Scientific Journal of "Radar"
Vol. 9, No. 2, 2021 (Serial No. 26)

Phased-Array MIMO radar waveform design using space-Time codes to improve the probability of detection

R. Vahdani, M. Fallah Joshghani, H. Khaleghi Bizaki*

* Professor, Malik Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

(Received: 08/05/2021, Accepted: 23/05/2022)

Abstract

In this paper, the transmit signals of multi-antenna radars with the desired covariance matrix are designed to be implemented using a fully correlated base signal (similar to the phased-array radar) and space-time codes with much lower complexity and cost. Using the proposed model, the transmit signal would depend on the contents of the space-time code and the base signal. By selecting a completely correlated and identical base signal for all transmission antennas, the transmitted signal covariance matrix will depend only on the contents of the space-time code. Therefore, by designing the space-time code, the desired covariance matrix is achieved. The result of this method is the achievement of any desired covariance matrix in the transmitter (and consequently the optimal performance, such as the desired beam pattern or high probability in target detection) using the very simple structure of phased-array radars as well as space-time codes. This method does not require several types of signal generators with different specifications (waveform variation). The receiver filter is also designed in accordance with the existing conditions in such a way that the best performance of the target detection probability is achieved.

Keywords: Phased-array radar, MIMO radar, waveform design, space-time codes

* Corresponding author E-mail: Bizaki@gmail.com

نشریه علمی «رادار»
سال نهم، شماره ۲، پاییز و زمستان ۱۴۰۰؛ ص ۳۹-۳۳

علمی – پژوهشی

طراحی شکل موج رادار آرایه فازی چندورودی چندخروجی با استفاده از کدهای فضا زمان با هدف بهبود احتمال آشکارسازی هدف

روح‌الله وحدانی[۱]، حسین خالقی بیزکی[۲*]، محسن فلاح جوشقانی[۳]

۱- دانشجوی دکتری، ۲- استاد، ۳- استادیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

(دریافت: ۱۴۰۰/۰۲/۱۸ ، پذیرش: ۱۴۰۱/۰۳/۰۲)

چکیده

در این مقاله، سیگنال‌های ارسالی رادارهای چندآنتنی با ماتریس کواریانس مطلوب به نحوی طراحی می‌شوند که با استفاده از سیگنال پایه کاملاً همبسته (مشابه رادار آرایه فازی) و با استفاده از کدهای فضا زمان با پیچیدگی بسیار پایین‌تر و ارزان‌تر پیاده‌سازی شوند. با استفاده از طرح پیشنهادی، سیگنال ارسالی به محتویات کد فضا زمان و همچنین سیگنال پایه ارسالی وابسته خواهد بود. با انتخاب سیگنال پایه کاملاً همبسته و یکسان برای تمام آنتن‌های ارسالی، ماتریس کواریانس سیگنال ارسالی تنها به محتویات کد فضا زمان وابسته خواهد بود؛ بنابراین با طراحی کد فضا زمان، ماتریس کواریانس مطلوب محقق می‌گردد. حاصل این روش دستیابی به هر ماتریس کواریانس دلخواه در فرستنده (و متعاقباً عملکرد مطلوب مثلاً الگوی پرتو دلخواه و یا احتمال بالا در آشکارسازی هدف) با استفاده از ساختار بسیار ساده رادار آرایه فازی و همچنین کدهای فضا زمان می‌باشد، ضمن اینکه دیگر لزومی به استفاده از چندین نوع تولیدکننده سیگنال با مشخصات متفاوت (تنوع شکل موج) نیست. فیلتر گیرنده نیز با شرایط موجود به نحوی طراحی می‌شود که بهترین عملکرد احتمال آشکارسازی هدف محقق گردد.

کلید واژه‌ها: رادار آرایه فازی، رادار چندورودی چندخروجی، طراحی شکل موج، کدهای فضا زمان

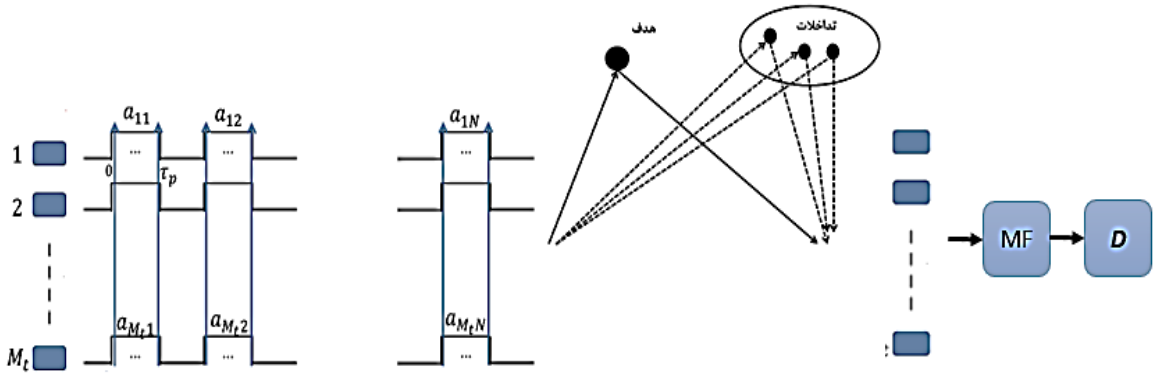
۱- مقدمه

رادارهای چندورودی چندخروجی (MIMO[۲]) امروزه گستره وسیعی از تحقیقات را در زمینه رادار تشکیل می‌دهند [۶-۱]. سامانه‌های راداری چندورودی چندخروجی ارسال چندین شکل موج متعامد (و یا ناهمدوس) را ممکن می‌سازند که این شکل موج‌ها توسط مجموعه‌ای از فیلترهای منطبق در گیرنده استخراج می‌شوند [۲] . هرکدام از مؤلفه‌های استخراج‌شده محتوی اطلاعاتی در مورد یک مسیر ارسال خاص می‌باشند. این رادارها به دو نوع کلی تقسیم می‌شوند. نوع اول رادارهای با فواصل آنتن زیاد (در مقایسه با طول موج) هستند [۵]. این حالت می‌تواند چندگانگی فضایی را افزایش دهد. عناصر آنتن ارسال با فاصله دور از هم قرار دارند که هرکدام از آن‌ها جنبه‌های متفاوتی از هدف را می‌بینند. در نتیجه، سطح مقطع راداری هدف برای مسیرهای مختلف ارسال به‌صورت متغیرهای تصادفی مستقل از هم هستند؛ بنابراین هرکدام از مؤلفه‌های استخراج‌شده توسط فیلتر منطبق در گیرنده محتوی اطلاعات مستقلی از هدف می‌باشند. در این سناریو، عملکرد شناسایی بهتری به دست می‌آید و علت این امر نیز این است که اندازه‌گیری‌های مختلف و مستقلی از هدف در دسترس است. نوع دوم رادارها با فواصل آنتن کم (در مقایسه با طول موج) هستند [۶]. مزیت این نوع رادارها قدرت تفکیک فضایی بهتر است، به‌طوری‌که سطح مقطع راداری مشاهده‌شده توسط همه مسیرهای ارسال یکسان است. مؤلفه‌های استخراج‌شده توسط فیلترهای منطبق در هر آنتن دریافت محتوی اطلاعاتی در مورد یک مسیر ارسال از یک آنتن ارسال به سمت یک آنتن دریافت هستند؛ بنابراین با جمع‌آوری تمامی اطلاعات در مورد مسیرهای ارسال، تفکیک فضایی بهتری قابل‌دستیابی است. لازم به ذکر است که این نوع سامانه راداری مزیت‌های فراوانی از جمله قابلیت بسیار بالا در حذف تداخل، بهبود پارامتر شناسایی و افزایش انعطاف‌پذیری در طراحی الگوی پرتو ارسال را داراست.

تمرکز ما در این مقاله، روی رادارهایی با آنتن‌های ارسال با فواصل نزدیک می‌باشد. ایده رادار آرایه فازی MIMO در [۴] مطرح شد که روشی برای ایجاد مصالحه بین مزیت‌های رادار آرایه فازی و رادار MIMO است. در این روش، آرایه ارسال به چندین زیر آرایه تقسیم می‌شود و هر زیر آرایه خود یک آرایه فازی است و همچنین دو زیر آرایه مجاور ناهمبسته بوده و همانند یک رادار MIMO عمل می‌کند.

* رایانامه نویسنده مسئول: Bizaki@gmail.com

[2] Multi input multi output



شکل (۱). طرح سامانه و نحوه طراحی سیگنال ارسالی و چیدمان آرایه‌ها در فرستنده و گیرنده

از سوی دیگر، در چند سال اخیر، استفاده از کدهای فضا زمان موجب افزایش قابلیت در طراحی شکل موج ارسالی شده است [۱۰-۷]. در مرجع [۷]، دی‌ماریو و همکارانش طرحی را با استفاده از کدهای فضا زمان پیشنهاد دادند که منجر به احتمال شناسایی هدف بسیار خوبی خواهد شد. در مرجع [۸]، طراحی شکل موج رادار MIMO با اندازه ثابت و شرط تشابه شکل موج با هدف بیشینه‌سازی نسبت سیگنال به تداخل به‌علاوه نویز انجام گرفت. بهینه‌سازی این تابع هدف، منجر به یافتن بهترین سیگنال ارسالی و بهترین فیلتر FIR[1] می‌شود. همچنین در مرجع [۹]، با شرط در نظر گرفتن یک حد معین از خطای تخمین زوایای هدف و زوایای منابع تداخلی موجود، شکل موج رادار MIMO با هدف بیشینه‌سازی نسبت سیگنال به تداخل به‌علاوه نویز طراحی شد. به‌علاوه در مرجع [۱۰]، کد فضا زمان و فیلتر دریافتی به‌طور توأم و هم‌زمان با هدف بهینه‌سازی نسبت سیگنال به تداخل به‌علاوه نویز طراحی شدند. این روش طراحی پیچیدگی محاسباتی بسیار بالاتری نسبت به سایر روش‌ها دارد. در مرجع [۱۱]، نویسندگان به طراحی ماتریس کواریانس در فرستنده سامانه راداری چند آنتنی پرداختند که موجب کاهش سطوح گلبرگ فرعی در الگوی پرتو دریافتی رادار خواهد شد. سپس فیلتر دریافتی در گیرنده را طوری طراحی نمودند که احتمال آشکارسازی هدف بهبود یابد.

در این مقاله، با استفاده از کدهای فضا زمان در فرستنده، سیگنال ارسالی در فرستنده رادار MIMO همبسته به نحوی طراحی می‌شود که منجر به تحقق ماتریس کواریانس مطلوب و همچنین تحقق الگوی پرتو ارسال مطلوب شود. با طرح پیشنهادی، ماتریس کد فضا زمان به ماتریس کواریانس سیگنال پایه و کد فضا زمان وابسته خواهد بود. بدین ترتیب قدرت طراحی سیگنال با سخت‌افزار ساده‌تر و ارزان‌تر افزایش خواهد یافت. این وابستگی، موجب افزایش درجه آزادی در طراحی سیگنال ارسالی خواهد شد، به‌طوری‌که برای مثال، با انتخاب سیگنال‌های پایه کاملاً همبسته، ماتریس کواریانس سیگنال ارسالی با تغییر محتویات ماتریس کد فضا زمان، تغییر خواهد کرد. می‌توان کد فضا زمان را طوری طراحی کرد که ماتریس کواریانس دلخواه و به‌تبع آن، عملکرد سامانه راداری مطلوب (مثل الگوی پرتو دلخواه یا هر پارامتر مطلوب دیگر) محقق شود. این روش طراحی، به دلیل استفاده از سیگنال‌های پایه کاملاً همبسته (یکسان) همانند رادار آرایه فازی، دارای پیچیدگی پیاده‌سازی بسیار کم و هزینه بسیار پایین خواهد بود. همچنین، این امر ما را از استفاده از چندین تقویت‌کننده رادیویی متنوع با قیمت بسیار بالا بی‌نیاز خواهد کرد. هدف از طراحی کدهای فضا زمان، افزایش درجه آزادی در طراحی سیگنال ارسالی برای کاهش پیچیدگی رادارهای چندآنتنی و افزایش بهره‌وری سامانه می‌باشد.

بعد از طراحی کد فضا زمان و سیگنال ارسالی، فیلتر گیرنده به نحوی طراحی می‌گردد که با شرایط موجود، بهترین عملکرد سیگنال به تداخل به‌علاوه نویز و احتمال آشکارسازی هدف به دست آید. طرح پیشنهادی می‌تواند در سامانه راداری پدافندی چندآنتنی در حضور سیستم‌های تداخلی مورداستفاده قرار گیرد. این طرح بیشترین قابلیت را در تعیین پارامترهای هدف در سیستم پدافندی رادار دارد و دلیل این امر استفاده کامل از چندگانگی شکل موج در این طرح می‌باشد.

۲- طرح سامانه

یک رادار آرایه فازی MIMO با آرایه خطی به‌صورت شکل (۱) را در نظر بگیرید. این رادار دارای M_t آنتن ارسال و M_r آنتن دریافت می‌باشد. هم در فرستنده و هم در گیرنده، آنتن‌ها به‌صورت یکجا و با فاصله نیمی از طول موج کنار هم قرار گرفته‌اند. همچنین فرض کنید علاوه بر سیگنال مطلوب، تعداد L سیگنال تداخلی وجود دارد.

[1] Finite impulse response

همان‌طور که در شکل (۱) نشان داده شده است، ماتریس کد فضا زمان، ماتریسی با ابعاد $M_t \times N$ است که N بیانگر میزان گسترش سیگنال در بعد زمان می‌باشد. همچنین شکل موج ارسالی n-ام به‌صورت مجموعه K نمونه گسسته بیان می‌شود. هدف ما استفاده از کدهای فضا زمان و تحلیل بردارهای دریافتی به نحوی است که عملکرد سامانه راداری چند آنتنی بهبود یابد.

شکل موج ارسالی گسسته متناظر با n-امین پالس و k-امین نمونه را در نظر بگیرید. همان‌طور که از شکل (۱) پیداست، این سیگنال به‌صورت زیر قابل‌بیان است خواهد بود:

$$\boldsymbol{S}_{n,k} = \boldsymbol{S}_k \odot \boldsymbol{a}_n \qquad (۱)$$

که $\boldsymbol{S}_k$ نمونه k-ام سیگنال پایه ارسالی است که در هر دوره تکرار می‌شود. همچنین $\boldsymbol{a}_n$، بردار ستونی $M_t \times 1$ است که n-امین ستون از ماتریس کد فضا زمان را نشان می‌دهد. عملگر $\odot$ نیز بیانگر ضرب نقطه‌ای می‌باشد. رابطه (۱) بیانگر وابستگی شکل موج ارسالی به دو عامل سیگنال پایه و همچنین محتویات کد فضا زمان می‌باشد. با تعریف انجام‌شده، فرض بر این است که ماتریس کد فضا زمان به‌صورت $\boldsymbol{A} = [\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \dots, \boldsymbol{a}_N]_{M_t \times N}$ و ماتریس شکل موج ارسالی پایه گسسته به‌صورت $\boldsymbol{S} = [\boldsymbol{S}_1, \boldsymbol{S}_2, \dots, \boldsymbol{S}_K]_{M_t \times K}$ باشد؛ بنابراین مجموعه شکل موج‌های ارسالی گسسته ماتریسی با ابعاد $M_t \times KN$ خواهد بود:

$$\boldsymbol{X} = [\boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_1, \dots, \boldsymbol{a}_N, \dots, \boldsymbol{a}_N] \odot [\boldsymbol{S}, \dots, \boldsymbol{S}] \qquad (۲)$$

بنابراین، مجموعه سیگنال‌های دریافتی از هدف برابر است با $\boldsymbol{a}_R(\theta_t)\boldsymbol{a}_T{}^T(\theta_t)\boldsymbol{X}$. بردار سیگنال باند پایه دریافتی در گیرنده برداری ستونی با ابعاد $M_r \times KN$ است که می‌تواند به‌صورت زیر بیان شود است:

$$\boldsymbol{Y} = \beta_t \boldsymbol{a}_R(\theta_t)\boldsymbol{a}_T{}^T(\theta_t)\boldsymbol{X} + \sum_{i=1}^{L} \beta_i \boldsymbol{a}_R(\theta_i)\boldsymbol{a}_T{}^T(\theta_i)\boldsymbol{X} + \boldsymbol{v} \qquad (۳)$$

که θ_t زاویه سمت[1] هدف، θ_i زاویه سمت مربوط به منابع تداخلی موجود، β_t بیانگر اثر سطح مقطع راداری هدف و اثرات کانال بین فرستنده، هدف و گیرنده می‌باشد. همچنین β_i بیانگر اثر سطح مقطع راداری تداخلات و اثرات کانال بین فرستنده، منبع تداخلی و گیرنده است. $\boldsymbol{a}_T(\theta)$ و $\boldsymbol{a}_R(\theta)$ به‌ترتیب بردار هدایت از سمت فرستنده و بردار هدایت[2] از سمت گیرنده به سوی هدف در زاویه سمت θ است، و $\boldsymbol{v}$ بردار نویز گاوسی سفید دریافتی می‌باشد.

در طرح سامانه اشاره شده و با توجه به رابطه (۱)، ماتریس کواریانس مجموعه سیگنال‌های ارسالی به‌صورت زیر قابل‌بیان است:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{R}_{new} &= E[\boldsymbol{X}\boldsymbol{X}^H] = E[\boldsymbol{S}\boldsymbol{S}^H] \odot E(\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^H) \\ &= \boldsymbol{R} \odot E(\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^H) \end{aligned} \qquad (۴)$$

که $\boldsymbol{A}$ ماتریس کد فضا زمان و $\boldsymbol{R}$ ماتریس کواریانس شکل موج پایه و $E[.]$ عملگر امید ریاضی است. با تعاریف صورت گرفته، ماتریس کواریانس مطلوب و متعاقباً ماتریس کد فضا زمان قابل طراحی است. در این قسمت، نشان خواهیم داد که با طرح پیشنهادی و با استفاده از کدگذاری فضا زمان، به درجه آزادی بالاتری در طراحی سیگنال ارسالی خواهیم رسید. در هر آنتن دریافت، سیگنال دریافتی از یک فیلتر منطبق عبور می‌کند و با M_t سیگنال ارسالی در هر برش زمانی[3] تطابق داده می‌شود؛ بنابراین، در هرکدام از M_r آنتن موجود در سمت گیرنده، M_t نمونه وجود خواهد داشت؛ بنابراین سیگنال دریافتی بعد از فیلتر منطبق به‌صورت یک بردار $M_t M_r \times 1$ می‌تواند به‌صورت زیر بیان شود [۱۳]:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{y}_c = \beta_t \boldsymbol{a}_R(\theta_t) \otimes \boldsymbol{R}_{new} \boldsymbol{a}_T(\theta_t) \\ + \sum_{i=1}^{L} \beta_i \boldsymbol{a}_R(\theta_i) \\ \otimes \boldsymbol{R}_{new} \boldsymbol{a}_T(\theta_t) + \boldsymbol{v}_c \end{aligned} \qquad (۵)$$

که $\boldsymbol{v}_c$ بردار نویز گاوسی متقارن با میانگین صفر و ماتریس کواریانس $\sigma_n^2(\boldsymbol{I} \otimes \boldsymbol{R}_{new})$ بوده و $\otimes$ نمایانگر ضرب کرونکر[4] است. رابطه (۵) متشکل از سه بخش است که عبارت اول و دوم به ترتیب مربوط به سیگنال مطلوب و تداخلی هستند که وابسته به ماتریس کواریانس سیگنال ارسالی می‌باشند؛ بنابراین، این پارامتر نقشی کلیدی در عملکرد خروجی رادار ایفا می‌کند، به‌طوری‌که می‌تواند بر الگوی پرتو دریافتی (توان سیگنال دریافتی در زوایای مختلف) و همچنین نسبت سیگنال به تداخل به‌علاوه نویز اثرگذار باشد. در گیرنده می‌توان از فیلترهای مختلفی برای شکل‌دهی الگوی پرتو دریافتی در زوایای مختلف استفاده نمود؛ همچنین این فیلترها می‌توانند برای بهبود نسبت سیگنال به نویز به‌علاوه تداخل مربوط به یک هدف مشخص مورداستفاده قرار گیرند.

هدف ما، ارائه روشی برای ایجاد چندگانگی در سیگنال ارسالی و پیاده‌سازی رادار آرایه فازی MIMO با استفاده از شکل موج‌های کاملاً یکسان رادار آرایه فازی، و ایجاد چندگانگی تنها با استفاده از کدگذاری فضا زمان می‌باشد.

[1] azimuth
[2] Steering vector
[3] Time slot
[4] Kronecker product

۳- طرح پیشنهادی

برای هر الگوی پرتو ارسالی دلخواه و مطلوب و یا هر عملکرد کلیدی دیگر در رادارهای آرایه فازی MIMO (مثل نسبت سیگنال به تداخل به‌علاوه نویز، احتمال آشکارسازی هدف، الگوی پرتو دریافتی و...)، ماتریس کواریانس سیگنال ارسالی باید طراحی گردد [۱۲]. در طرح پیشنهادی، هر ماتریس کواریانس مطلوب با استفاده از شکل موج‌های کاملاً همدوس و مشابه و تنها با تنظیم عناصر ماتریس کد فضا زمان محقق شوند. بدین ترتیب دیگر نیازی به استفاده از چندین سیگنال ناهمدوس در فرستنده و به‌تبع آن استفاده از چندین تولیدکننده سیگنال نیست. این امر موجب کاهش چشمگیر هزینه و تحقق رادار آرایه فازی MIMO به کمک ساختار ساده و ارزان آرایه فازی خواهد شد.

ماتریس کواریانس رابطه (۴) را در نظر بگیرید. ماتریس کواریانس سیگنال ارسالی به ماتریس کواریانس شکل موج پایه و همچنین عناصر کد فضا زمان وابسته است. برای هر عملکردی در رادار از جمله الگوی پرتو ارسالی، الگوی پرتو دریافتی، نسبت سیگنال به تداخل به‌علاوه نویز و...، ماتریس کواریانس مطلوب می‌تواند با روش‌های مختلف مثل کمینه‌سازی فاصله به دست آید [۱۲]. اما برخلاف سایر روش‌ها، برای تحقق ماتریس کواریانس مطلوب در روش پیشنهادی دیگر نیازی به تولید شکل موج‌های متنوع نیست. مطابق رابطه (۴)، ماتریس کواریانس سیگنال پایه ارسالی می‌تواند ماتریس تمام یک انتخاب شود ($\boldsymbol{R}=[\boldsymbol{1}]$)، به‌عبارت‌دیگر سیگنال پایه ارسالی کاملاً همبسته بوده و سیگنال‌های مشابهی باشند. سپس ماتریس کواریانس مطلوب می‌تواند با تنظیم محتویات ماتریس کد فضا زمان $\boldsymbol{A}$ به دست آید. در واقع این روش راهی دیگر برای تحقق چندگانگی و تعدد سیگنال در فرستنده است و شرط آن نیز استفاده از چندین برش زمانی در کنار هم می‌باشد. سیگنال پایه تمام یک همانند یک رادار آرایه فازی عمل می‌کند که ساختار بسیار ساده‌ای دارد؛ بنابراین با انتخاب ماتریس کواریانس پایه تمام یک، رابطه (۵) به این صورت بیان می‌شود:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{y}_c &= \beta_t \boldsymbol{a}_R(\theta_t) \otimes E(\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^H)\boldsymbol{a}_T(\theta_t) \\ &+ \sum_{i=1}^{L} \beta_i \boldsymbol{a}_R(\theta_i) \\ &\otimes E(\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^H)\boldsymbol{a}_T(\theta_t) + \boldsymbol{v}_c\end{aligned} \quad (۶)$$

از رابطه (۶) این قضیه برداشت می‌شود که علاوه بر ماتریس کواریانس سیگنال پایه، برای تحقق ماتریس کواریانس سیگنال مطلوب یک درجه آزادی بیشتر در طراحی وجود دارد که آن ماتریس کد فضا زمان می‌باشد. در بخش بعد، به طراحی ماتریس کد فضا زمان با یک ماتریس کواریانس مطلوب داده شده می‌پردازیم.

۳-۱- طراحی کد فضا زمان با ماتریس معلوم

فرض کنید که تجزیه مقدار تکین (SVD [1]) ماتریس کواریانس سیگنال ارسالی به‌صورت زیر باشد:

$$\boldsymbol{R}_{new} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{U}^H \quad (۷)$$

که $\boldsymbol{U}$ ماتریس یکه $M_t \times M_t$ و $\boldsymbol{\Sigma}$ ماتریس قطری $M_t \times M_t$ محتوی مقادیر تکین ماتریس $\boldsymbol{R}_{new}$ می باشد؛ یعنی:

$$\boldsymbol{\Sigma} = diag(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r, 0,0, \dots, 0) \quad (۸)$$

که σ_i ها مقادیر تکین ماتریس کواریانس $\boldsymbol{R}_{new}$ است که به‌صورت نزولی در ماتریس قطری $\boldsymbol{\Sigma}$ قرار گرفته است. سپس ماتریس کد فضا زمان $\boldsymbol{A}$ به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}\mathbf{A} = \boldsymbol{U}\begin{bmatrix} \boldsymbol{P}_{r\times r} & \boldsymbol{0}_{r\times(N-r)} \\ \boldsymbol{0}_{(M_t-r)\times r} & \boldsymbol{0}_{(M_t-r)\times(N-r)}\end{bmatrix}\boldsymbol{z} \\ = \boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{z}\end{aligned} \quad (۹)$$

که $\boldsymbol{0}$ ماتریس تمام صفر و $\boldsymbol{P}$ ماتریس مربعی قطری است که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\boldsymbol{P} = diag(\sqrt{\sigma_1}, \sqrt{\sigma_2}, \dots, \sqrt{\sigma_r}) \quad (۱۰)$$

و $r = rank(\boldsymbol{R}_{new})$ است. همچنین $\boldsymbol{z}$ ماتریس تصادفی گاوسی با ابعاد $M_t M_r \times N$ می‌باشد که دارای ماتریس کواریانس واحد است. ماتریس کد فضا زمان به‌دست‌آمده در رابطه (۹)، منجر به ماتریس کواریانس مطلوب داده شده خواهد شد، به‌عبارت‌دیگر:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}_{new} = E(\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^H) = E\left(\boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{z}\boldsymbol{z}^H\boldsymbol{\Sigma}^{1/2}\boldsymbol{U}^H\right) \\ = E(\boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{U}^H)\end{aligned} \quad (۱۱)$$

بعد از طراحی سیگنال ارسالی و ماتریس کد فضا زمان در فرستنده، سیگنال دریافتی باید به نحوی پردازش گردد که بهترین عملکرد سیگنال به تداخل به‌علاوه نویز و متعاقباً احتمال آشکارسازی هدف به دست آید.

۳-۲- طراحی فیلتر گیرنده

با طرح سامانه داده شده، ماتریس دیتای دریافتی بعد از عبور از بانک فیلتر منطبق به دست می‌آید. در این بخش، ما خروجی فیلتر منطبق را از یک فیلتر مجزا عبور خواهیم داد. دلیل این امر این است که فیلتر منطبق تنها در صورت وجود نویز بهینه می‌باشد و با وجود سیگنال تداخل بهینه نیست؛ بنابراین کدگشا[2]ی دیگری بعد از فیلتر منطبق بر سر راه سیگنال دریافتی قرار می‌دهیم. این کدگشا با توجه به ماتریس کد فضا زمان ارسالی طراحی خواهد شد به‌طوری‌که عملکرد سامانه راداری را که از کد فضا زمان در فرستنده بهره می‌گیرد، بهبود دهد.

[1] Singular value decomposition
[2] decoder

ماتریس کدگشا موردنظر را بعد از فیلتر منطبق در نظر بگیرید. این کدگشا با ماتریس $\boldsymbol{D}$ با ابعاد $M_t M_r \times 1$ نمایش داده می‌شود. خروجی کدگشا به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\boldsymbol{r}_c = \boldsymbol{D}^H \boldsymbol{y}_c \quad (۱۲)$$

همان‌طور که از رابطه فوق استنباط می‌شود، ماتریس کدگشا یا همان فیلتر FIR استفاده شده $\boldsymbol{D}$ هم روی سیگنال مطلوب و هم بر روی مؤلفه تداخل به‌علاوه نویز و به‌تبع آن SINR خروجی اثر می‌گذارد؛ بنابراین در گام بعدی بر روی تأثیر این ماتریس کدگشا بر SINR خروجی و همچنین بحث خواهد شد.

طبق رابطه (۱۲)، با به دست آوردن توان سیگنال مطلوب و توان سیگنال تداخل به‌علاوه نویز، SINR خروجی به‌صورت زیر قابل‌محاسبه است:

$$SINR = \frac{\left|\boldsymbol{D}^H\left(\beta_t \boldsymbol{a}_R(\theta_t) \otimes \boldsymbol{R}_{new} \boldsymbol{a}_T(\theta_t)\right)\right|^2}{\left|\boldsymbol{D}^H\left(\sum_{i=1}^{L} \beta_i \boldsymbol{a}_R(\theta_i) \otimes \boldsymbol{R}_{new} \boldsymbol{a}_T(\theta_i) + \sigma_n^2 (\boldsymbol{I} \otimes \boldsymbol{R}_{new})\right)\right|^2} \quad (۱۳)$$

در رابطه فوق، صورت کسر معادل توان سیگنال مطلوب دریافتی از سوی هدف و مخرج کسر توان معادل تداخل به‌علاوه نویز می‌باشد که هر دو وابسته به زاویه هدف، توان بازتاب شده از هدف و اجسام غیر از هدف (تداخل)، فیلتر گیرنده و ماتریس کوواریانس معادل ارسالی می‌باشند. مطابق این رابطه، SINR به ماتریس کد فضا زمان در فرستنده و همچنین ماتریس کدگشا فضا زمان در گیرنده وابسته است. از سوی دیگر، احتمال آشکارسازی هدف به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

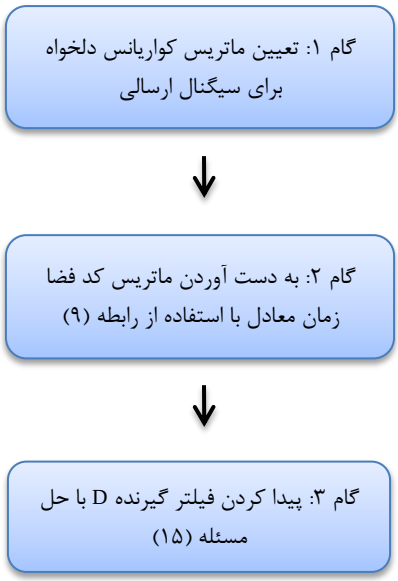
$$P_d = E[P(SINR > T)] \quad (۱۴)$$

پارامتر T بیانگر حد آستانه گیرنده در معیار تصمیم‌گیری برای وجود و یا عدم وجود هدف می‌باشد. برای محاسبه امید ریاضی در شبیه‌سازی‌ها از روش میانگین‌گیری در تعداد مشخصی از تکرار شرایط مختلف کانال استفاده شده است. بنابراین ماتریس کدگشا $\boldsymbol{D}$ می‌تواند به‌صورتی طراحی شود تا احتمال آشکارسازی هدف بیشینه گردد. با فرض معین بودن ماتریس کوواریانس سیگنال ارسالی، مسئله بهینه‌سازی احتمال آشکارسازی هدف می‌تواند به‌صورت زیر بیان شود:

$$\max_{\boldsymbol{D}} P_d \quad s.t. \left|\boldsymbol{D}^H \boldsymbol{D}\right| = 1 \quad (۱۵)$$

متأسفانه مسئله بهینه‌سازی (۱۵) محدب نیست. در این مقاله، از نرم‌افزار متلب[1] و الگوریتم PSO[2] برای حل مسئله بهینه‌سازی فوق به‌صورت عددی استفاده شده است [۱۴]. در این روش، ابتدا یک جمعیت در دامنه جواب‌ها به‌صورت تصادفی به‌عنوان نقطه شروع تولید شده و سپس از نظر خروجی احتمال آشکارسازی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. سپس با تولید جواب‌های تصادفی در اطراف نقطه شروع و ارزیابی مجدد آن، چنانچه جواب بهتری به دست آمد، آن نقطه به‌عنوان جواب جدید در نظر گرفته شده و به جواب نزدیک می‌شویم. این روش تا جایی ادامه پیدا می‌کند که حدی از خطا را در پیدا کردن جواب مسئله اقناع کند.

همچنین، در موارد مشابه برخی منابع دیگر از جمله مرجع [۷] از روش‌های ابتکاری مانند بهینه‌سازی حد چرنوف[3] (حد بالای احتمال آشکارسازی هدف) استفاده نموده‌اند. در این مقاله، الگوریتم PSO علیرغم سرعت کمتر نسبت به روش‌های بهینه‌سازی غیرخطی دارای دقت بالاتری بوده و برای تضمین وجود جواب مورداستفاده قرار گرفته است، هرچند در تحقیقات بعدی می‌توان نسبت به ارائه روش‌هایی با عملکرد بهتر نیز گام برداشت.



شکل (۲). مراحل اجرای طرح پیشنهادی

۴- نتایج شبیه‌سازی

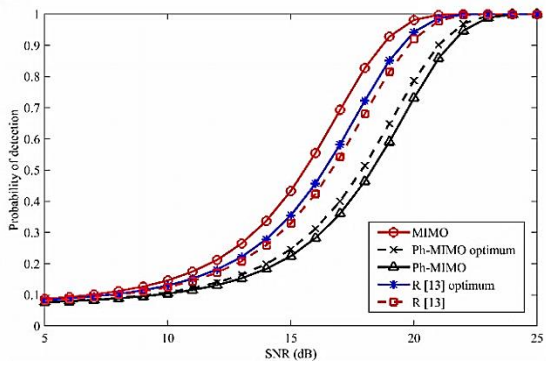
در این قسمت، ماتریس کد فضا زمان و فیلتر بهینه متناسب با ساختار ارائه شده در این مقاله به دست آمده و شبیه‌سازی شده است. فرض بر این است که تعداد ۷ عدد آنتن در فرستنده و ۷ عدد آنتن در گیرنده مورداستفاده قرار گرفته، گسترش زمانی به‌کاررفته در کد فضا زمان برابر ۱، ۲ و ۳ برش زمانی می‌باشد. همچنین فرض بر این است که تعداد ۲ منبع تداخلی بر سیگنال

[1] MATLAB
[2] Partial swarm optimization
[3] Chernoff bound

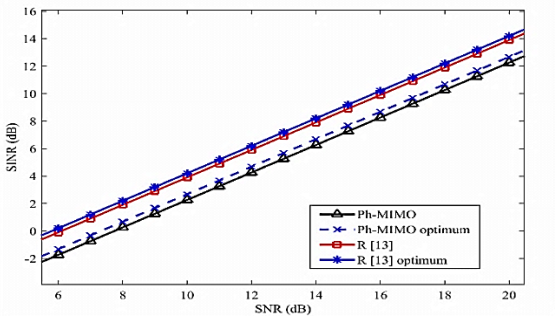
دریافتی تأثیر می‌گذارند.

برای سادگی تعداد نمونه‌های گسسته در هر شکل موج پایه ارسالی ۱ نمونه انتخاب شده است. همچنین فرض کنید هدف در زاویه $\theta_t = 0$ و همچنین تداخلات در زوایای $\theta_1 = 10^\circ, \theta_2 = -30^\circ$ قرار دارند. رادار آرایه فازی MIMO کاملاً همپوشان با ۵ زیرآرایه و همچنین رادار آرایه فازی همبسته با ماتریس کواریانس پیشنهادی در مرجع [۱۳] شبیه‌سازی شده‌اند و فیلتر گیرنده بهینه با استفاده از الگوریتم تکرار به دست آمد. همان‌طور که در شکل (۳) نشان داده شده است، طرح پیشنهادی موجب بهبود عملکرد گیرنده از نظر احتمال آشکارسازی هدف می‌شود. همچنین، شکل (۴) نشان‌دهنده SINR خروجی به ازای مقادیر مختلف نسبت سیگنال به نویز و همچنین به ازای نسبت تداخل بعلاوه نویز برابر ۲۰dB به دست آمده است. در این قسمت طرح ارائه شده با ۱۰۰ تکرار شبیه‌سازی شده است. این شبیه‌سازی‌ها با فرض حد آستانه ثابت T و با فرض احتمال هشدار غلط ثابت[1] برابر ۰/۰۰۱ انجام شده است.

بین روش پیشنهادی و روش‌های سنتی به‌خصوص روش استفاده شده در مرجع [۱۳] و همچنین روش آرایه فازی MIMO تفاوت‌هایی وجود دارد. یکی از این تفاوت‌ها این است که در روش پیشنهادی دیگر نیازی به استفاده از چندین تولیدکننده سیگنال متنوع با هزینه بالا در فرستنده نیست و سامانه تنها با استفاده از ساختار ساده و ارزان آرایه فازی و با استفاده از کدهای فضا زمان، ماتریس کواریانس سیگنال ارسالی را محقق می‌سازد. لازم به ذکر است که هر ماتریس کواریانس مطلوبی مطابق روش پیشنهادی با ساختار ارائه شده قابل پیاده‌سازی است. در مرجع [۱۳]، ماتریس کواریانس پیشنهادی به‌صورت یک ماتریس معین مثبت متقارن با مؤلفه‌های مشخصی تولید می‌شوند. حال‌آنکه در روش پیاده‌سازی این مرجع، فرستنده ملزم است تا به تعداد آنتن‌های ارسال تولیدکننده شکل موج با هزینه بالا به کار گرفته تا موفق به تولید این ماتریس کواریانس شود. حال‌آنکه، در روش پیشنهادی، تحقق این ماتریس کواریانس تنها با یک تولیدکننده سیگنال محقق شده است. همان‌طور که پیداست و انتظار نیز می‌رفت، روش پیشنهادی با به‌کارگیری فیلتر FIR گسسته و بهینه‌سازی آن، موجب احتمال آشکارسازی بالاتر و SINR بالاتری خواهد شد.



شکل (۳). مقایسه احتمال آشکارسازی هدف با استفاده از طرح پیشنهادی



شکل (۴). مقایسه نسبت سیگنال به نویز به‌علاوه تداخل با استفاده از ماتریس کدگشا بهینه پیشنهادی

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی برای پیاده‌سازی هر ماتریس کواریانس دلخواه با استفاده از ساختار ساده آرایه فازی و استفاده از کدگذاری فضا زمان ارائه شده است. این روش با استفاده از ارسال سیگنال‌های پایه کاملاً همسان (همدوس) و همچنین به‌کارگیری کدهای فضا زمان قابل پیاده‌سازی است. روش ارائه شده به دلیل استفاده از ساختار ساده آرایه فازی دارای پیچیدگی پیاده‌سازی بسیار پایین و ارزان می‌باشد و ما را از استفاده از چندین تولیدکننده سیگنال متنوع و پرهزینه بی‌نیاز می‌سازد. بعد از طراحی کد فضا زمان در فرستنده، به طراحی فیلتر FIR در گیرنده پرداختیم که موجب بهبود عملکرد احتمال آشکارسازی هدف و همچنین نسبت سیگنال به تداخل به‌علاوه نویز خروجی در طرح‌های مختلف شد.

۶. مراجع

[1] M. I. Skolnik, "Introduction to radar systems," 3rd ed. New York: Mc-Graw-Hill, 2001.

[2] J. Li, and P, "Stoica, MIMO Radar Signal Processing," Wiley-IEEE Press, 2008.

[3] E. Fishler, A. Haimovich, R. Blum, D. Chizhik, L. Cimini, & R. Valenzuela, "MIMO radar: An idea whose time has come," in Proc. IEEE Radar Conf., Philadelphia, PA, USA, Apr. 2004, vol. 2, pp. 71-78 Proc. IEEE Radar Conf., Philadelphia, PA, USA, Apr. 2004.

[4] A. Hassanien, & S. A. Vorobyov, "Phased-MIMO

[1] Constant false alarm rate (CFAR)

radar: a tradeoff between phased-array and mimo radars," IEEE Trans. Signal processing, vol. 58, no. 6, pp. 3137–3151, Jun. 2010.

[5] A. Haimovich, R. Blum, & L. Cimini, "MIMO radar with widely separated antennas," IEEE Signal Process. Mag., vol. 25, pp. 116–129, 2008.

[6] J. Li & P. Stoica, "MIMO radar with colocated antennas," IEEE Signal Process. Mag., vol. 24, pp. 106-114, Sep. 2007.

[7] A. De Maio, & M. Lops, "Design principles of mimo radar detectors," IEEE Trans. Aerospace and Electronic systems, vol. 43, no. 3, pp. 886-898, Jul. 2007.

[8] G. Cui, H. Li, & M. Rangaswamy, "MIMO Radar waveform design with constant modulus and similarity constraint," IEEE Trans. Signal processing, vol. 62, no. 2, pp. 343-353, Jan. 2014.

[9] X. Yu, G. Cui, L. Kong, J. Li & G. Gui, "Constrained waveform design for colocated MIMO Radar with uncertain steering matrices," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems (Early access), Jul. 2018.

[10] G. Cui, X. Yu, V. Carotenuto & L. Kong, "Space-Time Transmit Code and Receive Filter Design for colocated MIMO radar," IEEE Trans. Signal processing, vol. 65, no. 1, pp. 343-353, Mar. 2017.

[11] Vahdani, R., Khaleghi Bizaki, H., & Fallah Joshaghani, M. "Transmit Covariance Matrix Signal Design in Correlated MIMO Radar with High Probability in Target Detection," IHU Journal of Radar, vol. 8, no. 1, pp. 15-25, 2020. (In Persian)

[12] X. Zhang, Z. Hi, L. Rayman Bacchus & J. Yan, "MIMO radar Transmit beampattern matching design," IEEE Trans. Signal processing, vol. 63, no. 8, pp. 2049-2056, Apr. 2015.

[13] S. Ahmed, & M. Alouini, "MIMO Radar Waveform Covariance Matrix For High SINR And Low Side-Lobe Levels", *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 62, no. 8, pp. 2056-2065, Apr. 2014.

[14] J. Robinson & Y. R. Samii, "Particle swarm optimization in electromagnetics," IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 52, pp. 397-407, Feb.2004.