Excitation and amplification of hybrid modes in circular-elliptic combined plasma waveguides including relativistic electron beam

M. Alizadehfar , Z. Rahmani *, A. Abdoli Arani

* Assistant Professor, Department of Laser-Photonics, Faculty of Physics, Kashan University, Kashan, Iran

(Received: 01/12/2021; Accepted: 02/02/2022)

Abstract

The dispersion relation and the growth rate of the hybrid electromagnetic waves propagating in the two types of combined waveguides with complete conductor walls including isotropic cold plasma column that powered by relativistic electron beam, have been studied.The conducting wall cross section of the first waveguide is elliptical that plasma column with circular cross section is located in its core and the rest of interior regions is filled with dielectric material from the plasma boundary to the waveguide boundary. But the second waveguide has acircular cross section that elliptical plasma column is situated in its center. Electron beams as source energy are injected inside it coaxially with plasma column. By calculation of electromagnetic fields components in each of regions in the considered configurations, applying the boundary conditions, operating frequency and growth rate are obtained. The results of numerical computations are graphically presented.

Keywords: Relativistic electron beam, Cold plasma, Dispersion relation, Combined waveguide, Time growth rate.

* Corresponding author E-mail: Z.rahmani@kashanu.ac.ir

نشریه علمی «الکترومغناطیس کاربردی»
سال یازدهم، شماره ۱، بهار و تابستان ۱۴۰۲؛ ص ۶۱-۷۳
علمی - پژوهشی

تحریک و تقویت مدهای هیبریدی در موجبرهای پلاسمایی ترکیبی دایره‌ای– بیضوی شامل باریکه الکترونی نسبیتی

مسلم علیزاده‌فر[۱]، زینب رحمانی[۲*]، عباس عبدلی آرانی[۳]
۱–دانشجوی دکترا، ۲– استادیار، ۳–دانشیار، دانشکده فیزیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

(دریافت: ۱۴۰۰/۰۹/۱۰، پذیرش: ۱۴۰۰/۱۱/۱۳)

چکیده

معادله پاشندگی و نرخ رشد امواج الکترومغناطیسی هیبریدی منتشره در دو نوع موجبر ترکیبی با دیواره رسانای کامل شامل ستون پلاسمای سرد همسانگرد که توسط باریکه الکترونی نسبیتی تغذیه می‌شوند، موردمطالعه قرار می‌گیرد. دیواره رسانای موجبر نخست دارای سطح مقطع بیضوی است که ستون پلاسما با مقطع دایره در مرکز آن قرار گرفته و بقیه نواحی داخلی از مرز پلاسما تا مرز موجبر با ماده دی‌الکتریک پرشده است. اما موجبر دوم دارای سطح مقطع دایره‌ای است که ستون پلاسمای بیضوی در مرکز آن قرار گرفته است. باریکه‌های الکترونی به‌عنوان چشمه انرژی به‌صورت هم‌محور با ستون پلاسما به داخل آن تزریق می‌شوند. با محاسبه مؤلفه‌های میدان‌های الکترومغناطیسی در هر یک از نواحی پیکربندی‌های موردمطالعه و اعمال شرایط مرزی، فرکانس کار و نرخ رشد به دست می‌آیند. نتایج محاسبات عددی به‌صورت نمودار ارائه می‌گردد.

کلیدواژه‌ها: باریکه الکترونی نسبیتی، پلاسمای سرد، معادله پاشندگی، موجبر ترکیبی، نرخ رشد زمان

۱– مقدمه

پلاسما با گروه کوچکی از الکترون‌ها با سرعت به‌اندازه کافی بالا که در بستری از ذرات با سرعت متوسط صفر حرکت می‌کنند، به طور گسترده در کاربردهای عملی استفاده می‌شود. به بیان دیگر، سیستم موردنظر، پلاسمایی است که یک باریکه الکترونی نسبیتی به آن تزریق‌شده باشد. چگالی باریکه الکترونی کوچک‌تر از چگالی ذرات پلاسما در نظر گرفته می‌شود. بااین‌حال، برهم‌کنش یک باریکه مستقیم با پلاسما زمانی قوی و مؤثرترین است که شرایط تشدید چرنکوف برآورده شود.

همانطور که می‌دانیم تقویت‌کننده‌های پلاسمایی بر اساس برهمکنش چرنکوفی یک بیم الکترونی نسبیتی جریان بالا با امواج الکترومغناطیسی آهسته در موجبرهای پلاسما عمل می‌کنند[۲،۱]. چشمه‌های انرژی مانند بیم الکترونی نسبیتی به‌عنوان مولد ناپایداری در چنین ساختارهایی عمل می‌کنند و معادله پاشندگی برای مقادیر حقیقی عدد موج، فرکانس‌های مختلط را پیش‌بینی می‌کند. پژوهش‌های انجام‌شده نشان می‌دهد که یک ساختار رزونانسی در ترکیب با یک بیم الکترونی نسبیتی می‌تواند منجر به تشعشع امواج ماکروویو توان بالا در فرکانس‌های گسسته گردد. قابلیت چنین برهمکنش چرنکوفی برای ایجاد یک چشمه کوک پذیر تابشِ طول موج کوتاه با توان بالا در برخی آزمایش‌ها تأیید شده است[۳].

همان‌طور که انتظار می‌رود، رابطه پاشندگی و نرخ رشد امواج الکترومغناطیسی در یک ساختار پلاسمایی ناپایدار اساساً به خواص مواد تشکیل‌دهنده آن، ویژگی‌های چشمه انرژی و پیکربندی و هندسه ساختار آن بستگی دارد. فرکانس کار موجبرهای پلاسما به چگالی پلاسما بستگی دارد و با افزایش فرکانس پلاسما، فرکانس تشعشع میانگین افزایش می‌یابد[۱, ۴]. موجبرها علاوه بر کاربرد در تقویت امواج کاربردهای متنوع دیگری همچون به‌کارگیری در ارتباطات تراهرتزی ورد سپهری دارد [۵].

ویژه مُدها با مشخصات مناسبی همچون امواج آهسته و امواج عقب رو[۱] می‌توانند در مولدهای ماکروویو بکار گرفته شوند[۶, ۷]. همچنین استفاده از یک موجبر با پیکربندی ترکیبی خاص دارای جداره فلزی بیضوی و ستون‌های بیم و پلاسما با سطح مقطع دایره‌ای (یا بالعکس)، پارامترها و متغیرهای اضافی متعددی برای طراحی و کنترل سیستم فراهم می‌کند. یک دسته از باریکه‌های الکترونی بسیار مفید و کاربردی در چشمه‌های تابشی همدوس و شتاب‌دهنده‌های ذرات، بیم‌های الکترونی بیضوی هستند.

مطالعات زیادی پیرامون سیستم‌های باریکه بیضوی، ازجمله چشمه‌های باریکه الکترونی بیضوی [۸و۹]، سیستم‌های متمرکزسازی باریکه بیضی[۱۱و۱۰] ، کلایسترون‌های باریکه-صفحه بیضوی [۱۲] و تیوپ‌های موج متحرک [۱۳و۱۴] وجود دارد. باریکه‌های الکترونی بیضوی نسبیتی انرژی‌های بار فضایِ کمتری دارند و این باعث می‌شود بتوان از جریان‌های بالاتری در باریکه‌ها و دستگاه‌های توان بالاتر استفاده کرد. امواج بار فضای

* رایانامه نویسنده مسئول: Z.rahmani@kashanu.ac.ir

سیگنال کوچک روی باریکه‌های الکترونی نسبیتی بیضوی بررسی‌شده است[۱۵].

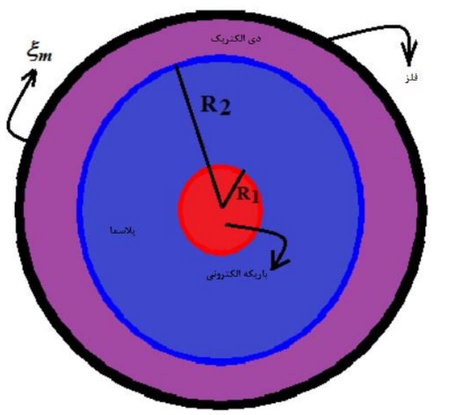
در پژوهش حاضر، موجبرهای دی‌الکتریک - فلز ترکیبی دایره‌ای و بیضوی شامل پلاسما در نظر گرفته می‌شود که یک باریکه الکترونی توپر نسبیتی به ترتیب با مقاطع بیضی و دایره به آن‌ها تزریق می‌شود. سپس معادله پاشندگی امواج آهسته و نرخ رشد این امواج را در دو پیکربندی در نظر گرفته‌شده محاسبه می‌کنیم. همچنین انرژی الکترونی تزریق‌شده به داخل ساختارها در فرکانس کار، موردمطالعه قرار می‌گیرد.

این کار در چهار بخش ارائه‌شده است که مقدمه آن بخش ۱ است. در بخش ۲ اولین پیکربندی معرفی‌شده است که شامل یک موجبر فلزی استوانه‌ای بی‌نهایت با سطح مقطع بیضوی با یک هسته دایره‌ای پلاسما شامل باریکه الکترونی پلاسما و روکش بیضوی دی‌الکتریک است. سپس میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی، معادله پاشندگی و نرخ رشد امواج آهسته مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش ۳، مانند بخش ۲ اما برای پیکربندی دوم که یک موجبر ترکیبی با دیواره فلزی مقطع دایره‌ای و هسته بیضوی پلاسما و باریکه الکترونی باروکش دایره‌ای دی‌الکتریک است. درنهایت، خلاصه و نتیجه‌گیری در بخش ۴ آورده شده است.

۲- پیکربندی ترکیبیI

۲-۱- مؤلفه‌های میدان‌های الکترومغناطیسی

اولین پیکربندی که در این مقاله مورد بررسی قرار می‌گیرد شامل یک موجبر فلزی استوانه‌ای نامحدود با مقطع بیضوی با یک باریکهٔ الکترونی با مقطع دایره‌ای است که در پس‌زمینهٔ پلاسما تزریق‌شده است و پلاسما با یک روکش بیضوی دی‌الکتریک احاطه‌شده است. مرز بیضوی فلز و مرز دایره‌ای پلاسما و باریکه الکترونی به ترتیب با $\xi = \xi_m$ ، $r = R_2$ و $r = R_1$ تعریف می‌شوند، همان‌طور که در شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل (۱). طرحی از پیکربندی ۱ شامل موجبر ترکیبی با باریکه الکترونی و ستون پلاسمای دایره‌ای و روکش دی‌الکتریک محصورشده در دیواره فلزی بیضوی

موجبر بیضوی دارای فاصله کانونی برابر با 2a است. ناحیه بین پلاسما و فلز توسط یک ماده دی‌الکتریک با گذردهی نسبی ϵ_d پرشده است. فرض بر این است که پلاسما دارای چگالی یکنواخت تعادلی n_{0p} است. پلاسماهای واقعی معمولاً در حالت تعادل نیستند و حالت غیرتعادلی آن‌ها به روش پمپاژ بستگی دارد. اما اگر شدت‌جریان دارای مقیاس زمانی بسیار کوچک‌تر از مقیاس زمانی واهلش و برخورد باشد، می‌توان از اختلال در شکل باریکه یا پلاسما در طول فرآیندهای تقویت چشم‌پوشی کرد[16, 17]. در این مطالعه پلاسما بدون برخورد سرد همگن غیر مغناطیسی با گذردهی نسبی $\epsilon_p = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$ فرض شده است. که در آن فرکانس پلاسمایی ω_p، به چگالی پلاسما به‌صورت $\omega_p^2 = \frac{n_{0p}e^2}{m\varepsilon_0}$ بستگی دارد. e و m به ترتیب مقادیر بار الکتریکی و جرم سکون الکترون هستند. علاوه بر این، همان‌طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، یک باریکه الکترونی نسبیتی دایره‌ای به داخل ستون پلاسما با شعاع R_1 در موجبر بیضوی تزریق می‌شود که باعث تقویت امواج آهسته می‌شود. چگالی تعادلی و سرعت باریکه الکترونی به ترتیب $n_b = i_b/(\pi R_b^2 e v_0)$ و $v = v_0\hat{z}$ است. که در آن i_b جریان باریکه الکترونی و $\hat{z}$ بردار یکه در امتداد محور متقارن است.

با استفاده از معادلات ماکسول و معادله موج در نواحی مختلف، می‌توانیم مؤلفه‌های محوری میدان‌های اختلالی $(\delta E_z, \delta H_z)$ را در سه ناحیه‌ی این پیکربندی به دست آوریم که برای باریکه الکترونی با علامت(۱)، پلاسما با علامت(۲) و دی‌الکتریک با علامت(۳) به‌صورت زیر است:

$$\delta E_z^{(1)} = \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(1)} I_m(\alpha_1 r) \cos m\varphi e^{i(\omega t - \beta z + \delta)},$$

$$\delta E_z^{(2)} = \sum_{m=0}^{\infty} [A_m^{(2)} I_m(\alpha_2 r) + B_m^{(2)} K_m(\alpha_2 r)] \cos m\varphi e^{i(\omega t - \beta z + \delta)},$$

$$\delta E_z^{(3)} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_n^{(3)}}{Fey_n(\xi_4, q_4)} [Ce_n(\xi, q) Fey_n(\xi_4, q) - Ce_n(\xi_4, q) Fey_n(\xi, q)] ce_n(\eta, q) e^{i(\omega t - \beta z + \delta)} \qquad (۱)$$

و

$$\delta H_z^{(1)} = \sum_{m=1}^{\infty} C_m^{(1)} I_m(\tau_1 r) \sin m\varphi e^{i(\omega t - \beta z + \delta)},$$

$$\delta H_z^{(2)} = \sum_{m=1}^{\infty} [C_m^{(2)} I_m(\tau_2 r) + D_m^{(2)} K_m(\tau_2 r)] \sin m\varphi e^{i(\omega t-\beta z+\delta)},$$

$$\delta H_z^{(3)} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n^{(3)}}{Gey'_n(\xi_4, q_5)} [Se_n(\xi, q) Gey'_n(\xi_4, q) - Se'_n(\xi_4, q) Gey_n(\xi, q)] se_n(\eta, q) e^{i(\omega t-\beta z+\delta)} \quad (۲)$$

که:

$$q_{4,5} = (\frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_d - \beta^2) a^2/4$$

در معادلات فوق، A_m, B_m, C_m و D_m ضرایب ثابت هستند؛ I_m, K_m توابع بسل اصلاح‌شده هستند ؛ se_n , ce_n جواب‌های زوج و فرد معادله زاویه‌ای ماتیو هستند؛ Ce_n , Se_n توابع ماتیو شعاعی زوج و فرد از نوع اول هستند؛ و Fey_n , Gey_n به ترتیب توابع شعاعی ماتیو زوج و فرد از نوع دوم هستند[18]. علاوه بر این، مؤلفه‌های میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی را می‌توان از معادلات ماکسول به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$\delta E_r^{(1)} = -id_b \left[\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\omega}{c}\frac{m}{r} B_m^{(1)} I_m(\tau_1 r) + \sum_{m=0}^{\infty} \beta A_m^{(1)} I'_m(\alpha_1 r)\right], \cos m\varphi e^{i(\omega t-\beta z+\delta)}$$

$$\delta E_\varphi^{(1)} = -id_b \left[\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\omega}{c} B_m^{(1)} I'_m(\tau_1 r) + sum_{m=0}^{\infty} beta \frac{m}{r} A_m^{(1)} I_m(\alpha_1 r)\right] \sin m\varphi e^{i(\omega t-\beta z+\delta)},$$

$$\delta H_r^{(1)} = -id_b \left[-\sum_{m=1}^{\infty} \beta B_m^{(1)} I'_m(\tau_1 r) + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\omega\epsilon_b}{c}\frac{m}{r} A_m^{(1)} I_m(\alpha_1 r)\right] \sin m\varphi e^{i(\omega t-\beta z+\delta)},$$

$$\delta H_\varphi^{(1)} = -id_b \left[\sum_{m=1}^{\infty} \beta \frac{m}{r} B_m^{(1)} I_m(\tau_1 r) + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\omega\epsilon_b}{c} A_m^{(1)} I'_m(\alpha_1 r)\right] \cos m\varphi e^{i(\omega t-\beta z+\delta)} \quad (۳)$$

$$\delta E_\varphi^{(2)} = -id_p \left[\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\omega}{c} [C_m^{(2)} I'_m(\tau_2 r) + D_m^{(2)} K'_m(\tau_2 r)] + \sum_{m=0}^{\infty} \beta \frac{m}{r} [A_m^{(2)} I_m(\alpha_2 r) + B_m^{(2)} K_m(\alpha_2 r)]\right] \sin m\varphi e^{i(\omega t-\beta z+\delta)},$$

$$\delta H_r^{(2)} = -id_p \left[\sum_{m=1}^{\infty} \beta [C_m^{(2)} I'_m(\tau_2 r) + D_m^{(2)} K'_m(\tau_2 r)] + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\omega\epsilon_p}{c}\frac{m}{r} [A_m^{(2)} I_m(\alpha_2 r) + B_m^{(2)} K_m(\alpha_2 r)]\right] \sin m\varphi e^{i(\omega t-\beta z+\delta)},$$

$$\delta H_\varphi^{(2)} = -id_p \left[\sum_{m=1}^{\infty} \beta \frac{m}{r} \left[C_m^{(2)} I_m(\tau_2 r) + D_m^{(2)} K_m(\tau_2 r)\right] + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\omega\epsilon_p}{c} \left[A_m^{(2)} I'_m(\alpha_2 r) + B_m^{(2)} K'_m(\alpha_2 r)\right]\right] \cos m\varphi e^{i(\omega t-\beta z+\delta)} \quad (۴)$$

$$\delta E_\xi^{(3)} = \frac{-id_d}{h} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n^{(3)}}{Gey'_n(\xi_4, q)} \frac{\omega}{c} [Se_n(\xi, q) Gey'_n(\xi_4, q) - Se'_n(\xi_4, q) Gey_n(\xi, q)] se'_n(\eta, q) + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_n^{(3)}}{Fey_n(\xi_4, q)} \beta [Ce'_n(\xi, q) Fey_n(\xi_4, q) - Ce_n(\xi_4, q) Fey'_n(\xi, q)] ce_n(\eta, q)\right]$$

$e^{i(\omega t-\beta z+\delta)}$,

$$\delta E_{\eta}^{(3)}=\frac{-id_d}{h}\Bigg[-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{C_n^{(3)}}{Gey'_n(\xi_4,q)}\frac{\omega}{c}$$
$$[Se'_n(\xi,q)Gey'_n(\xi_4,q)$$
$$-Se'_n(\xi_4,q)Gey'_n(\xi,q)]se_n(\eta,q)$$
$$+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{A_n^{(3)}}{Fey_n(\xi_4,q)}\beta[Ce_n(\xi,q)Fey_n(\xi_4,q)$$
$$-Ce_n(\xi_4,q)Fey_n(\xi,q)]ce'_n(\eta,q)\Bigg]$$
$$e^{i(\omega t-\beta z+\delta)},$$

$$\delta H_{\xi}^{(3)}=\frac{-id_d}{h}\Bigg[-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{C_n^{(3)}}{Gey'_n(\xi_4,q)}\beta$$
$$[Se'_n(\xi,q)Gey'_n(\xi_4,q)$$
$$-Se'_n(\xi_4,q)Gey'_n(\xi,q)]se_n(\eta,q)$$
$$+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{A_n^{(3)}}{Fey_n(\xi_4,q)}\frac{\omega\epsilon_d}{c}[Ce_n(\xi,q)Fey_n(\xi_4,q)$$
$$-Ce_n(\xi_4,q)Fey_n(\xi,q)]ce'_n(\eta,q)\Bigg]$$
$$e^{i(\omega t-\beta z+\delta)},$$

$$\delta H_{\eta}^{(3)}=\frac{-id_d}{h}\Bigg[-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{C_m^{(3)}}{Gey'_m(\xi_4,q)}$$
$$beta[Se_n(\xi,q)Gey'_n(\xi_4,q)$$
$$-Se'_n(\xi_4,q)Gey_n(\xi,q)]se'_n(\eta,q)$$
$$+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{A_n^{(3)}}{Fey_n(\xi_4,q)}\frac{\omega\epsilon_d}{c}[Ce'_m(\xi,q)Fey_m(\xi_4,q)$$
$$-Ce_m(\xi_4,q)Fey'_n(\xi,q)]ce'_n(\eta,q)\Bigg]$$
$$e^{i(\omega t-\beta z+\delta)} \qquad (5)$$

که d_b, d_p و d_d به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\mathrm{d_b}=\frac{1}{\frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_b-\beta^2},\mathrm{d_p}=\frac{1}{\frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_p-\beta^2},\mathrm{d_d}=\frac{1}{\frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_d-\beta^2},\mathrm{h}=\mathrm{a}\sqrt{[\cosh(2\xi)-\cos(2\eta)]/2}.$$

در یک موجبر بیضوی، عدم تقارن باعث می‌شود امواج الکترومغناطیسی به‌صورت مُدهای ترکیبی منتشر شوند. از سوی دیگر، معادله موج باید برای امواج آهسته حل شود، زیرا تنها زمانی که باریکه الکترونی با سرعتی بیش از سرعت فاز موج از موجبر عبور کند، می‌تواند موج را تقویت کند. چون سرعت ذرات همواره در شرط $v_0 < \mathrm{c}$ صدق می‌کند، بنابراین تنها امکان افزایش دامنه موج آهسته $(\omega/k < \mathrm{c})$ با الکترونهای پُر انرژی وجود دارد. به‌علاوه می‌دانیم وقتی $\xi \to \infty$ بیضی به دایره تبدیل شده و توابع ماتیو زاویه‌ای تبدیل به توابع تناوبی Cos, Sin می‌شوند، همچنین توابع Ce_m و Se_m به J_m (اولین نوع توابع معمولی بسل) برای $q_i > 0$ و به I_m (نخستین نوع توابع بسل اصلاح‌شده) برای $q_i < 0$ با یک ثابت بدل شده و نیز توابع Fey_m و Gey_m به K_m (نوع دوم اصلاح‌شده توابع بسل) تبدیل می‌شوند [۴و۱۸].

۲-۲- معادله پاشندگی و نرخ رشد زمانی

رابطه پاشندگی امواج برای یک سیستم اساساً به ساختار هندسی، خواص مواد آن و پیکربندی خارجی سیستم بستگی دارد. رابطه پاشندگی در موجبر مفروض با اعمال شرایط مرزی مناسب در مرزهای جداکننده نواحی مختلف موجبر به دست می‌آید. با اعمال شرایط مرزی، یک سیستم معادلات نامتناهی از توابع ماتیو و بسل ظاهر می‌شود.

معادله پاشندگی با شرط دترمینان ضرایب برابر با صفر به دست می‌آید. در این کار برای ساده‌سازی و برای محاسبات بعدی حالت خاص $n=1, m=1$ را در نظر می‌گیریم. با استفاده از پیوستگی مؤلفه‌های مماسی میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی می‌توان معادله پاشندگی را به‌صورت زیر بدست آورد:

$$detC=0,$$

که در آن C یک ماتریس ۸×۸ به شرح زیر است:

$$C=\begin{pmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & c_4 & c_5 & c_6 & 0 & 0\\ 0 & c_7 & c_8 & 0 & 0 & 0 & c_9 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{10} & c_{11} & 0 & c_{12}\\ c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} & c_{17} & c_{18} & 0 & 0\\ c_{19} & c_{20} & c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & 0 & 0\\ 0 & c_{25} & c_{26} & 0 & c_{27} & c_{28} & c_{29} & c_{30}\\ 0 & c_{31} & c_{32} & 0 & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \end{pmatrix}$$

در ماتریس بالا کمیت‌های زیر را تعریف می‌کنیم به‌صورت:

$$c_1=-I_1(\alpha_1R_1), c_2=I_1(\alpha_2R_1),$$
$$c_3=K_1(\alpha_2R_1), c_4=-I_1(\tau_1R_1),$$
$$c_5=I_1(\tau_2R_1), c_6=K_1(\tau_2R_1),$$
$$c_7=s_1I_1(\alpha_2R_2), c_8=s_1K_1(\alpha_2R_2),$$

$$c_9=-s_2+s_3\frac{Ce_1(\xi_m,q)}{Fey_1(\xi_m,q)},$$

$$c_{10}=s_4I_1(\tau_2R_2),c_{11}=s_4K_1(\tau_2R_2),$$

$$c_{12}=-s_5+s_6\frac{Se'_1(\xi_m,q)}{Gey'_1(\xi_m,q)},$$

$$c_{13}=\frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_b-\beta^2)R_1}I_1(\alpha_1R_1),$$

$$c_{14}=-\frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p-\beta^2)R_1}I_1(\alpha_2R_1),$$

$$c_{15}=-\frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p-\beta^2)R_1}K_1(\alpha_2R_1),$$

$$c_{16}=\frac{\omega}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_b-\beta^2)c}I'_1(\tau_1R_1),$$

$$c_{17}=-\frac{\omega}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p-\beta^2)c}I'_1(\tau_2R_1),$$

$$c_{18}=-\frac{\omega}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p-\beta^2)c}K'_1(\tau_2R_1),$$

$$c_{19}=-\frac{\omega}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_b-\beta^2)c}I'_1(\alpha_1R_1),$$

$$c_{20}=\frac{\omega}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p-\beta^2)c}I'_1(\alpha_2R_1),$$

$$c_{21}=\frac{\omega}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p-\beta^2)c}K'_1(\alpha_2R_1),$$

$$c_{22}=-\frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_b-\beta^2)R_1}I_1(\tau_1R_1),$$

$$c_{23}=\frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p-\beta^2)R_1}I_1(\tau_2R_1),$$

$$c_{24}=\frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p-\beta^2)R_1}K_1(\tau_2R_1),$$

$$c_{25}=-\frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p-\beta^2)R_2}I_1(\alpha_2R_2)s_4,$$

$$c_{26}=-\frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p-\beta^2)R_2}K_1(\alpha_2R_2)s_4,$$

$$c_{27}=\frac{\omega}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p-\beta^2)c}I'_1(\tau_2R_2)s_4,$$

$$c_{28}=\frac{\omega}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p-\beta^2)c}K'_1(\tau_2R_2)s_4,$$

$$c_{29}=\frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_d-\beta^2)a}[s_9+s_{13}-(s_{10}+s_{14})\frac{Ce_1(\xi_m,q)}{Fey_1(\xi_m,q)}],$$

$$c_{30}=\frac{\omega}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_d-\beta^2)ac}[s_7-s_{11}-(s_8-s_{12})\frac{Se'_1(\xi_m,q)}{Gey'_1(\xi_m,q)}],$$

$$c_{31}=-\frac{\omega\varepsilon_p}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p-\beta^2)c}I'_1(\alpha_2R_2)s_1,$$

$$c_{32}=-\frac{\omega\varepsilon_p}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p-\beta^2)c}K'_1(\alpha_2R_2)s_1,$$

$$c_{33}=-\frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p-\beta^2)R_2}I_1(\tau_2R_2)s_1,c_{34}=-\frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p-\beta^2)R_2}K_1(\tau_2R_2)s_1,$$

$$c_{35}=-\frac{\omega\varepsilon_d}{\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_d-\beta^2\right)ac}\left[s_{17}-s_{21}+(s_{18}-s_{22})\frac{Ce_1(\xi_m,q)}{Fey_1(\xi_m,q)}\right],$$

$$c_{36}=\frac{\beta}{\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_d-\beta^2\right)a}\left[s_{15}+s_{19}-(s_{16}+s_{20})\frac{Se'_1(\xi_m,q)}{Gey'_1(\xi_m,q)}\right] \qquad (۶)$$

و:

$$s_1=\int_0^{2\pi}[\cos\phi\cos\phi]|_{R_2}d\phi,$$

$$s_2=\int_0^{2\pi}[Ce_1(\xi,q)ce_1(\eta,q)\cos\phi]|_{R_2}d\phi,$$

$$s_3=\int_0^{2\pi}[Fey_1(\xi,q)ce_1(\eta,q)\cos\phi]|_{R_2}d\phi,$$

$$s_4=\int_0^{2\pi}[\sin\phi\sin\phi]|_{R_2}d\phi,$$

$$s_5=\int_0^{2\pi}[Se_1(\xi,q)se_1(\eta,q)\sin\phi]|_{R_2}d\phi,$$

$$s_6=\int_0^{2\pi}[Gey_1(\xi,q)se_1(\eta,q)\sin\phi]|_{R_2}d\phi,$$

$$s_7=\int_0^{2\pi}[(\frac{X_M}{\cosh^2\xi-\cos^2\eta})Se_1(\xi,q)\, se'_1(\eta,q)\sin\phi]|_{R_2}d\phi,$$

$$s_8=\int_0^{2\pi}[(\frac{X_M}{\cosh^2\xi-\cos^2\eta})Gey_1(\xi,q)se'_1(\eta,q)\sin\phi]|_{R_2}d\phi,$$

$$s_9=\int_0^{2\pi}[(\frac{X_M}{\cosh^2\xi-\cos^2\eta})Ce'_1(\xi,q)ce_1(\eta,q)\sin\phi]|_{R_2}d\phi,$$

$$s_{10}=\int_0^{2\pi}[(\frac{X_M}{\cosh^2\xi-\cos^2\eta})Fey'_1(\xi,q)ce_1(\eta,q)\sin\phi]|_{R_2}d\phi,$$

$$s_{11}=\int_0^{2\pi}[(\frac{X_P}{\cosh^2\xi-\cos^2\eta})Se'_1(\xi,q)se_1(\eta,q)\sin\phi]|_{R_2}d\phi,$$

$$s_{12}=\int_0^{2\pi}[(\frac{X_P}{\cosh^2\xi-\cos^2\eta})Gey'_1(\xi,q)se_1(\eta,q)\sin\phi]|_{R_2}d\phi,$$

$$s_{13}=\int_0^{2\pi}[(\frac{X_P}{\cosh^2\xi-\cos^2\eta})Ce_1(\xi,q)ce'_1(\eta,q)\sin\phi]|_{R_2}d\phi,$$

$$s_{14}=\int_0^{2\pi}[(\frac{X_P}{\cosh^2\xi-\cos^2\eta})Fey_1(\xi,q)ce'_1(\eta,q)\sin\phi]|_{R_2}d\phi,$$

$$s_{15}=\int_0^{2\pi}[(\frac{X_M}{\cosh^2\xi-\cos^2\eta})Se'_1(\xi,q)se_1(\eta,q)\cos\phi]|_{R_2}d\phi,$$

$$s_{16}=\int_0^{2\pi}[(\frac{X_M}{\cosh^2\xi-\cos^2\eta})Gey'_1(\xi,q)se_1(\eta,q)\cos\phi]|_{R_2}d\phi,$$

$$s_{17}=\int_0^{2\pi}[(\frac{X_M}{\cosh^2\xi-\cos^2\eta})Ce_1(\xi,q)ce'_1(\eta,q)\cos\phi]|_{R_2}d\phi,$$

$$s_{18}=\int_0^{2\pi}[(\frac{X_M}{cosh^2\xi-cos^2\eta})Fey_1(\xi,q)ce'_1(\eta,q)\cos\phi]|_{R_2}d\phi,$$

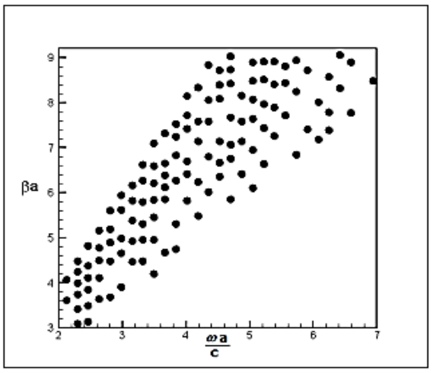
$$s_{19}=\int_0^{2\pi}[(\frac{X_P}{\cosh^2\xi-\cos^2\eta})Se_1(\xi,q)se'_1(\eta,q)\cos\phi]|_{R_2}d\phi,$$

$$s_{20}=\int_0^{2\pi}[(\frac{X_P}{\cosh^2\xi-\cos^2\eta})Gey_1(\xi,q)se'_1(\eta,q)\cos\phi]|_{R_2}d\phi,$$

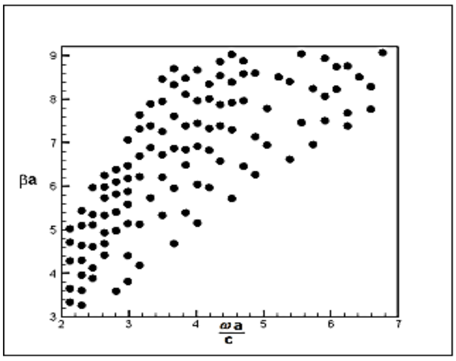
$$s_{21}=\int_0^{2\pi}[(\frac{X_P}{cosh^2\xi-cos^2\eta})Ce'_1(\xi,q)ce_1(\eta,q)\cos\phi]|_{R_2}d\phi,$$

$$s_{22}=\int_0^{2\pi}\left[\left(\frac{X_P}{\cosh^2\xi-\cos^2\eta}\right)Fey'_1(\xi,q)ce_1(\eta,q)\cos\phi\right]|_{R_2}d\phi, \tag{۷}$$

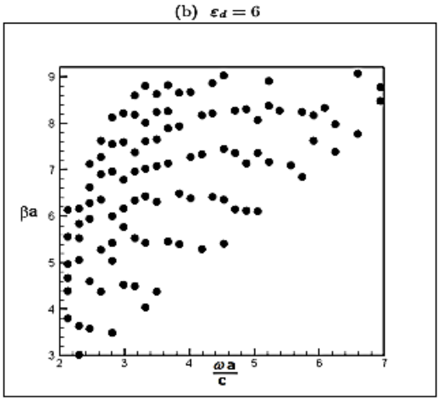
طیف فرکانسی به‌دست‌آمده از $detC=0$ در شکل (۲) ارائه‌شده است. لازم به ذکر است که ما فقط چند نقطه از نقاط رابطه پاشندگی را در شکل (۲) رسم می‌کنیم، درحالی‌که نقاط بسیار بیشتری هستند که در رابطه پاشندگی صدق می‌کنند.



(a) $\varepsilon_d=4.2$



(b) $\varepsilon_d=6$

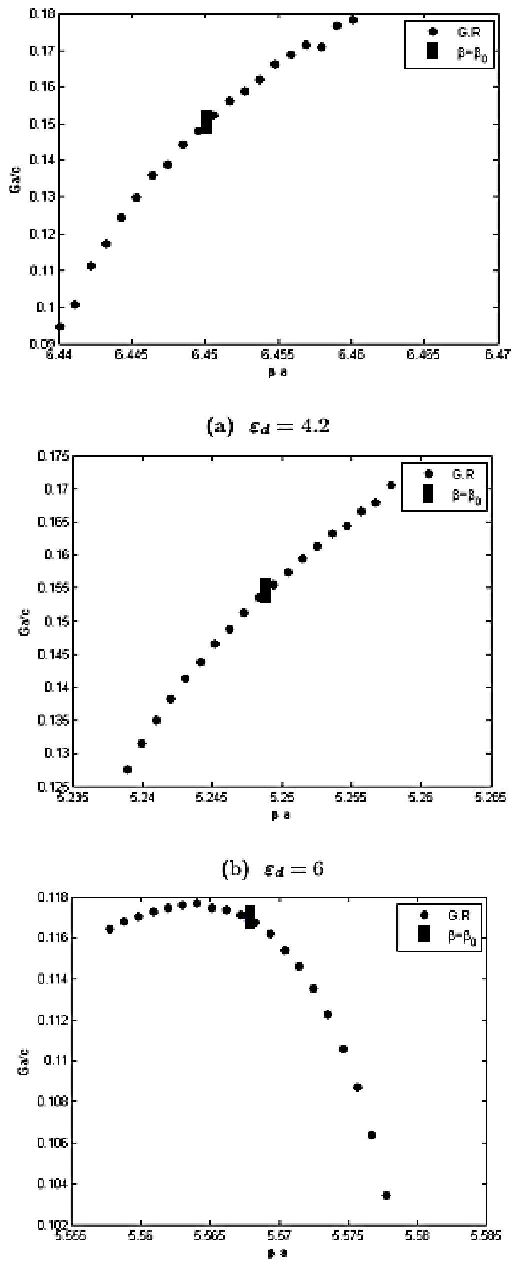


(c) $\varepsilon_d=9$

شکل (۲): نمودار مشخصه پاشندگی امواج الکترومغناطیسی آهسته در پیکربندی اول به‌ازای ثوابت دی‌الکتریک مختلف

لازم به ذکر است که توابع ماتیو بر اساس روابط بازگشتی ذکرشده در مرجع [۱۸] تعریف می‌شوند. در اینجا، فرکانس

پلاسما و فرکانس موج ω_p, ω با a/c بهنجار شده و پارامتر β با a بهنجار می‌شود، علاوه بر این، ما اثر باریکه الکترونی توپر دایره‌ای نسبیتی را به‌عنوان چشمه انرژی در تقویت موج آهسته برانگیخته‌شده در موجبر ترکیبی حاضر بررسی می‌کنیم. روش کلی برای به دست آوردن نرخ رشد زمانی موج این است که معادله پاشندگی برای فرکانس مختلط به‌صورت $\omega \to \omega + i\delta$ برای عدد موج حقیقی حل می‌شود [۱۹]. شکل (۳) تغییر نرخ رشد بهنجار شده Ga/c را برحسب طول‌موج بهنجار شده βa در یک فرکانس کار ثابت نشان می‌دهد.



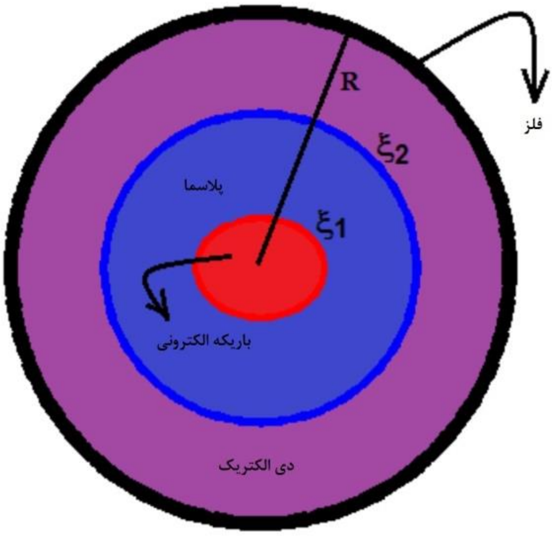
(a) $\varepsilon_d = 4.2$

(b) $\varepsilon_d = 6$

(c) $\varepsilon_d = 9$

شکل (۳): اثر ثابت دی‌الکتریک بر نرخ رشد موج آهسته در پیکربندی اول

تقویت موج در این ساختار به دلیل تابش چرنکوف است و زمانی رخ می‌دهد که الکترون‌های چشمه انرژی با سرعتی قابل‌مقایسه یا فراتر از سرعت فاز موج الکترومغناطیسی حرکت کنند. در این حالت انرژی از ذره (الکترونهای پر انرژی) به موج انتقال می‌یابد و در نتیجه کاهش سرعت ذرات و افزایش دامنه موج آهسته را در پی خواهد داشت.



شکل (۴). طرح پیکربندی دوم، موجبر ترکیبی با باریکه الکترونی و ستون پلاسمای بیضوی و روکش دی‌الکتریک محصورشده در دیواره فلزی دایره‌ای

با استفاده از رویکرد بخش قبل و معادلات ماکسول، مؤلفه‌های میدان الکتریکی و مغناطیسی در نواحی مختلف به‌صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned}
\delta E_z^{(1)} &= \sum_{m=0}^{\infty} A_m^1 Ce_m(\xi, q_1) ce_m(\eta, -q_1) e^{i(\omega t - \beta z + \delta)}, \\
\delta E_z^{(2)} &= \sum_{m=0}^{\infty} [A_m^2 Ce_m(\xi, -q_3) \\
&+ B_m^2 Fek_m(\xi, q_3)] ce_m(\eta, -q_3) e^{i(\omega t - \beta z + \delta)}, \\
\delta E_z^{(3)} &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_n^3}{Y_n(\alpha_2 R)} [Y_n(\alpha_2 R) J_n(\alpha_2 r) \\
&- Y_n(\alpha_2 r) J_n(\alpha_2 R)] \cos m\varphi e^{i(\omega t - \beta z + \delta)},
\end{aligned} \tag{۸}$$

و

$$\delta H_z^{(1)} = \sum_{m=1}^{\infty} B_m^1 Se_m(\xi,q_2) se_m(\eta,-q_2) e^{i(\omega t-\beta z+\delta)},$$

$$\delta H_z^{(2)} = \sum_{m=1}^{\infty} [C_m^2 Se_m(\xi,q_4) + D_m^2 Gek_m(\xi,q_4)] se_m(\eta,-q_4) e^{i(\omega t-\beta z+\delta)},$$

$$\delta H_z^{3} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n^3}{Y'_n(\tau_2 R)} [Y'_n(\tau_2 R) J_n(\tau_2 r) - Y_n(\tau_2 r) J'_n(\tau_2 R)] \sin n\varphi e^{i(\omega t-\beta z+\delta)},$$ (۹)

$$\delta E_\xi^{(1)} = \frac{-id_b}{h} \Big[\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\omega}{c} B_m^1 Se_m(\xi,-q_2) se'_m(\eta,-q_2) + \sum_{m=0}^{\infty} \beta A_m^1 Ce'_m(\xi,-q_1) ce_m(\xi,-q_1) \Big] e^{i(\omega t-\beta z+\delta)},$$

$$\delta E_\eta^{(1)} = \frac{-id_b}{h} \Big[-\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\omega}{c} B_m^1 Se'_m(\xi,-q_2) se_m(\eta,-q_2) + \sum_{m=0}^{\infty} \beta A_m^1 Ce_m(\xi,-q_1) ce'_m(\xi,-q_1) \Big] e^{i(\omega t-\beta z+\delta)},$$

$$\delta H_\xi^{(1)} = \frac{-id_b}{h} \Big[\sum_{m=1}^{\infty} \beta B_m^1 Se'_m(\xi,-q_2) se_m(\eta,-q_2) - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\omega \epsilon_b}{c} A_m^1 Ce_m(\xi,-q_1) ce'_m(\xi,-q_1) \Big] e^{i(\omega t-\beta z+\delta)},$$

که

$$\delta H_\eta^{(1)} = \frac{-id_b}{h} \Big[\sum_{m=1}^{\infty} \beta B_m^1 Se_m(\xi,-q_2) se'_m(\eta,-q - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\omega \epsilon_b}{c} A_m^1 Ce'_m(\xi,-q_1) ce_m(\xi,-q_1) \Big] e^{i(\omega t-\beta z+\delta)},$$ (۱۰)

و

$$\delta E_\xi^{(2)} = \frac{-id_p}{h} \Big[\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\omega}{c} [C_m^2 Se_m(\xi,-q_4) + D_m^2 Gek_m(\xi,q_4)] se'_m(\eta,-q_4) + \sum_{m=0}^{\infty} \beta [A_m^2 Ce'_m(\xi,-q_3) + B_m^2 Fek'_m(\xi,q_3)] ce_m(\eta,-q_3) \Big] \times e^{i(\omega t-\beta z+\delta)},$$

$$\delta E_\eta^{(2)} = \frac{-id_p}{h} \Big[-\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\omega}{c} [C_m^2 Se'_m(\xi,-q_4) + D_m^2 Gek'_m(\xi,q_4)] se_m(\eta,-q_4) + \sum_{m=0}^{\infty} \beta [A_m^2 Ce_m(\xi,-q_3) + B_m^2 Fek_m(\xi,q_3)] ce'_m(\eta,-q_3) \Big] \times e^{i(\omega t-\beta z+\delta)},$$

$$\delta H_\xi^{(2)} = \frac{-id_p}{h} \Big[\sum_{m=1}^{\infty} \beta [C_m^2 Se'_m(\xi,-q_4) + D_m^2 Gek'_m(\xi,q_4)] se_m(\eta,-q_4) - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\omega \epsilon_p}{c} [A_m^2 Ce_m(\xi,-q_3) + B_m^2 Fek_m(\xi,q_3)] ce'_m(\eta,-q_3) \Big] \times e^{i(\omega t-\beta z+\delta)},$$

$$\delta H_\eta^{(2)} = \frac{-id_p}{h} \Big[\sum_{m=1}^{\infty} \beta [C_m^2 Se_m(\xi,-q_4) + D_m^2 Gek_m(\xi,q_4)] se'_m(\eta,-q_4) + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\omega \epsilon_p}{c} [A_m^2 Ce'_m(\xi,-q_3) + B_m^2 Fek'_m(\xi,q_3)] ce_m(\eta,-q_3) \Big] \times e^{i(\omega t-\beta z+\delta)},$$

(۱۱)

و

$$\delta E_r^{(3)} = -id_d\left[\sum_{n=1}^{\infty}\frac{C_n^3}{Y'_n(\tau_2R)}\frac{\omega}{c}\frac{n}{r}[Y'_n(\tau_2R)J_n(\tau_2r) - J'_n(\tau_2R)Y_n(\tau_2r)] + \sum_{n=0}^{\infty}\frac{A_n^3}{Y_n(\alpha_2R)}\beta[Y_n(\alpha_2R)J'_n(\alpha_2r) - J_n(\alpha_2R)Y'_n(\alpha_2r)]\right]\times \cos n\varphi e^{i(\omega t-\beta z+\delta)},$$

$$\delta E_\varphi^{(3)} = id_d\left[\sum_{n=1}^{\infty}\frac{C_n^3}{Y'_n(\tau_2R)}\frac{\omega}{c}Y'_n(\tau_2R)J'_n(\tau_2r) - J'_n(\tau_2R)Y'_n(\tau_2r)] + \sum_{n=0}^{\infty}\frac{A_n^3}{Y_n(\alpha_2R)}beta\frac{n}{r}[Y_n(\alpha_2R)J_n(\alpha_2r) - J_n(\alpha_2R)Y_n(\alpha_2r)]\right]\times \sin n\varphi e^{i(\omega t-\beta z+\delta)},$$

$$\delta H_r^{(3)} = -id_d\left[\sum_{n=1}^{\infty}\frac{C_n^3}{Y'_n(\tau_2R)}beta[Y'_n(\tau_2R)J'_n(\tau_2r) - J'_n(\tau_2R)Y'_n(\tau_2r)] + \sum_{n=0}^{\infty}\frac{A_n^2}{Y_n(\alpha_2R)}\frac{\omega\epsilon_d}{c}\frac{n}{r}[Y_n(\alpha_2R)J_n(\alpha_2r) - J_n(\alpha_2R)Y_n(\alpha_2r)]\right]\times \sin n\varphi e^{i(\omega t-\beta z+\delta)},$$

$$\delta H_\varphi^{(3)} = -id_d\left[\sum_{n=1}^{\infty}\frac{C_n^3}{Y'_n(\tau_2R)}beta\frac{n}{r}\frac{n}{r}[Y'_n(\tau_2R)J_n(\tau_2r) - J'_n(\tau_2R)Y_n(\tau_2r)] + \sum_{n=0}^{\infty}\frac{A_n^3}{Y_n(\alpha_2R)}\frac{\omega\epsilon_d}{c}[Y_n(\alpha_2R)J'_n(\alpha_2r) - J_n(\alpha_2R)Y'_n(\alpha_2r)]\right]\times \cos n\varphi e^{i(\omega t-\beta z+\delta)},$$

(۱۲)

۳-۲- معادله پاشندگی و نرخ رشد زمانی

مشابه زیر بخش ۲-۲، با اعمال شرایط مرزی پیوستگی مؤلفه‌های مماسی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی، معادله پاشندگی به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$detC' = 0,$$

که C' به شکل زیر است:

$$C' = \begin{pmatrix} c'_1 & c'_2 & c'_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c'_4 & c'_5 & c'_6 & 0 & 0 \\ 0 & c'_7 & c'_8 & 0 & 0 & 0 & c'_9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c'_{10} & c'_{11} & 0 & c'_{12} \\ c'_{13} & c'_{14} & c'_{15} & c'_{16} & c'_{17} & c'_{18} & 0 & 0 \\ c'_{19} & c'_{20} & c'_{21} & c'_{22} & c'_{23} & c'_{24} & 0 & 0 \\ 0 & c'_{25} & c'_{26} & 0 & c'_{27} & c'_{28} & c'_{29} & c'_{30} \\ 0 & c'_{31} & c'_{32} & 0 & c'_{33} & c'_{34} & c'_{35} & c'_{36} \end{pmatrix}$$

عناصر ماتریس C' به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$c'_1 = -s_{01}Ce_1(\xi_1,-q_1),$$
$$c'_2 = s_{02}Ce_1(\xi_1,-q_3),$$
$$c'_3 = s_{02}Fek_1(\xi_1,q_3),$$
$$c'_4 = -s_{03}Se_1(\xi_1,-q_2),$$
$$c'_5 = s_{04}Se_1(\xi_1,-q_4),$$
$$c'_6 = s_{04}Gek_1(\xi_1,q_4),$$
$$c'_7 = s_{02}Ce_1(\xi_2,-q_3),$$
$$c'_8 = s_{02}Fek_1(\xi_2,q_3),$$
$$c'_9 = -s_1 + s_2\frac{J_1(\alpha_2R)}{Y_1(\alpha_2R)},$$
$$c'_{10} = s_{04}Se_1(\xi_2,-q_4),$$
$$c'_{11} = s_{04}Gek_1(\xi_2,q_4),$$
$$c'_{12} = -s_3 + s_4\frac{J'_1(\tau_2R)}{Y'_1(\tau_2R)},$$
$$c'_{13} = \frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_b - \beta^2)}s_{05}Ce_1(\xi_1,-q_1),$$
$$c'_{14} = -\frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p - \beta^2)}s_{06}Ce_1(\xi_1,-q_1),$$
$$c'_{15} = -\frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p - \beta^2)}s_{06}Fek_1(\xi_1,q_1),$$
$$c'_{16} = -\frac{\omega}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_b - \beta^2)c}s_{03}Se'_1(\xi_1,-q_2),$$
$$c'_{17} = \frac{\omega}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p - \beta^2)c}s_{04}Se'_1(\xi_1,-q_4),$$
$$c'_{18} = \frac{\omega}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p - \beta^2)c}s_{04}Gek'_1(\xi_1,q_4),$$
$$c'_{19} = -\frac{\omega\varepsilon_b}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_b - \beta^2)c}s_{01}Ce'_1(\xi_1,-q_1),$$
$$c'_{20} = -\frac{\omega\varepsilon_p}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p - \beta^2)c}s_{02}Ce'_1(\xi_1,-q_2),$$
$$c'_{21} = -\frac{\omega\varepsilon_p}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p - \beta^2)c}s_{02}Fek'_1(\xi_1,q_2),$$
$$c'_{22} = \frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_b - \beta^2)}s_{07}Se_1(\xi_1,-q_2),$$

$$c'_{23} = -\frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p - \beta^2)} s_{08} Se_1(\xi_1, -q_4),$$

$$c'_{24} = -\frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p - \beta^2)} s_{08} Gek_1(\xi_1, q_4),$$

$$c'_{25} = \frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p - \beta^2)a} s_{06} Ce_1(\xi_2, -q_3),$$

$$c'_{26} = \frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p - \beta^2)a} s_{06} Fek_1(\xi_2, q_3),$$

$$c'_{27} = -\frac{\omega}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p - \beta^2)ac} s_{04} Se'_1(\xi_2, -q_4),$$

$$c'_{28} = -\frac{\omega}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p - \beta^2)ac} s_{04} Gek'_1(\xi_2, q_4),$$

$${}'_{29} = -\frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_d - \beta^2)}[s_7 - s_{11} - (s_8 - s_{12})\frac{J_1(\alpha_2 R)}{Y_1(\alpha_2 R)}],$$

$$c'_{30} = -\frac{\omega}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_d - \beta^2)}[s_5 - s_9 - (s_6 - s_{10})\frac{J'_1(\tau_2 R)}{Y'_1(\tau_2 R)}],$$

$$c'_{31} = \frac{\omega\varepsilon_p}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p - \beta^2)ac} s_{02} Ce'_1(\xi_2, -q_3),$$

$$c'_{32} = \frac{\omega\varepsilon_p}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p - \beta^2)ac} s_{35} Fek'_1(\xi_4, q_3),$$

$$c'_{33} = -\frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p - \beta^2)} s_{08} Se_1(\xi_2, -q_4),$$

$$c'_{34} = -\frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p - \beta^2)} s_{08} Gek_1(\xi_2, q_4),$$

$$c'_{35} = -\frac{\omega\varepsilon_d}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_d - \beta^2)c}[s_{15} + s_{19} - (s_{16} + s_{20})\frac{J_1(\alpha_2 R)}{Y_1(\alpha_2 R)}],$$

$$c'_{36} = -\frac{\beta}{(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{d_2} - \beta^2)}[s_{13} + s_{17} - (s_{14} + s_{18})\frac{J'_1(\tau_2 R)}{Y'_1(\tau_2 R)}],$$

و:

$$s_{01} = \int_0^{2\pi} [ce_1(\eta, -q_1) ce_1(\eta, -q_3)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_{02} = \int_0^{2\pi} [ce_1(\eta, -q_3) ce_1(\eta, -q_3)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_{03} = \int_0^{2\pi} [se_1(\eta, -q_2) se_1(\eta, -q_4)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_{04} = \int_0^{2\pi} [se_1(\eta, -q_4) se_1(\eta, -q_4)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_{05} = \int_0^{2\pi} [ce'_1(\eta, -q_1) se_1(\eta, -q_4)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_{06} = \int_0^{2\pi} [ce'_1(\eta, -q_3) se_1(\eta, -q_4)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_{07} = \int_0^{2\pi} [se'_1(\eta, -q_2) ce_1(\eta, -q_3)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_{08} = \int_0^{2\pi} [se'_1(\eta, -q_4) ce_1(\eta, -q_3)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_1 = \int_0^{2\pi} [J_1(\alpha_2\rho)\cos\phi ce_1(\eta, -q_3)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_2 = \int_0^{2\pi} [Y_1(\alpha_2\rho)\cos\phi e_1(\eta, -q_3)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_3 = \int_0^{2\pi} [J_1(\tau_2\rho)\sin\phi se_1(\eta, -q_3)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_4 = \int_0^{2\pi} [Y_1(\tau_2\rho)\sin\phi se_1(\eta, -q_3)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_5 = \int_0^{2\pi} [\frac{X'_M}{\rho} J_1(\tau_2\rho)\cos\phi se_1(\eta, -q_4)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_6 = \int_0^{2\pi} [\frac{X'_M}{\rho} Y_1(\tau_2\rho)\cos\phi se_1(\eta, -q_4)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_7 = \int_0^{2\pi} [X'_M J'_1(\alpha_2\rho)\cos\phi se_1(\eta, -q_4)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_8 = \int_0^{2\pi} [X'_M Y'_1(\alpha_2\rho)\cos\phi se_1(\eta, -q_4)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_9 = \int_0^{2\pi} [X'_P J'_1(\tau_2\rho)\sin\phi se_1(\eta, -q_4)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_{10} = \int_0^{2\pi} [X'_P Y'_1(\tau_2\rho)\sin\phi se_1(\eta, -q_4)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_{11} = \int_0^{2\pi} [\frac{X'_P}{\rho} J_1(\alpha_2\rho)\sin\phi se_1(\eta, -q_4)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_{12} = \int_0^{2\pi} [\frac{X'_P}{\rho} Y_1(\alpha_2\rho)\sin\phi se_1(\eta, -q_4)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_{13} = \int_0^{2\pi} [X'_M J'_1(\tau_2\rho)\sin\phi ce_1(\eta, -q_3)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_{14} = \int_0^{2\pi} [X'_M Y'_1(\tau_2\rho)\sin\phi ce_1(\eta, -q_3)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_{15} = \int_0^{2\pi} [\frac{X'_M}{\rho} J_1(\alpha_2\rho)\sin\phi ce_1(\eta, -q_3)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_{16} = \int_0^{2\pi} [\frac{X'_M}{\rho} Y_1(\alpha_2\rho)\sin\phi ce_1(\eta, -q_3)]|_{\xi_d} d\eta,$$

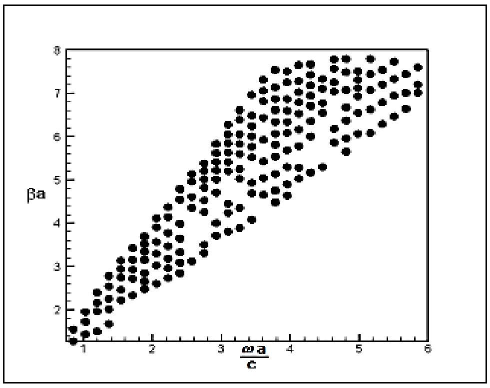
$$s_{17} = \int_0^{2\pi} [\frac{X'_P}{\rho} J_1(\tau_2\rho)\cos\phi ce_1(\eta, -q_3)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_{18} = \int_0^{2\pi} [\frac{X'_P}{\rho} Y_1(\tau_2\rho)\cos\phi ce_1(\eta, -q_3)]|_{\xi_d} d\eta,$$

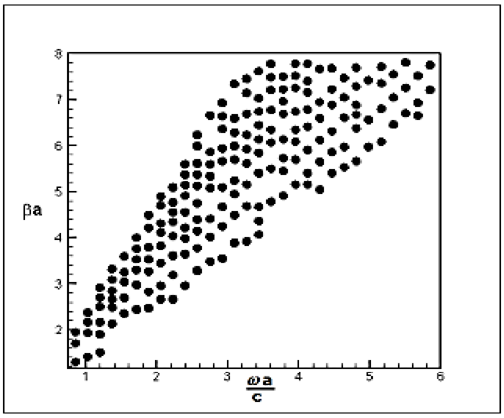
$$s_{19} = \int_0^{2\pi} [X'_P J'_1(\alpha_2\rho)\cos\phi ce_1(\eta, -q_3)]|_{\xi_d} d\eta,$$

$$s_{20} = \int_0^{2\pi} [X'_P Y'_1(\alpha_2\rho)\cos\phi ce_1(\eta, -q_3)]|_{\xi_d} d\eta,$$

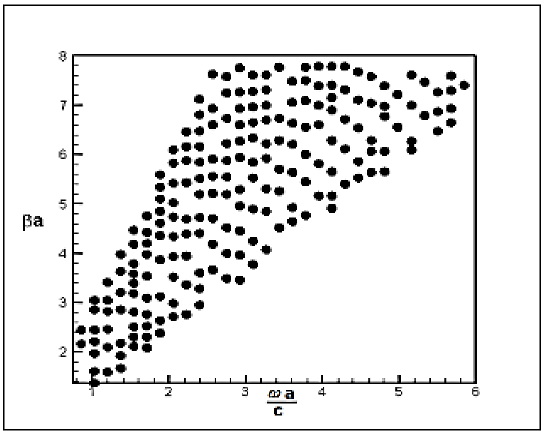
طیف فرکانسی امواج هیبریدی برانگیخته‌شده در موجبر مذکور در این بخش در شکل (۵) نشان داده شده است.



(a) $\varepsilon_d = 4.2$



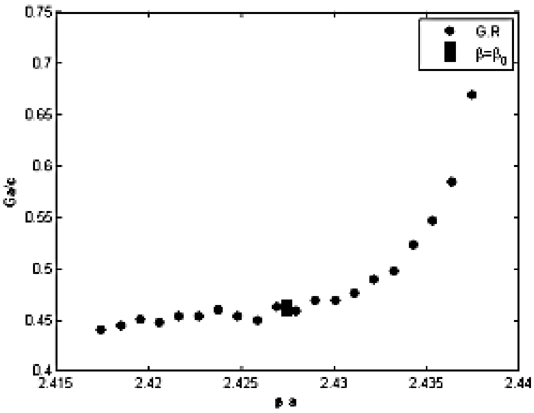
(b) $\varepsilon_d = 6$



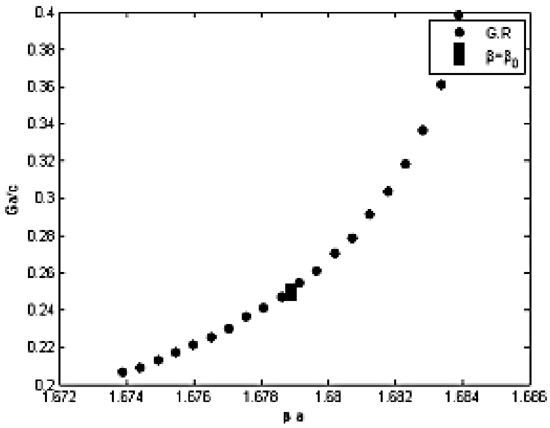
(c) $\varepsilon_d = 9$

شکل (۵). نمودار پاشندگی مشخصه امواج الکترومغناطیسی آهسته در پیکربندی دوم

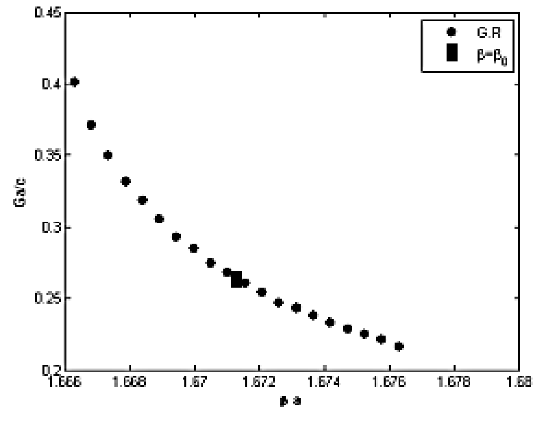
از سوی دیگر، به دلیل وجود چشمه انرژی شامل باریکه الکترونی نسبیتی بیضوی، فرکانس موج برانگیخته با یک قسمت موهومی مثبت برای یک عدد موج حقیقی پیچیده خواهد بود که منجر به رشد دامنه موج می‌شود. در شکل (۶)، نرخ رشد بهنجار شده موج در یک حالت خاص برای پیکربندی دوم رسم شده است.



(a) $\varepsilon_d = 4.2$



(b) $\varepsilon_d = 6$



(c) $\varepsilon_d = 9$

شکل (۶). نرخ رشد موج آهسته در عدد موج کار برحسب βa ، در پیکربندی دوم

همان گونه که از شکل‌های (۳) و (۶) مشخص است، نرخ رشد موج آهسته به‌شدت وابسته به ثابت دی‌الکتریک است و این

مسئله بدیهی به نظر می‌رسد زیرا همان‌طور که می‌دانیم سرعت موج در محیط تابع گذردهی دی‌الکتریک آن محیط است. اما علی‌رغم آنکه انتظار می‌رود با افزایش ثابت دی‌الکتریک و انعکاس بیشتر موج به داخل ناحیه فعال موجبر یعنی محیط پلاسما و درنتیجه احتمال کسب انرژی بیشتر از باریکه الکترونی، نرخ رشد آن افزایش یابد؛ اما شکل (۶) نشان می‌دهد که همواره این‌گونه نیست. پدیده نمایان شده در شکل (۶) و همچنین شکل (۳) بدین صورت قابل توضیح است که نرخ رشد موج علاوه بر ثابت دی‌الکتریک به عوامل دیگری همچون پروفایل شدت میدان الکتریکی طولی E_z، عدد موج و... بستگی دارد و چون نرخ رشد موج با مقادیر یکسان عدد موج در حالت‌های مختلف برآورد نشده بنابراین رابطه مستقیمی بین میزان تقویت موج با ثابت دی‌الکتریک قابل انتظار نیست.

۴- خلاصه و نتیجه‌گیری

در این کار ما مؤلفه‌های میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی را در دو موجبر ترکیبی فلزی شامل باریکهٔ الکترونی دایره‌ای در پس‌زمینهٔ پلاسما باروکش بیضی دی‌الکتریک و نیز برای باریکه الکترونی بیضوی در پس‌زمینهٔ پلاسما با روکش دایره‌ای دی‌الکتریک ارائه کردیم.

رابطه پاشندگی امواج الکترومغناطیسی منتشرشده در پیکربندی‌های در نظر گرفته‌شده ترسیم‌شده است. با به دست آوردن فرکانس کار، نرخ رشد زمانی مدهای هیبریدی مطالعه قرار گرفته‌اند. در اینجا ذکر می‌شود که در این مقاله از اثرات مختلف صرف‌نظر شده، مورد خاصی بررسی گردیده، یک مقدار معمول برای پارامترها در نظر گرفته‌شده و نتایج به طور تقریبی در پیکربندی‌های در نظر گرفته‌شده و تنها برای یک حالت خاص مورد تجزیه‌وتحلیل قرار گرفته است.

۵- مراجع

[1] B. Shokri and B. Jazi, "Spatial growth rate and field profiles of symmetric mode in a rod dielectric Čerenkov maser with a magnetized plasma column," Phys. Lett. A, vol. 336, no. 6, pp. 477-489, 2005

[2] J. Zheng, C. Yu, Z. Zheng, and K. Tanaka, "Cherenkov radiation generated by a beam of electrons revisited," Phys. Plasmas, vol. 12, no. 9, pp. 93-105, 2005.

[3] P. D. Coleman and C. Enderby, "Megavolt electronics Cerenkov coupler for the production of millimeter and submillimeter waves," J. Appl. Phys, vol. 31, no.9, pp. 1695-1696, 1960.

[4] B. Jazi, Z. Rahmani, E. Heidari-Semiromi, and A. Abdoli-Arani, "Time growth rate and field profiles of hybrid modes excited by a relativistic elliptical electron beam in an elliptical metallic waveguide with dielectric rod," Phys. Plasmas, vol. 19, no. 10, pp. 102-110, 2012.

[5] A. Malakzadeh and M. Ahmadi, "Analytical Design and Simulation of a Corrugated Rectangular Waveguide Based on the Principles of the Backward-Wave Oscillator for Communication Band of THz Regime to Work in Troposphere," Scientific Journal of Applied Electromagnetics, vol. 7, no. 2, pp. 25-32, 2020. (In Persian)

[6] M. Rouhani and B. Maraghechi, "Wave-mode dispersions in a relativistic electron beam with ion-channel guiding," Phys. Plasmas, vol. 13, no. 8, pp. 083-101, 2006.

[7] L .Shenggang, Y. Yang, M. Jie, and D. M. Manos, "Theory of wave propagation along a waveguide filled with moving magnetized plasma," Phys. Rev. E, vol. 65, no. 3, p. 036411, 2002.

[8] R. Bhatt and C. Chen, "Theory and simulation of nonrelativistic elliptic-beam formation with one-dimensional Child-Langmuir flow characteristics," Phys. Rev. ST Accel. Beams, vol. 8, no. 1, p. 014201, 2005.

[9] S. J. Russell, Z.-F. Wang, W. B. Haynes, R. M. Wheat, Jr., B. E. Carlsten, L. M. Earley, S. Humphries, Jr., and P. Ferguson, "First observation of elliptical sheet beam formation with an asymmetric solenoid lens," Phys. Rev. ST Accel. Beams, vol. 8, no. 8, pp. 080401, 2005.

[10] R. J. Bhatt, "Inverse problems in elliptic charged-particle beams," Massachusetts Institute of Technology, 2006.

[11] J. Zhou, R. Bhatt, and C. Chen, "Cold-fluid theory of equilibrium and stability of a high-intensity periodically twisted ellipse-shaped charged-particle beam," Phys. Rev. ST Accel. Beams, vol. 9, no. 3, pp. 034401, 2006.

[12] G. Caryotakis, A. Krasnykh, M. Neubauer, R. Phillips, G. Scheitrum, D. Sprehn, R. Steele, A. Jensen, and D. Smithe, "Design of a 11.4 GHz, 150-MW, Sheet Beam, PPM-Focused Klystron," AIP Conference Proceedings, vol. 691, no. 1, pp. 22-33, 2003.

[13] B. E. Carlsten, "Modal analysis and gain calculations for a sheet electron beam in a ridged waveguide slow-wave structure," Phys. Plasmas, vol. 9, no. 12, pp. 5088-5096, 2002.

[14] H. Freund and T. Abu-Elfadl, "Linearized field theory of a Smith-Purcell traveling wave tube," IEEE Trans. Plasma Sci., vol. 32, no. 3, pp. 1015-1027, 2004.

[15] A. E. Brainerd, C. Chen, and J. Zhou, "Space-charge waves on relativistic elliptic electron beams," J. Appl. Phys, vol. 106, no. 2, pp. 023310, 2009.

[16] B. Jazi and B .Shokri, "Excitation of electromagnetic surface waves by an annular electron beam in a plasma waveguide with a dielectric rod and a magnetized plasma column," Plasma Phys. Controlled Fusion, vol. 47, no. 1, pp. 37-47, 2005.

[17] M. A. K. n. M. Birau ,M.V. Kuzelev, A.A. Rukhadze, "Topicals Problems," Phys.-Usp., vol. 40, pp. 975-992, 1997.

[18] N. W. McLachlan, "Theory and Applications of Mathieu Functions", Dover, New York, 1964.

[19] Z. Rahmani, E. Heidari-Semiromi, and S. Safari, “Excitation of THz hybrid modes in an elliptical dielectric rod waveguide with a cold collisionless unmagnetized plasma column by an annular electron beam,’’ Phys. Plasmas, vol. 23, no. 6, pp. 062113, 2016.