‌شوند و سپس به درون ورق نفوذ می‌کنند [۱]. تغییر شکل‌های بزرگ می‌تواند موجب افزایش تنش‌های ورق فراتر از مرزهای الاستیک شود که موجب تغییر شکل پلاستیک مؤثر در سازه می‌شود [۲]. مهندسان سازه، وقوع تغییر شکل‌های پلاستیک را برای ورق قابل قبول می‌دانند مادامی که قابلیت به‌کارگیری ورق از بین نرود. با این وجود مهندسان سازه، با چالش محاسبه درست پروفایل تغییر شکل و الگوی تنش سازه مواجه هستند [۳]؛ بنابراین یکی از هدف‌های این مطالعه فراهم کردن محاسبات کاربردی با قابلیت تحلیل پروفایل تغییر شکل ورق است. یک سازه ورق شکل با جذب مقدار زیادی از نیروی منتقل شده، درصد کمی از انرژی انتقالی را به صورت نیروی اضافی باقی می‌گذارد. بهره‌بردن از یک هندسه مناسب موجب هر چه کمتر شدن بارهای اضافه باقی‌مانده می‌شود. این کار با انتقال بخش قابل توجهی از نیروی منتقل شده به نقاط معینی از ورق، دست‌یافتنی است.

شکل دهی یک قطعه با دادن یک سرعت اولیه به آن امکان‌پذیر است. این سرعت اولیه توسط ایمپالس اعمالی به سطح ورق به دست می‌آید. اظهار نظر در مورد تغییر سرعت یک سازه بر اثر ضربه‌ی وارد شده به آن با استفاده از قانون دوم نیوتن امکان‌پذیر است.

یک سازه به شکل ورق بر اثر موج انفجاری دچار تغییر شکل پلاستیک می‌شود. موج انفجاری لازم برای بردن ماده به فاز پلاستیک باید بزرگ‌تر از استحکام ماده باشد. برای یک ورق گیردار، پروفایل تغییر شکل باید مشابه پروفایل نیرو باشد. تاثیر ابعاد و شکل قید بر نحوه تغییر شکل ورق غیرقابل انکار است. استفاده از هندسه متفاوتی مانند مثلث برای قید در راستای ساخت سقف ماشین‌های آواربرداری برای انتقال مؤثر آوارهای به جا مانده بر سقف ماشین اهمیت دارد.

شکل‌پذیری محتمل و تغییر شکل بزرگ یک ورق فلزی در نتیجه انفجار مخلوط گازها در یک فضای محدود با در نظر گرفتن پدیده کنش قوی بین موج و سازه، توجه زیادی را به

خود جلب کرده‌است [۴]. توزیع فضایی امواج انفجار که بر روی ساختار عمل می‌کنند و پیش‌بینی درست تغییر شکل ساختار، مسائل اساسی در این مورد هستند، زیرا انرژی انفجار از طریق انحراف و اعوجاج ساختار جذب می‌شود [۵]. هوندا و سوزوکی [۶] چندین آزمایش تجربی را برای شکل دادن صفحات فلزی با استفاده از دستگاه انفجار گاز انجام دادند. آن‌ها از روش‌های کشش آزاد و شکل‌دهی برشی برای تولید یک ماهی‌تابه تخت و یک پنل دکوراسیون استفاده کردند. آن‌ها همچنین مقادیر تغییر حداکثر فشار در مرکز نمونه و در مرکز انفجار را نشان دادند که به ترتیب در محدوده ۲۰۰-۶۵۰ مگاپاسکال و ۱۲-۳۷ گیگاپاسکال جابه‌جا شدند. آن‌ها مزیت صفحات فولادی و آلومینیومی شکل‌گرفته خود را با صفحات تولید شده از روش خمش مقایسه کردند و نتیجه گرفتند که فرآیند با سرعت زیاد می‌تواند صفحات را بدون آسیب رساندن به سطوح پوشش هر دو طرف صفحه شکل دهد. بابایی و همکاران [۷] بررسی تجربی و مدل‌سازی تحلیلی شکل‌دهی ورق دایره‌ای با استفاده از انفجار مخلوط گازی را انجام دادند. آن‌ها انرژی تغییر شکل ورق‌ها را با اندازه‌گیری فشار انفجار محفظه بعد از انفجار محاسبه کردند. آن‌ها این انرژی را برابر انرژی کرنشی تغییر شکل گرفتند. مستوفی و همکاران [۸] مجموعه‌ای از آزمایش‌ها را بر روی آلیاژ آلومینیوم و صفحات فولاد نرم با انواع ضخامت انجام دادند تا اثرات فشارهای پیش‌انفجار استیلین-اکسیژن بر تغییر شکل پلاستیکی عرضی صفحات مستطیلی کاملاً گیردار تحت بارگذاری انفجار مخلوط گازی را بررسی کنند. آن‌ها یک تابع بسط مرتبه صفر از نوع اول در هر دو جهت محورها را براساس روش انرژی برای برآورد تغییر شکل دائمی صفحه در نظر گرفتند. آن‌ها از یک مدل کوپر-سیمونز برای در نظر گرفتن حساسیت نرخ کرنش مواد در مدل استفاده کردند این امر نیازمند یک بینش کامل نسبت به فیزیک واقعی درگیر در این مورد هم برای انفجار و هم برای اعوجاج ساختاری است پس از برخورد ضربه، سطح تماس به عنوان بخشی از مسئله به شکل محدب درمی‌آید.

با توجه به موارد گفته شده، بررسی پاسخ پلاستیک دینامیکی سازه‌های مختلف مثل ورق‌ها توسط مطالعات تجربی و تحلیلی از اهمیت زیادی برخوردار است. خمش یکی از مهم‌ترین مسائل مهندسی مرتبط با ورق‌ها است.

شوند. ورق‌های مثلثی بزرگ با قاعده ۳۰۰ و ارتفاع ۲۶۰ میلی‌متر از ورق‌های مستطیلی برش‌خورده به ابعاد ۴۰۰ در ۴۰۰ میلی‌متر مربع ساخته می‌شوند.

۳- مدل‌سازی تحلیلی

تحلیل الاستیک ورق‌ها برای بررسی ورق‌هایی با شکل‌ها، شرایط مرزی و بارگذاری‌های مختلف تاکنون استفاده شده‌اند. روش‌های حل تحلیلی الاستیک به معادلات دیفرانسیل ختم می‌شوند. حل این معادلات دیفرانسیل با در نظر گیری شرایط مرزی مختلف دستیابی به توزیع تنش بر اثر یک نوع خاصی از بارگذاری می‌شود. با داشتن توزیع تنش، دستیابی به کرنش با بهره بردن از معادلات ساختاری الاستیک امکان‌پذیر است.

اهمیت استفاده از روش تحلیلی پلاستیک به جای روش‌های الاستیک رایج برای بررسی ورق‌ها چندین دهه است که ذهن محققین را به خود مشغول کرده است [۹]. با وجود اینکه تحلیل سازه با استفاده از روش‌های الاستیک، نتایج خوبی را برای تغییر شکل‌ها و تنش‌های تولیدشده ایجاد می‌کند، فاقد تشخیص ظرفیت تحمل نیرو توسط سازه است. در هنگام تسلیم، فرض‌های اساسی تئوری الاستیسیته دیگر معتبر نیست. در بسیاری از موارد، یک طراحی الاستیک بسیار محافظه‌کارانه است. در بعضی موارد، مانند کاربردهای هوافضایی، تئوری بیش از حد محافظه‌کارانه نتایج غیر ایمن و نادرستی می‌دهد.

بنابراین ضروری است که رفتار پلاستیک ورق‌ها بررسی شود. هدف اعمال تئوری پلاستیسیته برای تعیین کرنش پلاستیک کل به صورتی تابعی از نیروهای اعمالی است [۱۰]. با معرفی رابطه تنش-کرنش پلاستیک صلب ایده‌آل، روابط ریاضی تئوری پلاستیسیته ساده می‌شوند. تئوری ریاضی پلاستیسیته ورق‌ها بسیار پیچیده‌تر از تئوری الاستیسیته ورق‌ها است. مهم‌ترین سختی در انتگرال‌گیری از معادلات دیفرانسیل منتهی به نرفته است. این‌ها موجب بکارگیری روش‌های عددی متعدد در تحلیل ورق‌ها شده‌اند [۷].

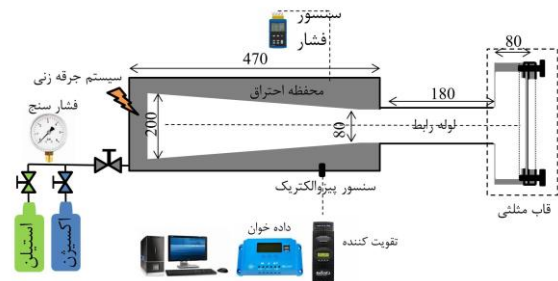
معمولاً ترکیبی از تنش‌های چندبعدی موجب وارد شدن ماده به فاز پلاستیک می‌شود. معمولاً تسلیم یک ماده وابسته به شرایط کلی تنش نقطه‌ی مورد نظر شامل ۹ مؤلفه‌ی تنش است. با توجه به اینکه، تابع تسلیم

وقتی به یک ورق در جهت ضخامت نیرویی وارد می‌شود، در صورتی که تغییر شکل کمتر از ۲۰ درصد ضخامت ورق باشد، تغییر شکل کوچک فرض می‌شود. با افزایش تغییر شکل تا بیش از ۳۰٪ ضخامت ورق، تغییر شکل با کرنش سطح میانی همراه است.

هدف این مطالعه ارائه یک مدل کارا برای بررسی دینامیک تغییر شکل پلاستیک ورق سه‌گوش بر اثر بارگذاری انفجاری مخلوط گازی است. ضربه ناشی از انفجار بسیار سریع‌تر از زمان مورد نیاز ورق برای رسیدن به بیشینه جابجایی‌اش منتقل می‌شود. این فرض منجر به تحلیل‌های جالبی از تأثیرگذاری فشار محفظه قبل از انفجار بر شکل‌گیری ورق می‌شود. یک مدل تحلیلی برای بررسی رفتار دینامیکی ورق بر اثر انتشار موج‌های ناشی از انفجار شامل اندازه‌گیری تغییر مکان مرکز جرم ورق ارائه می‌شود. هدف از ارائه این مدل تحلیلی بررسی تأثیرگذاری برخی از پارامترها مانند خواص مکانیکی، هندسه و حساسیت به نرخ کرنش ورق بر جابجایی مرکز جرم ورق است.

۲- آزمایش تجربی

آزمایش در محیط بسته آزمایشگاه و با تعبیه محفظه احتراق مجهز به سیستم جرقه‌زنی خودکار و سوراخ‌های ورود و خروج گاز انجام می‌شود. سایر متعلقات آزمایش شامل لوله رابط استوانه‌ای و قاب مثلثی اند. قاب مثلثی یک فضای مثلثی به عمق ۵۰ میلی‌متر دارد که از یک سمت به لوله رابطه متصل به محفظه احتراق جوش شده و از طرف دیگر ورق را توسط قالب مثلثی انتهایی می‌فشارد. شکل ۱ نشان‌دهنده اجزای مختلف آزمایش است.



شکل ۱ پیکربندی اجزای آزمایش تجربی

نمونه‌ها از فولاد کم‌کربن st12 و با ضخامت‌های مختلف ۱، ۲ و ۳ میلی‌متر انتخاب شدند. ورق‌های مثلثی کوچک با قاعده ۱۶۰ میلی‌متر و ارتفاع ۱۱۰ میلی‌متر از ورق‌های مستطیلی به ابعاد ۲۵۰ در ۲۰۰ میلی‌متر مربع ساخته می-

مشخص کننده‌ی محدوده‌ی الاستیک یک ماده است، ایزوتروپیک بودن ماده موجب معتبر بودن تابع تنش حتی با وجود دوران محورهای کارترین است. همچنین در محدوده‌ی پلاستیک یک ماده تراکم‌ناپذیر فرض می‌شود. در این تحقیق معیار فون میسز با توجه به سادگی و کاربردی بودن به عنوان معیار تسلیم استفاده می‌شود.

با توجه به موارد فوق، یکی از روش‌های ساده و در حین حال با دقت برای پیش‌بینی تغییرشکل دائمی سازه‌ها به کاربردن روش انرژی است. در این روش، انرژی ورودی به سازه از طرف بارهای اعمالی با کار پلاستیک انجام شده طی فرآیند تغییر شکل ورق معادل قرار داده می‌شوند [۱۱]. موفقیت این روش بستگی به تخمین معقول از حالت‌های اولیه تغییر شکل طی تغییر شکل‌های بزرگ پلاستیک دارد. این تقریب‌سازی برای سازه‌های پیچیده با بارگذاری دلخواه کمی مشکل است

تغییر شکل ورق مثلثی با فرض رفتار پلاستیک کاملاً صلب برای ماده سازنده و در نظرگیری شرایط تسلیم فون میسز و حل معادلات دیفرانسیل غشایی به دست می‌آید. روش تحلیلی به دست آوردن پروفایل تغییر شکل عرضی ورق سه گوش بر اساس روش انرژی است. برای استفاده از این تئوری فرض‌های زیر انجام می‌شود [۱۲]:

- ۱- در تغییر شکل بزرگ ورق‌ها بر اثر بارگذاری ضربه‌ای، اتلاف انرژی درونی بر اثر نیروهای غشایی اتفاق می‌افتد.
- ۲- با مقایسه کل کار انجام شده با انرژی الاستیک، صرف‌نظر کردن از کرنش‌های الاستیک در تحلیل‌های تئوری امکان‌پذیر است.
- ۳- برای محاسبه تنش تسلیم دینامیکی، معادله ساختاری کوپر-سیمونز استفاده می‌شود.
- ۴- ضرایب ماده در معادله ساختاری کوپر-سیمونز ثابت در نظر گرفته می‌شوند.

۵- شکل توزیع نیرو در سطح ورق یکنواخت است.

۶- ورق همسانگرد است.

یک تابع به صورت انرژی پتانسیل کل یک جسم تعریف می‌شود. انرژی پتانسیل کل Π شامل انرژی کرنشی U و انرژی پتانسیل نیروهای خارجی Ω است. انرژی پتانسیل جسم قبل از تغییر شکل صفر است. بنابراین انرژی کل مبین تغییر انرژی نیروهای داخلی و خارجی در حین تغییر شکل از شکل اولیه به شکل نهایی است. انرژی

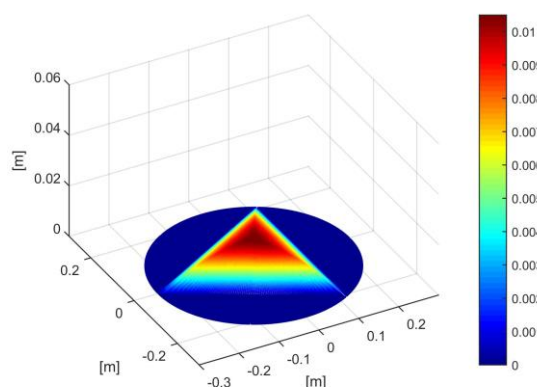
پتانسیل یک جسم توسط کار انجام شده توسط نیروهای داخلی و خارجی تعریف می‌شود. پتانسیل نیروهای داخلی (انرژی کرنشی تغییر شکل)، معادل کار نیروهای داخلی است $U = -W$. با توجه به منفی بودن کار نیروهای داخلی، انرژی کرنشی مقداری مثبت را اختیار می‌کند. انرژی کرنشی ذخیره شده در یک جسم برای شرایط عمومی تنش توسط رابطه (۱) بیان می‌شود.

$$dU = \sigma_x d\epsilon_x + \sigma_y d\epsilon_y + \tau_{xy} d\gamma_{xy} + \tau_{yx} d\gamma_{yx} \quad (1)$$

محاسبه حداکثر جابجایی صفحه مثلثی در مرکز جرم صفحه با استفاده از یک روش مدلسازی تحلیلی انجام می‌شود. به دلیل سرعت زیاد انتشار موج شوک منعکس شده بر سطح صفحه مثلثی، می‌توان فرض کرد که کل ناحیه صفحه همزمان با همان سرعت شروع به حرکت می‌کند. لبه‌های محکم، مانع حرکت صفحه به صورت یک بدنه صلب می‌شوند. تغییر شکل با تابع شکل معادله (۲) توضیح داده می‌شود. این معادله معرف شکل مثلثی با گوشه‌های گرد است. شرایط مرزی یک ورق مثلثی که مربوط به صفر شدن جابجایی‌ها در اضلاع مثلث و بیشینه جابجایی در مرکز جرم مثلث است توسط این تابع بیان می‌شود.

$$W = w_0 \left(1 - \left(\frac{r}{R} \cos(\alpha\gamma) \right)^\beta \right) \quad (2)$$

در اینجا w_0 جابجایی مرکز جرم و R شعاع دایره محاط شده است. با در نظر گرفتن $\alpha\gamma = \theta$ که در آن تغییرات از یک به صفر، گرد بودن گوشه‌ها را تعیین می‌کنند، مقدار نهایی $\alpha = 1$ شکل مثلث متساوی‌الاضلاع بدون گوشه گرد و $\alpha = 0.1$ یک شکل دایره‌ای را نشان می‌دهد. شکل مثلث متساوی‌الاضلاع با $\alpha = 1$ در شکل ۲ تصویر شده است.



$$\varepsilon_{\theta} = -z \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \quad (۳)$$

$$2\varepsilon_{r,\theta} = -z \left(-\frac{2}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{2}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)$$

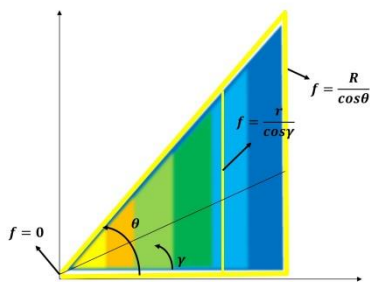
با توجه به معادله (۲)، کرنش‌ها می‌توانند با محاسبه تابع شکل $\beta = 3$ به صورت رابطه (۴) نوشته شوند.

$$\varepsilon_r = -z \left(-\frac{r w_0}{R^2} \cos^2 \theta \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{4r^2 w_0^2}{R^4} \cos^4 \theta \right)$$

$$\varepsilon_{\theta} = -z \left(-\frac{2w_0}{R^2} \cos^2 \theta + \frac{2w_0}{R^2} \cos 2\theta \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{r^4 w_0^2}{R^4} \sin^2 2\theta \right) \quad (۴)$$

$$2\varepsilon_{r,\theta} = -z \left(-\frac{2w_0}{R^2} \sin 2\theta + \frac{4w_0}{R^2} \sin 2\theta \right) + \left(-\frac{2r^3 w_0}{R^4} \cos^2 \theta \sin 2\theta \right)$$

شکل ۴ نشان‌دهنده‌ی یک ششم از یک مثلث متساوی-الاضلاع است که مثلثی قائم‌الزاویه به راس 60° درجه و ارتفاعی که با افزایش شعاع تغییر می‌کند. مجموع انتگرال-گیری‌ها بر این شش بخش به مقدار انتگرال در کل مثلث می‌انجامد.



شکل ۴ یک ششم از مثلث متساوی‌الاضلاع

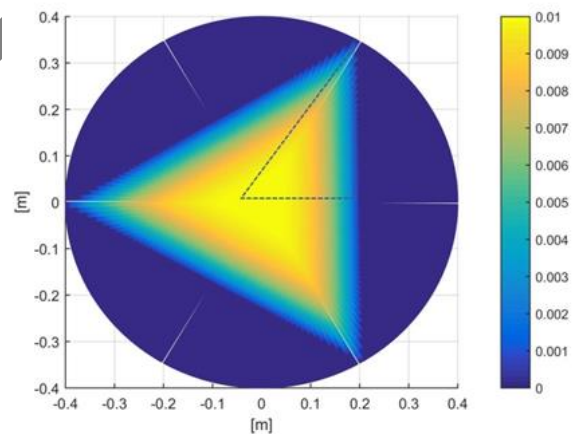
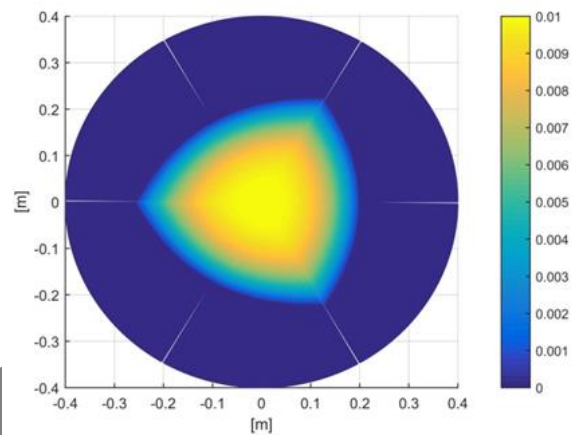
با توجه به شکل ۴ و انتگرال‌گیری برای نصف ضخامت ورق مثلثی، انرژی کرنشی ورق می‌تواند توسط رابطه (۵) استخراج شود. استفاده از ضریب ۱۲ به خاطر انتگرال‌گیری از نصف ضخامت یک ششم ورق مثلثی است.

$$V = 12\sigma_d \int_0^h \int_0^{\pi/3} \int_0^R (\sigma_r \varepsilon_r + \sigma_{\theta} \varepsilon_{\theta} + 2\tau_{r,\theta} \gamma_{r,\theta}) r dr d\theta dz \quad (۵)$$

با در نظرگیری تقسیمات یک ششم مثلث، انتگرال‌گیری براساس این تقسیمات انجام می‌شود. نتایج انتگرال‌گیری در این شش بخش مشابه جمع می‌شوند تا انتگرال را در کل ناحیه مثلثی بدست آورند.

شکل ۲ مثلث متساوی‌الاضلاع تصویر شده توسط روش تحلیلی

مطالعات تحلیلی قبلی به طور معمول براساس پیش بینی انحراف یک نقطه بودند. اکنون، پروفایل‌های خیز سه‌بعدی صفحات مثلثی با مقادیر مختلف در شکل ۳ نشان داده شده‌است. این شکل تفاوت بین صفحات با مقادیر مختلف α را نشان می‌دهد که با افزایش α ورق به فرم مثلث متساوی‌الاضلاع با گوشه‌های تیز درمی‌آید.



شکل ۳ تغییر از یک مثلث با گوشه‌های گرد به مثلث متساوی‌الاضلاع

تابع شکل ذکر شده برای پروفایل خیز صفحات مثلثی شکل برای به دست آوردن مؤلفه‌های کرنش استفاده می‌شود. مؤلفه‌های کرنش صفحه مدور در مختصات استوانه‌ای را می‌توان به گونه‌ای که در معادلات (۳) نشان داده شده‌است، نوشت.

$$\varepsilon_r = -z \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right)^2$$

به هندسه مثلث با تغییر یک ضریب است، استفاده از این رابطه توجیه پذیر است.

$$\dot{\epsilon}_m = \frac{w_0 I}{3\sqrt{2}R^2 m} \quad (11)$$

که m جرم بخش بدون پوشش ورق و I هم مقدار ضربه است. با جایگزینی نرخ کرنش در معادله (۱۰) معادله (۱۲) به دست می آید.

$$V = \left(12\sigma_y + 12\sigma_y \left(\frac{I}{3\sqrt{2}R^2 Dm} \right)^{\frac{1}{q}} w_0^{\frac{1}{q}} \right) (Aw_0 + Bw_0^2) \quad (12)$$

که مرتبط با تئوری ورق نازک کلاسیک، تابع انرژی کل ورق توسط رابطه (۱۳) نوشته می شود.

$$\Pi = V - \Omega \quad (13)$$

که Ω کار انجام شده توسط نیرو پخش شده عرضی است که توسط رابطه (۱۴) به دست می آید.

$$\Omega = -6 \int_0^{\theta} \int_0^R p(r, \theta) w(r, \theta) r dr d\theta \quad (14)$$

با جایگزینی تابع شکل و نیرو پخش شده در معادله (۱۴)، معادله (۱۵) به دست می آید.

$$\Omega = -6 \int_0^{\frac{\pi}{3}} \int_0^R P_0 w_0 \left(1 - \left(\frac{r}{R} \cos \theta \right)^{\beta} \right) r dr d\theta \quad (15)$$

با در نظرگیری $\beta = 3$ و انتگرال گیری نسبت به r و جایگزینی حدها به معادله (۱۶) می رسیم.

$$\Omega = -6 P_0 w_0 \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{R^2}{4 \cos^2 \theta} \right) = -\frac{3\sqrt{3}}{2} P_0 R^2 w_0 \quad (16)$$

بعد از فاکتورگیری ضرایب w_0 با عنوان C و جایگزینی Ω از معادله (۱۶) و V از معادله (۱۲) به معادله (۱۷) می رسیم که w_0 جابجایی مرکز جرم مثلث است.

$$\left((12A\sigma_y - C)w_0 + 12B\sigma_y w_0^2 + 12A \left(\frac{I}{3\sqrt{2}R^2 Dm} \right)^{\frac{1}{q}} \sigma_y w_0^{\frac{1+1}{q}} + 12B \left(\frac{I}{3\sqrt{2}R^2 Dm} \right)^{\frac{1}{q}} \sigma_y w_0^{\frac{2+1}{q}} \right) = 0 \quad (17)$$

حل این معادله به عنوان نتیجه تئوری تغییر شکل پلاستیسیته به تغییر شکل مرکز جرم ورق مثلثی می انجامد.

۴- نتایج و بحث

تنش های نرمال سریع تر از تنش های برشی در تغییر شکل ورق نقش دارند. همچنین تسلیم به خاطر تنش های نرمال و برشی می تواند در لحظه های مختلفی رخ دهد. با در نظرگیری رفتار ایزوتروپیک ورق و به کارگیری قانون جریان و معیار تسلیم ترسکا می توان پیش بینی کرد که $\sigma_x = \sigma_y$ [۱۲, ۷]. با استفاده از معیار تسلیم فون میسر $\tau_{xy} = \sigma_x / \sqrt{3}$ رابطه (۶) بین تنش ها به دست می آید.

$$\sigma_r = \sigma_{\theta} = \sqrt{3} \tau_{r\theta} = \sigma_d \quad (6)$$

که σ_d تنش جریانی دینامیکی متوسط فرض شده است. بنابراین انرژی کرنشی می تواند توسط رابطه (۷) نوشته شود.

$$V = 12\sigma_d \int_0^h \int_0^{\frac{\pi}{3}} \int_0^R \left(\epsilon_r + \epsilon_{\theta} + \frac{2}{\sqrt{3}} \epsilon_{r\theta} \right) r dr d\theta dz \quad (7)$$

که شعاع دایره محاطی در مثلث متساوی الاضلاع است. با جایگذاری ϵ_r ، ϵ_{θ} و $\epsilon_{r\theta}$ از معادله (۳) در معادله (۷) و انتگرال گیری نسبت به r و θ و با اعمال محدوده های انتگرال گیری به انرژی کرنشی می رسیم.

$$V = 12\sigma_d \int_0^h \left(2\sqrt{3}zw_0 - \frac{4}{\sqrt{3}}zw_0 \cos \theta + \frac{\pi}{4}w_0^2 + \frac{9\sqrt{3}}{16}w_0^2 R^2 - \frac{9}{7\sqrt{3}}w_0^2 R \right) dz \quad (8)$$

استحکام تسلیم دینامیکی مرتبط با نرخ کرنش موضعی است و رابطه بینشان به صورت خاصیت درونی مواد به صورت تجربی محاسبه می شود. رابطه ساختاری کوپر-سیمونز می تواند برای محاسبه تنش تسلیم دینامیکی با لحاظ حساسیت به نرخ کرنش ورق توسط رابطه (۹) توضیح داده شود.

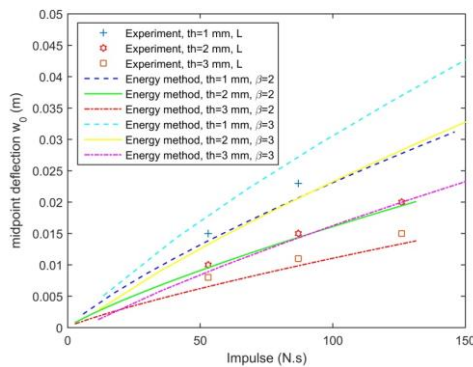
$$\sigma_d = \sigma_y \left(1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{D} \right)^{\frac{1}{q}} \right) \quad (9)$$

که D و q ثابت های ماده هستند و این مقادیر برای فولاد نرم به ترتیب ۴۰ و ۵ اند. نمادهای σ_y و $\dot{\epsilon}$ به ترتیب تنش تسلیم شبه استاتیکی و نرخ کرنش متوسط هستند. با در نظرگیری معادله (۸) و فاکتورگیری ضرایب w_0 و w_0^2 به صورت A و B ، معادله (۱۰) به دست می آید.

$$V = 12\sigma_y \left(1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}_m}{D} \right)^{\frac{1}{q}} \right) (Aw_0 + Bw_0^2) \quad (10)$$

نرخ کرنش توسط رابطه (۱۱) به دست می آید. این رابطه پیش تر برای ورق دایره ای استفاده شده بود [۱۰] و با توجه به اینکه تابع شکل ورق مثلثی شامل تغییر از هندسه دایره

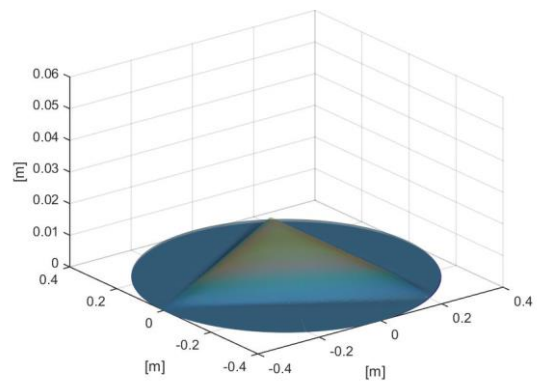
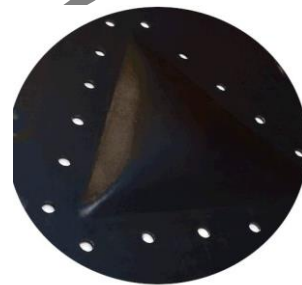
جابجایی مرکز جرم که به صورت تجربی و تحلیلی اندازه گیری شده است، نشان دهنده افزایش جابجایی با بزرگی ضربه است. جابجایی کوچک تر با صفحه ضخیم تر به دلیل قابلیت مصرف انرژی زیاد صفحه در برابر کشش است. روش تحلیلی، جابجایی مرکز جرم را برای مقایسه آزمایش به خوبی پیش بینی می کند. با این وجود، جابجایی مرکز جرم به دلیل نرخ کرنش فرض شده، شرایط مرزی و تابع شکل، توسط مدل دست کم گرفته شده است. با این حال، توافق بین جابجایی های پیش بینی شده و اندازه گیری شده رضایت بخش است و برای بقیه مطالعه ها از آن بهره برده می شود.



شکل ۶ مقایسه بین داده های تجربی و روش تحلیلی برای پیش بینی جابجایی مرکز جرم

اعتبار سنجی روش تحلیلی کنونی، درک جابجایی مرکز جرم صفحه حین روی داد شکل دهی را بهبود می بخشد. جابجایی مرکز جرم پیش بینی شده و جابجایی مرکز جرم اندازه گیری شده رسم شده اند. شکل ۷ نشان می دهد که برای همه ضخامت های صفحه مثلثی کوچک، اثرات نرخ کرنش در پیش بینی نقش دارند، با دانستن اینکه بار ضربه ای عموماً نرخ کرنش بسیار زیادی تولید می کند و خواص مکانیکی دینامیک صفحات با این نرخ کرنش زیاد تغییر می کند می توان نتیجه گرفت که خیز دائمی با در نظر گرفتن نرخ کرنش کاهش می یابد و به نتایج تجربی همگرا می شود. از آنجا که همه نقاط داده اساساً در سطح بین خطوط $Y=X$ و $Y=X+0.02$ قرار دارند، روش انرژی قابل اعتماد است. اما پیش بینی های روش انرژی کمی دست بالا است. این امر ممکن است به دلیل برخی از اثرات غیرخطی یا اثرات مرزی باشد که مدل ممکن است از

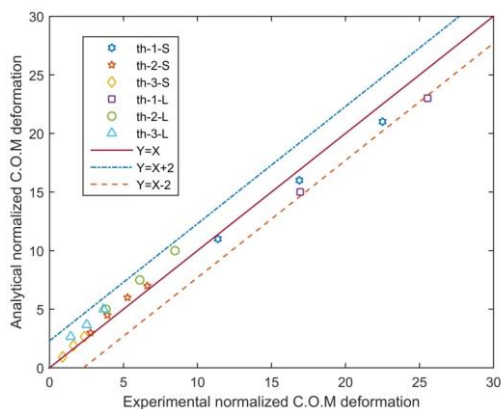
پروفایل تغییر شکل صفحه مثلثی در روش مدل سازی تحلیلی و صفحه مثلثی تغییر شکل یافته آزمایش در شکل ۵ مقایسه شده اند. ورق تغییر شکل یافته آزمایشگاهی، لولا پلاستیک مجاور مرزها و در امتداد خطوط مورب از گوشه ها به مرکز را نشان می دهد که مربوط به مقاومت اتصال خمشی پلاستیک کم تر صفحه در این نواحی است. عکس ورق تغییر شکل یافته نشان می دهد که لبه های در امتداد خطوط صفحه تغییر شکل یافته تحلیلی قرار دارند. از مقایسه عکس ورق که به صورت تجربی شکل گرفته و نمودار صفحه ای که به صورت تحلیلی، مشخص است که مطالعه تحلیلی انحراف موضعی کمتری را با تابع شکل فرض شده پیش بینی می کند. یک انحنای نسبتاً کم عمق از نمونه در ناحیه مرکزی با داشتن اثرات یکسان بر هر دو صفحه مثلثی تجربی و تحلیلی ایجاد شده است. این موضوع نشان می دهد که مفهوم جابجایی مرکز جرم یک عامل مفید برای تجزیه و تحلیل اثر فشار بر شکل نهایی ورق است.



شکل ۵ مقایسه پروفیل تغییر شکل ورق مثلثی و آزمایش شده

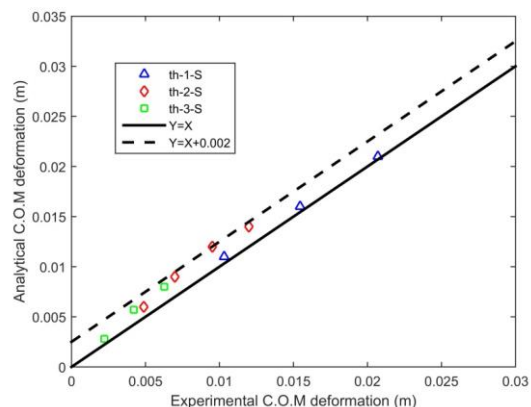
مقایسه جابجایی مرکز جرم در جهت عرضی به انجام یک ارزیابی ارزشمند از روش مدل سازی تحلیلی کمک می کند. بنابراین جابجایی مرکز جرم مدل سازی تحلیلی و آزمایش در شکل ۶ نشان داده شده اند. تأثیر افزایش مقدار ضربه بر

شرایطی متفاوت از آنچه که در تنظیمات تجربی بود بهره
ببرد.



شکل ۸ مقایسه بین جابجایی مرکز جرم روش تحلیلی و داده تجربی ورق مثلی کلمپ شده

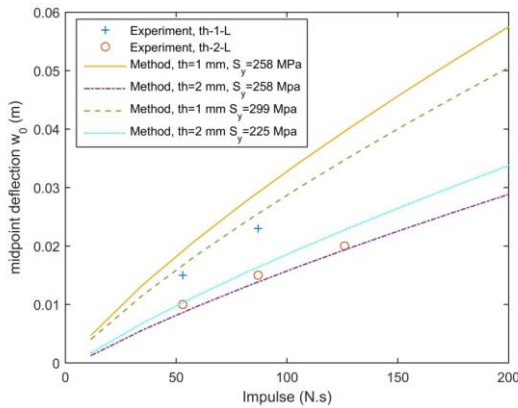
تغییر مکان‌های مرکز جرم با ایمپالس برای ضخامت‌های مختلف صفحه مثلی همراه داده‌های تجربی در شکل ۹ مقایسه شده‌اند. شکل ۹ یک تطابق مناسب بین آزمایش و مدل مربوط به تنش جریان دینامیکی در کل صفحه را نشان می‌دهد. علاوه بر این نشان‌دهنده دقت روش پیش‌بینی جابجایی مرکز جرم ورق است. پیش‌بینی مدل تحلیلی تغییر شکل صفحات ضخیم‌تر را کم‌تر از مقدار واقعی نشان می‌دهد. یک دلیل غالب، نادیده گرفتن اثر الاستیک و فرض مواد کاملاً پلاستیک است. دلیل دیگر این فرض است که فشار پیک برابر با فشار عملیاتی است، اما در واقعیت، فشار حداکثر کوچک‌تر است. نتایج نشان می‌دهد که تغییر مکان مرکز جرم در ایمپالس ثابت با کاهش ضخامت، افزایش می‌یابد. صفحات با ضخامت کم‌تر می‌توانند راحت‌تر انرژی را به تغییر شکل پلاستیک تبدیل کنند و تغییر شکل زیادی را سبب شوند. روند کلی در نتایج یک روند غیر خطی بود که با کاهش تدریجی گرادیان با ایمپالس همراه بود و منجر شد که صفحات نازک‌تر رفتار غیر خطی‌تری را نشان دهند.



شکل ۹ مقایسه بین جابجایی مرکز جرم روش تحلیلی و داده تجربی ورق مثلی کلمپ شده در قاب کوچک

برای نشان دادن تأثیر ضخامت ورق مثلی بر تغییر شکل نرمال شده مرکز جرم نتایج آزمایشگاهی و روش تحلیلی در شکل ۸ مقایسه شده‌است. درصد اعتماد برای معادله (۱۷)، ۹۵ درصد است- به این معنی است که احتمال زیادی وجود دارد که داده‌های تجربی در رابطه پیشنهادی قرار بگیرند- این امر نشان می‌دهد که مدل تحلیلی پیشنهادی دارای دقت خوبی در پیش‌بینی جابجایی مرکز جرم صفحات مثلی هنگامی که انرژی الاستیک نسبت به انرژی کل کوچک است، می‌باشد. دقت زمانی کاهش می‌یابد که انرژی کشسانی شامل بخش قابل توجهی از انرژی کل باشد. این امر به این دلیل است که نیروهای غشایی به طور عمده بر مقاومت محدوده تغییر شکل پلاستیک حکم فرما بوده و اثر نرخ کرنش می‌تواند به دلیل بارگذاری ضربه‌ای قابل توجه باشد. جالب توجه است که اثر نرخ کرنش، مقاومت ماده را افزایش می‌دهد که خیز دائمی کمتری را نتیجه می‌دهد. همچنین نتایج نشان می‌دهد که با افزایش ضخامت، تغییر مکان مرکز جرم کاهش می‌یابد. به نظر می‌رسد که اثرات عمده ضخامت مربوط به دو چیز هستند؛ ابتدا رژیم تغییر شکل را تغییر داده و سپس سطح تمرکز انرژی مصرفی صفحه را عوض می‌کنند.

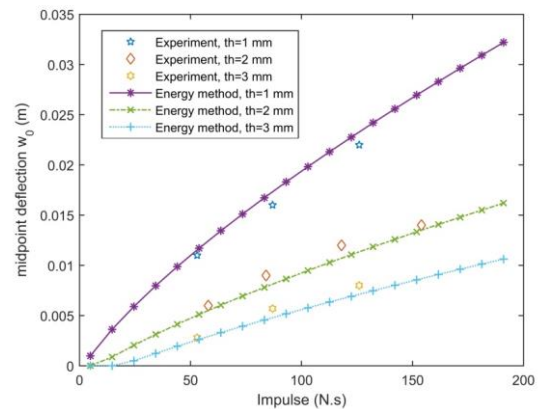
تبدیل می شود که منجر به افزایش پتانسیل تغییر شکل ورق می شود.



شکل ۱۰ جابجایی مرکز جرم با ضربه برای مقاومت تسلیم مختلف فولاد در مقایسه با داده های تجربی

شکل ۱۰ جابجایی مرکز جرم با ضربه برای مقاومت تسلیم مختلف فولاد در مقایسه با داده های تجربی

شکل ۱۱ نشان داده شده است. تمام نقاط داده ها بر روی یک منحنی قابل پخش هستند و منجر به مطالعه مقایسه ای بین داده های آزمایشگاهی و نتایج روش انرژی شده است. شکل ۱۱ تطابق خوبی را بین نتایج تجربی و پیش بینی مدل برای هر دو اندازه گیری نشان می دهد. روند خطی، برای هر دو اندازه فریم، کاهش تدریجی شیب را با افزایش ایمپالس نشان می دهد. این امر به دلیل نیروهای خمشی و غشایی صفحات است که بر توانایی آن ها بر جلوگیری از تغییر شکل تأثیر می گذارند و پاسخ های دینامیکی مختلفی را تولید می کنند. شکل ۱۱ همچنین نشان می دهد که تغییر زیادی در جابجایی مرکز جرم برای شعاع های مختلف دایره محاط شده وجود دارد که به این معنی است که برای صفحه مثلثی با اندازه بزرگتر، پاسخ دینامیکی بهبود می یابد. بنابراین، برای شکل دهی یک صفحه مثلثی برآمده با اندازه گنبد بزرگ تر، نمونه صفحه با یک ناحیه بدون پوشش بزرگ تر باید انتخاب شود.



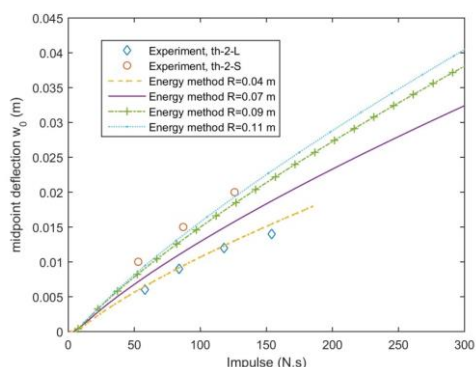
شکل ۹ جابجایی مرکز جرم با ضربه برای ضخامت های مختلف ورق فولادی در مقایسه با داده های تجربی

در اینجا، مدل تحلیلی برای مطالعه تغییر شکل و انرژی مصرفی صفحات مثلثی فولادی تحت تأثیر پارامترهای مختلف، مانند مقاومت تسلیم، مساحت ناحیه بدون پوشش، مدت زمان ضربه و تیزی گوشه های گرد مورد استفاده قرار می گیرد. یک مطالعه پارامتری برای پیش بینی تأثیر مقاومت تسلیم بر پاسخ تغییر شکل صفحه مثلثی انجام شده است. شکل ۱۰ نشان دهنده پیش بینی تحلیلی جابجایی مرکز جرم صفحات مثلثی با ضخامت های مختلف ورق و مقادیر مختلف مقاومت تسلیم در برابر ضربه است. افزایش جابجایی مرکز جرم با افزایش ایمپالس با مشاهده فاز پلاستیک مطابقت دارد. لولاهایی که در امتداد لبه ها گسترده اند مبین ورود به فاز پلاستیک هستند. شکل ۱۰ نشان می دهد که تغییر شکل پلاستیک نمونه رابطه تقریباً خطی با ایمپالس دارد. نتیجه اینکه، انرژی جنبشی تبدیل شده به کار پلاستیک ثابت است. نتایج مربوط به صفحه مثلثی بزرگ نیز نشان می دهد که جابجایی مرکز جرم با کاهش ضخامت صفحه افزایش می یابد. این نشان می دهد که اثر کشش قابل توجهی است و تغییر شکل کششی بزرگی ایجاد می شود که در نهایت منجر به کار پلاستیک بزرگ تر تغییر شکل غشایی نسبت به تغییر شکل خمشی می شود. نتایج روش انرژی نشان می دهند که برای ضخامت یکسان، اگر مقدار استحکام تسلیم کاهش یابد، استحکام نمونه کاهش می یابد. بنابراین، تنش تسلیم ورق فولاد نرم می تواند به عنوان پارامتری برای ارزیابی کارایی عملکرد دینامیکی نمونه مورد استفاده قرار گیرد. این بدان معنی است که هر چه مقاومت تسلیم نمونه کوچک تر باشد، انرژی بیشتری به تغییر شکل پلاستیک

تحت بارگذاری ضربه‌ای یکنواخت برای محدوده وسیعی از ضخامت‌های ورق و ایمپالس بود. جابجایی مرکز جرم پیش‌بینی شده به صورت تحلیلی به خوبی با داده‌های تجربی مطابقت داشت. با در نظر گرفتن حساسیت نرخ کرنش، تأثیر سطح بدون پوشش صفحه بر پاسخ دینامیکی صفحات بارگذاری شده مورد ارزیابی قرار گرفت. مطالعات پارامتری مدل تحلیلی نشان داد که تغییر شکل ورق می‌تواند با کاهش تنش تسلیم یا افزایش سطح بدون پوشش نمونه افزایش یابد. مطالعات پارامتری همچنین نشان دادند که گوشه‌های گرد شده صفحه مثلی باید به عنوان یک عامل کلیدی مؤثر بر انرژی مصرفی و افزایش تغییر شکل صفحه برای ایجاد یک ساختار بسیار برآمده، به شایستگی انتخاب شوند. عامل کلیدی دیگری که شدت انفجار را تحت تأثیر قرار داد، مدت زمان ضربه بود که توسط مطالعه پارامتری نیز مورد بررسی قرار گرفت. مطالعه پارامتری نشان داد که هرچه مدت زمان ایمپالس کوتاه‌تر باشد، تغییر شکل صفحه بیشتر خواهد بود. تمام این پیش‌بینی‌ها، روش انرژی را به عنوان یک ابزار ساده و قدرتمند برای ارزیابی تغییر شکل دینامیکی صفحات مثلی تحت بارگذاری انفجار با توزیع یکنواخت اثبات کردند

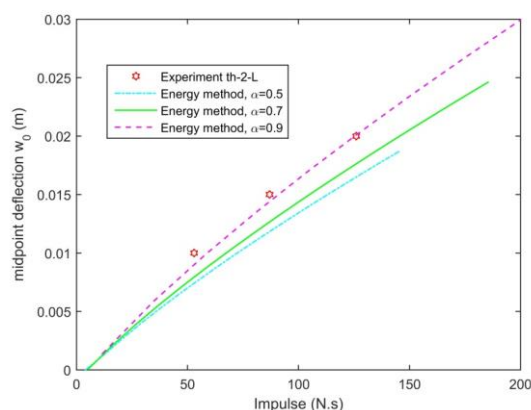
۶- مراجع

- [۱] B.C. Abrahamsen, H.S. Alsos, V. Aune, E. Fagerholt, O.M. Faltinsen, Ø. Hellan, Hydroplastic response of a square plate due to impact on calm water, *Physics of Fluids*, 32 (2020) 082103.
- [۲] J. Karnesky, J. Damazo, K. Chow-Yee, A. Rusinek, J.E. Shepherd, Plastic deformation due to reflected detonation, *International Journal of Solids and Structures*, 50 (2013) 97-110.
- [۳] P. Lepikhin, V. Romashchenko, O. Beiner, Theoretical investigation of fracture in stress waves of anisotropic cylinder under internal explosion,



شکل ۱۱ جابجایی مرکز جرم با ضربه برای شعاع‌های مختلف دایره احاطه شده توسط اضلاع مثلث در مقایسه با داده‌های تجربی

بارهای ضربه‌ای مختلف موجب جابجایی مرکز جرم با ایمپالس می‌شود که برای مقادیر مختلف α جابجایی مرکز جرم با ایمپالس مطابق شکل ۱۲ تغییر می‌کند. برای اعتبارسنجی دقت مدل، داده‌های تجربی نیز رسم شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که تطابق خوبی بین آزمایش و مدل وجود دارد و افزایش قابل توجهی در جابجایی مرکز جرم با افزایش مقدار ضربه رخ می‌دهد. افزایش قابل توجه در جابجایی مرکز جرم مطابق با افزایش تغییر شکل پلاستیک مربوط به فاصله بیشتر مرکز صفحه از مرزها می‌باشد. واضح است که تیزی گوشه گرد صفحه مثلی تأثیر مهمی بر تغییر شکل و مشخصه مصرف انرژی صفحه تحت بارهای شوک دارد.



شکل ۱۲ تغییر انحراف مرکز جرم با ضربه برای حالت‌های مختلف

۵- نتیجه‌گیری

یک مدل تحلیلی توسعه یافته در چارچوب روش انرژی ارائه شد که قادر به مدل‌سازی پاسخ صفحات فولادی مثلی

water hammer shock loading, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering, 231 (2017) 490-496.

[۱۱] H. Babaei, T.M. Mostofi, M. Alitavoli, Experimental and analytical investigation into large ductile transverse deformation of monolithic and multi-layered metallic square targets struck normally by rigid spherical projectile, Thin-Walled Structures, 107 (2016) 257-265.

[۱۲] T.M. Mostofi, H. Babaei, M. Alitavoli, Theoretical analysis on the effect of uniform and localized impulsive loading on the dynamic plastic behaviour of fully clamped thin quadrangular plates, Thin-Walled Structures, 109 (2016) 367-376.

Strength of Materials, 48 (2016) 615-631.

[۴] X. Zhang, H. Wei, L. Zhou, X. Cai, R. Deiterding, Relationship of flame propagation and combustion mode transition of end-gas based on pressure wave in confined space, Combustion and Flame, 214 (2020).

[۵] S. Trelat, I. Sochet, B. Autrusson, K. Cheval, O. Loiseau, Impact of a shock wave on a structure on explosion at altitude, Journal of Loss Prevention in the Process Industries, 20 (2007) 509-516.

[۶] A. Honda, M. Suzuki, Sheet metal forming by using gas imploding detonation, Journal of Materials Processing Technology, 85 (1999) 198-203.

[۷] H. Babaei, T. Mirzababaie Mostofi, M. Alitavoli, Experimental investigation and analytical modelling for forming of circular-clamped plates by using gases mixture detonation, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 234 (2020) 1102-1111.

[۸] T. Mirzababaie Mostofi, H. Babaei, M. Alitavoli, Experimental and theoretical study on large ductile transverse deformations of rectangular plates subjected to shock load due to gas mixture detonation, Strain, 53 (2017) e12235.

[۹] H. Babaei, A. Darvizeh, Analytical study of plastic deformation of clamped circular plates subjected to impulsive loading, Journal of Mechanics of Materials and Structures, 7 (2012) 309-322.

[۱۰] H. Babaei, T. Mirzababaie Mostofi, M. Alitavoli, Experimental and theoretical study of large deformation of rectangular plates subjected to