تأثیر میزان خروج از مرکزی دایره بر تبدیل هیدروفویل متقارن با استفاده از نگاشت ژوکوفسکی

مجتبی پاکیان بوشهری[۱]، جواد عباسی[۲]

۱- دانشجوی دکترای مهندسی مکانیک، مؤسسه کشتی‌سازی شهید محلاتی

۲- کارشناس ارشد مهندسی دریا، مؤسسه کشتی‌سازی شهید محلاتی

چکیده:

در این تحقیق با استفاده از نگاشت ژوکوفسکی تأثیر میزان خروج از مرکزی دایره در راستای محور x بر تبدیل هیدروفویل متقارن بررسی شده است. دایره مورد مطالعه یک دایره با شعاع ۲ واحد است که در حالت اولیه در مبدأ مختصات قرار گرفته است. در حالت اولیه که مرکز دایره منطبق بر مبدأ مختصات می‌باشد دایره به خط و بیضی تبدیل می‌شود و با جابجا کردن دایره در راستای محور x هیدروفویل حاصل می‌شود. خروج از مرکزی برای مقدارهای مثبت۰,۲،۰,۴، ۰,۶، ۱ و ۱,۵ مورد مطالعه قرار گرفته است و هیدروفویل های متقارن بر اساس این نگاشت محاسبه شده‌اند. نتایج بیان کننده این موضوع می‌باشد که با افزایش میزان خروج از مرکزیت دایره، طول هیدروفویل کاهش و میزان ضخامت آن افزایش می‌یابد. ماکزیمم ضخامت تا خروج از مرکزی ۰,۵، در زاویه متناظر ۴۵ درجه و بعد از این مقدار در زاویه ۹۰ درجه رخ می‌دهد.

واژه‌های کلیدی:

نگاشت، ژوکوفسکی، هیدروفویل، خروج از مرکزی، دایره، بیضی

Eccentric effect of a circle on the transformation of symmetric hydrofoil using Zhukovsky mapping

Mojtaba Pakian Bushehri[1], Javad Abbasi[2]

1- PhD student in Mechanical Engineering, Shahid Mahalati Shipbuilding Institute

2- Master of Marine Engineering, Shahid Mahallati Shipyard

Abstract:

In this study, effect of eccentricity of a circle along the x-axis on the transformation of symmetric hydrofoil has been investigated using Zhukovsky mapping. The circle under study has a radius of 2 units, which is located at the origin of coordinates in the first case. In the first case, where the center of circle corresponds to origin of coordinates, the circle becomes a line and an ellipse and by moving the circle along the x-axis, a hydrofoil is obtained. The eccentricity of 0.4,0.2, 0.6, 1 and 1.5 have been studied and symmetric hydrofoils are calculated based on this mapping. The results indicate that as the eccentricity of the circle increases, the length of the hydrofoil decreases and the thickness increases. Up to eccentricity of 0.5, the maximum thickness occurs at a corresponding angle of 45 degrees and after this value, the maximum thickness occures at angle of 90 degrees.

Key Words:

Mapping, Zhukovsky, Hydrofoil, Eccentricity, Circle, Ellipse

۱- مقدمه

نگاشت همدیس نواحی از صفحه z را به ناحیه ای از صفحه w (مختلط) تبدیل می کند به گونه ای که زوایا و جهت چرخش حفظ می شود[1] . این نگاشت کاربردهای زیادی را در حل مسائل مختلف مهندسی دارد و می‌توان با استفاده از آن اشکال پیچیده را به شکل‌های ساده‌تر تبدیل نمود تا بتوان روابط را برای هندسه مذکور تعریف کرد. احمدیان و مغربی با استفاده از تئوری نگاشت همدیس و روابط تحلیلی، موقعیت و زوایای قرارگیری بهینه دیواره‌های آب‌بند در سدهای انحرافی برای حداقل ساختن گرادیان‌های خروجی و زیر فشار موردبررسی قرار دادند و جواب‌های بدست آمده از این روش را با روش اجزاء محدود مقایسه کردند[2]. مجتهدی و دهستانی راه‌حل تحلیلی محاسبه معادله پروفیل سطح مقطع کانال منحنی شکل را با استفاده از روش نگاشت همدیس بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که روش تحلیلی ارائه‌شده نسبت به سایر محققین دارای دقت بیشتری می‌باشد[3]. طالبی و همکاران جهت بررسی رفتار عرضی و همچنین پاسخ گذرای دینامیکی صفحات مانع سیال درون تانکرها، از روش نگاشت برای تبدیل سطح مقطع دایروی به نوار مستطیلی و از مدل مکانیکی جرم و فنر برای مدل‌سازی تلاطم سیال استفاده کردند[4]. اکبری و همکاران کاربرد نگاشت همدیس را در ترسیم خطوط میدان جریان سیال و حول اجسام غوطه‌ور درمسیرجریان را بررسی کردند[5]. ظفرمند و میرمفیدی حل تحلیلی جریان پتانسیل یکنواخت پیرامون دو استوانه متوالی با استفاده از نگاشت همدیس را ارائه کردند. آن‌ها در این تحقیق فضای اطراف دو دایره هم‌مرکز را به فضای خارجی اطراف دواستوانه تبدیل کردند[6]. منصوری و همکاران شبیه‌سازی جریان غیرلزج در اطراف اجسام مختلط دریایی با استفاده از روش پانل را انجام دادند[7].

انتخاب هیدروفویل مناسب در شناورهای هیدروفویل‌دار همواره یکی از دغدغه‌های طراحان شناور بوده است. طراحان کشتی همواره از هیدروفویل های سری استاندارد و تست‌شده برای شناورها استفاده می‌کنند. محاسبات مربوطه به هیدروفویل ها همواره به دلیل هندسه پیچیده هیدروفویل سخت می‌باشد و اغلب توسط روش‌های عددی انجام می‌شود. در این مقاله به بررسی استفاده از نگاشت ژوکوفسکی جهت تبدیل یک دایره به هیدروفویل پرداخته است. نگاشت ژوکوفسکی قادر است که یک دایره را به هیدروفویل و بالعکس تبدیل کند. از آنجایی که محاسبات برای بدست آوردن ضرایب لیفت و درگ در هندسه‌های مختلف هیدروفویل مشکل می‌باشد لذا با تبدیل آن به دایره با استفاده از نگاشت ژوکوفسکی، این محاسبات ساده‌تر می‌شود.

۲- شرح مسئله

یک دایره در صفحه z با معادله زیر تعریف می‌شود.

$$z = be^{i\theta} \qquad (1)$$

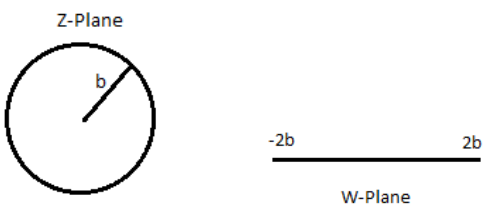
که در آن b شعاع دایره و θ زاویه از ۰ تا 2π می‌باشد. تبدیل ژوکوفسکی به‌صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$w(z) = z + \gamma^2 / z \qquad (2)$$

γ پارامتر تبدیل می‌باشد که دارای حالت‌های مختلف زیر است:

1- $\gamma = b$

$$w(\theta) = be^{i\theta} + \frac{b}{e^{i\theta}} = b\left(\cos\theta + i\sin\theta + \frac{1}{\cos\theta + i\sin\theta}\right) \qquad (3)$$

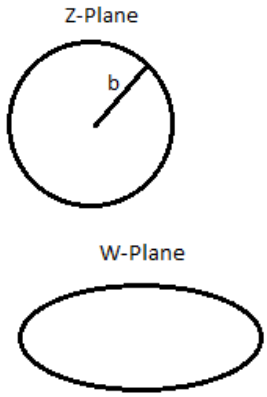


حاصل آن خط می‌شود.

2- $\gamma > b$

$$w(\theta) = be^{i\theta} + \frac{\gamma^2}{e^{i\theta}} = b\left(\cos\theta + i\sin\theta + \frac{\gamma^2}{\cos\theta + i\sin\theta}\right) \qquad (4)$$

حاصل آن بیضی می‌شود.



ایرفویل از دایره خارج از مرکز در صفحه z حاصل می‌شود. اگر دایره در صفحه z انحراف داشته باشد پارامتر تبدیل به‌صورت زیر تغییر می‌یابد.

$$\gamma = b - |s| \qquad (5)$$

S مختصات مرکز دایره است. اگر دایره فقط نسبت به محور x خارج از مرکزی داشته باشد تبدیل یک ایرفویل متقارن است که مختصات x مبدأ دایره توزیع ضخامت ایرفویل را نشان می‌دهد و اگر نسبت به محور y نیز خروج از مرکزی داشته باشد تبدیل یک ایرفویل نامتقارن است و مختصات y بیان‌کننده انحنای ایرفویل می‌باشد.

ما در این تحقیق بر آنیم که میزان خروج از مرکزی دایره را بر شکل، طول و ضخامت ایرفویل مورد بررسی قرار داده و مقایسه کنیم. دایره انتخابی، یک دایره با قطر ۲ واحد که در حالت اولیه مرکز آن منطبق بر مبدأ مختصات می‌باشد و سپس با جابجاکردن آن در راستای مثبت محور x در صفحه z حالت‌های ایرفویل موردمطالعه قرارگرفته است. خروج از مرکزیت دایره برای اندازه‌های ۰,۲، ۰,۶، ۱ و ۱,۵ بررسی می‌شوند.

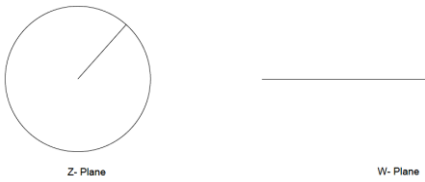
رسم ایرفویل ها در صفحه w برای زوایای ۰، ۳۰، ۴۵، ۹۰، ۱۵۰ و ۱۸۰ درجه محاسبه‌شده است و بقیه نقاط از طریق درون‌یابی محاسبه‌شده‌اند.

۳- حالت اول: دایره به شعاع ۲ بدون خروج از مرکز و $\gamma = b$

$$w = z + 4/z \qquad (5)$$

جدول ۱: مختصات تبدیل دایره بدون خروج از مرکز با $\gamma = b$

ردیف	زاویه	مختصات صفحه z	مختصات صفحه w
۱	0	2	4
۲	$\pi/2$	2 i	0
۳	π	-2	-4
۴	$3\pi/2$	-2 i	0



شکل ۱: تبدیل دایره بدون خروج از مرکز با $\gamma = b$

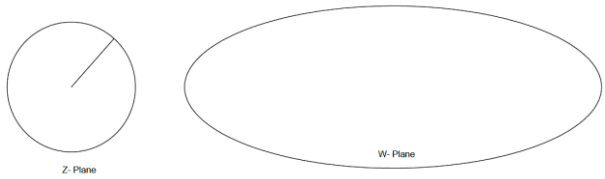
همان‌طور که مشاهده می‌شود با این تبدیل دایره در صفحه Z به یک پاره‌خط به طول ۸ واحد که چهار برابر شعاع دایره است تبدیل می‌شود.

۴- حالت دوم: دایره به شعاع ۲ واحد بدون خروج از مرکز و $\gamma = 3$

$$w = z + 9/z \qquad (7)$$

جدول ۲: مختصات تبدیل دایره بدون خروج از مرکز با $\gamma = 3$

ردیف	زاویه	مختصات صفحه z	مختصات صفحه w
۱	0	2	6.5
۲	$\pi/2$	2 i	-2.5 i
۳	π	-2	-6.5
۴	$3\pi/2$	-2 i	2.5 i



شکل *2*: تبدیل دایره بدون خروج از مرکز با $\gamma = 3$

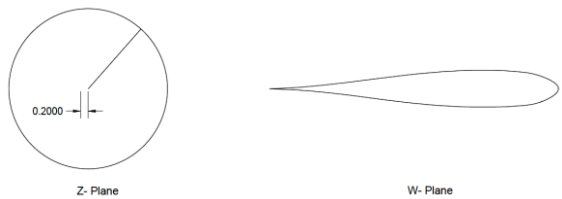
در این تبدیل یک بیضی حاصل می‌شود که دارای $b=13$ و $a=5$ می‌باشد.

۵- حالت سوم: دایره به شعاع ۲ با خروج از مرکز ۰٫۲ و $\gamma - s = 1.8$

$$w = z + 3.24/z \qquad (8)$$

جدول *3* : مختصات تبدیل دایره با خروج از مرکز *0.2*

ردیف	زاویه	مختصات صفحه z	مختصات صفحه w
1	0	2.2	3.672
2	$\pi/6$	1.932+i	3.25+0.315 i
3	$\pi/4$	1.614 + 1.414 i	2.749 + 0.419 i
4	$\pi/2$	0.2 + 2 i	0.36 + 0.396 i
5	$5\pi/2$	-1.532 + i	-3.015 + 0.032 i
6	π	-1.8	-3.6



شکل *3*: تبدیل دایره با خروج از مرکز ۰٫۲

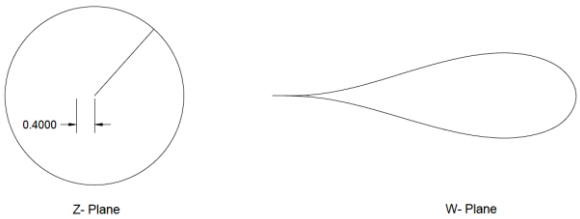
طول ایرفویل ۷٫۲۷۲ واحد و بیشترین ضخامت آن در زاویه ۴۵ درجه با مقدار ۰٫۸۳۳ می‌باشد.

۶- حالت چهارم: دایره به شعاع ۲ با خروج از مرکز ۰٫۴ و $\gamma - s = 1.6$

$$w = z + 2.56/z \qquad (9)$$

جدول *4* : مختصات تبدیل دایره با خروج از مرکز *0.4*

ردیف	زاویه	مختصات صفحه z	مختصات صفحه w
1	0	2.6	3.584
2	$\pi/6$	2.332 + i	3.259 + 0.602 i
3	$\pi/4$	2.014 + 1.414 i	2.864 + 0.816 i
4	$\pi/2$	0.4 + 2 i	0.646 + 0.769 i
5	$5\pi/2$	-1.132 + i	-2.402 + 0.122
6	π	- 1.6	-3.2



شکل *4*: تبدیل دایره با خروج از مرکز *0.4*

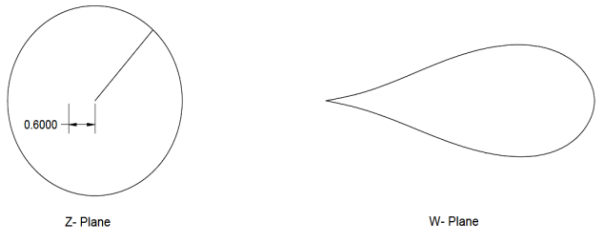
طول ایرفویل *6.784* و بیشترین ضخامت آن در زاویه ۴۵ درجه با مقدار *1.632* می‌باشد.

۷- حالت پنجم: دایره به شعاع ۲ واحد با خروج از مرکز ۰٫۶ و $\gamma - s = 1.4$

$$w = z + 1.96/z \qquad (10)$$

جدول ۵: مختصات تبدیل دایره با خروج از مرکز *0.6*

ردیف	زاویه	مختصات صفحه z	مختصات صفحه w
1	0	2.6	3.35
2	$\pi/6$	2.33 + i	3.04 + 0.695 i
3	$\pi/4$	2.014 + 1.414 i	2.665 + 0.965 i
4	$\pi/2$	0.6 + 2 i	0.869 + 1.1 i
5	$5\pi/2$	-1.132 + i	-2.104 + 0.14 i
6	π	-1.4	-2.8



شکل ۵: تبدیل دایره با خروج از مرکز ۰٫۶

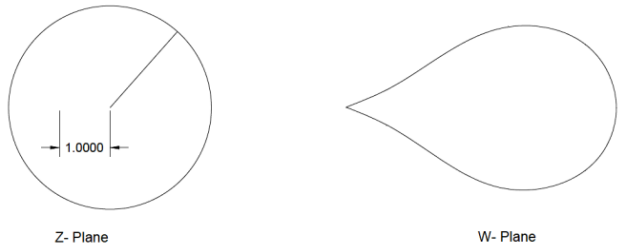
طـول ایرفویـل *6.15* و بیشـترین ضـخامت آن در زاویـه *90* درجه با مقدار *2.2* می‌باشد.

۸- حالت ششم: دایره به شعاع ۲ با خروج از مرکز ۱ و $\gamma - s = 1$

$$w = z + 1/z \qquad (11)$$

جدول ۶: مختصات تبدیل دایره با خروج از مرکز ۱

ردیف	زاویه	مختصات صفحه Z	مختصات صفحه W
1	0	۳	۳٫۳۳۳
2	$\pi/6$	2.732 + i	3.054 + 0.881 i
3	$\pi/4$	2.414 + 1.414 i	2.721 + 1.233 i
4	$\pi/2$	1 + 2 i	1.2 + 1.6 i
5	$5\pi/2$	-0.732 + i	-1.208 + 0.349 i
6	π	-1	-2



شکل ۶: تبدیل دایره با خروج از مرکز *1*

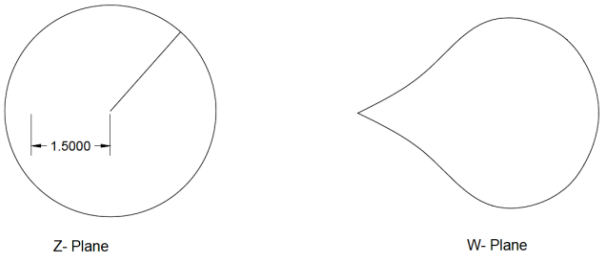
طـول ایرفویـل *5.333* و بیشـترین ضـخامت آن در زاویه *90* درجه با مقدار *3.2* می‌باشد.

۹- حالت هفتم: دایره به شعاع ۲ با خروج از مرکـز 1.5 و $\gamma - s = 0.5$

$$w = z + 0.25/z \qquad (12)$$

جدول ۷: مختصات تبدیل دایره با خروج از مرکز *1.5*

ردیف	زاویه	مختصات صفحه Z	مختصات صفحه W
1	0	3.5	3.571
2	$\pi/6$	3.232 + i	3.288 + 0.982 i
3	$\pi/4$	2.914 + 1.414 i	2.982 + 1.38 i
4	$\pi/2$	1.5 + 2 i	1.56 + 1.76 i
5	$5\pi/2$	-0.232 + i	0.285 + 0.763 i
6	π	- 0.5	-1



شکل ۷: تبدیل دایره با خروج از مرکز *1.5*

طـول هیـدروفویل *4.571* و بیشـترین ضـخامت آن در زاویه *90* درجه *3.52* می‌باشد.

۱۰- نتیجه‌گیری:

جدول زیر مقایسه حالت‌های تغییر خروج از مرکزی دایره را بر هیدروفویل نشان می‌دهد.

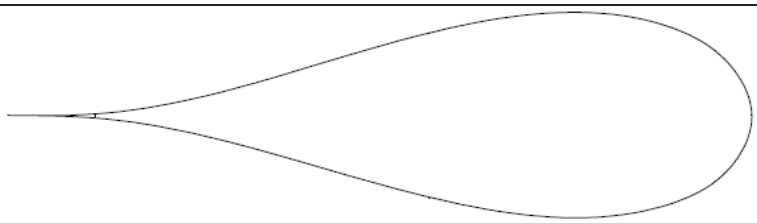
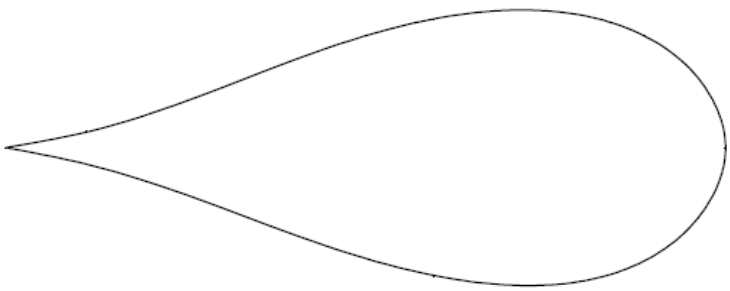
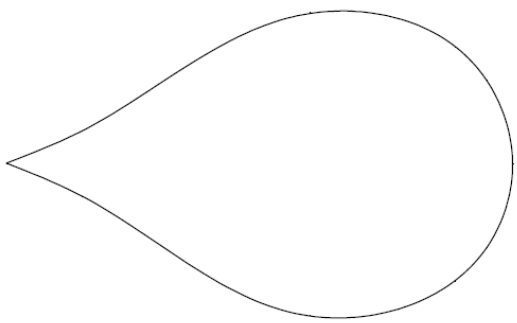
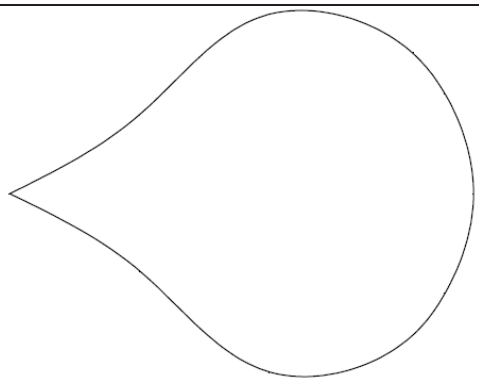
جدول ۸: مقایسه حالت‌های تغییر خروج از مرکزی دایره بر هیدروفویل

ردیف	میزان خروج از مرکز	طول ایرفویل	بیشترین ضخامت	زاویه متناظر در ضخامت ماکزیمم
۱	۰٫۲	7.272	0.833	45
۲	۰٫۴	6.784	1.632	45
۳	۰٫۶	6.15	2.2	90
۴	۱	5.333	3.2	90
۵	۱٫۵	4.571	3.52	90

همان‌طور که از جدول مقایسه نتایج مشخص می‌باشد با افزایش میزان خروج از مرکزی در راستای محور x صفحه z طول ایرفویل کاهش‌یافته و ضخامت آن افزایش می‌یابد. نکته قابل‌توجه در زوایای متناظر با افزایش ضخامت ایرفویل می‌باشد که تا خروج از مرکزی ۰,۵ بیشترین ضخامت فویل در زاویه متناظر ۴۵ بوده و بعدازاین مقدار، بیشترین ضخامت در زاویه متناظر ۹۰ رخ می‌دهد.

جدول زیر مقایسه شکل‌های ایرفویل را برای خروج از مرکزی‌های ۰,۲، ۰,۴، ۰,۶، ۱ و ۱,۵ نشان می‌دهد.

جدول ۹: مقایسه شکل‌های ایرفویل برای خروج از مرکزی‌های ۰,۲، ۰,۴، ۰,۶، ۱ و ۱,۵

ردیف	خروج از مرکزی	شکل ایرفویل
۱	۰,۲	
۲	۰,۴	
۳	۰,۶	
۴	۱	
۵	۱,۵	

منابع:

۱- ملـک مـدنی، ر. و حبیـب نـژاد. (۱۳۸۱)، "ریاضـیات مهندسـی پیشـرفته بـا اسـتفاده از Matlab & Mathematic" انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران

۲- احمدیان. سعید، مغربی. محمـود، "اسـتفاده از تئـوری نگاشت همدیس در بهینه یابی موقعیت و زاویه قرارگیـری دیواره آب‌بند در سدهای انحرافی" مجله هیدرولیک، سال ۱۲ شماره ۴، ۱۳۹۶

۳- مجتهدی. سیدحسن، دهستانی. حجت، "روش تحلیـل محاسبه معادله پروفیل سطح مقطع کانال منحنـی شـکل بر پایه نشت با استفاده از نگاشت همدیس" نهمین کنگره ملی مهندسی عمران، دانشـگاه فردوسـی مشـهد، مشـهد، ۱۳۹۵

۴- طالبی تـوتی. روح‌الله، جریـانی. گلنـاز، شـجاعی فـرد. محمدحسن، "محاسبه شتاب آسـتانه واژگـونی خـودروی تانکر دار تحت تلاطم سیال با استفاده از نگاشـت" نشـریه مکانیک سازه و شاره‌ها، دوره ۵، شماره ۴، ۱۳۹۴

۵- اکبری. غلامحسین، خانی. سـالار، گـودرزی. مجتبـی، هوشمند. محمدمهدی، "نگاشت همدیس و کـاربرد آن در ترسیم خطـوط جریـان حـول اجسـام غوطـه‌ور در مسـیر جریان" ششمین کنگره ملـی مهندسـی عمـران، دانشـگاه سمنان، سمنان، ۱۳۹۰

۶- ظفرمند. بهروز، میرمفیدی. سیدمحسن، "حل تحلیلـی جیان پتانسیل یکنواخـت پیرامـون دو اسـتوانه متـوالی بـا اسـتفاده از نگاشـت همـدیس" همـایش ملـی مهندسـی مکانیـــک، دانشـــگاه آزاد واحـــد خمینی‌شـــهر، خمینی‌شهر،۱۳۸۷

۷- منصوری. داریـوش، " شبیه‌سـازی جریـان غیرلـزج در اطراف اجسام مختلط دریـایی بـا اسـتفاده از روش پانـل" مجله علوم و فنون دریایی ایران، صفحه ۱۲۱-۱۳۰