

علمی- پژوهشی

## بررسی اثر میدان مغناطیسی مورب بر جابجایی آزاد نانوسیال در یک محفظه مربعی با دو چشمه حرارتی متغیر

رضا سرلک

گروه مهندسی مکانیک، واحد الیگودرز، دانشگاه آزاد اسلامی، الیگودرز، ایران

محمد مهدی دوستدار

دانشکده فنی و مهندسی  
دانشگاه جامع امام حسین (ع)شهرزاد یوسفزاده<sup>۱</sup>

گروه مهندسی مکانیک، واحد الیگودرز، دانشگاه آزاد اسلامی، الیگودرز، ایران

(دریافت: ۱۴۰۱/۰۱/۰۹، بازنگری: ۱۴۰۱/۰۴/۲۲، پذیرش: ۱۴۰۱/۰۵/۱۳، انتشار: ۱۴۰۱/۰۶/۰۱)

DOR <https://dorl.net/dor/20.1001.1.23223278.1401.11.1.12.4>

### چکیده

در این پژوهش انتقال حرارت جابجایی آزاد برای محفظه مربعی شکل حاوی دو نانوسیال آب-آلومینا و آب-مس که تحت تأثیر میدان مغناطیسی مورب قرار دارد به روش عددی شبیه‌سازی شده و تأثیر پارامترهایی مانند عدد رایلی ( $10^3 \leq Ra \leq 10^7$ )، عدد هارتمن ( $0 \leq Ha \leq 60$ )، زاویه میدان مغناطیسی ( $0 \leq \alpha \leq 90$ )، کسر حجمی نانوذرات ( $0 \leq \phi \leq 0.06$ )، نوع منبع حرارتی (خطی یا سینوسی)، طول منبع حرارتی ( $0.2 \leq \varepsilon \leq 0.8$ ) و پارامتر غیریکنواختی چشمه ( $0 \leq \lambda \leq 1$ )، بر روی میدان‌های جریان و دما مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهند که با افزایش عدد رایلی و عدد هارتمن، میزان انتقال حرارت به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابد. همچنین عملکرد حرارتی محفظه با افزایش زاویه میدان مغناطیسی (از ۰ تا ۹۰ درجه) بهبود می‌یابد و با افزودن نانوذرات جامد به سیال پایه افزایش نسبی انتقال حرارت در محفظه مشاهده می‌شود. در اعداد رایلی بالا و پایین، بیشینه انتقال حرارت مربوط به چشمه دما ثابت می‌باشد و پس از آن برای اعداد رایلی بالا چشمه سینوسی با  $\lambda = 1$  و برای اعداد رایلی پایین، که انتقال حرارت هدایت بر محفظه حاکم است، چشمه خطی با  $\lambda = 0.5$  دارای بیشترین عدد ناسلت متوسط می‌باشند. با بررسی طول منابع حرارتی می‌توان دریافت که با افزایش طول چشمه‌ها، میزان انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

**کلیدواژه‌ها:** انتقال حرارت، نانوسیال، میدان مغناطیسی، محفظه مربعی، چشمه حرارتی

### Effect of Diagonal Magnetic Field on Natural Convection of Nano-Fluid Inside a Square Enclosure with Two Variable Heat Sources

Yousefzadeh, S.

Department of Mechanical Engineering, Aligudarz Branch, Islamic Azad University, Aligudarz, Iran

Doustdar, M. M.

Department of Mechanical Engineering, Imam Hossein University

Sarlak, R.

Department of Mechanical Engineering, Aligudarz Branch, Islamic Azad University, Aligudarz, Iran

(Received: 2022/03/29, Revised: 2022/07/14, Accepted: 2022/08/04, Published: 2022/08/23)

### ABSTRACT

In this research, the natural convection heat transfer for a square enclosure containing two Nano-fluids, water-alumina and water-copper, which is affected by a diagonal magnetic field, is simulated numerically and the effects of some parameters such as Rayleigh number ( $10^3 \leq Ra \leq 10^7$ ), Hartmann number ( $0 \leq Ha \leq 60$ ), magnetic field angle ( $0 \leq \alpha \leq 90$ ), nanoparticle volume fraction ( $0 \leq \phi \leq 0.06$ ), type of heat source (linear or sine), length of the heat source ( $0.2 \leq \varepsilon \leq 0.8$ ) and the non-uniformity parameter of the source ( $0 \leq \lambda \leq 1$ ) have been studied on the flow and temperature fields. The results show that with increasing Rayleigh number and Hartmann number, the amount of heat transfer increases and decreases, respectively. Also, the thermal performance of the enclosure is improved by increasing the angle of the magnetic field (from 0 to 90 degrees) and by adding solid nanoparticles to the base fluid, it means a relative increment in enclosure heat transfer is observed. In both high and low Rayleigh numbers, the maximum heat transfer is related to the constant temperature source. After that, for high Rayleigh numbers a sinusoidal source ( $\lambda = 1$ ) and for low Rayleigh numbers a linear source ( $\lambda = 0.5$ ), where the conduction heat transfer dominates on enclosure, have the highest average Nusselt number, respectively. The results also indicate that when the length of heat sources increases, the rate of heat transfer increases too.

**Keywords:** Heat Transfer, Nano-Fluid, Magnetic Field, Square Enclosure, Heat Source.

۱- استادیار: Sh.Yousefzadeh@Gmail.Com

۲- استاد: mmdostdar@yahoo.com

۳- کارشناس ارشد: Rezasarlak@Gmail.Com

## ۱- مقدمه

پایین به‌طور یکنواخت و غیریکنواخت (سینوسی) حرارت گرفته و از طرف دیواره‌های جانبی سرد می‌شد را بررسی کردند. آن‌ها مشاهده کردند که حرارت دهی سینوسی باعث افزایش میزان انتقال حرارت در مرکز دیواره پایینی نسبت به حرارت‌دهی یکنواخت می‌شود. این محققین روابطی را نیز بین عدد ناسلت متوسط و عدد رایلی ارائه کردند. ساسیامورثی و همکارانش [۱۳] جابجایی آزاد در یک محفظه که دیواره‌های جانبی آن به‌عنوان منبع حرارتی خطی در نظر گرفته شده بود را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها برای اعداد رایلی بزرگ به وجود یک جفت گردابه ثانویه قوی متقارن در نیمه پایینی محفظه که باعث افزایش فرآیند اختلاط موضعی می‌شد، پی بردند. سراوانان و سیوراج [۱۴] نیز جابجایی آزاد در یک محفظه مربعی پر شده از هوا که یک منبع حرارتی خطی که در دیواره پایینی آن قرار گرفته شده، دیواره‌های جانبی در دمای ثابت سرد می‌شدند و دیواره بالایی و قسمت‌های باقیمانده دیواره پایینی آن عایق بودند را به روش عددی بررسی کردند. آن‌ها مشاهده کردند که توزیع متقارن خطوط همدمای و خطوط جریان در حالت چشمه حرارتی یکنواخت، در حرارت‌دهی غیریکنواخت آن از بین می‌رود. جو و تی زنگ [۱۵] محفظه‌ای دوبعدی حاوی نانوسیال آب-مس را بصورت عددی بررسی کردند. آن‌ها با بررسی عدد رایلی و غلظت نانوذرات، تأثیر این پارامترها را بر انتقال حرارت از محفظه مورد مطالعه قرار دادند. مطالعات آن‌ها نشان داد که با افزایش عدد رایلی و کسر حجمی نانوذرات عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. امین الساداتی و قاسمی [۱۶]، جابجایی آزاد نانوسیال در یک محفظه مربعی سرد شونده متقارن از طرفین و با وجود یک منبع گرم روی دیواره تحتانی آن را به‌صورت عددی مورد مطالعه قرار دادند. این محققین اثرات عدد رایلی، اندازه و محل قرارگیری منبع گرم، نوع و کسر حجمی نانوذرات را بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که نوع نانوسیال و طول و اندازه منبع گرم به شدت بر دمای بیشینه منبع تأثیرگذار است. سانترا و همکاران [۱۷] نانوسیال را به‌عنوان یک سیال غیرنیوتنی مدل کردند. نتایج کار آن‌ها نشان داد که با افزایش درصد حجمی نانوسیال، میزان انتقال حرارت به‌طور مشخصی کاهش می‌یابد. آن‌ها حدس زدند که عواملی مانند تغییر در اندازه، شکل و توزیع نانوذرات و یا بی‌ثباتی خواص ترموفیزیکی نانوسیالات ممکن

در سال‌های اخیر مطالعات زیادی پیرامون استفاده از نانوسیال به جای سیال خالص در انتقال حرارت جابجایی صورت گرفته است و نتایج امیدوارکننده‌ای نیز در این رابطه به‌دست آمده است چرا که در بیشتر موارد باعث افزایش نرخ انتقال حرارت می‌گردند. بررسی و تحلیل رفتار نانوسیالات در چند دهه اخیر توسط محققان زیادی در هندسه و ابعاد مختلف مورد بررسی قرار گرفته است [۱-۶]. همچنین در گذشته مطالعات زیادی پیرامون انتقال حرارت جابجایی آزاد و وجود موانع گرم و چشمه‌های حرارتی انجام شده است که از این جمله مطالعات در ارتباط با رفتار جابجایی آزاد می‌توان به پژوهش‌های سایتو و هیروس [۷] و دیویس [۸] اشاره کرد. آن‌ها جابجایی آزاد در یک محفظه مربعی شکل که دیواره‌های افقی آن عایق و دیواره‌های عمودی آن به‌عنوان دیواره‌های سرد و گرم در نظر گرفته شده بودند را مورد بررسی قرار دادند. سیلوا و همکاران [۹] جابجایی آزاد را در یک محفظه دوزنقه‌ای مورد مطالعه قرار دادند. روی دیواره پایینی این محفظه دو مانع قرار داشت و آن‌ها با تغییر ارتفاع موانع، اثر آن را روی جریان داخل محفظه و انتقال حرارت بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان می‌داد که با ثابت ماندن سایر پارامترها، با افزایش ارتفاع موانع عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد. ساها و همکاران [۱۰] جابجایی طبیعی در محفظه مستطیلی پر شده با هوا که یک چشمه حرارتی گسسته در کف آن تعبیه شده بود و دیواره‌های جانبی آن در دمای ثابت سرد می‌شدند، در حالی که دیواره بالایی و قسمت‌های باقیمانده دیواره پایینی آن عایق‌بندی شده را به روش المان محدود مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها مشاهده کردند که برای اعداد گراشف پایین توزیع خطوط همدمای در محفظه بیشتر حالت صافی دارند و نواحی زیادی از محفظه تحت تأثیر چشمه حرارتی قرار گرفته است. چیک و همکاران [۱۱] جابجایی آزاد را در محفظه مربعی شکل پر شده از هوا که یک چشمه حرارتی شار ثابت در کف آن قرار داشت و از طرف بالا خنک می‌شد را برای شرایط مرزی مختلف دیواره‌های جانبی و دیواره بالایی محفظه مطالعه کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که بیشینه دمای سطح چشمه حرارتی، وقتی که پخش بر رفتار سیال حاکم است، با تغییر عدد رایلی تغییر محسوسی ندارد. باساک و همکارانش [۱۲] جابجایی آزاد در محفظه‌ای که از

جابجایی طبیعی در یک محفظه سه ضلعی پر شده با نانوسیال آب-مس که از پایین گرم و از طرف دیواره‌های مایل سرد می‌شد را مورد بررسی قرار دادند. نتایج آنها نشان داد که وجود میدان مغناطیسی باعث فروکش کردن میدان جریان و کاهش انتقال حرارت می‌شود. شیخ الاسلامی و همکاران [۲۴] اثر میدان مغناطیسی را بر جابجایی طبیعی در یک محفظه نیمه حلقوی مایل پر شده<sup>۲</sup> با نانوسیال مورد مطالعه قرار دادند. نتایج آن‌ها نشان داد که میدان مغناطیسی نوسانات جریان و دما را با کاهش سرعت و عدد ناسلت میرا می‌کند. آن‌ها همچنین دریافتند که در اعداد رایلی پایین، افزایش انتقال حرارت تابعی از عدد هارتمن می‌باشد و  $Ha=40$  به‌عنوان یک عدد هارتمن بحرانی برای اعداد رایلی بالا محسوب می‌شود. همچنین مطالعات زیادی در مورد رفتار انتقال حرارت و جریان سیال در محفظه‌ها توسط کفایتی و همکاران [۲۵-۳۳] صورت گرفته است.

مرور تحقیقات گذشته نشان می‌دهد که در کارهای پیشین همزمان اثر منبع حرارتی با دماهای ثابت، خطی و سینوسی بر روی دو نانوسیال تحت اثر میدان مغناطیسی مورد بررسی قرار نگرفته است. در این پژوهش انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال در محفظه مربعی شکل حاوی دو نانوسیال آب-آلومینا و آب-مس تحت تأثیر میدان مغناطیسی مورب به‌صورت عددی بررسی شده است. محفظه مربعی شکل دارای دو منبع حرارتی با دماهای ثابت، خطی و سینوسی که روی دیواره‌های جانبی محفظه تعبیه شده‌اند، می‌باشد. نتایج مسأله مورد بحث در این پژوهش به روش عددی و توسط کد کامپیوتری به زبان فرترن به‌دست آمده‌اند. نتایج حاصل برای محدوده مختلف عدد رایلی، عدد هارتمن، زاویه میدان مغناطیسی، کسر حجمی نانوذرات، نوع منبع حرارتی خطی یا سینوسی، طول منبع حرارتی و پارامتر غیریکنواختی چشمه با هم مقایسه و تشریح شده‌اند.

## ۲- بیان مسأله و معادلات حاکم

هدف اصلی از تحقیق حاضر شبیه‌سازی انتقال حرارت از قطعات مولد گرما مانند قطعات الکترونیکی می‌باشد. با توجه به اینکه این اجزا در کنار یکدیگر با شرایط مختلف تولید

است باعث این کاهش انتقال حرارت شده باشد. صالح و همکاران [۱۸] محفظه دوزنقه‌ای شکل حاوی نانوسیال را مورد مطالعه قرار دادند. در این تحقیق آن‌ها از دو نوع نانوسیال آب-ذرات مس و آب-ذرات آلومینیم استفاده کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که با افزایش شیب دیوار میزان انتقال حرارت افزایش می‌یابد. علاوه بر این افزودن نانوذرات مس نسبت به نانوذرات آلومینیم عملکرد بهتری را برای انتقال حرارت نتیجه می‌دهد. سو و همکاران [۱۹] به‌صورت تجربی انتقال حرارت جابجایی آزاد با و بدون حضور میدان مغناطیسی در درون محفظه‌ای مستطیل شکل که از گالیوم مذاب پر شده بود انجام دادند و نشان دادند که حضور میدان مغناطیسی باعث توقف انتقال حرارت می‌شود. آن‌ها همچنین نشان دادند زمانی که قدرت میدان مغناطیسی بالا و میزان جابجایی پایین باشد، خطوط جریان در مرکز محفظه کشیده شده و خطوط همدما تقریباً موازی می‌شوند که نشان دهنده غالب شدن هدایت حرارتی در مرکز محفظه می‌باشد. طهماسبی کهیانی و همکاران [۲۰] انتقال حرارت غیردائم جابجایی آزاد در یک محفظه متخلخل اشباع شده با نانوسیال آب-مس را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها از معادلات بی‌بعد مدل داری و روش حل حجم-کنترل استفاده کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که زمان دستیابی به حالت دائم با افزایش عدد رایلی کاهش می‌یابد. تیماه و مغلائی [۲۱] تأثیر میدان مغناطیسی را بر محفظه مربعی<sup>۱</sup> پر شده از نانوسیال مطالعه کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که با افزایش عدد هارتمن عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد. همچنین آن‌ها دریافتند که برای کاربردهایی که تحت میدان مغناطیسی قوی هستند اضافه کردن نانوذرات حتی ممکن است باعث کاهش انتقال حرارت نیز شود. قاسمی و همکاران [۲۲] اثر میدان مغناطیسی بر جابجایی طبیعی در محفظه مربعی شکل پر شده از نانوسیال که از طرف دیواره جانبی سمت راست گرم و از طرف دیواره جانبی سمت چپ سرد می‌شد در حالی که دیواره‌های افقی آن عایق بودند را به روش عددی بررسی کردند. در نتایج به‌دست آمده توسط این محققین، پروفیل‌های عدد ناسلت موضعی در طول دیواره گرم و عدد ناسلت متوسط این نکته را تأیید می‌کرد که با افزایش عدد هارتمن میزان انتقال حرارت کاهش می‌یابد. محمودی و همکاران [۲۳] اثر میدان مغناطیسی بر

<sup>2</sup> Inclined Half-Annulus Enclosure

<sup>1</sup> Square Cavity

### ۳- معادلات حاکم

در این تحقیق فرض می‌شود جریان به صورت آرام، دائم، بدون تولید و ذخیره انرژی بوده و اتلاف لزجی وجود نداشته باشد. همچنین نانوسیال به عنوان یک محیط پیوسته با تعادل گرمایی بین سیال پایه و نانوذرات جامد در نظر گرفته شده است. نانوسیال به صورت نیوتنی و تراکم ناپذیر فرض شده است. همچنین از گرمایش ناشی از میدان مغناطیسی صرف نظر شده است. شکل بی بعد معادلات حاکم بر جریان سیال و انتقال حرارت شامل معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی است که به صورت زیر تشریح شده‌اند [۳۴]:

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (۱)$$

معادله x مومنتوم:

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \nu_f} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - Ha^2 \cdot Pr \cdot U \cdot \sin \alpha \quad (۲)$$

معادله y مومنتوم:

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \nu_f} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} Ra \cdot Pr \cdot \theta - Ha^2 \cdot Pr \cdot V \cdot \cos \alpha \quad (۳)$$

معادله انرژی:

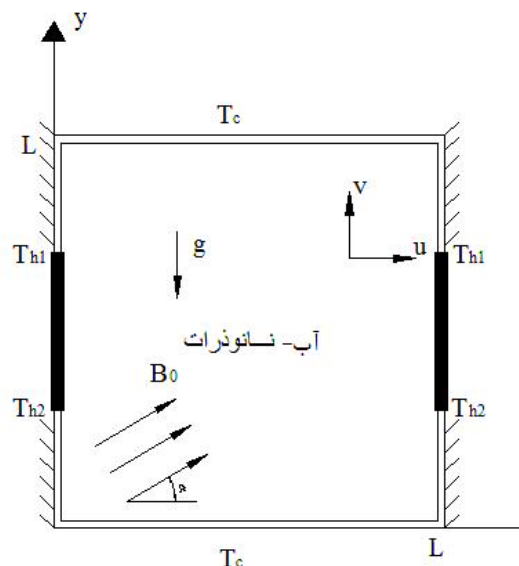
$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (۴)$$

پارامترهای بی بعد در معادلات فوق به صورت زیر تعریف می‌شوند [۳۵-۳۷]:

$$U = \frac{uL}{\alpha_f}, \quad V = \frac{vL}{\alpha_f}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad X = \frac{x}{L}, \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, \quad P = \frac{p'L^2}{\rho_{nf} \alpha_f^2} \quad (۵)$$

$$\Delta T = \frac{T_{h1} + T_{h2}}{2} - T_c$$

گرما قرار دارند، در این پژوهش با قرار دادن دو منبع حرارتی با دمای متغیر (بصورت خطی و سینوسی با شیب‌های مختلف دمایی) روی دیواره‌های جانبی محفظه‌ای که تحت میدان مغناطیسی با زوایای متفاوت قرار دارد، سعی شده که شرایط مساله به شرایط واقعی نزدیک‌تر شود. شکل (۱) شماتیک دوبعدی هندسه مورد بررسی در این تحقیق را نمایش می‌دهد. محفظه مربعی شکل به طول  $L$  دارای دو منبع حرارتی است که با دماهای ثابت، خطی و سینوسی روی دیواره‌های جانبی محفظه تعبیه شده‌اند. دیواره‌های بالا و پایین محفظه در دمای سرد قرار دارند و قسمت‌های باقیمانده دیواره‌های جانبی عایق هستند. در این پژوهش عددی تأثیر پارامترهایی مانند عدد رابلی ( $10^3 \leq Ra \leq 10^7$ )، عدد هارتمن ( $0 \leq Ha \leq 60$ )، زاویه میدان مغناطیسی ( $0 \leq \alpha \leq 90$ )، کسر حجمی مختلف ( $0 \leq \phi \leq 0.06$ ) نانوذرات مس و آلومینا با سیال پایه آب خالص، نوع منبع حرارتی (خطی یا سینوسی)، طول منبع حرارتی ( $0.2 \leq \varepsilon \leq 0.8$ ) و پارامتر غیریکنواختی چشمه ( $0 \leq \lambda \leq 1$ )، بر روی میدان‌های جریان و دما مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. دیواره‌های بالا و پایین محفظه در دمای سرد  $T_c$  هستند و قسمت‌های باقیمانده دیواره‌های جانبی عایق هستند. همچنین با تغییر نوع و غلظت نانوذرات حالت‌های مختلف جریان و انتقال حرارت بررسی شده‌اند. میدان شبیه سازی در مساله مورد بحث در این پژوهش، به روش عددی و توسط کد کامپیوتری به زبان فورترا بررسی شده است.



شکل (۱). هندسه مساله به همراه شرایط مرزی حاکم

ماکسول [۵۲]<sup>۲</sup> مدل شده است:

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 - \phi)^{-2.5} \quad (۱۳)$$

$$k_{nf} = k_f \left[ \frac{(k_p + 2k_f) - 2\phi(k_f - k_p)}{(k_p + 2k_f) + \phi(k_f - k_p)} \right] \quad (۱۴)$$

که در این روابط  $\rho$  جرم مخصوص،  $k$  ضریب هدایت حرارتی،  $\mu$  ضریب لزجت و  $C_p$  گرمای ویژه سیال می‌باشد. زیرنویس‌های  $f$  و  $p$  در روابط فوق به ترتیب اشاره به خواص نانوسیال، آب و نانوذرات دارد. خواص آب و نانوذرات در جدول ۱ به‌طور خلاصه ارائه شده‌اند.

جدول (۱). خواص ترموفیزیکی آب و نانوذرات

$\beta(K^{-1})$	$k(w/mK)$	$C_p(J/kgK)$	$\rho(kg/m^3)$	Pr	
$21 \times 10^{-5}$	۰/۶۱۳	۴۱۷۹	۹۹۷/۱	۶/۲	آب خالص [۵۳]
$0/۸۵ \times 10^{-5}$	۴۰	۷۶۵	۳۹۷۰		آلومینا (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ) [۵۴]
$۱/۶۷ \times 10^{-5}$	۴۰۰	۳۸۳	۸۹۵۴		مس (Cu) [۵۵]

به منظور بررسی تأثیر پارامترهای مختلف بر رفتار حرارتی سیال، در هر مرحله عدد ناسلت روی منابع حرارتی و دیواره‌های سرد محاسبه می‌گردد. این پارامتر برابر گردادیان دمایی بی‌بعد در سطح بوده و معیاری از انتقال حرارت جابجایی در سطح است و به این صورت تعریف می‌شود [۵۶، ۵۷]:

$$Nu = \frac{hL}{k_f} \quad (۱۵)$$

ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی،  $h$  از قانون سرمایش نیوتن به این شکل به‌دست می‌آید [۵۸-۶۰]:

$$h = \frac{q_s}{T_h - T_c} \quad (۱۶)$$

با توجه به اینکه سیال در سطح حرکتی ندارد و انتقال انرژی فقط توسط رسانش روی می‌دهد، هدایت حرارتی موضعی را در هر فاصله  $x$  از لبه‌ی ابتدایی با کاربرد قانون فوریه برای سیال در  $x=0$ ،  $y=0$  و  $x=L$  می‌توان به‌دست آورد:

$$k_{nf, source} = -\frac{q}{\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0}}, \quad k_{nf, side walls} = -\frac{q}{\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0} \text{ or } x=L} \quad (۱۷)$$

همچنین اعداد بدون بعد رایلی (Ra)، پرانتل (Pr) و هارتمن (Ha) به‌صورت بیان می‌شوند [۳۸]:

$$Ha = B_0 L \sqrt{\frac{\sigma_f}{\rho_f \nu_f}}, \quad Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f} \quad (۶)$$

$$Ra = \frac{g \beta_f L^3 (T_h - T_c)}{\nu_f \alpha_f}$$

$T_h$  در روابط فوق میانگین دماهای بیشینه و کمینه چشمه متغیر می‌باشد:

$$T_h = \frac{T_{h1} + T_{h2}}{2} \quad (۷)$$

جرم مخصوص نانوسیال به جز در تقریب بوزینسک ثابت فرض شده است. سایر خواص نانوسیال بصورت زیر تعریف می‌شوند:

برای محاسبه جرم مخصوص نانوسیال از رابطه زیر استفاده می‌شود [۳۹-۴۱]:

$$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_f + \phi\rho_p \quad (۸)$$

ضریب انبساط گرمایی نانوسیال به‌صورت تابعی از کسر حجمی نانوذره جامد و جرم مخصوص و ضریب انبساط گرمایی نانوذره جامد و سیال پایه به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۴۲]:

$$(\rho\beta)_{nf} = (1 - \phi)(\rho\beta)_f + \phi(\rho\beta)_p \quad (۹)$$

ظرفیت گرمایی ویژه نانوسیال نیز با رابطه زیر تعیین می‌شود [۴۳-۴۶]:

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_p \quad (۱۰)$$

ضریب پخش حرارتی نانوسیال طبق رابطه زیر تعریف می‌شود [۴۷]:

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}} \quad (۱۱)$$

هدایت الکتریکی نانوسیال تابعی از کسر حجمی نانوذره جامد و هدایت الکتریکی سیال پایه و نانوذره است که به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۱۶]:

$$\sigma_{nf} = (1 - \phi)\sigma_f + \phi\sigma_p \quad (۱۲)$$

همچنین ویسکوزیته دینامیکی و هدایت حرارتی مؤثر نانوسیال هم به ترتیب توسط روابط بریکمن<sup>۱</sup> [۴۸-۵۱] و

<sup>۲</sup> Maxwell

<sup>۱</sup> Brinkman

روی دیواره‌های جانبی به جز قسمتی که چشمه قرار دارد:

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, \quad U = V = 0; \quad (22)$$

در چشمه‌های حرارتی:

$$\theta = 1 + \frac{\lambda}{\varepsilon}(1 - 2Y), \quad U = V = 0; \quad (23)$$

یا

$$\theta = 1 + \lambda \sin \left[ \pi \left( \frac{2Y - 1}{\varepsilon} + \frac{1}{2} \right) \right] \quad (24)$$

توجه شود که در شرط مرزی فوق اگر  $\lambda = 0$  باشد، چشمه حرارتی به حالت یکنواخت تبدیل می‌گردد. پارامترهای بی‌بعد  $\varepsilon$  و  $\lambda$  به ترتیب بیانگر طول بی‌بعد و پارامتر غیریکنواختی چشمه حرارتی می‌باشند و به این صورت تعریف می‌شوند:

$$\varepsilon = \frac{l}{L}, \quad \lambda = \frac{T_{h1} - T_{h2}}{2(T_h - T_c)} \quad (25)$$

#### ۲-۴- معیار همگرایی

در روش‌های حل تکراری، محاسبات تا زمانی ادامه خواهند یافت که اختلاف مجهول محاسبه شده در دو تکرار متوالی به حد کافی کوچک باشد. بنابراین معیار همگرایی را به صورت زیر می‌توان در نظر گرفت:

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i,j} |\phi_{i,j}^{k+1} - \phi_{i,j}^k|}{\sum_{i,j} |\phi_{i,j}^{k+1}|} \quad (27)$$

در این تحقیق عددی، برای جریان داخل محفظه از معیار همگرایی  $10^{-7}$  استفاده شده است. بنابراین هنگامی تکرار حل متوقف می‌شود که معیار همگرایی طبق روابط (۲۷) به صورت  $\varepsilon < 10^{-7}$  باشد.

#### ۵- بحث بر روی نتایج

##### ۵-۱- اعتبارسنجی

در این قسمت جهت بررسی عملکرد کد کامپیوتری و اطمینان از صحت آن، نتایج حاصل با کارهای قبلی مشابه با هندسه حاضر، مقایسه شده است. در شکل ۲ صحت نتایج حاصل از برنامه کامپیوتری حاضر با نتایج کار قاسمی و قلی

عدد ناسلت موضعی روی چشمه حرارتی و دیواره‌های جانبی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$Nu_{X,source} = -\frac{k_{nf}}{k_f} \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{X=0, X=L} \quad (18)$$

$$Nu_{Y,Cold\ walls} = -\frac{k_{nf}}{k_f} \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0, Y=L}$$

عدد ناسلت متوسط روی منبع حرارتی و دیواره‌های جانبی، می‌تواند معیاری برای اندازه‌گیری میزان انتقال حرارت باشد که به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$Nu_{m,source} = \frac{1}{\varepsilon} \int_{\frac{1-\varepsilon}{2}}^{\frac{1+\varepsilon}{2}} Nu_Y dY, \quad Nu_{m,Cold\ walls} = \int_0^1 Nu_X dX \quad (19)$$

به منظور بررسی تأثیر پارامترهای جریان بر رفتار سیال، در هر مرحله تابع جریان در محفظه مطابق روابط زیر محاسبه می‌گردد:

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y} \quad (20)$$

$$V = -\frac{\partial \psi}{\partial X}$$

که در این روابط  $\psi$  تابع جریان می‌باشد. در این پژوهش جهت اعمال میدان مغناطیسی بر جریان نانوسیال داخل محفظه فرضیات زیر در نظر گرفته شده است: ۱- خواص سیال هادی الکتریسیته (مانند  $\sigma$  و  $\mu_0$ ) ثابت می‌باشند. ۲- از جریان الکتریکی ناشی از اثرات جابجایی صرف نظر می‌شود. ۳- از تأثیر میدان الکتریکی  $E$  در مقایسه با میدان مغناطیسی  $B$  چشم‌پوشی شده است. ۴- میدان مغناطیسی القایی بسیار کوچکتر از میدان مغناطیسی اعمالی است ( $Re_m \ll 1$ ).

#### ۴- روش حل عددی

##### ۴-۱- شرایط مرزی

در این تحقیق با استفاده از پارامترهای بی‌بعد معرفی شده در رابطه (۵) شرایط مرزی بدون بعد عبارتند از: روی دیواره‌های سرد بالا و پایین:

$$U = V = 0; \quad \theta = 0 \quad (21)$$

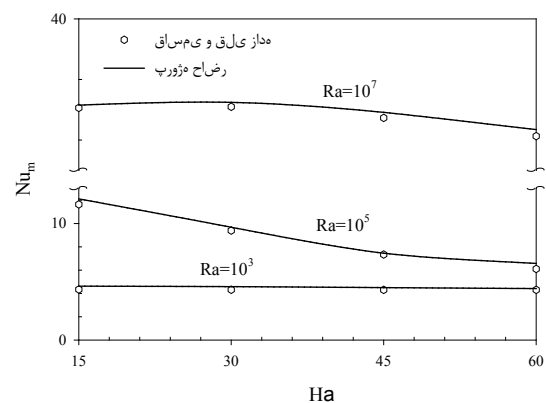
**جدول (۲).** بررسی استقلال شبکه برای  $Ra = 10^5$ .  
 $Ha = 20$ ,  $\phi = 0.03$  و  $\alpha = 45$  برای چشمه خطی با  
 $\lambda = 1$

تعداد نقاط شبکه	عدد ناسلت متوسط	درصد تغییر	بیشینه تابع جریان	درصد تغییر
۲۰×۲۰	۴/۹۷۵		۸/۷۴۴	
۴۰×۴۰	۵/۱۵۲	۳/۵۶	۸/۴۹۸	۲/۸۱
۶۰×۶۰	۵/۱۹۹	۰/۹۱۲	۸/۴۳۸	۰/۷۰۶
۸۰×۸۰	۵/۲۲۳	۰/۴۶۲	۸/۴۱۸	۰/۲۳۷
۱۰۰×۱۰۰	۵/۲۳۹	۰/۳۰۶	۸/۴۱۲	۰/۰۷۱
۱۲۰×۱۲۰	۵/۲۴۹	۰/۱۹۱	۸/۴۱۱	۰/۰۱۲
۱۴۰×۱۴۰	۵/۲۵۷	۰/۱۵۲	۸/۴۱۰	۰/۰۱۲

### ۲-۵- بررسی تأثیر عدد رایلی بر میدان جریان و انتقال حرارت

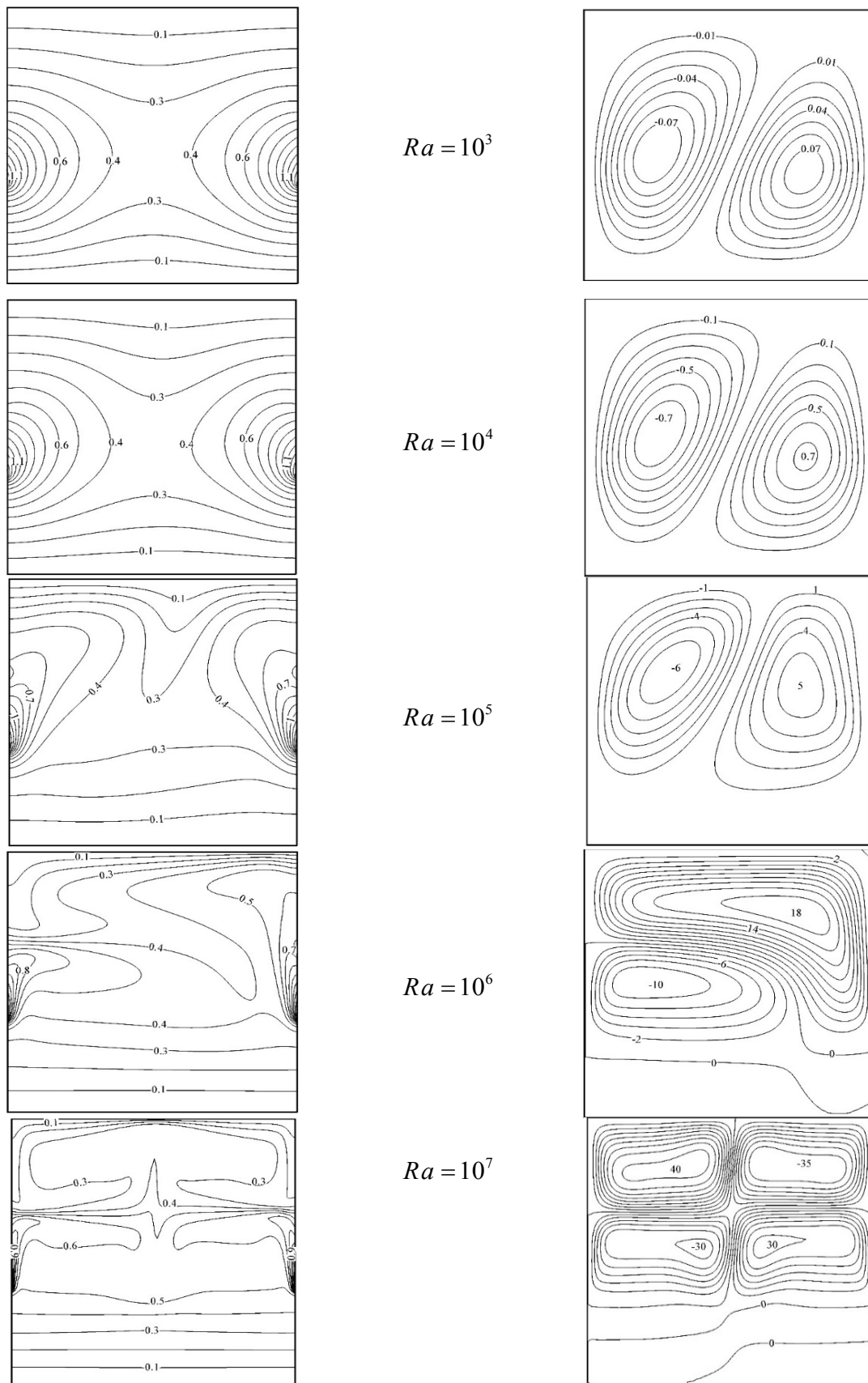
در شکل ۳ خطوط جریان (سمت راست) و خطوط همدمای (سمت چپ) در محفظه برای اعداد رایلی مختلف در شرایطی که  $Ha = 20$ ,  $\phi = 0.03$  و  $\alpha = 30^0$  و چشمه از نوع خطی با طول بی‌بعد  $\varepsilon = 0.3$  و  $\lambda = 0.5$  می‌باشد، رسم شده است. در اعداد رایلی پایین ( $10^3$  و  $10^4$ ) وجود دو گردابه ضعیف در محفظه مشاهده می‌شود و خطوط همدمای تقریباً متقارن هستند. با افزایش عدد رایلی بر قدرت گردابه‌ها افزوده شده و اعوجاج در خطوط همدمای مشاهده می‌گردد. در  $Ra = 10^7$  چهار گردابه در محفظه ایجاد شده و خطوط همدمای به سمت بالای محفظه گرایش پیدا کرده‌اند. در واقع در اعداد رایلی پایین که هنوز سرعت جریان داخل محفظه بسیار ضعیف هستند و عمده انتقال حرارت از طریق هدایت صورت می‌گیرد، حرارت تولیدشده توسط دو چشمه جانبی تقریباً به‌طور یکنواخت از طرف دیواره بالایی و پایینی دفع می‌گردد که خطوط متقارنی را برای خطوط همدمای ایجاد کرده‌اند. اما در اعداد رایلی بالا با افزایش سرعت، جابجایی نقش اصلی را در انتقال حرارت بازی می‌کند و به همین سبب عمده انتقال حرارت از دیواره بالایی محفظه صورت می‌گیرد که این امر موجب فشردگی خطوط همدمای در نزدیکی این دیواره گشته است. همچنین در  $Ra = 10^5$  اثر میدان مغناطیسی مورب بر خطوط همدمای مشهود می‌باشد که باعث به هم خوردن تقارن خطوط در محفظه گشته است.

زاده [۶۱] به ازای اعداد رایلی و هارتمن مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. محفظه مورد نظر، محفظه‌ای مربعی شکل بوده که با نانوسیال آب-آلومینا پر شده است و تحت تأثیر میدان مغناطیسی یکنواخت قرار دارد. در کف محفظه یک چشمه حرارتی متغیر تعبیه شده است و دیواره بالایی و قسمت‌های باقیمانده دیواره پایینی آن عایق می‌باشند در حالی که دیواره‌های سمت چپ و راست آن به‌عنوان منبع سرد در نظر گرفته شده‌اند. به وضوح می‌توان مشاهده کرد که خطای حاصل ناچیز بوده و نتایج قابل قبول می‌باشند.



**شکل (۲).** اعتبارسنجی برنامه کامپیوتری حاضر با نتایج حاصل از مرجع [۶۱]

پس از اطمینان از عملکرد برنامه لازم است تا استقلال نتایج از تعداد نقاط شبکه بررسی گردد و شبکه حل مناسب انتخاب شود. به این منظور بررسی بر روی اثر تعداد نقاط شبکه بر پارامترهای جریان و دما در حالت‌های مختلف انجام گرفته است. نمونه‌ای از این بررسی‌ها در جدول ۲ آورده شده است. این بررسی در حالتی که زاویه میدان مغناطیسی  $(\alpha = 45)$ ,  $Ra = 10^5$ ,  $Ha = 20$ ، چشمه از نوع خطی با  $\lambda = 1$  می‌باشد و محفظه حاوی نانوسیال آب-آلومینا با  $\phi = 0.03$  است، انجام گرفته است. در این شکل اثر تعداد نقاط شبکه بر روی عدد ناسلت متوسط که بیانگر نرخ انتقال حرارت از منبع گرم می‌باشد و همچنین مقدار تابع جریان بررسی شده است. همانطور که مشهود است، برای شبکه حل ریزتر از  $100 \times 100$  نتایج تغییرات بسیار ناچیزی دارد. بنابراین شبکه حل یکنواخت  $100 \times 100$  به‌عنوان شبکه حل مورد نظر انتخاب شده است.



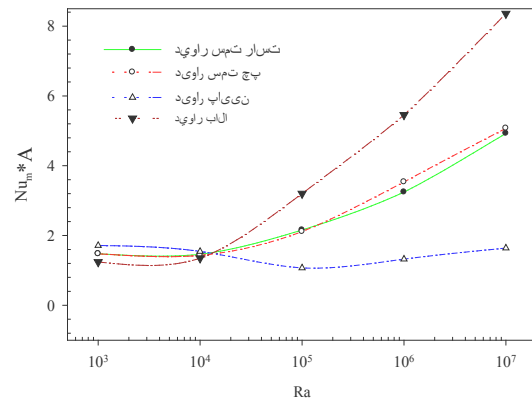
شکل (۳). خطوط جریان (سمت راست) و همدمها (سمت چپ) در اعداد رایلی مختلف برای  $Ha = 20$ ،  $\phi = 0.03$  و  $\alpha = 30^\circ$  و چشمه از نوع خطی با طول بی بعد  $\varepsilon = 0.3$  و  $\lambda = 0.5$



کاملاً مشهود است. در شکل (C-۵) تغییرات عدد ناسلت موضعی روی دیواره پایینی نمایش داده شده است. در اعداد رایلی پایین ( $10^3$  و  $10^4$ ) که دفع حرارت به‌طور عمده از طریق هدایت صورت می‌گیرد، مشاهده می‌شود در مجاورت دیواره‌های جانبی بیشترین عدد ناسلت و در مرکز کمترین عدد ناسلت موضعی اتفاق می‌افتد که دلیل آن مجاورت این نواحی با قسمت گرم چشمه‌های حرارتی می‌باشد. در اعداد رایلی بالا ( $10^6$  و  $10^7$ ) خطوط بر هم منطبق شده‌اند و تقریباً به‌صورت افقی در آمده‌اند. در  $Ra = 10^5$  در سمت راست دیواره پایینی کمترین میزان انتقال حرارت را رخ می‌دهد که با توجه به گردابه‌های ایجادشده در شکل ۳ برای  $Ra = 10^5$  این تغییر عدد ناسلت در طول دیواره پایینی توجیه‌پذیر است. در شکل (D-۵) که تغییرات عدد ناسلت موضعی روی دیواره بالایی نشان داده شده است، مشاهده می‌گردد که برای رایلی  $10^3$  و  $10^4$  میزان انتقال حرارت بسیار پایین است که با افزایش عدد رایلی عدد ناسلت موضعی به سرعت افزایش می‌یابد. در  $Ra = 10^6$  با توجه به نوع گردابه‌های تشکیل‌شده در شکل ۳ نمودار نشان داده‌شده برای ناسلت موضعی به‌دست آمده است. اما برای  $Ra = 10^7$  افزایش ناگهانی انتقال حرارت در مرکز دیواره بالایی مشاهده می‌شود. با توجه به دو گردابه ایجادشده در قسمت بالایی محفظه (شکل ۳) و جهت گردش این گردابه‌ها، یک نقطه سکون در مجاورت مرکز دیواره بالایی ایجاد می‌گردد که سرعت جریان در این ناحیه به صفر می‌رسد. در واقع در این ناحیه تجمع حرارت در نزدیکی دیواره سرد بالایی و افزایش انتقال حرارت و عدد ناسلت موضعی مشاهده می‌شود.

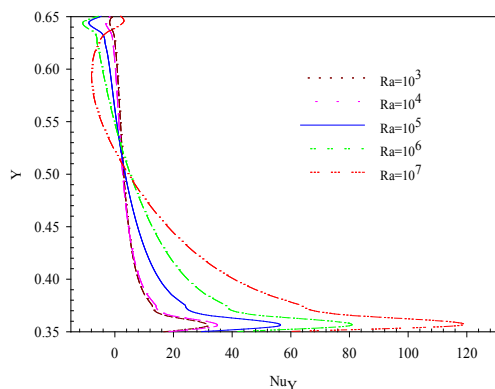
در شکل ۶ سرعت عمودی در مرکز کانال برای اعداد رایلی مختلف (مشابه شرایط ذکرشده برای نمودارهای قبلی) رسم شده است. در اعداد رایلی پایین سرعت‌ها بسیار کم هستند که این امر نشان‌دهنده سهم بسیار کم جابجایی در انتقال حرارت از محفظه است. با افزایش عدد رایلی سرعت عمودی داخل محفظه افزایش می‌یابد به‌طوری که در  $Ra = 10^7$  افزایش سرعت داخل محفظه کاملاً مشهود است. همانطور که (خطوط جریان شکل ۳) انتظار می‌رفت، جریان نانوسیال از کناره‌های دیواره‌های گرم جانبی به سمت بالا حرکت کرده و سپس در مرکز محفظه به سمت پایین حرکت می‌کند.

در شکل ۴ میزان انتقال حرارت از دیواره‌های محفظه در اعداد رایلی مختلف با هم مقایسه شده‌اند. این نتایج در حالی به‌دست آمده‌اند که  $Ha = 20$ ،  $\phi = 0.03$  و  $\alpha = 30^\circ$  و چشمه از نوع خطی با طول بی‌بعد  $\varepsilon = 0.3$  و  $\lambda = 0.5$  می‌باشد. همانطور که مشاهده می‌شود (به استثنای دیوار پایینی برای اعداد رایلی کم) به‌طور کلی با افزایش عدد رایلی میزان انتقال حرارت از دیواره‌های جانبی افزایش پیدا کرده است. اگرچه برای دیواره پایین تا  $Ra = 10^5$  میزان انتقال حرارت تا حدودی کاهش یافته است، که دلیل آن افزایش نسبی جریان داخل محفظه و انتقال گرما به سمت بالای آن می‌باشد.

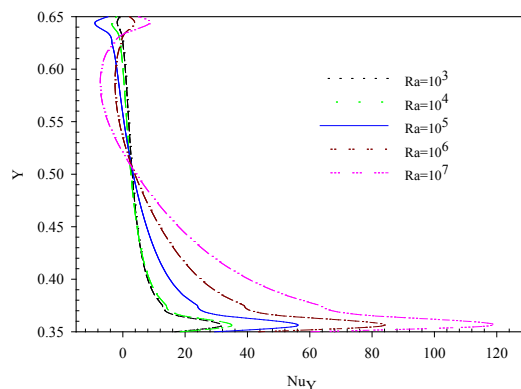


شکل (۴). تغییرات عدد ناسلت متوسط با عدد رایلی روی دیواره سمت چپ، راست و بالایی در  $Ha = 20$ ،  $\phi = 0.03$  و  $\alpha = 30^\circ$

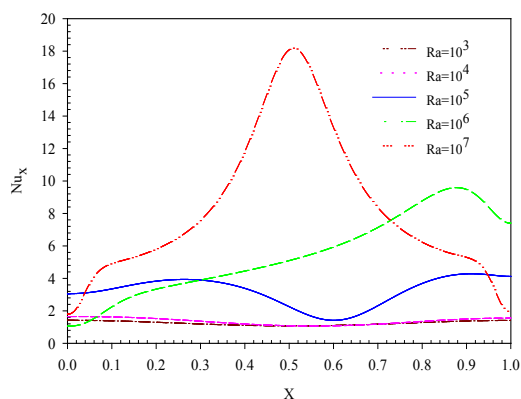
در حالی که در اعداد رایلی مختلف میزان انتقال حرارت از چشمه‌های حرارتی تغییر محسوسی ندارند، اما انتقال حرارت از دیواره بالایی با افزایش عدد رایلی به شدت افزایش یافته است، که دلیل آن جریانات همرفتی داخل محفظه و گرم‌تر بودن قسمت بالایی محفظه در مجاورت دیوار سرد بالایی می‌باشد. در شکل ۵ تغییرات عدد ناسلت موضعی روی دیواره‌های سمت راست، چپ، پایینی و بالایی محفظه برای اعداد رایلی مختلف رسم شده است. این نتایج نیز در حالی به‌دست آمده‌اند که  $Ha = 20$ ،  $\phi = 0.03$  و  $\alpha = 30^\circ$  و چشمه از نوع خطی با طول بی‌بعد  $\varepsilon = 0.3$  و  $\lambda = 0.5$  می‌باشد. همانطور که مشاهده می‌گردد نمودارهای (A-۵) و (B-۵) تقریباً مشابه هستند یعنی انتقال حرارت از منابع حرارتی سمت چپ و راست در اعداد رایلی مختلف تغییر قابل توجهی ندارد. اما در دیواره‌های بالایی و پایینی محفظه تغییرات انتقال حرارت موضعی



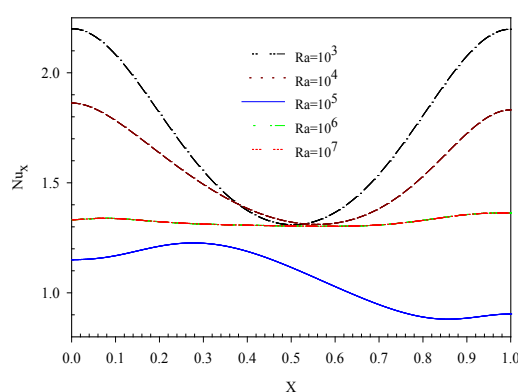
(B)



(A)



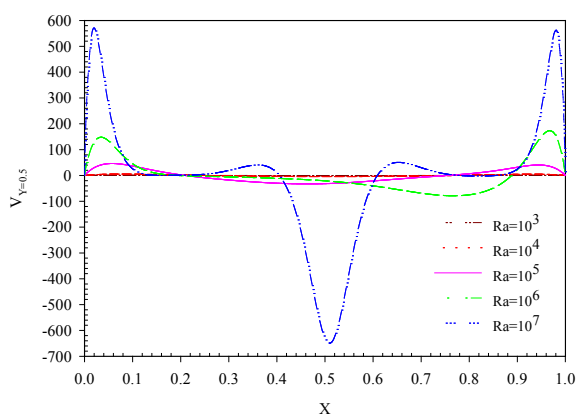
(D)



(C)

شکل (۵). تغییرات عدد ناسلت موضعی روی دیواره سمت چپ (A)، سمت راست (B)، پایینی (C) و بالایی (D) محفظه برای اعداد رایلی مختلف

پارامتر بر جریان و انتقال حرارت مورد بررسی قرار می‌گیرد.

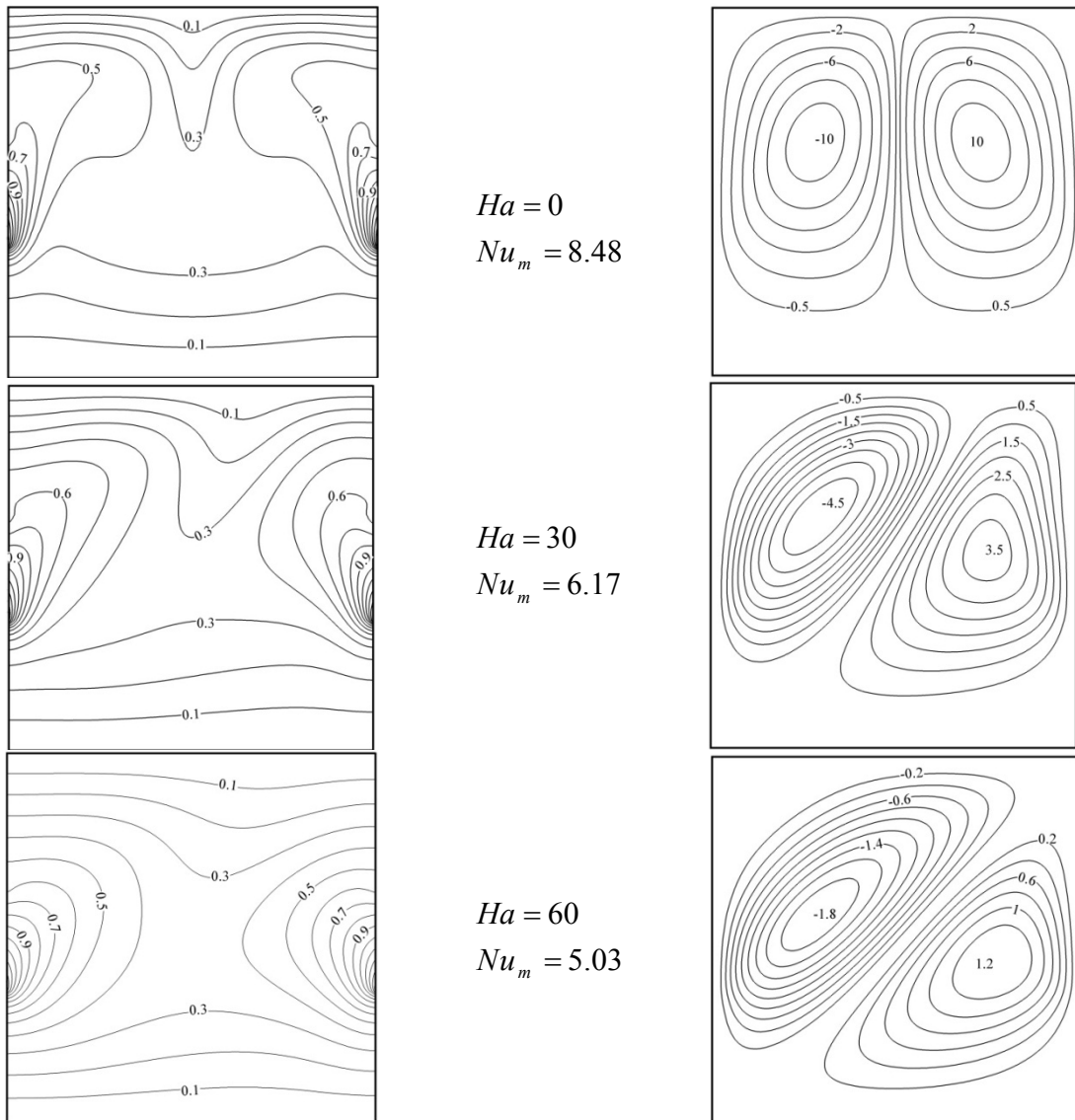


شکل (۶). تغییرات سرعت عمودی در مرکز محفظه در اعداد رایلی مختلف

۳-۵- بررسی تأثیر عدد هارتمن بر میدان جریان و

انتقال حرارت محفظه

در این قسمت به بررسی شدت و زاویه میدان مغناطیسی بر جریان و انتقال حرارت محفظه پرداخته می‌شود. در ابتدا عدد هارتمن در اعداد رایلی مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد؛ این نتایج در حالی به دست آمده‌اند که طول بی‌بعد چشمه‌های حرارتی  $\varepsilon = 0.3$ ، چشمه از نوع خطی با  $\lambda = 0.5$ ، غلظت نانوذرات  $\phi = 0.03$  و زاویه میدان مغناطیسی  $\alpha = 30^\circ$  می‌باشد. در قسمت بعد با تغییر زاویه میدان مغناطیسی در اعداد هارتمن مختلف و  $Ra = 10^5$  (شرایط دیگر مشابه حالت قبل)، تأثیر این



شکل (۷). خطوط جریان (سمت راست) و همدمما (سمت چپ) در اعداد هارتمن مختلف برای  $Ra = 10^5$ ،  $\phi = 0.03$  و  $\alpha = 30^\circ$  و چشمه از نوع خطی با طول بی بعد  $\varepsilon = 0.3$  و  $\lambda = 0.5$

شده‌اند به طوری که در  $Ha = 60$  قدرت گردابه‌ها به حدی کاهش یافته که خطوط دما ثابت نشان از افزایش سهم انتقال حرارت هدایتی نسبت به جابجایی دارد.

در جدول ۳ تغییرات عدد ناسلت متوسط و بیشینه تابع جریان با عدد رایلی و هارتمن آورده شده است. همانطور که انتظار می‌رفت، با افزایش عدد رایلی در اعداد هارتمن متفاوت عدد ناسلت متوسط و بیشینه مقدار تابع جریان افزایش یافته است. به علاوه در اعداد رایلی مختلف با افزایش عدد هارتمن کاهش بیشینه مقدار تابع جریان و عدد ناسلت متوسط مشاهده می‌شود. در واقع افزایش میدان

در شکل ۷ خطوط جریان (سمت راست) و خطوط همدمما (سمت چپ) برای سه حالت متفاوت میدان مغناطیسی نمایش داده شده است. در حالت اول ( $Ha = 0$ ) خطوط همدمما و جریان بدون حضور میدان مغناطیسی رسم شده‌اند و در دو حالت بعدی میدان‌های مغناطیسی با شدت‌های متفاوت بر این خطوط اثر کرده‌اند. همانطور که مشهود است در حالت اول خطوط جریان و همدمما کاملاً متقارن بوده و گردابه‌های داخل محفظه نسبتاً قوی هستند که این امر باعث شده تا میزان انتقال حرارت (نسبت به دو حالت دیگر) بیشتر باشد. با اضافه شدن میدان مغناطیسی مورب تقارن خطوط به هم خورده و جریان‌های داخل محفظه مستهلک

مغناطیسی نمودار سرعت به صورت افقی تبدیل شده و سرعت‌ها داخل محفظه به صفر میل می‌کنند. در شکل ۹ خطوط جریان و همدمای برای زوایای مختلف میدان مغناطیسی با هم مقایسه شده‌اند. می‌توان مشاهده کرد که در  $\alpha = 0^\circ$  و  $\alpha = 90^\circ$  خطوط جریان و همدمای تقارن هستند اما در سایر موارد تأثیر میدان مغناطیسی مورب بر میدان‌های جریان و دما به وضوح قابل مشاهده می‌باشد. همچنین، همانطور که در شکل نشان داده شده است، با افزایش زاویه میدان مغناطیسی از ۰ تا ۹۰ درجه قدرت گردابه‌های داخل محفظه و همچنین عدد ناسلت متوسط افزایش یافته است که این امر در نمودارهای شکل ۱۰ نیز مورد تأیید قرار گرفته است. همانطور که مشاهده می‌شود، با افزایش زاویه میدان مغناطیسی در اعداد هارتمن مختلف (به جز  $Ha = 0$  که میدان مغناطیسی حضور ندارد) عدد ناسلت متوسط افزایش یافته است. علاوه بر این همانطور که قبلاً ذکر شد، افزایش عدد هارتمن در زوایای مختلف باعث کاهش میزان انتقال حرارت از محفظه می‌گردد.

برای بهتر نشان دادن تأثیر زاویه میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت از دیواره‌های جانبی محفظه در شکل ۱۱ تغییرات عدد ناسلت موضعی روی دیواره پایینی (A) و دیواره بالایی (B) نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که میدان مغناطیسی مورب باعث انحراف منحنی‌ها و همچنین افزایش زاویه سبب افزایش سطح زیر هر یک از نمودارها گشته است که نشان از افزایش میزان انتقال حرارت کل دارد. نکته قابل ذکر دیگر در این نمودارها وجود یک بیشینه روی دیواره پایینی و یک مینیمم روی دیواره بالایی برای هر حالت می‌باشد. دلیل وجود این نقاط اکسترمم را می‌توان در خطوط جریان و همدمای (شکل ۹) جستجو کرد. سیال با حرکت از کناره دیواره‌های جانبی (که دارای منابع گرم هستند) به سمت بالا حرکت کرده و دو جریان پس از عبور از روی نیمی از دیواره سرد بالایی، در مرکز دیواره بالایی به هم می‌رسند که باعث بوجود آمدن یک نقطه سکون در این ناحیه می‌گردد و از آنجا که سیال پس از عبور از روی دیواره سرد دمای آن کاهش یافته است، در این ناحیه کاهش گرادیان دما و در نتیجه افت ناگهانی انتقال حرارت مشاهده

مغناطیسی، همانطور که ذکر شد، باعث مستهلک شدن جریانات داخل محفظه و کاهش قدرت گردابه‌ها گشته است که در نتیجه آن انتقال حرارت از محفظه نیز کم شده است. اگرچه در اعداد رایلی پایین ( $10^3$  و  $10^4$ ) که جریان‌های داخل محفظه بسیار ضعیف است و عمده انتقال حرارت توسط سازوکار هدایت صورت می‌گیرد، میدان مغناطیسی تأثیر محسوسی بر عدد ناسلت متوسط ندارد.

**جدول (۳).** تغییرات عدد ناسلت متوسط و بیشینه مقدار

تابع جریان در اعداد هارتمن و رایلی مختلف برای  $\phi = 0.03$  و  $\alpha = 30^\circ$  و چشمه از نوع خطی با طول بی‌بعد  $\varepsilon = 0.3$  و  $\lambda = 0.5$

Ra		Ha				
		0	15	30	45	60
$10^3$	$Nu_m$	4.89	4.92	4.93	4.94	4.94
	$ \psi_{\max} $	0.22	0.11	0.05	0.03	0.02
$10^4$	$Nu_m$	5.08	4.87	4.89	4.9	4.92
	$ \psi_{\max} $	2.21	1.07	0.49	0.27	0.17
$10^5$	$Nu_m$	8.48	7.67	6.17	5.29	5.03
	$ \psi_{\max} $	11.26	8.07	4.96	3.13	1.97
$10^6$	$Nu_m$	13.94	11	10.31	9.21	8.31
	$ \psi_{\max} $	35.26	22.1	15.4	11.28	8.57

در شکل ۸ تغییرات سرعت عمودی در طول خط مرکزی محفظه برای اعداد هارتمن مختلف در سه مقدار عدد رایلی با هم مقایسه شده‌اند. همانطور که مشاهده می‌شود با افزایش عدد رایلی سرعت جریانات داخل محفظه افزایش یافته است. علاوه بر این، در غیاب میدان مغناطیسی ( $Ha = 0$ ) نمودارهای سرعت کاملاً متقارن بوده و جهت حرکت سیال داخل محفظه را به خوبی نمایش می‌دهند. سیال در مجاورت دیواره‌های جانبی به سمت بالا حرکت کرده و در مرکز محفظه این دو جریانات به هم رسیده و با سرعت بیشتری به سمت پایین حرکت می‌کنند. اما حضور میدان مغناطیسی باعث به هم خوردن تقارن خطوط شده و همچنین با افزایش عدد هارتمن کم شدن سرعت رخ می‌دهد. در  $Ra = 10^3$  که سرعت‌ها داخل محفظه بسیار کم هستند با افزایش قدرت میدان

در این بخش تأثیر غلظت حجمی نانوذرات بر جریان و انتقال حرارت از محفظه مورد بررسی قرار می‌گیرد. در جدول ۴ تمامی نتایج به دست آمده خلاصه شده‌اند. همچنین در این جدول برای دو نوع نانوذره مس و اکسید آلومینیم نتایج با همدیگر مقایسه شده‌اند. این داده‌ها در حالی به دست آمده‌اند که  $Ha = 20$  و  $\alpha = 30^\circ$  می‌باشد و چشمه از نوع خطی با طول بی‌بعد  $\varepsilon = 0.3$  و  $\lambda = 0.5$  است.

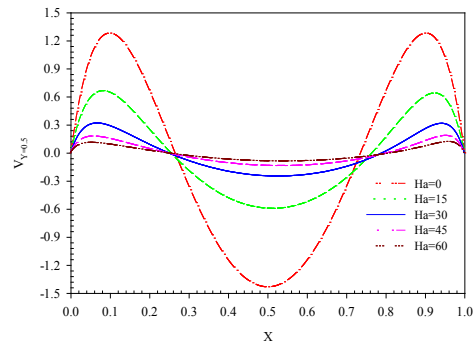
همانطور که مشهود است برای غلظت‌های مختلف نانوذرات (چه مس و چه آلومینا) با افزایش عدد رایلی عدد ناسلت متوسط و بیشینه مقدار تابع جریان افزایش یافته است. به علاوه در اعداد رایلی مختلف افزایش عدد ناسلت متوسط با افزایش غلظت نانوذرات مشاهده می‌شود.

#### ۵-۵- تأثیر نوع و طول چشمه‌های حرارتی بر جریان و انتقال حرارت محفظه

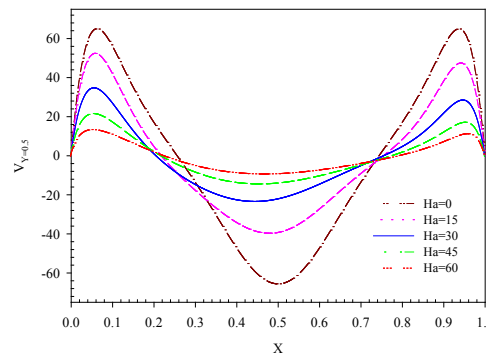
در این قسمت در ابتدا به بررسی انواع چشمه‌های حرارتی متغیر با دما و تأثیر آنها بر انتقال حرارت و جریان داخل محفظه پرداخته می‌شود و در بخش دوم تغییر طول چشمه مورد بررسی قرار خواهد گرفت. برای بخش اول سه نوع منبع حرارتی دما ثابت، با تغییر دمای خطی و سینوسی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. با در نظر گرفتن دو مقدار ۱ و ۰/۵ برای پارامتر  $\lambda$  در مورد چشمه‌های خطی و سینوسی، شیب تغییرات دما در طول چشمه متفاوت خواهد بود (شکل ۱۲). همانطور که در شکل ۱۲ نشان داده شده است برای حالت  $\lambda = 0$  دمای منبع حرارتی ثابت خواهد بود ( $\theta = 1$ ) و برای  $\lambda = 1$  بیشترین تغییرات دما در طول چشمه به وجود می‌آید اگرچه مقدار متوسط دما برای هر پنج حالت ثابت می‌باشد.

در ادامه برای بررسی انواع مختلف منبع حرارتی،  $Ha = 20$ ،  $\phi = 0.03$  و  $\varepsilon = 0.5$  در نظر گرفته شده است. همچنین برای بهتر دیده شدن تأثیر انواع چشمه بر پارامترهای مختلف انتقال حرارت و جریان، زاویه میدان مغناطیسی صفر در نظر گرفته شده است.

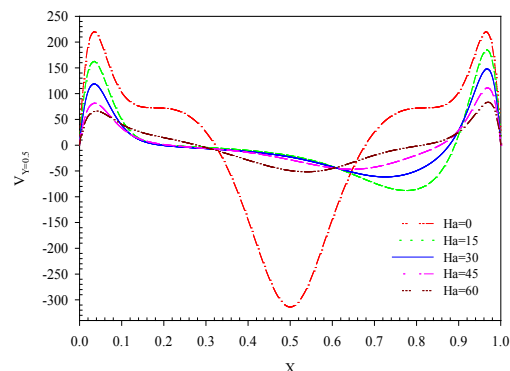
می‌شود. برعکس این قضیه روی دیواره پایین اتفاق می‌افتد. جایی که جریان‌های گرم در روی دیواره پایین از هم جدا شده در نقطه سکون روی این دیواره، با توجه به گرم بودن سیال و افزایش گرادیان دما، یک نقطه بیشینه برای عدد ناسلت موضعی وجود خواهد داشت.



(A)



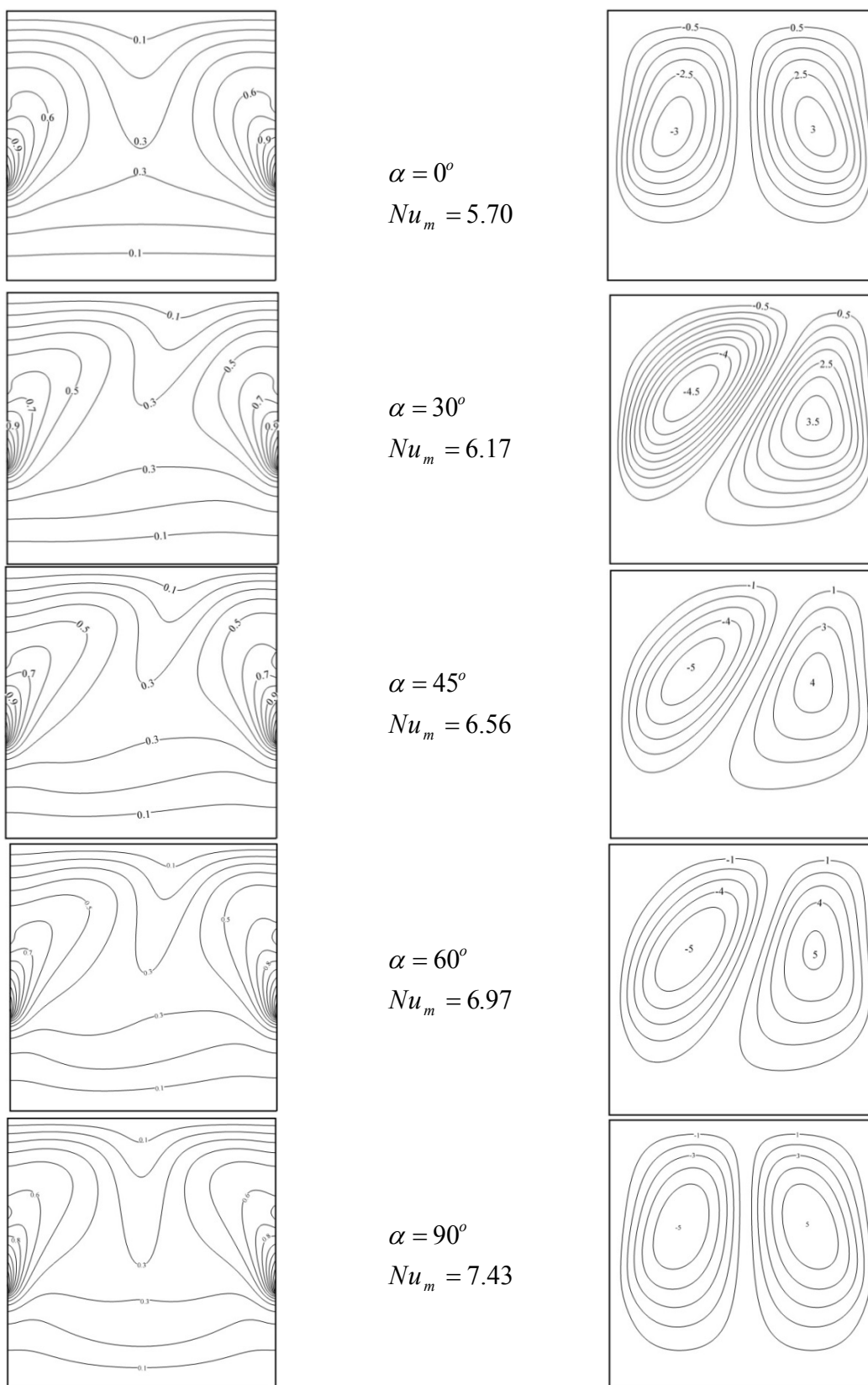
(B)



(C)

شکل (۸). تغییرات سرعت در خط مرکزی کانال در اعداد هارتمن مختلف در (A)  $Ra=10^3$ ، (B)  $Ra=10^5$  و (C)  $Ra=10^7$

#### ۴-۵- بررسی غلظت حجمی نانوذرات بر جریان و انتقال حرارت محفظه



شکل (۹). خطوط جریان (سمت راست) و همدمها (سمت چپ) برای زوایای مختلف میدان مغناطیسی در  $Ra = 10^5$ ،  $\lambda = 0.5$  و  $\varepsilon = 0.3$  و چشمه از نوع خطی با طول بی‌بعد  $Ha = 30$  و  $\phi = 0.03$

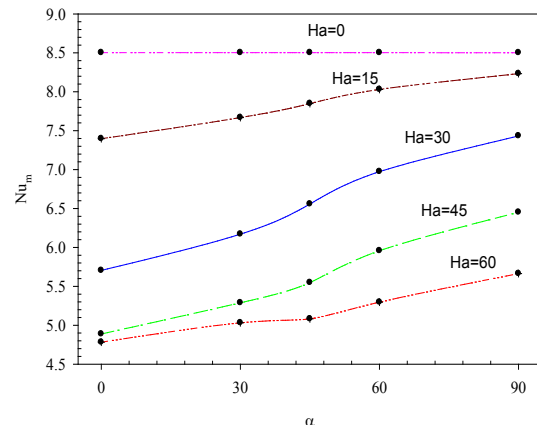
## جدول (۳). تغییرات عدد ناسلت متوسط و بیشینه مقدار

تابع جریان با عدد رایلی و غلظت حجمی نانوذرات

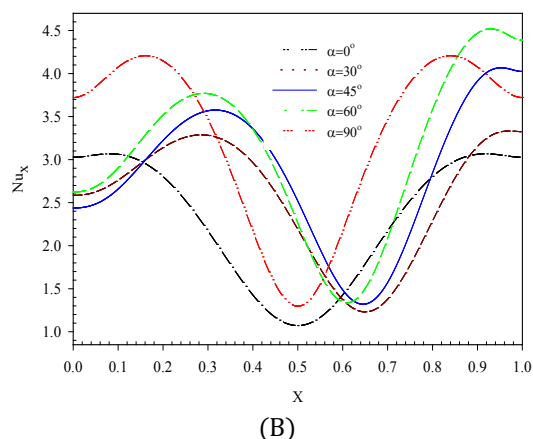
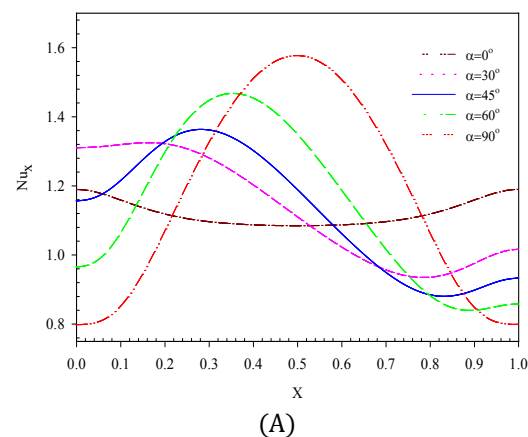
Ra		$\phi = 0$		$\phi = 0.01$		$\phi = 0.03$		$\phi = 0.06$		
		-	آلومینا	مس	آلومینا	مس	آلومینا	مس	آلومینا	مس
$10^3$	$Nu_m$	۴/۵۱	۴/۶۴	۴/۶۵	۴/۹۲	۴/۹۳	۵/۳۴	۵/۳۸		
	$ \psi_{max} $	۰/۱۱۶	۰/۱۱۳	۰/۱۱۴	۰/۱۰۸	۰/۱۱۰	۰/۱۰۱	۰/۱۰۴		
$10^4$	$Nu_m$	۴/۴۹	۴/۶۱	۴/۶۲	۴/۸۶	۴/۸۸	۵/۳۷	۵/۳۱		
	$ \psi_{max} $	۱/۱۸۲	۱/۱۵	۱/۱۶	۱/۱۰	۱/۱۲	۱/۰۲	۱/۰۵		
$10^5$	$Nu_m$	۷/۴۰	۷/۵۱	۷/۵۲	۷/۷۱	۷/۷۶	۸/۰۰	۸/۱۰		
	$ \psi_{max} $	۷/۸۷	۷/۸۸	۷/۹۱	۷/۸۷	۷/۹۵	۷/۸۱	۷/۹۸		
$10^6$	$Nu_m$	۱۰/۷۷	۱۰/۹۴	۱۰/۹۶	۱۱/۲۷	۱۱/۳۲	۱۱/۷۵	۱۱/۸۶		
	$ \psi_{max} $	۱۹/۲۷	۱۹/۴۴	۱۹/۴۹	۱۹/۷۶	۱۹/۹۱	۲۰/۲	۲۰/۵		

همچنین از نتایج به دست آمده می‌توان گفت که استفاده از نانوذرات مس بجای آلومینا می‌تواند اندکی باعث بهبود عملکرد حرارتی نانوسیال گردد. در مورد مقادیر به دست آمده برای تغییر بیشینه مقدار تابع جریان با غلظت نانوذرات نتایج متفاوت می‌باشد. در اعداد رایلی پایین افزودن نانوذرات باعث کاهش این پارامتر گشته است که دلیل آن افزایش لزجت نانوسیال و در نتیجه افزایش اصطکاک می‌باشد که منجر به کاهش سرعت جریان‌های داخل محفظه گشته است. اما با این وجود همچنان افزایش میزان انتقال حرارت مشاهده می‌شود که علت آن حاکم بودن هدایت بر انتقال حرارت از محفظه و افزایش ضریب هدایت حرارتی با اضافه شدن نانوذرات می‌باشد. اما در اعداد رایلی بالا با افزودن بیشتر نانوذرات افزایش هم  $|\psi_{max}|$  و هم  $Nu_m$  مشاهده می‌شود. در واقع در اعداد رایلی بالا که انتقال حرارت جابجایی بر محفظه غالب است، اضافه شدن نانوذرات باعث بهبود عملکرد حرارتی محفظه و در نتیجه افزایش سرعت جریان‌های داخل آن گشته است.

در شکل ۱۳ خطوط جریان (سمت راست) و هم‌دما (سمت چپ) برای انواع مختلف چشمه‌های حرارتی با هم مقایسه شده‌اند. این نتایج برای  $Ra = 10^5$ ،  $\phi = 0.03$ ،  $Ha = 20$ ،  $\alpha = 0$  و  $\varepsilon = 0.5$  به دست آمده‌اند. در حالتی که منابع حرارتی روی دیواره‌های جانبی محفظه در دمای ثابت قرار دارند، دو گردابه نسبتاً قوی تشکیل شده است و همچنین فشردگی خطوط در مجاورت منابع حرارتی و دیواره بالایی محفظه دیده می‌شود که نشان از میزان بالای انتقال حرارت از این نواحی دارد. وقتی که این



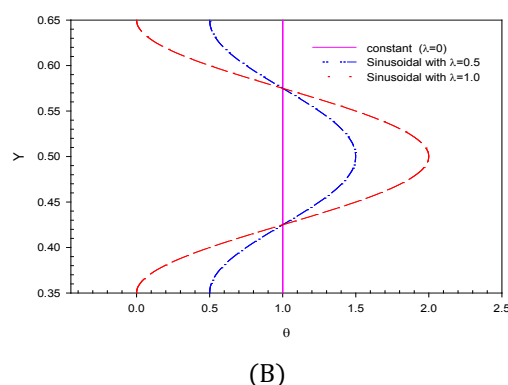
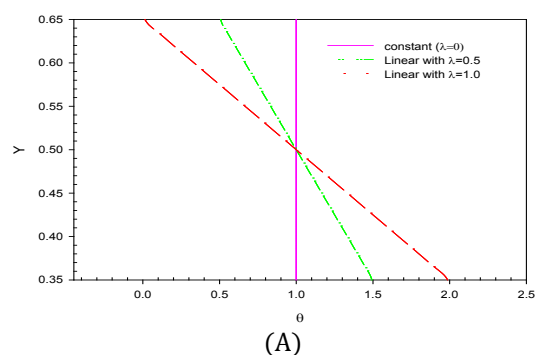
شکل (۱۰). تغییرات عدد ناسلت متوسط با زاویه میدان مغناطیسی در اعداد هارتمن متفاوت برای  $Ra = 10^5$  و  $\phi = 0.03$  و چشمه از نوع خطی با طول بی‌بعد  $\varepsilon = 0.3$  و  $\lambda = 0.5$



شکل (۱۱). تغییرات عدد ناسلت موضعی روی دیواره پایینی (A) و بالایی (B) محفظه در زوایای مختلف میدان مغناطیسی

به‌طور کلی می‌توان گفت که استفاده از چشمه حرارتی دما ثابت نسبت به سایر انواع منابع حرارتی عملکرد بهتری را برای انتقال حرارت از محفظه رقم می‌زند. اما برای سایر چشمه‌ها، در اعداد رایلی پایین ( $10^3$  و  $10^4$ ) چشمه‌های خطی و ثابت عملکرد بهتری را در انتقال حرارت نشان می‌دهند. برای چشمه‌های سینوسی نیز چشمه سینوسی با  $\lambda=0.5$  عدد ناسلت متوسط بیشتری را نتیجه می‌دهد. دلیل این امر غالب بودن سازوکار هدایت در انتقال حرارت از محفظه در این اعداد رایلی می‌باشد. از آنجا که قسمت گرم چشمه‌های سینوسی فاصله کمتری تا دیواره سرد پایینی دارند، میزان انتقال حرارت هدایتی نیز از این نواحی بیشتر خواهد بود (که این امر در شکل ۱۵ برای تغییرات عدد ناسلت موضعی روی دیواره پایینی (شکل ۱۵-B)) نیز کاملاً مشهود است). اما برای چشمه‌های سینوسی، با توجه به اینکه گرم‌ترین بخش آنها در مرکز منبع حرارتی قرار دارد میزان هدایت حرارتی نیز نسبت به حالت‌های دیگر کمتر می‌شود. البته در حالت سینوسی با  $\lambda=0.5$  با توجه به شیب ملایم‌تر دما در طول منبع حرارتی، عدد ناسلت متوسط (نسبت به حالت سینوسی با  $\lambda=1$ ) بیشتر می‌باشد. در اعداد رایلی بالا که جابجایی نقش اصلی در انتقال حرارت از محفظه را بازی می‌کند، به ترتیب چشمه‌های دما ثابت، سینوسی با  $\lambda=1$ ، خطی با  $\lambda=1$ ، سینوسی با  $\lambda=0.5$  و خطی با  $\lambda=0.5$  دارای بیشترین مقدار عدد ناسلت متوسط می‌باشند. برای بهتر نشان دادن نحوه انتقال حرارت از محفظه، در شکل ۱۵ تغییرات عدد ناسلت موضعی روی دیواره‌های پایینی و بالایی محفظه برای  $Ra=10^3$  و در شکل ۱۵ تغییرات عدد ناسلت موضعی روی منبع حرارتی سمت راست و دیواره بالایی محفظه نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌گردد در اعداد رایلی پایین که هدایت غالب است، بیشترین انتقال حرارت از گوشه‌های دیواره پایین رخ می‌دهد که دلیل آن نزدیک بودن نواحی گرم چشمه‌های حرارتی به این نواحی دیواره سرد می‌باشد. برای چشمه دما ثابت نحوه دفع حرارت از دیواره بالا و پایین تقریباً یکسان است و چشمه‌های سینوسی در این عدد رایلی ( $Ra=10^3$ ) کمترین دفع حرارت را از دیواره‌های بالا و پایین دارند.

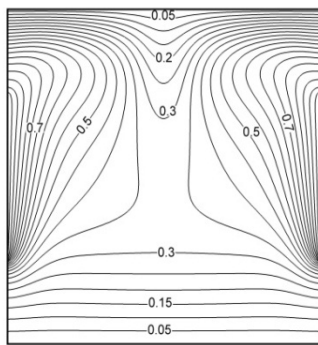
چشمه‌ها به چشمه‌های خطی با  $\lambda=0.5$  تبدیل شده‌اند، مشاهده می‌گردد که از قدرت گردابه‌ها کاسته شده و همچنین تراکم خطوط در مجاورت دیواره‌ها کمتر شده است. همانطور که در شکل ۱۳ نیز نشان داده شده است این امر موجب کاهش عدد ناسلت متوسط گردیده است. با افزایش شیب تغییرات دما برای منابع حرارتی خطی (تغییر از  $\lambda=0.5$  به  $\lambda=1$ ) چهار گردابه در محفظه به وجود می‌آید. در این حالت مقدار انتقال حرارت اندکی نسبت به حالت قبل کاهش داشته است. در مورد چشمه‌های سینوسی می‌توان گفت که برای این عدد رایلی خاص ( $Ra=10$ ) استفاده از چشمه‌های سینوسی با  $\lambda=0.5$  عملکرد بهتری را در انتقال حرارت محفظه نسبت به حالت خطی نتیجه می‌دهد اما در حالتی که پارامتر  $\lambda$  به عدد یک افزایش یافته است، با توجه به گردابه‌های تشکیل شده، کاهش محسوس عدد ناسلت متوسط مشاهده می‌شود



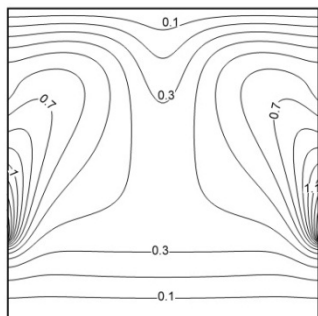
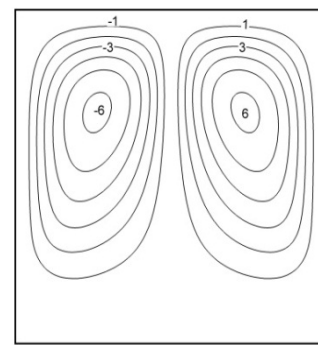
شکل (۱۲). تغییرات دما روی منابع حرارتی برای سه حالت مختلف تغییرات دمای چشمه خطی (A) و سینوسی (B)

در شکل ۱۴ تغییرات عدد ناسلت متوسط با عدد رایلی برای انواع چشمه‌ها با هم مقایسه شده است. همانطور که قبلاً نیز اشاره شده بود، با افزایش عدد رایلی برای انواع مختلف منبع حرارتی، عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. همچنین

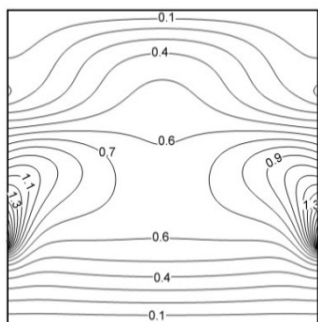
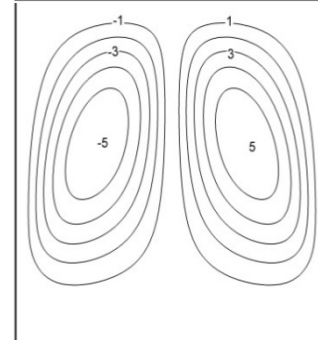




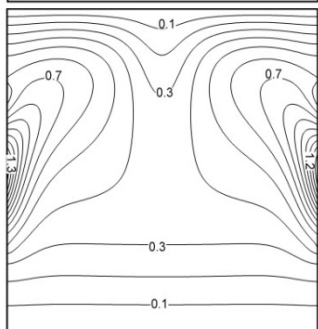
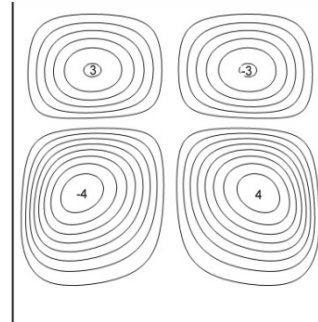
چشمه دما ثابت  
 $\lambda = 0$   
 $Nu_m = 6.21$



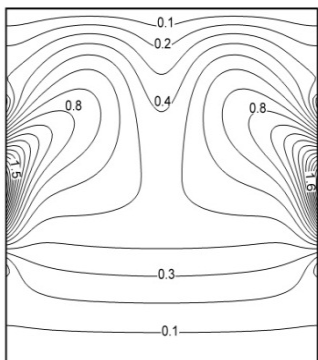
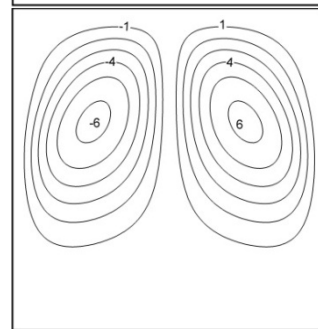
چشمه خطی  
 $\lambda = 0.5$   
 $Nu_m = 5.09$



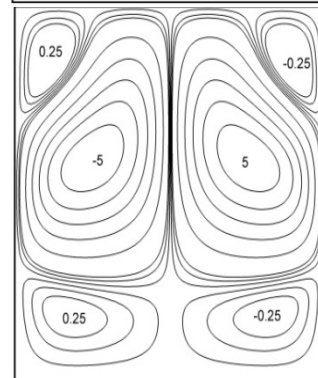
چشمه خطی  
 $\lambda = 1$   
 $Nu_m = 5.02$



چشمه سینوسی  
 $\lambda = 0.5$   
 $Nu_m = 5.30$

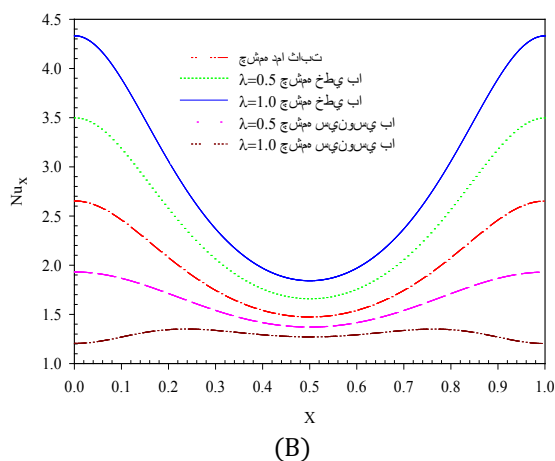
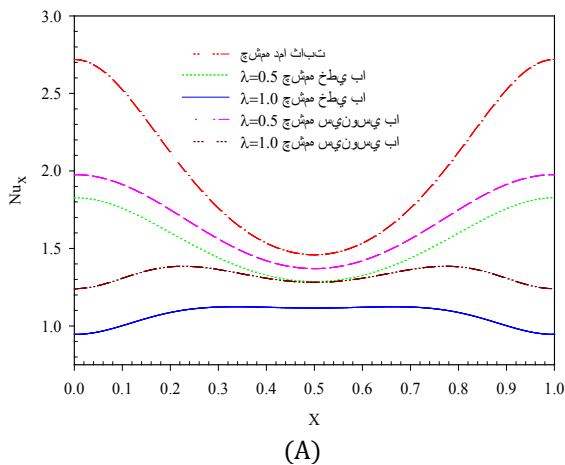


چشمه سینوسی  
 $\lambda = 1$   
 $Nu_m = 4.53$

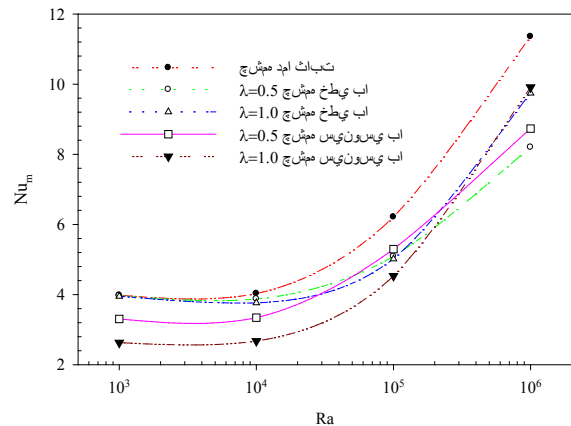


شکل (۱۳). خطوط جریان (سمت راست) و همدم (سمت چپ) برای انواع مختلف منبع حرارتی در  $Ra = 10^5$ ،  $\phi = 0.03$ ،  $\alpha = 0^\circ$  و  $Ha = 20$ ،  $\varepsilon = 0.5$

حرارتی سمت راست ( $Nu_m \times A$ ) روی شکل آورده شده است. با افزایش طول منابع حرارتی، گردابه‌های داخل محفظه قوی‌تر شده‌اند و فشرده‌گی خطوط همدمای نیز در نزدیکی منابع و همچنین دیواره‌های سرد بالا و پایین افزایش یافته است که نشان‌دهنده افزایش میزان انتقال حرارت از محفظه ( $Nu_m \times A$ ) با افزایش طول چشمه‌ها می‌باشد. اما عدد ناسلت متوسط که نشان‌دهنده شدت دفع حرارت از سطح منبع حرارتی می‌باشد، کاهش یافته است. این کاهش را این‌گونه می‌توان توجیه کرد که با توجه به افزایش دمای نانوسیال موجود در محفظه با توجه به افزایش طول منبع حرارتی، گرادیان دما در نزدیکی چشمه کاهش یافته و بنابراین شدت دفع حرارت نیز کاهش می‌یابد.



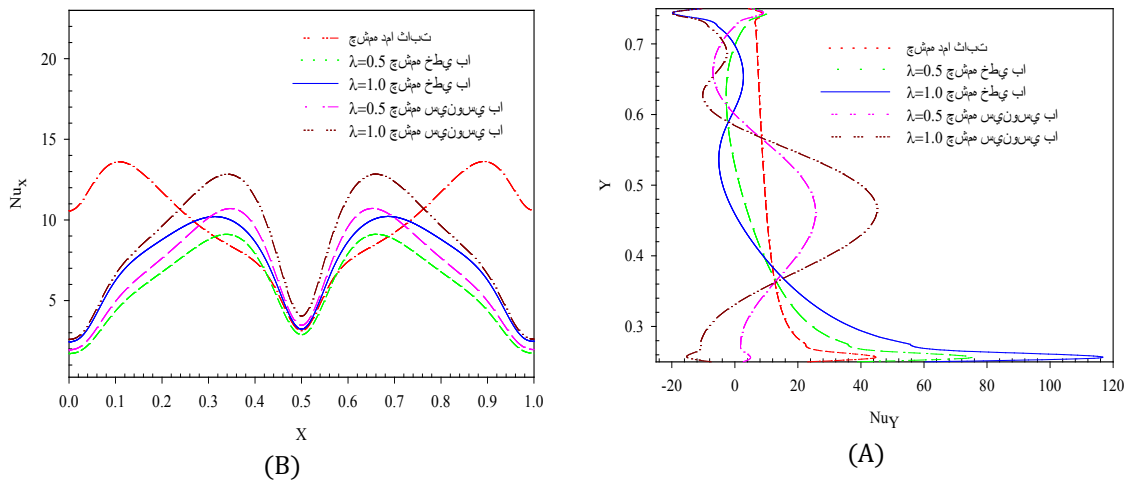
شکل (۱۵). تغییرات عدد ناسلت موضعی روی دیواره بالایی محفظه (A) و دیواره پایینی محفظه (B) برای انواع منابع حرارتی در  $Ra = 10^3$ ،  $\phi = 0.03$ ،  $Ha = 20$ ،  $\alpha = 0^\circ$  و  $\varepsilon = 0.5$



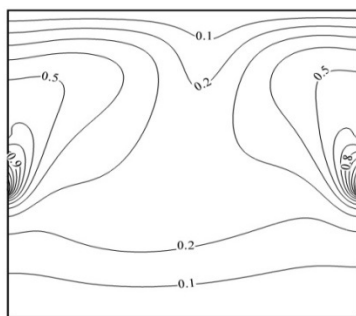
شکل (۱۶). تغییرات عدد ناسلت متوسط با عدد رایلی برای انواع مختلف چشمه حرارتی در  $Ha = 20$ ،  $\phi = 0.03$ ،  $\alpha = 0^\circ$  و  $\varepsilon = 0.5$

در شکل ۱۶- A تغییرات عدد ناسلت موضعی روی منبع حرارتی سمت راست نشان داده شده است. برای چشمه دما ثابت دفع حرارت تقریباً در طول چشمه ثابت است اما در قسمت پایین آن افزایش ناگهانی عدد ناسلت مشاهده می‌شود که دلیل آن نزدیکی این قسمت به ناحیه سرد مجاور آن می‌باشد (به دلیل جریانات همرفتی در اعداد رایلی بالا، سیال گرم در بالای محفظه و سیال سرد در پایین محفظه جمع می‌شود). برای چشمه‌های سینوسی بیشترین دفع حرارت از مرکز آنها و برای چشمه‌های خطی نیز در قسمت پایین آنها اتفاق می‌افتد. شکل ۱۶ تغییرات عدد ناسلت موضعی را روی دیواره سرد بالایی محفظه نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌گردد، بیشینه مقدار عدد ناسلت موضعی برای چشمه دما ثابت بیشترین مقدار و برای چشمه خطی با  $\lambda = 0.5$  کمترین مقدار را داراست که دلیل آن ایجاد گردابه‌های قوی‌تر در محفظه و در نتیجه افزایش انتقال حرارت جابجایی آزاد برای حالت دما ثابت نسبت به دیگر انواع منابع حرارتی می‌باشد. در ادامه به بررسی تأثیر تغییر طول چشمه‌های حرارتی بر پارامترهای جریان و انتقال حرارت پرداخته می‌شود. نتایج این قسمت در حالی به دست آمده‌اند که  $Ha = 20$ ،  $\phi = 0.03$ ،  $\alpha = 30^\circ$  و چشمه از نوع خطی با  $\lambda = 0.5$  می‌باشد.

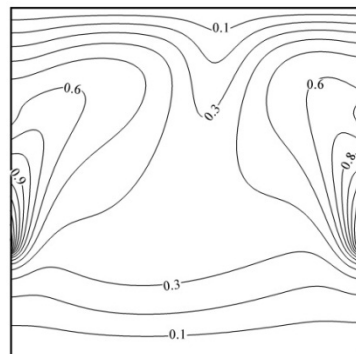
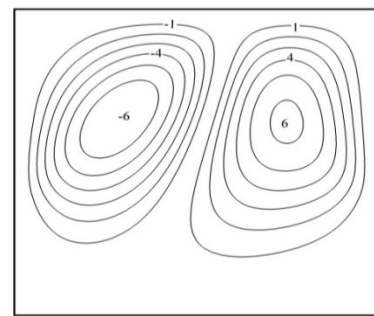
شکل ۱۷ خطوط جریان (سمت راست) و دما ثابت (سمت چپ) را برای طول‌های مختلف چشمه‌ها در  $Ra = 10^5$  نشان می‌دهد. همچنین جهت مقایسه، در حالت‌های مختلف عدد ناسلت متوسط و همچنین میزان دفع حرارت از چشمه



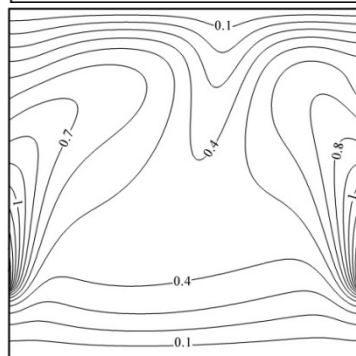
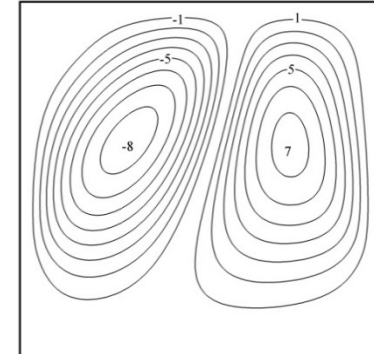
شکل (۱۶). تغییرات عدد ناسلت موضعی روی منبع حرارتی سمت راست (A) و دیواره بالایی محفظه (B) برای انواع منابع حرارتی در  $Ra = 10^6$ ،  $\phi = 0.03$ ،  $Ha = 20$ ،  $\alpha = 0^\circ$  و  $\varepsilon = 0.5$



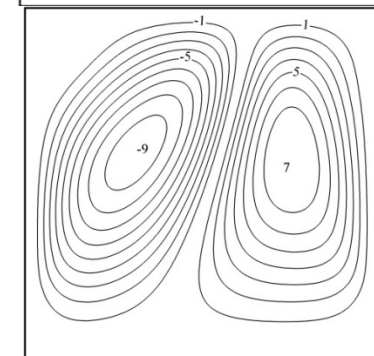
$\varepsilon = 0.2$   
 $Nu_m = 9.71$   
 $Nu_m \times A = 1.94$

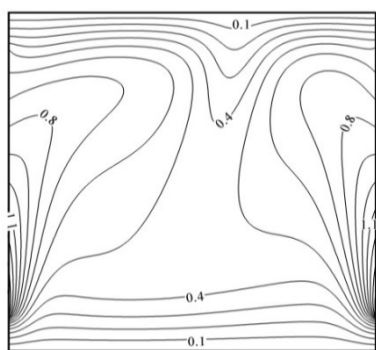


$\varepsilon = 0.4$   
 $Nu_m = 6.51$   
 $Nu_m \times A = 2.60$

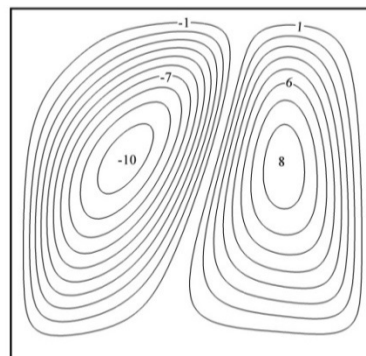


$\varepsilon = 0.6$   
 $Nu_m = 5.22$   
 $Nu_m \times A = 3.13$

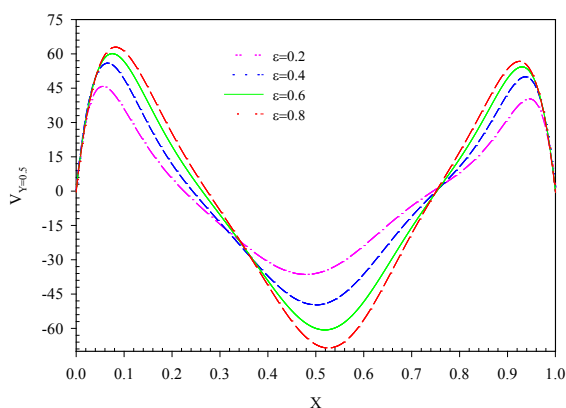




$$\begin{aligned} \varepsilon &= 0.8 \\ Nu_m &= 4.96 \\ Nu_m \times A &= 3.97 \end{aligned}$$

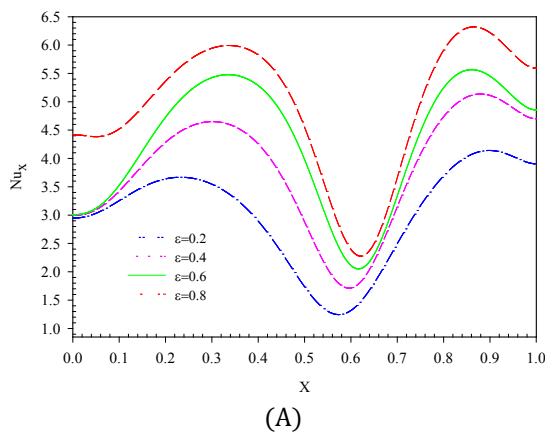
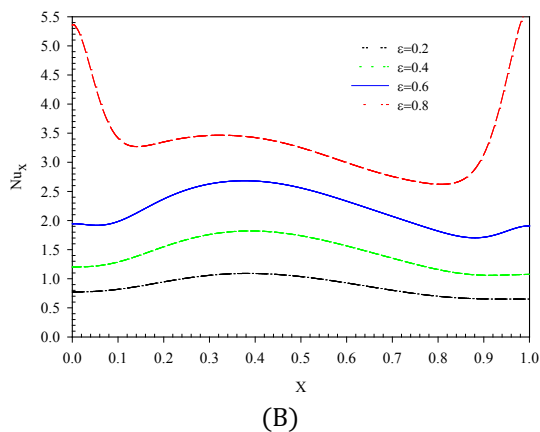


شکل (۱۷). تغییر خطوط جریان (سمت راست) و همدم (سمت چپ) با طول چشمه‌های حرارتی برای  $Ra = 10^5$ ،  $\lambda = 0.5$  و  $\alpha = 30^\circ$ ،  $Ha = 20$ ،  $\phi = 0.03$



شکل (۱۸). تغییرات سرعت عمودی روی خط مرکزی محفظه در چهار طول متفاوت برای چشمه‌های حرارتی

در شکل ۱۸ نیز که تغییرات سرعت عمودی در خط مرکزی کانال نشان داده شده مشاهده می‌شود که افزایش طول منابع حرارتی موجب افزایش سرعت جریان‌ات داخل محفظه گشته است. علاوه بر این در شکل ۱۹ که تغییرات عدد ناسلت موضعی روی دیواره‌های سرد بالا و پایین محفظه نشان داده شده است، هم این مطلب را تأیید می‌کند که افزایش طول چشمه‌های حرارتی موجب افزایش دفع حرارت از این دیواره‌ها گشته است.



شکل (۱۹). تغییرات عدد ناسلت موضعی روی دیواره بالایی (A) و پایینی (B) محفظه برای طول‌های مختلف چشمه‌های حرارتی

### ۶- نتیجه‌گیری

کامپیوتری به زبان فرتن و با بررسی شرایط مختلف، مسأله به حالت‌های واقعی موجود نزدیک‌تر شده و حالات بهینه‌تری برای انتقال حرارت در این شرایط مورد بررسی قرار گیرد. از این رو با تعبیه دو منبع حرارتی روی

از آنجا که مسأله انتقال حرارت از محفظه‌ها دارای اهمیت فراوانی در کاربردهای مختلف می‌باشد، در این پژوهش سعی شد به کمک حل به روش عددی و توسط کد

نزدیکی یا دوری گرم‌ترین نقاط چشمه‌ها از دیواره‌های سرد می‌باشد. اما در اعداد رایلی بالا که جابجایی غالب است، چشمه دما ثابت باز هم بیشترین عدد ناسلت متوسط را نتیجه می‌دهد و پس از آن به ترتیب چشمه‌های سینوسی با  $\lambda = 1$ ، خطی با  $\lambda = 1$ ، سینوسی با  $\lambda = 0.5$  و خطی با  $\lambda = 0.5$  بیشترین دفع حرارت از محفظه را نتیجه خواهند داد.

۶- با افزایش طول چشمه‌های حرارتی سرعت جریان‌های داخل محفظه و میزان انتقال حرارت از آن افزایش یافته است اما عدد ناسلت متوسط کاهش یافته که دلیل آن نحوه تعریف عدد ناسلت متوسط و کاهش گرادیان دما در نزدیکی منابع گرم می‌باشد.

#### ۷- مراجع

1. Parsaiemehr M., Pourfattah F., Akbari O.A., Toghraie D., and Sheikhzadeh Gh. "Turbulent Flow and Heat Transfer of Water/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Nano-Fluid Inside a Rectangular Ribbed Channel", *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures*, 96: pp. 73–84, 2018.
2. Barzegarian, R., Moraveji, M.K., and Aloueyan, A. "Experimental Investigation on Heat Transfer Characteristics and Pressure Drop of BPHE (Braze Plate Heat Exchanger) Using TiO<sub>2</sub>-Water Nano-fluid", *Experimental Thermal and Fluid Science*, 74, pp.11-18, 2016.
3. Pourfattah, F., Motamedian, M., Sheikhzadeh, Gh., Toghraie, D., and Akbari, O.A. "The Numerical Investigation of Angle of Attack of Inclined Rectangular Rib on The Turbulent Heat Transfer of Water-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Nano-fluid in a Tube", *International Journal of Mechanical Sciences*, 131, pp.1106-1116, 2017.
4. Barzegarian, R., Aloueyan, A. and Yousefi, T. "Thermal Performance Augmentation Using Water Based Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-Gamma Nano-fluid in a Horizontal Shell and Tube Heat Exchanger Under Forced Circulation", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 86, pp.52-59, 2017.
5. Safaei, M.R., Gooarzi, M., Akbari, O.A., Shadloo, M.S., and Dahari, M. "Performance Evaluation of Nano-fluids in an inclined Ribbed Microchannel for Electronic Cooling Applications", *Electronics Cooling*, 832, 2016.
6. Akbari, O.A., Safaei, M.R., Goodarzi, M., Akbar, N.S., Zarringhalam, M., Shabani, G.A.S., and Dahari, M. "A Modified Two-Phase Mixture

دیواره‌های جانبی محفظه که دمای سطح آن‌ها متغیر بود حالت‌های مختلف انتقال حرارت جابجایی آزاد در محفظه مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج حاصل را به صورت زیر می‌توان جمع‌بندی نمود:

۱- در اعداد رایلی  $10^3$  و  $10^4$  عمده انتقال حرارت از طریق هدایت صورت می‌گیرد در حالی که در عدد رایلی  $10^5$  و بالاتر سازوکار غالب بر انتقال حرارت جابجایی آزاد می‌باشد. علاوه بر این با افزایش عدد رایلی، میزان انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

۲- اعمال میدان مغناطیسی باعث مستهلک شدن جریان‌های داخل محفظه و کاهش سرعت و در نتیجه آن کاهش میزان انتقال حرارت از محفظه می‌شود و با افزایش قدرت میدان مغناطیسی (به خصوص در اعداد رایلی بالا که سرعت‌ها بیشتر هستند) این افت در انتقال حرارت بیشتر محسوس می‌باشد.

۳- با تغییر زاویه میدان مغناطیسی از  $0^\circ$  تا  $90^\circ$  درجه افزایش عدد ناسلت متوسط در محفظه ملاحظه می‌شود.

۴- اضافه کردن نانوذرات باعث افزایش لزجت سیال و افزایش اصطکاک می‌شود که در اعداد رایلی پایین ( $10^3$  و  $10^4$ ) افزودن نانو ذرات سرعت جریان را کاهش می‌دهد اما در اعداد رایلی بالا اضافه شدن نانوذرات عملکرد حرارتی سیال را بهبود بخشیده که این امر باعث افزایش نیروی شناوری و افزایش سرعت جریان گشته است. در هر حال، چه در اعداد رایلی بالا و چه در اعداد رایلی پایین، افزودن نانوذرات باعث افزایش میزان انتقال حرارت از محفظه گشته است که با افزایش غلظت نانوذرات این میزان افزایش نیز بیشتر شده است. علاوه بر این نتایج نشان می‌دهند که استفاده از نانوذرات مس به جای نانوذرات آلومینا می‌تواند نتایج بهتری را برای انتقال حرارت از محفظه حاصل کند.

۵- در مورد استفاده از انواع مختلف چشمه‌های حرارتی نتایج در اعداد رایلی مختلف متفاوت می‌باشد. در اعداد رایلی پایین چشمه‌های دما ثابت، خطی با  $\lambda = 0.5$ ، خطی با  $\lambda = 1$ ، سینوسی با  $\lambda = 0.5$  و سینوسی با  $\lambda = 1$  به ترتیب بیشترین میزان انتقال حرارت از محفظه را دارند که دلیل اصلی آن غالب بودن سازوکار هدایت و

17. Santra, A.K., Sen, S., and Chakraborty, N. "Study of Heat Transfer Characteristics of Copper–Water Nano-fluid in a Differentially Heated Square Cavity with Different Viscosity Models", *J. Enhanced Heat Transfer*, Vol. 15, pp. 27287, 2008.
18. Saleh, H., Roslan R., and Hashim I. "Natural Convection Heat Transfer in Nano-fluid-Filled Trapezoid enclosure", *Journal of Heat and Mass Transfer* Vol. 54, pp. 194-201, 2011.
19. Xu, B., Li, B.Q., Stock, D.E., and Nithyadevi, N. "An Experimental Study of Thermally Induced Convection of Molten Gallium in Magnetic Fields", *Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 49, pp. 2009-2019, 2006.
20. Tahmasebi Kohyani, M., Ghasemi, B., Raisi, A. "Effect of Magnetic Field on UnSteady Natural Convection Heat Transfer of Cu–Water Nano-fluid in a Square Porous Cavity", *Journal of Aerodynamic and Fluids Mechanic*, Imam Hossein University, 2016 (In Persian).
21. Teamah, M.A., and El-Maghlany, W.M. "Augmentation of Natural Convective Heat Transfer in Square Cavity by Utilizing Nanofluids in the Presence of Magnetic Field and Uniform Heat Generation/Absorption", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 58, pp. 130-142, 2012.
22. Ghasemi, B., Aminossadati, S.M., and Raisi, A. "Magnetic Field Effect on Natural Convection in a Nano-Fluid-Filled Square Enclosure", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, pp. 1748-1756, 2011.
23. Mahmoudi, A. H. , Pop, L., and Shahi, M. "Effect of Magnetic Field on Natural Convection in a Triangular Enclosure Filled with Nano-Fluid", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 59, pp. 126-140, 2012.
24. Sheikholeslami, M., Gorji-Bandpy, M., Ganji, D.D., and Soleimani, S. "Effect of a Magnetic Field on Natural Convection in an Inclined Half-Annulus Enclosure Filled with Cu–Water Nano-Fluid Using CVFEM", *Advanced Powder Technology*, Vol. 24.6, pp. 980-991, 2013.
25. Kefayati, G.H.R. "Effect of a Magnetic Field on Natural Convection in an Open Cavity Subjugated to Water/Alumina Nano-Fluid Using Lattice Boltzmann Method", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 40, pp.67-77, 2013.
26. Kefayati, G.H.R. and Tang H. "Simulation of Natural Convection and Entropy Generation of MHD Non-Newtonian Nano-fluid in a Cavity Model of Nano-fluid Flow and Heat Transfer in a 3-D Curved Micro-tube", *Advanced Powder Technology*, 27(5), pp.2175-2185, 2016.
7. Saitoh, T. and Hirose, K., "High-accuracy benchmark solutions to natural convection in a square cavity. *Computational Mechanics*", 4(6), pp. 417-427, 1989.
8. De Vahl Davis, G. "Natural Convection of Air in a Square Cavity: a Bench Mark Numerical Solution", *International Journal for numerical methods in fluids*, 3(3), pp. 249-264, 1983.
9. Da Silva, A., Fontana, É., Mariani, V.C., and Marcondes, F. "Numerical Investigation of Several Physical and Geometric Parameters in the Natural Convection Into Trapezoidal Cavities", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 55(23-24), pp.6808-6818, 2012.
10. Saha, G., Saha, S., Islam, S., and Akhanda, M.A.R. "Natural Convection in Enclosure with Discrete Isothermal Heating from Below", *J. Naval Architect. Marine Eng*, vol. 4, pp. 1-13, 2007.
11. Cheikh, N.B., Beya, B.B., and Lili T. "Influence of Thermal Boundary Conditions on Natural Convection in a Square Enclosure Partially Heated from Below", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 34(3), pp.369-379, 2007.
12. Basak, T., Roy, S., and Balakrishnan, A.R. "Effects of Thermal Boundary Conditions on Natural Convection Flows Within a Square Cavity", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49(23-24), pp.4525-4535, 2006.
13. Sathiyamoorthy, M., Basak, T., Roy, S., and Pop, I. "Steady Natural Convection Flows in a Square Cavity with Linearly Heated Side Wall(s)", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 50, pp. 766-775, 2007.
14. Saravanan, S., and Sivaraj, C. "Natural Convection in an Enclosure with a Localized Non-uniform Heat Source on Bottom Wall", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 54, pp. 2820-2828, 2011.
15. Joy, R.Y., and Tzeng, S.C. "Numerical Research of Nature Convective Heat Transfer Enhancement Filled with Nano-fluids in Rectangular Enclosures", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 33, pp. 727-736, 2006.
16. Aminossadati, S.M., and Ghasemi, B. "Natural Convection Cooling of a Localized Heat", *Eur. J. Mech. B/Fluids*, vol. 28, pp. 630-640, 2009.

- on Heat Transfer and Flow Parameters of Laminar Water-  $\text{Al}_2\text{O}_3$  Nano-Fluid in a Two Dimensional Rib-Microchannel”, *App. Math. Comp.*, Vol. 290, pp. 135–153, 2016.
37. Behnampour, A., Akbari, O.A., Safaei, M.R., Ghavami, M., Marzban A., Ahmadi, Sheikh Shabani, G.R., Zarringhalam, M., and Mashayekhi R. “Analysis of Heat Transfer and Nano-Fluid Flow in Micro-Channels with Trapezoidal, Rectangular and Triangular Shaped Ribs”, *Physica E.*; Vol. 91, pp. 15–31, 2017.
  38. Sarlak, R., Yousefzadeh Sh., Akbari O.A., Toghraie D., Sarlak S., and Asadi F. “The Investigation of Simultaneous Heat Transfer of Water/ $\text{Al}_2\text{O}_3$  Nano-Fluid in a Close Enclosure by Applying Homogeneous Magnetic Field”, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 133, pp. 674–688, 2017.
  39. Alipour, H., Karimipour, A., Safaei, M.R., Semiromi D.T., and Akbari O.A. “Influence of T-Semi Attached Rib on Turbulent Flow and Heat Transfer Parameters of a Silver-Water Nano-Fluid with Different Volume Fractions in a Three- Dimensional Trapezoidal Micro Channel”, *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures.*, Vol. 88, pp. 60-76, 2016.
  40. Akbari, O.A., Toghraie D., and Karimipour A. “Numerical Simulation of Heat Transfer and Turbulent Flow of Water Nano-Fluids Copper Oxide in Rectangular Microchannel with Semi Attached Rib”, *Adv. Mech. Eng.*, Vol. 8, pp. 1–25, 2016.
  41. Akbari, O.A., Hassanzadeh Afrouzi, H., Marzban, A., Toghraie, D. Malekzade, H., and Arabpour A. “Investigation of Volume Fraction of Nanoparticles Effect and Aspect Ratio of the Twisted Tape in the Tube”, *J. Therm. Anal. Calorimetry.*, Vol. 129, pp. 1911–1922, 2017.
  42. Mahmoudi, A. H., Pop, I., Shahi, M., and Talebi F. “MHD Natural Convection and Entropy Generation in a Trapezoidal Enclosure Using Cu–Water Nano-Fluid”, *Computers & Fluids*, Vol. 72, pp. 46-62, 2013.
  43. Akbari, O.A., Toghraie, D., and Karimipour A. “Impact of Ribs on Flow Parameters and Laminar Heat Transfer of Water–Aluminum Oxide Nano-Fluid with Different Nanoparticle Volume Fractions in a Three-Dimensional Rectangular Microchannel”, *Adv. Mech. Eng.*, Vol. 7, pp. 1–11, 2016.
  44. Hosseinezhad, R., Akbari O.A., Hassanzadeh Afrouzi H., Biglarian, M., Koveiti, A., and Toghraie, D. “The Numerical Study of Heat Transfer of Turbulent Nano-fluid Flow in a Using Buongiorno’s Mathematical Model”, *Int. J. Hydrogen Energy*; Vol. 42:17, pp.284–327, 2017.
  27. Kefayati, GH.R. “Mixed Convection of Non-Newtonian Nano-Fluid in an Enclosure Using Buongiorno’s Mathematical Model”, *Int. J. Heat Mass Trans.* Vol. 108:1, pp.481–500, 2017 .
  28. Kefayati, GH.R. “Heat Transfer and Entropy Generation of Natural Convection on Non-Newtonian Nano-Fluids in a Porous Cavity”, *Powder Techno.*; Vol. 299: pp. 127–149, 2016.
  29. Kefayati, GH.R. “Simulation of Natural Convection and Entropy Generation of Non-Newtonian Nano-Fluid in a Porous Cavity Using Buongiorno’s Mathematical Model”, *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol.112, pp. 709–744, 2017.
  30. Kefayati, GH.R. “FDLBM Simulation of Magnetic Field Effect on Mixed Convection in a Two Sided Lid-Driven Cavity Filled with Non-Newtonian Nano-Fluid”, *Powder Techno*; Vol. 280: pp. 135–153, 2015 .
  31. Kefayati GH.R. “FDLBM Simulation of Entropy Generation Due to Natural Convection in an Enclosure Filled with Non-Newtonian Nano-Fluid”, *Powder Techno*; Vol. 273: pp.176–190, 2015.
  32. Kefayati, GH.R., and Sidik, N.A.C. “Simulation of Natural Convection and Entropy Generation of Non-Newtonian Nano-Fluid in an Inclined Cavity Using Buongiorno’s Mathematical Model”, (Part II, Entropy Generation). *Powder Technology*, 305, pp.679-703, 2017.
  33. Kefayati, GH.R. “Mesoscopic Simulation of Magnetic Field Effect on Double-Diffusive Mixed Convection of Shear-Thinning Fluids in a Two Sided Lid-Driven Cavity”, *Journal of Molecular Liquids*, 198, pp.413-429, 2014.
  34. Malekpour, A., and Ghasemi, B. “Magnetic Field Effect on Natural Convection in a Nano-Fluid-Filled Triangular Enclosure”, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 3, pp. 10-21, 2013. (In Persian)
  35. Karimipour A., Alipour H., Akbari O.A., Semiromi D.T., and Esfe M.H. “Studying the Effect of Indentation on Flow Parameters and Slow Heat Transfer of Water-Silver Nano-Fluid with Varying Volume Fraction in a Rectangular Two-Dimensional Micro Channel”, *Int. J. Sci. Tech.*; Vol.8, 2015.
  36. Akbari, O.A., Karimipour A., Toghraie D. Safaei M.R., Alipour Goodarzi M. H. and Dahari M. “Investigation of Rib's Height Effect

- Rectangular Microchannel with Triangular Ribs”, *Physica E*, Vol. 93, pp. 167–178, 2017.
54. Rezaei, O., Akbari, O.A., Marzban, A., Toghraie, D., Pourfattah, F., and Mashayekhi, R. “The Numerical Investigation of Heat Transfer and Pressure Drop of Turbulent Flow in a Triangular Microchannel”, *Physica E*. Vol. 93, pp. 179–189, 2017.
  55. Nemati, H., Farhadi, M., Sedighi, K., Fattahi, E. and, Darzi, A.A.R. “Lattice Boltzmann Simulation of Nano-Fluid in Lid-Driven Cavity”, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37(10), pp.1528-1534, 2010.
  56. Arabpour, A., Karimipour, A., Toghraie, D., and Akbari, O.A. “Investigation into the Effects of Slip Boundary Condition on Nano-Fluid Flow in a Double-Layer Microchannel”, *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 131(3), pp.2975-2991, 2018.
  57. Alrashed, A.A., Akbari, O.A., Heydari, A., Toghraie, D., Zarringhalam, M., Shabani, G.A.S., Seifi, A.R., and Goodarzi, M. “The Numerical Modeling of Water/FMWCNT Nano-Fluid Flow and Heat Transfer in a Backward-Facing Contracting Channel”, *Physica B, Condensed Matter*, Vol. 537, pp.176-183, 2018.
  58. Rahmati, A.R., Akbari, O.A., Marzban, A., Toghraie, D., Karimi, R., and Pourfattah, F. “Simultaneous Investigations the Effects of Non-Newtonian Nano-Fluid Flow in Different Volume Fractions of Solid Nanoparticles with Slip and No-Slip Boundary Conditions”, *Thermal Science and Engineering Progress*, Vol. 5, pp.263-277, 2018.
  59. Mashayekhi, R., Khodabandeh, E., Bahiraei, M., Bahrami, L., Toghraie, D., and Akbari, O.A. “Application of a Novel Conical Strip Insert to Improve the Efficacy of Water–Ag Nano-Fluid for Utilization in Thermal Systems a Two-Phase Simulation”, *Energy Conversion and Management*, Vol. 151, pp.573-586, 2017.
  60. Akbari, O.A., Toghraie, D., Karimipour, A., Marzban, A., and Ahmadi, G.R. “The effect of Velocity and Dimension of Solid Nanoparticles on Heat Transfer in Non-Newtonian Nano-Fluid”, *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 86, pp.68-75, 2017.
  61. Gholizadeh, M.A., and Ghasemi, B. "Magnetic Field Effect on Nano-Fluid Natural Convection in a Square Enclosure with a Non-Uniform Heat Source on Bottom Wall", *Annual International Conference on Mechanical Engineering*, No. 22, 2014, (In Persian).
  - Tubular Heat Exchanger with Twin Twisted-Tapes Inserts”, *J. Therm. Anal. Calorimetry*, Vol. 132, pp. 741-759, 2018.
  45. Bahmani, M.H., Sheikhzadeh, Gh., Zarringhalam M., Akbari, O.A., Alrashed, A.A., Ahmadi Sheikh Shabani, G.H.R., and Goodarzi, M. “Investigation of turbulent heat transfer and Nano-fluid flow in a double pipe heat exchanger”, *Adv. Powd. Tech.* Vol. 29, pp. 273–282, 2018.
  46. Toghraie, D., Davood Abdollah, M.M., Pourfattah, F., Akbari, O.A., and Ruhani, B. “Numerical Investigation of Flow and Heat Transfer characteristics in smooth sinusoidal and zigzag-shaped microchannel with and without Nano-fluid”, *J. Therm. Anal. Calorimetry*, Vol. 131, pp. 1757–1766, 2018.
  47. Davoudian, M. and Solghar, A.A. “Natural Convection Heat Transfer in a Square Cavity Containing a Nano-Fluid with a Baffle Under a Magnetic Field”, *Heat Transfer Research*, Vol. 45(8), 2014.
  48. Brinkman, H., "The Viscosity of Concentrated Suspensions and Solutions," *J. Chem. Phys.*, vol. 20, p. 571, 1952.
  49. Heydari, A., Akbari, O.A., Safaei, M.R., Derakhshani, M., Alrashed, A.A., Mashayekhi R., Ahmadi Sheikh Shabani, G.H.R., Zarringhalam M., and Nguyen T.K. “The Effect of Attack Angle of Triangular Ribs on Heat Transfer of Nano-Fluids in a Microchannel”, *J. Therm. Anal. Calorim.*, Vol. 131, pp. 2893-2912, 2018.
  50. Gholami, M.R., Akbari, O.A., Marzban, A., Toghraie, D., Ahmadi Sheikh Shabani, G.H.R., and Zarringhalam M. “The Effect of Rib Shape on the Behavior of Laminar Flow of oil/MWCNT Nano-Fluid in a Rectangular Microchannel”, *J. Therm. Anal. Calorim.*, Vol. 134, pp. 1611-1628, 2018.
  51. Gravndyan, Q., Akbari, O.A., Toghraie, D., Marzban, A., Mashayekhi, R., Karimi, R., and Pourfattah F. “The Effect of Aspect Ratios of Rib on the Heat Transfer and Laminar Water/TiO<sub>2</sub> Nano-Fluid Flow in a Two-Dimensional Rectangular Microchannel”, *J. Mol. Liq.*, Vol. 236, pp. 254–265, 2017.
  52. Maxwell, J.C. "Treatise on Electricity and Magnetism", London, Oxford University Press, 1904.
  53. Shamsi, M.R., Akbari, O.A., Marzban, A., Toghraie, D., and Mashayekhi R. “Increasing Heat Transfer of Non-Newtonian Nano-Fluid in



