

Numerical Simulation of Floating of Objects by Pressure Correction in SPH Method with Delta and Shift Algorithms

Pirkhalili, A.A

Rostami Varnoosfaderani, M

Dehghan Manshadi, M^{id}

Maleke-ashtar University of Technology

(Received: 2022/07/26 ; revised: 2022/11/29 ; Accepted: 2023/02/09 ; published: 2023/03/02)

DOR: <https://dorl.net/dor/20.1001.1.23223278.1401.11.2.3.7>

ABSTRACT

In this paper, the Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method with dynamic boundary condition has been used for two-dimensional simulation of floating of objects. Severe fluctuations in the pressure and velocity fields are one of the major problems in this method. In this paper, the fluctuations have been corrected using Delta and Shift algorithms. The simulation was numerically performed with three viscosity models including real fluid viscosity (laminar and turbulent), ideal fluid (without viscosity) and artificial viscosity. Validation of this method indicated that in the case of artificial viscosity as well as ideal fluid, the Delta algorithm should be used, and in the case of real fluid viscosity, the Delta and Shift algorithms should be used in order to obtain a good agreement with experimental data. Finally, by simulating the floating experiment with the obtained optimal numerical models, the results showed that the optimal method in the case of real fluid viscosity had a better performance in modeling the horizontal, vertical and rotational movements of the floating body than other optimal methods.

Keywords: SPH, Viscosity Models, Pressure and Velocity Correction Algorithms, Floating.

شبیه‌سازی عددی شناوری اجسام با اصلاح فشار در روش SPH با الگوریتم‌های دلتا و شیفت

مجتبی دهقان منشادی^۳

محمد رستمی ورنوسفادرانی^{۲*}

علی اصغر پیر خلیلی^۱

دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

(دریافت: ۱۴۰۱/۰۵/۰۴، بازنگری: ۱۴۰۱/۰۹/۰۸، پذیرش: ۱۴۰۱/۱۱/۲۰، انتشار: ۱۴۰۱/۱۲/۱۱)

چکیده

در این مقاله از روش هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH) با شرط مرزی دینامیک برای شبیه‌سازی دوبعدی شناوری اجسام استفاده شده است. نوسانات شدید در میدان فشار و سرعت یکی از مشکلات عمده در این روش است. در این مقاله، نوسانات با استفاده از الگوریتم‌های دلتا و شیفت اصلاح شده‌اند. شبیه‌سازی عددی با سه مدل لزجت شامل لزجت واقعی سیال (لایه‌ای و آشفته)، سیال ایدئال (بدون لزجت) و لزجت مصنوعی انجام شد. اعتبارسنجی این روش حاکی از آن بود که در حالت لزجت مصنوعی و همچنین سیال ایدئال باید از الگوریتم دلتا و در حالت لزجت واقعی سیال باید از الگوریتم‌های دلتا و شیفت استفاده کرد تا تطابق خوبی با داده‌های آزمایشگاهی حاصل شود. نهایتاً با شبیه‌سازی آزمایش شناوری با مدل‌های عددی بهینه به دست آمده، نتایج بیانگر این بودند که روش بهینه در حالت لزجت واقعی سیال نسبت به روش‌های بهینه دیگر، عملکرد بهتری در مدل‌سازی حرکت‌های افقی، عمودی و چرخشی جسم شناور داشته است.

واژه‌های کلیدی: هیدرودینامیک ذرات هموار، مدل‌های لزجت، الگوریتم‌های تصحیح فشار و سرعت، شناوری.

۱- کارشناسی ارشد: Alia920092@gmail.com

۲- استادیار (نویسنده پاسخگو): Rostamivf@aut.ac.ir

۳- استاد: Dehghanmanshadi@gmail.com

فهرست علائم و اختصارات

A_{FSC}	ضریب تصحیح سطح آزاد
A_{FSM}	حداکثر مقدار واگرایی ذرات
A_{FST}	آستانه سطح آزاد
c_0	سرعت صوت به ازای چگالی مرجع (m/s)
C_s	ثابت اسمانگورینسکی
D_F	ضریب انتشار
dp	فاصله اولیه بین ذرات (m)
$ f_a $	نیرو در واحد جرم برای ذره a
g	شتاب گرانشی (m/s^2)
h	طول هموارساز (m)
Hz	هرتز
I	ممان اینرسی
m_b	جرم ذره b (kg)
p_b	فشار ذره b (pa)
R_0	مرکز جرم

علائم یونانی

α	ضریب ویسکوزیته مصنوعی
Γ	ترم دیفیوژن در معادله مومنتوم
γ	گاما - ثابت پلی تروپیک در معادله حالت
Δl	فاصله ذره تا ذره (m)
Δt	گام زمانی متغیر (s)
$\nabla \cdot r$	واگرایی ذرات
δ_{ij}	دلتهای کرونای کر
δ_ϕ	ضریب دلته
δr_s	فاصله انتقال ذرات
ν_0	لزجت سینماتیکی (m^2/s)
ν_t	لزجت گردابی آشفته
Π_{ab}	ویسکوزیته مصنوعی (a و b ذرات دلخواه هستند)
ρ_b	چگالی ذره b ($\frac{kg}{m^3}$)
τ	تانسور تنش SPS
Ω	سرعت چرخشی

۱- مقدمه

اجسام شناور روی سطح آزاد به یک مسئله جالب در مهندسی دریا و سواحل به ویژه در کاربرد هیدرودینامیک کشتی تبدیل شده است. در این مورد، محققین معمولاً به دلیل هزینه‌های زیاد، انجام شبیه‌سازی رایانه‌ای را نسبت به آزمایش مستقیم ترجیح می‌دهند. معروف ترین روش‌های عددی برای انجام

شبیه‌سازی رایانه‌ای عبارت اند از روش اجزای محدود^۱، روش تفاضل محدود^۲، روش حجم محدود^۳ و روش هیدرودینامیک ذرات هموار^۴. روش اجزای محدود، تفاضل محدود و حجم محدود همگی روش‌های مبتنی بر شبکه هستند که پیاده‌سازی آنها در شبیه‌سازی اجسام شناور بسیار دشوار است. در مقابل، SPH قابلیت شبیه‌سازی اجسام شناور در سطح آزاد را دارد. روش SPH یک روش بدون شبکه لاگرانژی است که در آن سیال نسبتاً تراکم پذیر در نظر گرفته می‌شود و فشار از معادله حالت به دست می‌آید. این روش توسط لوسی [۱] و گینگولد و موناکان [۲] برای حل مسائل اختریفی یک ابداع شد و توسط موناکان [۳] برای شبیه‌سازی جریان‌های سطح آزاد توسعه یافت. این روش به طور گسترده در حل مسائل مختلف علمی و مهندسی مانند سونامی، شکستن سد، سیل، موج شکن و برخورد موج آب با اجسام شناور استفاده شده است. پن و همکاران [۴] برای صحت سنجی مدل SPH خود ابتدا نیروی وارد بر ستون تحت اثر شکست سد و حرکات القایی موج به یک مکعب شناور را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کردند. مقایسه نتایج، حکایت از درستی مدل مورد نظر داشت. در نهایت آنها حرکات یک سکوی پایه کششی را تحت تاثیر برخورد موج تنها شبیه‌سازی کرده و نیروهای وارد بر سکو را به دست آوردند. پریامبادا و تارویدی [۵] به بررسی اثر امواج آب روی جسم شناور با به کارگیری کد دوئال اس‌فیزیکس^۵ پرداختند. برای ارزیابی جابجایی عمودی جسم شناور، فرکانس حرکت موج ساز پیستون شکل از ۰/۱ تا ۰/۶ Hz تغییر می‌کرد. با توجه به نتایج، بیشترین جابجایی عمودی جسم شناور زمانی اتفاق می‌افتد که فرکانس حرکت پیستون ۰/۳ Hz باشد. در محدوده ۰/۴ تا ۰/۶ Hz برای فرکانس حرکت پیستون، بیشترین فشار از سمت آب به جسم شناور وارد شده که موجب می‌شود سریعتر از سایر مقادیر فرکانس پیستون، جسم به زیر سطح آب هل داده شده و غرق شود. بوروشنکو و کانلاس [۶] نیز با استفاده از کد دوئال اس‌فیزیکس به بررسی برخورد آب، حرکات سیال و حرکات اجسام در حین ورود به آب و خروج از آن پرداختند. شبیه‌سازی‌های ورود استوانه شناور با چگالی نصف و برابر با چگالی آب و خروج جسم از آب، با مطالعات عددی و

1 - FEM
2 - FDM
3 - FVM
4 - SPH
5 - DualSPHysics

در این مقاله از روش SPH به کاررفته در کد متن باز دوئال اس-فیزیکس^۱ برای شبیه سازی دوبعدی برخورد موج آب با یک جسم شناور استفاده شده و نتایج حاصل از شبیه سازی عددی نیز با داده های آزمایشگاهی مربوطه مقایسه شده اند. این شبیه سازی در سه حالت جریان واقعی (لزجت لایه ای و آشفته)، سیال ایدئال (بدون در نظر گرفتن ترم های لزج) و لزجت مصنوعی انجام شده است. نوسانات شدید در میدان فشار و سرعت یکی از مشکلات عمده در این روش است که برای اصلاح فشار و سرعت از الگوریتم های دلتا و شیفت استفاده می شود. اعتبارسنجی روش عددی نیز با مدل سازی یک آزمایش شکست سد سه بعدی صورت گرفته و مدل های عددی مناسب به ازای هر سه حالت لزجت، انتخاب شده اند. نوآوری این مقاله در اصلاح مقادیر نیرو می باشد که خطای مقادیر نیرو نیز ناشی از خطای روش SPH در محاسبه فشار است. این خطا و نوسانات، ناشی از به کار بردن معادله حالت برای محاسبه فشار و نوع گسسته سازی هستند. همچنین اعمال انواع مدل های لزجت در معادلات مومنتوم، اثر زیادی در افزایش این خطاها دارد. در واقع در این مقاله، کاربرد روش های اصلاح فشار برای مدل سازی شناوری اجسام با سه مدل لزجت و مقایسه بین دقت نتایج آنها در مقایسه با داده های تجربی، بررسی شده است.

۲- معادلات حاکم و روش عددی

معادلات حاکم بر جریان سیال عبارت اند از معادله بقای جرم و معادله بقای مومنتوم. معادله بقای مومنتوم در یک محیط پیوسته به صورت زیر است:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g} + \mathbf{\Gamma} \quad (1)$$

که در آن $\mathbf{\Gamma}$ ترم دیفیوژن و \mathbf{g} شتاب گرانشی است [۱۱]. در این مقاله لزجت در سه حالت بررسی می شود؛ حالت اول لزجت مصنوعی، حالت دوم بدون لزجت (سیال ایده آل) و حالت سوم لزجت واقعی می باشند. برای گسسته سازی معادلات حاکم از روش SPH استفاده می شود. در این روش، میدان سیال به ذرات ریز زیادی گسسته سازی شده و هر ذره نیز دارای خواص فیزیکی خاصی مانند موقعیت، جرم، چگالی، سرعت، شتاب و فشار است. با توجه به خصوصیات فیزیکی ذرات همسایه، معادلات بقای جرم و مومنتوم در محل هر یک از ذرات، انتگرال

آزمایشگاهی قبلی مورد مقایسه قرار گرفت که از لحاظ پدیده نفوذ، ارزیابی سطح آزاد و حرکت شناسی جسم، به خوبی مطابقت می کند. دومینگز و همکاران [۷] نیز به شبیه سازی حرکت سازه های شناور به همراه لنگر با استفاده از روش SPH پرداختند. تطابق خوبی بین نتایج عددی و تجربی برای حرکات افقی، عمودی و چرخشی جسم شناور و همچنین برای کشش در طناب های لنگر جلو و عقب شناور به دست آمد. لیو و وانگ [۸] با استفاده از روش SPH به مطالعه چهار نوع موج شکن شناور شامل موج شکن مستطیلی دوتایی، مستطیلی تک، دایره-ای دوتایی و دایره ای تک پرداختند. نتایج آنها بیانگر این است که عملکرد موج شکن ها به عمق غوطه وری بسیار حساس است. آنها همچنین بیان کردند که هرچه موج شکن ها بزرگتر و سبک تر باشند، عملکرد بهتری داشته و موج شکن مستطیلی دوتایی نیز بهترین عملکرد را در تضعیف امواج دارد. چنگ و همکاران [۹] با افزودن یک کیسه هوای استوانه ای به یک مکعب، یک موج شکن شناور جدید را طراحی نمودند. آنها در ابتدا روش عددی مبتنی بر SPH خود را در مقایسه با داده های آزمایشگاهی اعتبارسنجی کردند. در نهایت با مطالعه تاثیر پارامترهای هندسی و فیزیکی بر ویژگی های هیدرودینامیکی موج شکن شناور با استفاده از شبیه سازی های عددی از طریق روش معتبر، به این نتیجه رسیدند که طراحی جدید موج شکن موجب بهبود عملکرد آن شده اما این بهبود عملکرد با افزایش ارتفاع موج، تضعیف شده و با افزایش دوره تناوب موج، تقویت می شود. چو و همکاران [۱۰] با استفاده از روش SPH به بررسی برهم کنش بین موج آب با یک جعبه مستطیلی نیمه غوطه ور در حالت دوبعدی پرداختند. آنها بیان کردند که با افزایش تعداد ذرات، مقادیر اندازه گیری شده فشار روی سطوح جعبه در تطابق خوبی با داده های آزمایشگاهی و همچنین نتایج حاصل از نظریه جریان پتانسیل خطی قرار دارند. آنها همچنین عنوان کردند که روش SPH توانسته است فیزیک جالبی از این مسئله از جمله ریزش مکرر گردابه از گوشه های غوطه ور شده جعبه را به تصویر بکشد که در نظریه جریان پتانسیل از بین رفته بود. نکته قابل ذکر در تمامی این پژوهش ها این است که برای مدلسازی پدیده شناوری با روش SPH، تنها از یک مدل برای شبیه سازی اثرات لزجت استفاده شده و بین مدل های مختلف لزجت مقایسه ای انجام نشده است.

$$\frac{\tau_{ij}}{\rho} = \mathbf{v}_t \left(2S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} C_t \Delta^2 \delta_{ij} |S_{ij}|^2 \quad (7)$$

طوری که در آن $[(C_s \Delta l)]^2 |S|$ لزجت گردابی آشفته، k انرژی جنبشی آشفته SPS، δ_{ij} دلتای کرونکر، C_s ثابت اسمگورینسکی با مقدار (0.12) ، $C_t = 0.0066$ ، Δl فاصله ذره تا ذره و $|S| = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ که S_{ij} عنصری از تانسور کرنش SPS است. بنابراین معادله (۶) به صورت زیر گسسته سازی می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{v}_a}{dt} = & - \sum_b m_b \left(\frac{P_b + P_a}{\rho_b \cdot \rho_a} \right) \nabla_a W_{ab} + \mathbf{g} \\ & + \sum_b m_b \left(\frac{4\mathbf{v}_0 \mathbf{r}_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab}}{(\rho_a + \rho_b)(\mathbf{r}_{ab}^2 + \eta^2)} \right) \mathbf{v}_{ab} \\ & + \sum_b m_b \left(\frac{\tau_{ij}^b}{\rho_b^2} + \frac{\tau_{ij}^a}{\rho_a^2} \right) \nabla_a W_{ab} \end{aligned} \quad (8)$$

درحالی‌که بالانویس‌ها به ذرات دلخواه a و b اشاره می‌کنند. معادله بقای جرم در روش SPH نیز به صورت زیر گسسته‌سازی می‌شود [۱۱]:

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \sum_b m_b \mathbf{v}_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab} \quad (9)$$

برای محاسبه فشار در معادلات مومنتوم از معادله حالت به صورت زیر استفاده می‌شود [۱۷ و ۱۸]:

$$P = b \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (10)$$

به‌گونه‌ای که در آن $\gamma = 7$ ، $b = \frac{c_0^2 \rho_0}{\gamma}$ ، $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$ ، $c_0 = \sqrt{(\partial P / \partial \rho)}|_{\rho_0}$ نیز سرعت صوت است. سرعت صوت بیست برابر بیشترین سرعت سیال در نظر گرفته شده تا تغییرات چگالی را کمتر از یک درصد نگه دارد و بنابراین انحراف عمده‌ای از حالت تراکم ناپذیر ایجاد نمی‌شود [۱۱].

۲-۱- گام‌بندی زمانی

برای گام‌بندی زمانی از روش ولت [۱۹] استفاده شده است. اگر برای معادلات مومنتوم (\mathbf{v}_a) ، چگالی (ρ_a) و موقعیت (\mathbf{r}_a) داشته باشیم [۱۱]:

$$\frac{d\mathbf{v}_a}{dt} = \mathbf{F}_a, \quad \frac{d\rho_a}{dt} = D_a, \quad \frac{d\mathbf{r}_a}{dt} = \mathbf{v}_a \quad (11)$$

مرحله پیش‌بینی در روش ولت، متغیرها را با توجه به معادلات زیر محاسبه می‌کند [۱۹]:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_a^{n+1} &= \mathbf{v}_a^{n-1} + 2\Delta t \mathbf{F}_a^n; \\ \mathbf{r}_a^{n+1} &= \mathbf{r}_a^n + \Delta t \mathbf{v}_a^n + 0.5\Delta t^2 \mathbf{F}_a^n; \\ \rho_a^{n+1} &= \rho_a^{n-1} + 2\Delta t D_a^n \end{aligned} \quad (12)$$

به‌طوری‌که بالانویس n نشان‌دهنده گام زمانی است. بنابراین بعد از هر ۵۰ گام زمانی برای متغیرها داریم:

گیری می‌شوند. مجموعه ذرات همسایه توسط تابع کرنل (W) و به کمک طول هموارساز (h) تعیین شده و از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱۱]:

$$h = c_h \sqrt{3dp^2} \quad (2)$$

که dp به‌عنوان فاصله بین ذرات c_h هم یک ضریب ثابت در نظر گرفته می‌شوند. در این مقاله از تابع کرنل اسپیلاین درجه سه^۱ استفاده شده که به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۲]:

$$W(r, h) = \alpha_D \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3 & 0 \leq q \leq 1 \\ \frac{1}{4}(2 - q)^3 & 1 \leq q \leq 2 \\ 0 & q \geq 2 \end{cases} \quad (3)$$

طوری که α_D در حالت دوبعدی برابر $10/7\pi h^2$ و در حالت سه‌بعدی برابر $1/\pi h^3$ و نیز فاصله بی‌بعد خواهد بود. گسسته سازی معادله مومنتوم در حالت استفاده از لزجت مصنوعی به صورت زیر است [۱۳]:

$$\frac{d\mathbf{v}_a}{dt} = - \sum_b m_b \left(\frac{P_b + P_a}{\rho_b \cdot \rho_a} + \Pi_{ab} \right) \nabla_a W_{ab} + \mathbf{g} \quad (4)$$

به‌گونه‌ای که P_k و ρ_k فشار و چگالی متناظر با ذره k هستند و ترم لزجت Π_{ab} نیز به صورت زیر است:

$$\Pi_{ab} = \begin{cases} \frac{-\alpha \overline{c_{ab}} \mu_{ab}}{\rho_{ab}} & \mathbf{v}_{ab} \cdot \mathbf{r}_{ab} < 0 \\ 0 & \mathbf{v}_{ab} \cdot \mathbf{r}_{ab} > 0 \end{cases} \quad (5)$$

طوری که $\mathbf{r}_{ab} = \mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b$ و $\mathbf{v}_{ab} = \mathbf{v}_a - \mathbf{v}_b$ با \mathbf{r}_k و \mathbf{v}_k که به ترتیب موقعیت و سرعت ذرات هستند. $\mu_{ab} = h \mathbf{v}_{ab} \cdot \mathbf{r}_{ab} / (\mathbf{r}_{ab}^2 + \eta^2)$ ، $\overline{c_{ab}} = 0.5(c_a + c_b)$ ، $(\mathbf{r}_{ab}^2 + \eta^2)$ چگالی متوسط، $\rho_{ab} = 0.5(\rho_a + \rho_b)$ نیز ضریب لزجت مصنوعی است که در این مقاله از $\alpha = 0.02$ و [۱۴] $\alpha = 0$ (سیال ایده آل) استفاده شده است.

معادله مومنتوم برای حالت لزجت واقعی سیال (لزجت لایه‌ای و آشفته)، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = - \frac{1}{\rho} \nabla P + \mathbf{g} + \mathbf{u}_0 \nabla^2 \mathbf{v} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \tau \quad (6)$$

که در آن ترم $\mathbf{u}_0 \nabla^2 \mathbf{v}$ لزجت لایه‌ای، ترم $\frac{1}{\rho} \nabla \cdot \tau$ لزجت آشفته، \mathbf{u}_0 لزجت سینماتیکی (معمولا $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ برای آب) و τ نیز تانسور تنش زیرذره‌ای^۲ [۱۵] هستند. مقدار τ از معادله زیر محاسبه می‌شود [۱۶]:

1 - Cubic spline kernel function

2 - Sub-Particle Scale (SPS) Stress Tensor

است. گرادبان غلظت ذرات هم از رابطه زیر محاسبه می شود [۱۱]:

$$\nabla C_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \nabla W_{ij} \quad (18)$$

برای مقابله با ایجاد خطا و ناپایداری های غیرفیزیکی در سطح آزاد به دلیل نبود پشتیبانی کامل تابع کرنل، لیند و همکاران [۲۱] تصحیح سطح آزاد را پیشنهاد دادند که انتشار در جهت عمود بر سطح را محدود می کند اما اجازه می دهد تا انتقال در جهت مماس بر سطح آزاد انجام شود. این اصلاح توسط مقدار واگرایی ذرات تعیین می شود؛ پارامتری که اولین بار به صورت معادله زیر ارائه شده است [۲۳]:

$$\nabla \cdot \mathbf{r} = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \mathbf{r}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (19)$$

این ایده با ضرب فاصله انتقال ذرات یعنی معادله (۱۷) در ضریب تصحیح سطح آزاد A_{FSC} انجام می شود [۲۱]:

$$A_{FSC} = \frac{\nabla \cdot \mathbf{r} - A_{FST}}{A_{FSM} - A_{FST}} \quad (20)$$

که در آن A_{FST} یعنی آستانه سطح آزاد در حالت دوبعدی برابر $1/5$ و در حالت سه بعدی برابر $2/75$ است. A_{FSM} نیز حداکثر مقدار واگرایی ذرات بوده که در حالت دوبعدی برابر 2 و در حالت سه بعدی برابر 3 است. نهایتاً الگوریتم شیفت اصلاح شده به صورت زیر نوشته می شود [۲۴]:

$$\delta \mathbf{r}_s = \begin{cases} -A_{FSC} Ah \|\mathbf{u}\|_i dt \cdot \nabla C_i & (\nabla \cdot \mathbf{r} - A_{FST}) < 0 \\ -Ah \|\mathbf{u}\|_i dt \cdot \nabla C_i & (\nabla \cdot \mathbf{r} - A_{FST}) = 0 \end{cases} \quad (21)$$

۲-۳- اجسام هدایت شده توسط سیال

با جمع کردن تمام مولفه های نیرویی وارد بر کل جسم می توان حرکت آن جسم را با در نظر گرفتن اثر متقابل با ذرات سیال به دست آورد. بنابراین هر ذره مرزی k نیرویی در واحد جرم که توسط معادله زیر آورده شده است را تجربه می کند [۲۵ و ۲۶]:

$$\mathbf{f}_k = \sum_{a \in WPs} \mathbf{f}_{ka} \quad (22)$$

به گونه ای که \mathbf{f}_{ka} نیرو در واحد جرم است که توسط ذره سیال a روی ذره مرزی k اعمال شده و توسط معادله زیر بیان می شود:

$$m_k \mathbf{f}_{ka} = -m_a \mathbf{f}_{ak} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_a^{n+1} &= \mathbf{v}_a^n + \Delta t \mathbf{F}_a^n ; \\ \mathbf{r}_a^{n+1} &= \mathbf{r}_a^n + \Delta t \mathbf{v}_a^n + 0.5 \Delta t^2 \mathbf{F}_a^n ; \\ \rho_a^{n+1} &= \rho_a^n + \Delta t D_a^n \end{aligned} \quad (13)$$

با استفاده از طرح های گام بندی زمانی صریح، گام زمانی وابسته به عدد کورانت 1 ، ترم های نیرویی و ترم انتشار لزج خواهد بود و داریم [۱۷]:

$$\begin{aligned} \Delta t &= CFL \cdot \min(\Delta t_f, \Delta t_{cv}) \\ \Delta t_f &= \min_a \left(\frac{h}{\sqrt{|\mathbf{f}_a|}} \right) \\ \Delta t_{cv} &= \min_a \frac{h}{c_0 + \max_b \left| \frac{h \mathbf{v}_{ab} \cdot \mathbf{r}_{ab}}{(\mathbf{r}_{ab}^2 + \eta^2)} \right|} \end{aligned} \quad (14)$$

به صورتی که Δt_f براساس نیرو در واحد جرم $(|\mathbf{f}_a|)$ و Δt_{cv} نیز ترکیبی از شرط کورانت و کنترل های گام زمانی لزج است. عدد کورانت نیز برابر 0.2 در نظر گرفته شده است [۱۱].

۲-۲- الگوریتم های تصحیح فشار

الگوریتم دلتا 2 در معادله بقای جرم برای کاهش نوسانات چگالی به صورت زیر استفاده می شود [۲۰]:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_a}{dt} &= \sum_b m_b \mathbf{v}_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab} \\ &+ 2\delta_\Phi h c_0 \sum_b (\rho_b - \rho_a) \frac{\mathbf{r}_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab}}{\mathbf{r}_{ab}^2} \frac{m_b}{\rho_b} \end{aligned} \quad (15)$$

که ضریب δ_Φ یا همان ضریب دلتا با مقدار 0.1 در بیشتر کاربردها توصیه شده است [۲۰].

الگوریتم شیفت 3 برای مقابله با فاصله ذرات ناهمسان گرد و جلوگیری از ناپایداری ها استفاده می شود. لیند و همکاران [۲۱] برای کنترل اندازه و جهت انتقال (شیفت) ذرات، بهبودی در الگوریتم شیفت اولیه ایجاد کردند:

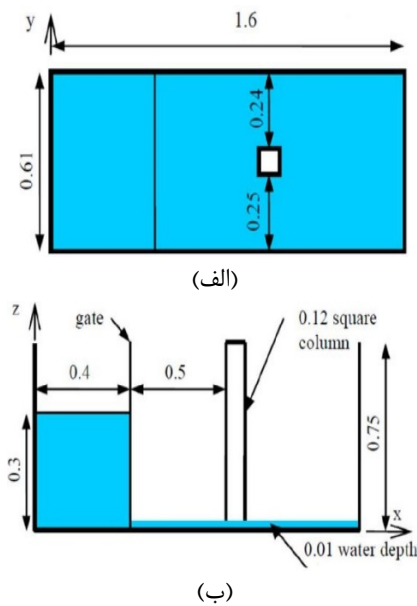
$$\mathbf{J} = -D_F \nabla C \quad (16)$$

که در آن \mathbf{J} شار، C غلظت ذرات و D_F نیز ضریب انتشار است. با استفاده از غلظت ذرات، فاصله انتقال ذرات $\delta \mathbf{r}_s$ توسط عبارت زیر داده می شود [۲۱]:

$$\delta \mathbf{r}_s = -D \nabla C_i \quad (17)$$

که در آن $D = Ah \|\mathbf{u}\|_i dt$ [۲۲]، A یک ثابت بی بعد در محدوده 1 تا 6 با مقدار 2 به عنوان مقدار پیش فرض، dt گام زمانی فعلی و \mathbf{u} نیز سرعت محلی در محاسبه این گام زمانی

1 - Courant Friedrichs Lewy (CFL)
2 - Delta algorithm
3 - Shift



شکل (۱): (الف) نمای از بالا و (ب) نمای از کنار آزمایش شکست سد [۲۸].

جدول (۱): شرایط مدل سازی لزجت مصنوعی با $\alpha = 0.02$.

نوع لزجت	ردیف	الگوریتم اصلاح
مصنوعی با $\alpha = 0.02$	۱	-
	۲	شیفت (۲)
	۳	دلتا
	۴	دلتا + شیفت (۲)
	۵	دلتا + شیفت (۱)
	۶	دلتا + شیفت (۳)

جدول (۲): شرایط مدل سازی لزجت مصنوعی با $\alpha = 0$.

نوع لزجت	ردیف	الگوریتم اصلاح
مصنوعی با $\alpha = 0$	۷	-
	۸	شیفت (۲)
	۹	دلتا
	۱۰	دلتا + شیفت (۲)
	۱۱	دلتا + شیفت (۱)
	۱۲	دلتا + شیفت (۳)

سپس برای بررسی اجسام در حال حرکت می توان از معادلات اساسی دینامیک اجسام صلب استفاده کرد:

$$\begin{cases} M \frac{dV}{dt} = \sum_{k \in \text{EBPs}} m_k f_k \\ I \frac{d\Omega}{dt} = \sum_{k \in \text{EBPs}} m_k (\mathbf{r}_k - \mathbf{R}_0) \times \mathbf{f}_k \end{cases} \quad (24)$$

به طوری که M جرم جسم، I ممان اینرسی، V سرعت، Ω سرعت چرخشی و \mathbf{R}_0 مرکز جرم است. معادلات (۲۴) به منظور پیش بینی مقادیر V و Ω برای شروع گام زمانی بعدی، نسبت به زمان انتگرال گرفته می شوند. سپس هر ذره مرزی درون جسم دارای سرعتی خواهد بود که توسط عبارت زیر داده شده است:

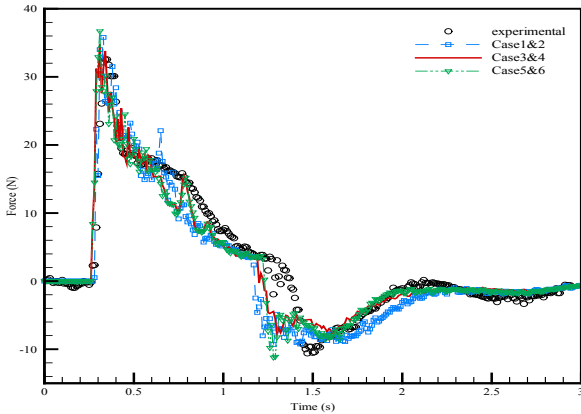
$$\mathbf{u}_k = \mathbf{V} + \Omega \times (\mathbf{r}_k - \mathbf{R}_0) \quad (25)$$

سرانجام، ذرات مرزی درون جسم صلب با انتگرال گیری از معادله (۲۵) نسبت به زمان، حرکت داده می شوند [۲۵ و ۲۶].

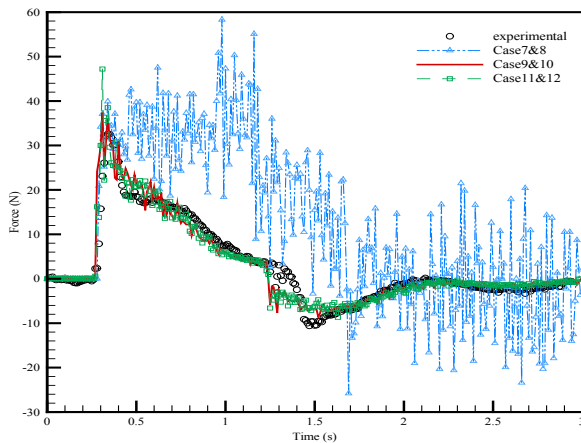
۳- اعتبارسنجی روش عددی

به منظور اعتبارسنجی روش عددی، یک آزمایش شکست سه بعدی شبیه سازی شده و نتایج حاصل از آن با داده های آزمایشگاهی مربوطه [۲۷] مقایسه می شوند. این آزمایش در یک مخزن به طول $1/6$ m، عرض $0/61$ m و ارتفاع $0/75$ m انجام شد. دیگر جزئیات این آزمایش در شکل ۱ نشان داده شده است. شبیه سازی ها با تعداد 181280 ذره و فاصله بین ذرات $8/5$ mm صورت گرفته و مدت زمان فیزیکی این مسئله نیز 3 s بوده است. خلاصه ای از مدل سازی های انجام گرفته در مرحله اعتبارسنجی با مسئله شکست سد، در جدول های ۱ تا ۳ آورده شده است. این شبیه سازی ها با سه نوع لزجت شامل لزجت مصنوعی، سیال ایدئال (بدون لزجت) و لزجت واقعی سیال (لزجت لایه ای و آشفته) انجام شده است. هر مدل لزجت نیز با حالت های مختلف اصلاح نتایج انجام شده که در مجموع، این حالات به ۱۸ مورد می رسند. در جدول ۴ نیز شماره هایی برای حالت های مختلف الگوریتم شیفت که در جداول قبلی از آنها استفاده شده، بیان شده است.

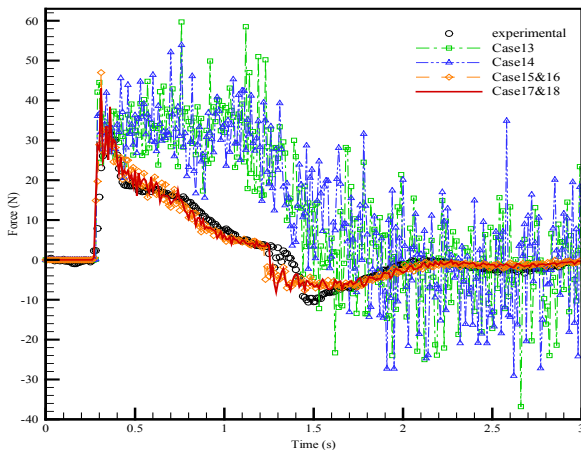
(شکل ۳) و لزجت واقعی سیال (شکل ۴)، عدم لحاظ کردن الگوریتم دلتا (یعنی حالت های ۷، ۸، ۱۳ و ۱۴) موجب واگرایی نتایج نسبت به داده های تجربی شده است.



شکل (۲): مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی [۲۷] نیرو، برای حالت لزجت مصنوعی با $\alpha = 0.02$.



شکل (۳): مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی [۲۷] نیرو، برای حالت لزجت مصنوعی با $\alpha = 0$.



شکل (۴): مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی [۲۷] نیرو، برای حالت لزجت واقعی سیال.

جدول (۳): شرایط مدل سازی لزجت واقعی سیال.

نوع لزجت	ردیف	الگوریتم اصلاح
لزجت واقعی سیال	۱۳	-
	۱۴	شیفت (۲)
	۱۵	دلتا
	۱۶	دلتا + شیفت (۲)
	۱۷	دلتا + شیفت (۱)
	۱۸	دلتا + شیفت (۳)

جدول (۴): انواع حالت های الگوریتم شیفت.

نوع شیفت	۰	۱	۲	۳
توضیح	بدون شیفت	ذرات مرزی	صرف نظر از ذرات ثابت	صرف نظر از ذرات کامل

۳-۱- اعتبارسنجی نیرو

نتایج نیروی افقی وارد بر مانع مربوط به حالت های شبیه سازی عددی جدول های ۱ تا ۳، با داده های آزمایشگاهی [۲۷] مورد مقایسه قرار گرفتند. نمودار نیروی افقی وارد بر مانع برای هر حالت مدل سازی در مقایسه با داده های آزمایشگاهی در شکل های ۲ تا ۴ آورده شده است. تا مدت زمان بسیار کوتاهی از شروع حل برای هیچ کدام از مدل ها، جریان سیال هنوز به مانع نرسیده و هیچ نیرویی به ستون وارد نمی شود. پس از برخورد موج حاصل از شکست سد، نیروی شدیدی به ستون وارد می شود. این پدیده در یک زمان یکسان برای همه روش ها اتفاق نمی افتد. این اختلاف زمانی اگرچه که بسیار کم است اما ناشی از استفاده از حالت های مختلف لزجت و الگوریتم های دلتا و شیفت است. پس از این برخورد، نیروی وارد بر ستون کاهش می یابد. این کاهش تا زمانی ادامه پیدا می کند که موج منعکس شده از دیواره پایین دست مخزن به ستون برخورد کرده و روی نمودار یک قعر ایجاد شود که البته مقدار این نیرو کمتر از یک سوم نیروی اولیه وارد بر ستون (قله) است. در نهایت حرکت جریان سیال، میرا شده و نیروی حاصل از آن روی ستون به نزدیکی صفر می رسد.

همان طور که از این شکل ها برداشت می شود، تمامی نمودارهای شکل ۲ نزدیک به نتایج آزمایشگاهی بوده اند؛ به این معنا که انتخاب مقداری مناسب برای لزجت مصنوعی ($\alpha = 0.02$)، حتی با لحاظ نکردن الگوریتم های تصحیح نیز توانسته است همگرایی نتایج را در برداشته باشد. اما در حالت بدون لزجت

به‌عنوان یک جمع‌بندی برای انتخاب مناسب‌ترین مدل‌های عددی می‌توان به شکل‌های ۵ تا ۷ مراجعه کرد؛ جایی که برای هر مدل لزجت، مقدار خطای روش‌های مختلف شبیه‌سازی نیرو از روابط M و N و همچنین مقدار خطای برخورد اول موج بامانع به‌صورت هم‌زمان در آنها مورد مقایسه قرار می‌گیرد. شکل ۵ نشان می‌دهد که خطای M و N تمامی حالت‌ها بسیار نزدیک به هم می‌باشند. بنابراین مدلی بهینه خواهد بود که برخورد اول موج بامانع (که دارای بیشترین مقدار نیرو نیز هست) را با خطای کمتری مدل‌سازی کرده باشد (یعنی حالت ۳). به‌طور مشابه برای حالت‌های ۹ تا ۱۲ شکل ۶ و همچنین حالت‌های ۱۵ تا ۱۸ شکل ۷ نیز این موضوع صادق است؛ به این صورت که چون خطای M و N این حالت‌ها بسیار نزدیک به هم می‌باشند، مدلی که کمترین خطا را در شبیه‌سازی برخورد اول موج بامانع داشته باشد به‌عنوان مدل بهینه انتخاب می‌شود (یعنی حالت ۹ و حالت ۱۷ یا ۱۸). حالت‌های ۷ و ۸ شکل ۶ و همچنین حالت‌های ۱۳ و ۱۴ شکل ۷ نیز به دلیل عدم لحاظ الگوریتم دلتا، دارای مقادیر زیادی از خطای M و N و نیز خطای برخورد اول هستند. به‌طور خلاصه می‌توان گفت که در دو شکل اول که از لزجت مصنوعی استفاده شده، الگوریتم دلتا به‌تنهایی می‌تواند بهترین نتایج را ارائه دهد و نیازی به لحاظ کردن الگوریتم شیفت نمی‌باشد؛ یعنی در شکل-های ۵ و ۶ به ترتیب حالت‌های ۳ و ۹ بهینه هستند. ولی در حالت لزجت واقعی سیال، الگوریتم دلتا به همراه الگوریتم شیفت (نوع ۱ یا ۳ الگوریتم شیفت) باید به کار گرفته شود تا بتوان دقیق‌ترین شبیه‌سازی عددی را به دست آورد؛ یعنی حالت ۱۷ یا ۱۸ شکل ۷ بهینه است. شماره حالت‌های مختلف شبیه‌سازی که در اینجا ذکر شدند، همگی در جدول‌های ۱ تا ۳ توضیح داده شده‌اند.



شکل (۵): خطای برخورد اول، M و N با حالت‌های جدول ۱.

نسبی ناشی از تفریق مقادیر آزمایشگاهی از عددی محاسبه می‌شود، بلکه نسبت کسری نتایج عددی به تجربی نیز محاسبه خواهد شد. این روش در محاسبه M از آنجایی کارآمد است که وقتی مقادیر آزمایشگاهی و عددی بسیار نزدیک به صفر باشند، نتیجه مطلوبی از رابطه N به دست نمی‌آید؛ زیرا عملاً تقسیم دو مقدار نزدیک به صفر را نتیجه می‌دهد. اما با محاسبه مقدار M ، نسبت چندبرابری مقادیر عددی به آزمایشگاهی مشخص می‌شود [۱۴]. نتایج تجزیه و تحلیل خطا در جدول‌های ۵ تا ۷ (به ترتیب به‌ازای حالت‌های جداول ۱ تا ۳) آورده شده‌اند.

$$N = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{ne} (Val_i^{\text{simulation}} - Val_i^{\text{exp}})^2}{\sum_{i=1}^{ne} (Val_i^{\text{exp}})^2}} \quad (26)$$

$$M = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{ne} (Val_i^{\text{simulation}})^2}{\sum_{i=1}^{ne} (Val_i^{\text{exp}})^2}} \quad (27)$$

جدول (۵): خطای شبیه‌سازی نیرو در حالت‌های ۱ تا ۶.

شبه‌سازی	خطا از N	خطا از M
۱	۰/۳۳۹	۰/۹۹۷
۲	۰/۳۳۹	۰/۹۹۷
۳	۰/۳۲۷	۰/۹۵۸
۴	۰/۳۲۷	۰/۹۵۸
۵	۰/۳۴۶	۰/۹۶
۶	۰/۳۴۶	۰/۹۶

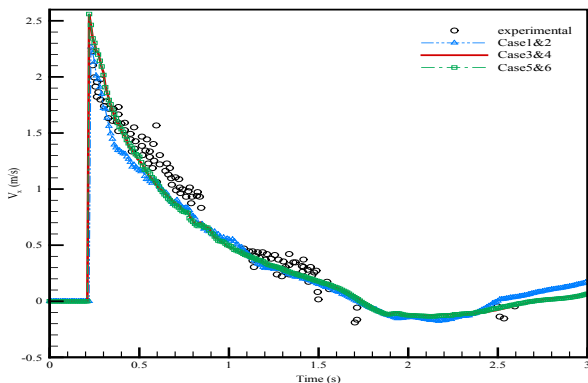
جدول (۶): خطای شبیه‌سازی نیرو در حالت‌های ۷ تا ۱۲.

شبه‌سازی	خطا از N	خطا از M
۷	۱/۷۶	۲/۲۹
۸	۱/۷۶	۲/۲۹
۹	۰/۳۰۴	۱/۰۳۷
۱۰	۰/۳۰۴	۱/۰۳۷
۱۱	۰/۲۹۵	۱/۰۳۳
۱۲	۰/۲۹۵	۱/۰۳۳

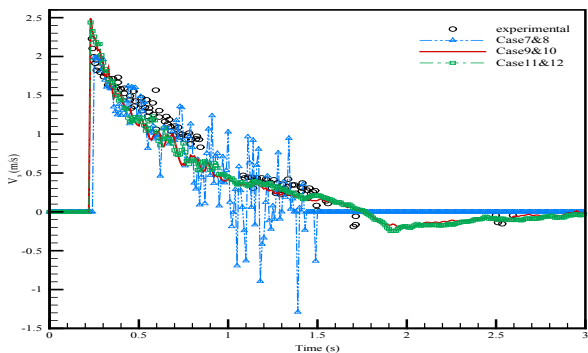
جدول (۷): خطای شبیه‌سازی نیرو در حالت‌های ۱۳ تا ۱۸.

شبه‌سازی	خطا از N	خطا از M
۱۳	۱/۷۴	۲/۳۰
۱۴	۱/۷۷	۲/۲۸
۱۵	۰/۳۰۶	۱/۰۳۶
۱۶	۰/۳۰۶	۱/۰۳۶
۱۷	۰/۳۰۵	۱/۰۳۴
۱۸	۰/۳۰۵	۱/۰۳۴

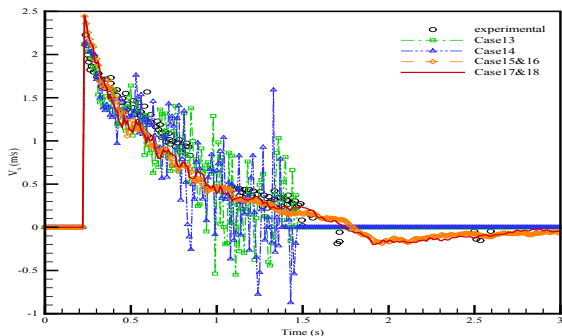
عدم لحاظ کردن الگوریتم دلتا (یعنی حالت های ۷، ۸، ۱۳ و ۱۴) موجب واگرایی نتایج نسبت به داده های تجربی شده است. همان گونه که از نمودارها مشخص است، حالت ۳ جدول ۱، حالت ۹ جدول ۲ و حالت ۱۷ جدول ۳ توانسته اند به خوبی سرعت سیال را نیز مدل سازی کنند (همانند مدل سازی دقیق نیرو) و نتایج عددی با داده های تجربی تطابق بسیار خوبی دارد. به عنوان یک خلاصه و جمع بندی در جدول ۸، تنظیمات مختلف شبیه سازی عددی بهینه به ازای سه مدل لزجت مورد بحث، ارائه شده اند.



شکل (۸): مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی [۲۷] سرعت برای حالت لزجت مصنوعی با $\alpha = 0.02$.



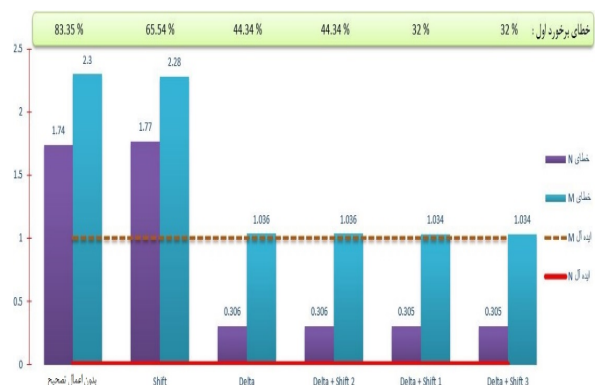
شکل (۹): مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی [۲۷] سرعت برای حالت لزجت مصنوعی با $\alpha = 0$.



شکل (۱۰): مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی [۲۷] سرعت برای حالت لزجت واقعی سیال.



شکل (۶): خطای برخورد اول، M و N با حالت های جدول ۲.



شکل (۷): خطای برخورد اول، M و N با حالت های جدول ۳.

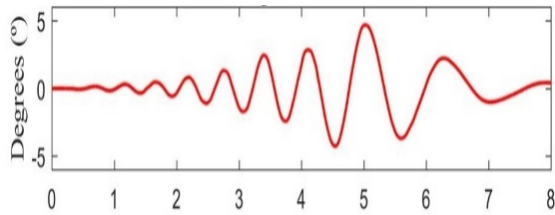
۲-۲-۲- اعتبارسنجی سرعت

با استفاده از روش های تشریح شده در جدول های ۱ تا ۳، مؤلفه افقی سرعت جریان در نقطه ای با مختصاتی به طول $0.754m$ ، عرض $0.31m$ و ارتفاع $0.26m$ (شکل ۱) محاسبه شده و در شکل های ۸ تا ۱۰ با نتایج آزمایشگاهی [۲۷] مقایسه شده اند. با توجه به شکل ها، تمامی نمودارهای حل عددی تا مدت زمان بسیار کوتاهی مقدار صفر را نشان می دهند که بیانگر این است که جریان سیال هنوز به نقطه مورد نظر برای اندازه گیری نرسیده است. پس از افزایش ناگهانی سرعت، سرعت سیال در این نقطه رفته رفته کاهش پیدا کرده تا اینکه با منعکس شدن موج سیال از دیواره انتهایی، جهت مؤلفه افقی سرعت در این نقطه هم عوض شده و در انتهای زمان حل نیز بر اثر میرا شدن جریان سیال، به نزدیکی صفر میل می کند.

همان طور که در قسمت اعتبارسنجی نیرو نیز بیان شد، انتخاب مقداری مناسب برای لزجت مصنوعی ($\alpha = 0.02$)، حتی با لحاظ نکردن الگوریتم های تصحیح نیز منجر به این شده که تمامی نمودارهای شکل ۸ نزدیک به نتایج آزمایشگاهی باشند. اما در حالت بدون لزجت (شکل ۹) و لزجت واقعی سیال (شکل ۱۰)،

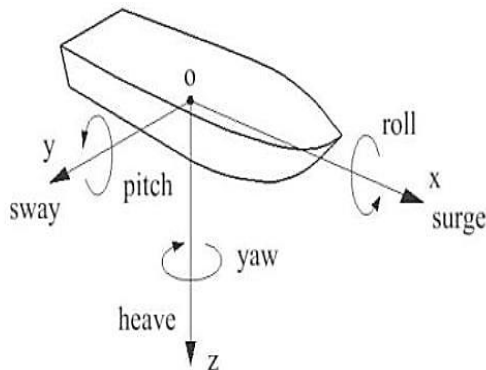
جدول (۸): تنظیمات بهینه شبیه‌سازی در حضور مدل‌های مختلف لزجت.

مورد	مدل لزجت	تابع کرنل	طرح انتگرال‌گیری زمانی	الگوریتم دلتا	الگوریتم شیفت
A	لزجت مصنوعی با $\alpha = 0.02$	اسپیلاین درجه سه	ورلت	بلی	خیر
B	لزجت مصنوعی با $\alpha = 0$	اسپیلاین درجه سه	ورلت	بلی	خیر
C	لزجت واقعی سیال	اسپیلاین درجه سه	ورلت	بلی	بلی (نوع ۱ یا ۳)



شکل (۱۲): زوایای صفحه موج ساز در طول زمان [۳۰].

مجموعه حرکت‌هایی که یک جسم شناور در حالت سه‌بعدی می‌تواند داشته باشد در شکل ۱۳ نشان داده شده است. این حرکت‌ها شامل جابه‌جایی در راستای سه محور مختصات و همچنین چرخش به محوریّت آنها می‌باشند [۳۱]. با توجه به اینکه مسئله حاضر، دوبعدی بوده و در صفحه X-Z شبیه‌سازی می‌شود، جسم شناور در این حالت سه نوع حرکت می‌تواند داشته باشد؛ جابجایی افقی، جابجایی عمودی و چرخش به محوریّت بردار عمود بر صفحه X-Z یا همان محور y ها. در جدول ۹ نیز خلاصه‌ای از مشخصات شبیه‌سازی آزمایش شناوری آورده شده است.



شکل (۱۳): حرکات جسم شناور در حالت سه‌بعدی [۳۱].

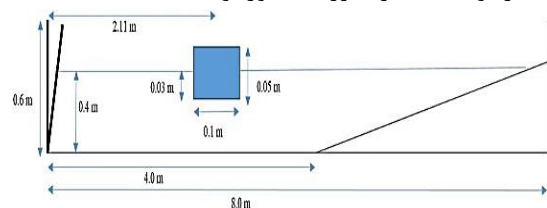
جدول (۹): جزئیات شبیه‌سازی آزمایش شناوری.

فاصله بین ذرات	تعداد ذرات	دامنه محاسباتی مسئله	زمان فیزیکی مسئله	عدد CFL	چگالی شناور
۲ mm	۶۰۲۹۲۰	دوبعدی	۱۰ s	۰/۲	۶۸۰ (kg/m ³)

شده است. در شکل ۱۴-الف، لحظه ۵/۶ s و قبل از رسیدن موج به شناور نمایش داده شده است. همچنین شکل‌های ۱۴-ب و ۱۴-ج نیز گذر موج از جسم شناور به ترتیب در لحظات ۷/۲

۴- شبیه‌سازی آزمایش شناوری

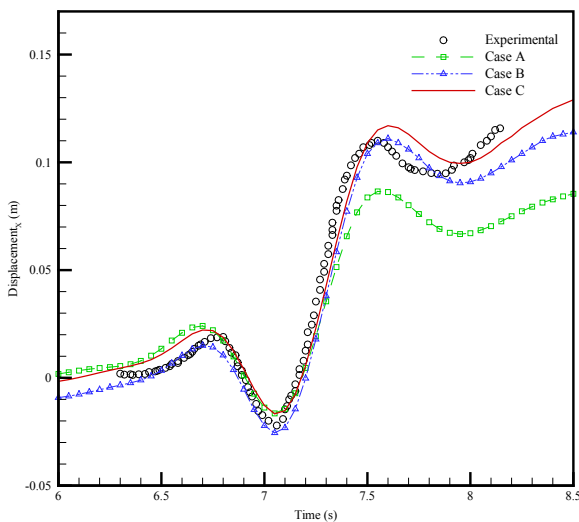
در این قسمت به شبیه‌سازی دوبعدی یک آزمایش شناوری با استفاده از مدل‌های بهینه جدول ۸ یعنی مورد A، B و C پرداخته شده است. به منظور مقایسه بین کارایی این سه مدل در شبیه‌سازی شناوری، نتایج عددی با داده‌های آزمایشگاهی مربوطه [۲۹] مقایسه می‌شوند. مشخصات هندسی این آزمایش در شکل ۱۱ آورده شده است. با توجه به این شکل، جسم شناوری به چگالی ۶۸۰ kg/m³ با ابعاد ۰/۱ m طول، ۰/۲۹ m عرض و ۰/۰۵ m ارتفاع در نظر گرفته شده است. همچنین برای تولید موج در آب از یک صفحه موج ساز به ضخامت ۲ mm استفاده شده و نحوه حرکت آن برای ایجاد موج در آب نیز در شکل ۱۲ نمایش داده شده است؛ به این صورت که ضلع پایینی این صفحه، محور دوران در نظر گرفته شده و نسبت به آن، زوایای شکل ۱۲ را در طول زمان شبیه‌سازی فراهم می‌کند. فاصله اولیه بین ذرات برابر ۲ mm بوده که تعداد ۶۰۲۹۲۰ ذره را مدلسازی کرده است. این تعداد ذره شامل ۵۹۴۸۴۲ ذره سیال، ۶۱۵۲ ذره مرزی ثابت، ۶۰۰ ذره مرزی متحرک (صفحه موج ساز) و ۱۳۲۶ ذره مرزی شناور بوده است.



شکل (۱۱): مشخصات هندسی آزمایش شناوری [۳۰].

به‌عنوان نمونه و با شبیه‌سازی عددی این آزمایش با مدل بهینه جدول ۸، تصاویری از چگونگی تغییرات جریان سیال به‌ازای زمان‌های مختلف و در برخورد با جسم شناور، در شکل ۱۴ ارائه

استفاده از لزجت واقعی سیال به همراه الگوریتم‌های دلتا و شیفت برای تصحیح نتایج است. از بین مدل‌های بهینه در حالت لزجت مصنوعی نیز مدل B که سیال ایدئال (بدون لزجت) را مدل‌سازی می‌کند، عملکرد بهتری نسبت به مدل A داشته است. مدل A در شبیه‌سازی جابه‌جایی افقی جسم شناور مخصوصاً در انتهای زمان مدل‌سازی، عملکرد ضعیف‌تری داشته است. علت آن هم این است که مقدار $\alpha = 0.02$ برای لزجت مصنوعی باعث شده تا جابه‌جایی افقی را کمتر از مقدار آزمایشگاهی مدل‌سازی کند.



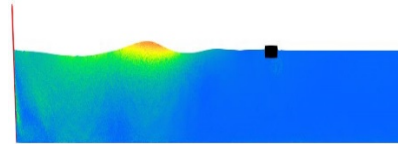
شکل (۱۵): نتایج عددی جابه‌جایی افقی شناور با استفاده از مدل‌های بهینه در مقایسه با داده‌های تجربی [۲۹].

جدول (۱۰): خطای جابه‌جایی افقی شناور با استفاده از مدل‌های عددی بهینه در مقایسه با داده‌های تجربی [۲۹].

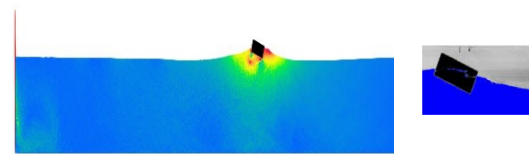
نوع شبیه‌سازی	خطا از رابطه N	خطا از رابطه M
مورد A	۰/۳۰۵	۰/۷۲۳
مورد B	۰/۱۵۳	۰/۹۳۱
مورد C	۰/۱۱۵	۰/۹۹۴

از شکل ۱۶ و جدول ۱۱ این گونه برداشت می‌شود که برای مدل‌سازی جابه‌جایی عمودی جسم شناور، شبیه‌سازی باید با مورد C جدول ۸ یعنی استفاده از لزجت واقعی سیال به همراه الگوریتم‌های دلتا و شیفت، انجام شود تا کمترین میزان خطای عددی حاصل شود. از بین مدل‌های بهینه در حالت لزجت مصنوعی نیز مدل A که لزجت مصنوعی با $\alpha = 0.02$ را مدل‌سازی می‌کند، عملکرد بهتری نسبت به مدل B داشته است.

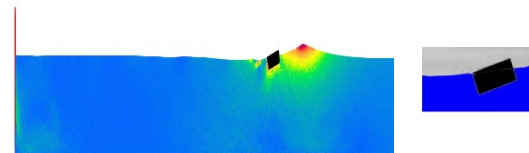
و $7/6$ s در مقایسه با تصاویر آزمایشگاهی را ارائه کرده‌اند. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، تطابق قابل قبولی از نظر کیفی بین شبیه‌سازی عددی و تصاویر آزمایشگاهی [۲۹] وجود دارد. اندکی بعد از گذر موج از جسم شناور در لحظه $7/8$ s نیز در شکل ۱۴-۵ به نمایش درآمده است.



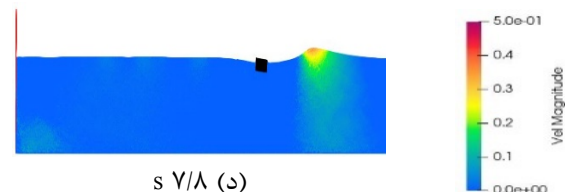
(الف) $5/6$ s



(ب) $7/2$ s، راست تصویر آزمایشگاهی و چپ‌نمای شبیه‌سازی



(ج) $7/6$ s، راست تصویر آزمایشگاهی و چپ‌نمای شبیه‌سازی

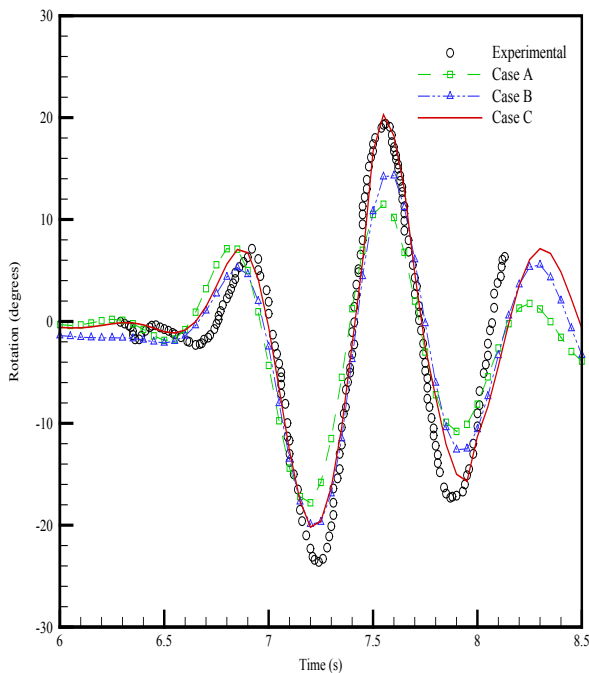


(د) $7/8$ s

شکل (۱۴): صحنه‌های مختلف از شبیه‌سازی آزمایش شناوری و مقایسه با تصاویر آزمایشگاهی [۲۹].

برای ارزیابی دقیق‌تر نتایج عددی، مقادیر مربوط به جابه‌جایی افقی، جابه‌جایی عمودی و چرخش جسم شناور که از شبیه‌سازی با مدل‌های بهینه A، B و C به دست آمده‌اند، با داده‌های آزمایشگاهی [۲۹] مقایسه شدند. نتایج حاصل از این مقایسه‌ها نیز در شکل‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷ به ترتیب برای جابه‌جایی افقی، جابه‌جایی عمودی و چرخش جسم شناور آورده شده است. همچنین در جدول‌های ۱۰، ۱۱ و ۱۲ نیز به ترتیب برای مقادیر جابه‌جایی افقی، جابه‌جایی عمودی و چرخش جسم شناور، خطای نتایج عددی حاصل از هر سه روش بهینه در مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی با استفاده از روابط (۲۶) و (۲۷) آورده شده‌اند.

همان‌طور که در شکل ۱۵ و جدول ۱۰ قابل‌مشاهده است، برای شبیه‌سازی جابه‌جایی افقی جسم شناور، کمترین میزان خطای عددی مربوط به حالت شبیه‌سازی با مورد C جدول ۸ یعنی



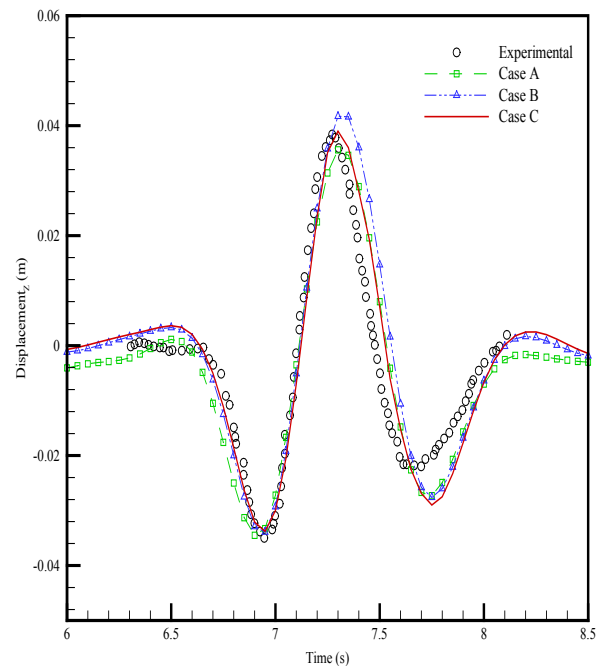
شکل (۱۷): نتایج عددی چرخش جسم شناور با استفاده از مدل‌های بهینه در مقایسه با داده‌های تجربی [۲۹].

جدول (۱۲): خطای چرخش شناور با استفاده از مدل‌های عددی بهینه در مقایسه با داده‌های تجربی [۲۹].

نوع شبیه‌سازی	خطا از رابطه N	خطا از رابطه M
مورد A	۰/۴۰۲	۰/۷۴۲
مورد B	۰/۲۹۰	۰/۸۴۸
مورد C	۰/۲۱۵	۰/۹۵۴

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله و در ابتدا با شبیه‌سازی عددی یک آزمایش شکست سد سه‌بعدی، به اعتبارسنجی روش عددی با سه مدل لزجت شامل لزجت مصنوعی با $\alpha = 0.02$ ، لزجت مصنوعی با $\alpha = 0$ (سیال ایده‌آل) و لزجت لایه‌ای با اغتشاش SPS (لزجت واقعی سیال)، پرداخته شد. برای رفع مشکل نوسانات میدان فشار (نیرو) و سرعت از الگوریتم دلتا و برای جلوگیری از ایجاد اختلال و حفره در آنها از الگوریتم شیفت بهره گرفته شده است. نتایج حاکی از آن بود که در حالت لزجت مصنوعی بایستی از الگوریتم دلتا و در حالت لزجت واقعی باید از الگوریتم دلتا و شیفت به‌صورت هم‌زمان بهره گرفت. نهایتاً از مدل‌های عددی بهینه به‌زای هر سه حالت لزجت، برای شبیه‌سازی آزمایش شناوری استفاده شد. به‌منظور مقایسه بین



شکل (۱۶): نتایج عددی جابه‌جایی عمودی شناور با استفاده از مدل‌های بهینه در مقایسه با داده‌های تجربی [۲۹].

جدول (۱۱): خطای جابه‌جایی عمودی شناور با استفاده از مدل‌های عددی بهینه در مقایسه با داده‌های تجربی [۲۹].

نوع شبیه‌سازی	خطا از رابطه N	خطا از رابطه M
مورد A	۰/۳۷۳	۱/۱۱۷
مورد B	۰/۴۸۳	۱/۱۷۸
مورد C	۰/۳۵۵	۱/۱۱۵

همچنین در شکل ۱۷ و جدول ۱۲ نیز مشاهده می‌شود که برای مدل‌سازی دقیق چرخش جسم شناور نیز بایستی از شبیه‌سازی با مورد C جدول ۸ بهره گرفته شود تا میزان خطای عددی به حداقل برسد. از بین مدل‌های بهینه در حالت لزجت مصنوعی نیز مدل B که سیال ایدئال را مدل‌سازی می‌کند، عملکرد بهتری نسبت به مدل A داشته است. به‌عنوان یک جمع‌بندی می‌توان این‌گونه نتیجه‌گیری کرد که لزجت واقعی سیال به همراه الگوریتم‌های تصحیح دلتا و شیفت (مورد C جدول ۸)، بهترین مدل جهت شبیه‌سازی عددی جابه‌جایی‌های افقی، عمودی و چرخش جسم شناور بوده است. در بین مدل‌های بهینه در حالت لزجت مصنوعی نیز مدل B یعنی سیال ایدئال، مجموعاً عملکرد بهتری در این زمینه نسبت به مدل A یعنی لزجت مصنوعی با $\alpha = 0.02$ داشته است.

- دقت نتایج این سه روش بهینه، نتایج عددی حاصل از آنها با داده‌های آزمایشگاهی متناظر مقایسه شدند. این مقایسه نشان داد که روش بهینه در حضور لزجت واقعی سیال نسبت به روش‌های بهینه دیگر، عملکرد بهتری در مدل‌سازی حرکت‌های افقی، عمودی و چرخش جسم شناور داشته است. همچنین در بین مدل‌های بهینه در حالت لزجت مصنوعی نیز سیال ایدئال، عملکرد مناسب‌تری نسبت به لزجت مصنوعی با $\alpha = 0.02$ داشته است.
- ۶- مراجع**
- Lucy, L. B. "A Numerical Approach to the Testing of the Fission Hypothesis", *J. Astron.* Vol. 82, pp. 1013-1024, 1977.
 - Gingold, R. A. and Monaghan, J. J. "Smoothed Particle Hydrodynamics: Theory and Application to Non-Spherical Stars", *Mon. Not. R. Astron. Soc.* Vol. 181, No. 3, pp. 375-389, 1977.
 - Monaghan, J. J. "Simulating Free Surface Flows with SPH", *J. Comput. Phys.* Vol. 110, No. 2, pp. 399-406, 1994.
 - Pan, K., IJzermans, R., Jones, B., Thyagarajan, A., van Beest, B., and Williams, J. "Application of the SPH Method to Solitary Wave Impact on an Offshore Platform", *Comput. Part. Mech.* Vol. 3, No. 2, pp. 155-166, 2016.
 - Priyambada, A. and Tarwidi, D. "3D GPU-Based SPH Simulation of Water Waves Impacting on a Floating Object"; *ICCREC: IEEE*, 2017.
 - Buruchenko, S. K. and Canelas, R. B. "Validation of Open-Source SPH Code DualSPHysics for Numerical Simulations of Water Entry and Exit of a Rigid Body"; *Proc. Int. Conf. Offshore Mech. Arct. Eng. - OMAE*, 2017.
 - Domínguez, J. M., Crespo, A.J.C., Hall, M., Altomare, C., Wu, M., Stratigaki, V., Troch, P., and Cappelletti, L. "SPH Simulation of Floating Structures with Moorings", *Coast. Eng.* Vol. 153, p. 103560, 2019.
 - Liu, Z. and Wang, Y. "Numerical Investigations and Optimizations of Typical Submerged Box-Type Floating Breakwaters Using SPH", *Ocean Eng.* Vol. 209, p. 107475, 2020.
 - Cheng, X., Liu, C., Zhang, Q., He, M., and Gao, X. "Numerical Study on the Hydrodynamic Characteristics of a Double-Row Floating Breakwater Composed of a Pontoon and an Airbag", *J. Mar. Sci. Eng.* Vol. 9, No. 9, p. 983, 2021.
 - Chow, A. D., Stansby, P. K., Rogers, B. D., Lind, S. J., and Fang, Q. "Focused Wave Interaction with a Partially-Immersed Rectangular Box Using 2-D Incompressible SPH on a GPU Comparing with Experiment and Linear Theory", *Eur. J. Mech. B-Fluids*, 2022.
 - Crespo, A.J.C., Domínguez, J.M., Rogers, B.D., Gómez-Gesteira, M., Longshaw, S., Canelas, R., Vacondio, R., Barreiro, A., and García-Feal O. "DualSPHysics: Open-Source Parallel CFD Solver Based on Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)", *Comput. Phys. Commun.* Vol. 187, pp. 204-216, 2015.
 - Monaghan, J. J. and Lattanzio, J. C. "A Refined Particle Method for Astrophysical Problems", *Astron. Astrophys.* Vol. 149, pp. 135-143, 1985.
 - Monaghan, J. J. "Smoothed Particle Hydrodynamics", *Annu. Rev. Astron. Astr.* Vol. 30, No. 1, pp. 543-574, 1992.
 - Varnousfaaderani, M. R. and Ketabdari, M. "Numerical Simulation of Plunging Wave Breaker Impact by a Modified Turbulent WCSPH Method", *J. Brazil. Soc. Mech. Sci. Eng.* Vol. 37, No. 2, pp. 507-523, 2015.
 - Gotoh, H., Shao, S., and Memita, T. "SPH-LES Model for Numerical Investigation of Wave Interaction with Partially Immersed Breakwater", *Coast. Eng.* Vol. 46, No. 1, pp. 39-63, 2004.
 - Dalrymple, R. A. and Rogers, B. "Numerical Modeling of Water Waves with the SPH Method", *Coast. Eng.* Vol. 53, No. 2-3, pp. 141-147, 2006.
 - Monaghan, J. J., Cas, R. A., Kos, A., and Hallworth, M. "Gravity Currents Descending a Ramp in a Stratified Tank", *J. Fluid Mech.* Vol. 379, pp. 39-69, 1999.
 - Batchelor, G. "Introduction to Fluid Dynamics" *Cam. Univ. Press.*, ed: Cambridge, UK, 1974.
 - Verlet, L. "Computer Experiments on Classical Fluids. I. Thermodynamical Properties of Lennard-Jones Molecules", *Phys. Rev.* Vol. 159, No. 1, p. 98, 1967.
 - Molteni, D. and Colagrossi, A. "A Simple Procedure to Improve the Pressure Evaluation in Hydrodynamic Context Using the SPH", *Comput. Phys. Commun.* Vol. 180, No. 6, pp. 861-872, 2009.
 - Lind, S. J., Xu, R., Stansby, P. K., and Rogers, B. D. "Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics for Free-Surface Flows: A Generalised Diffusion-Based Algorithm for Stability and Validations for Impulsive Flows and Propagating Waves", *J. Comput. Phys.* Vol. 231, No. 4, pp. 1499-1523, 2012.

27. Raad, P. E. and Bidoae, R. "The Three-Dimensional Eulerian-Lagrangian Marker and Micro Cell Method for the Simulation of Free Surface Flows", *J. Comput. Phys.* Vol. 203, No. 2, pp. 668-699, 2005.
28. Silvester, T. B. and Cleary, P. W. "Wave-Structure Interaction Using Smoothed Particle Hydrodynamics", *A A*, Vol. 2, p. 2, 2006.
29. Hadžić, I., Hennig, J., Perić, M., and Xing-Kaeding, Y. "Computation of Flow-Induced Motion of Floating Bodies", *Appl. math. model.* Vol. 29, No. 12, pp. 1196-1210, 2005.
30. Barreiro, A., Crespo, A., Dominguez, J., Garcia-Feal, O., Zabala, I., and Gomez-Gesteira, M. "Quasi-Static Mooring Solver Implemented in SPH", *J. Ocean Eng.* Vol. 2, No. 3, pp. 381-396, 2016.
31. Altosole, M., Benvenuto, G., Figari, M., and Campora, U. "Real-Time Simulation of a COGAG Naval Ship Propulsion System"; *P. I. Mech. Eng. M-J Eng.* Vol. 223, No. 1, pp. 47-62, 2009.
22. Skillen, A., Lind, S., Stansby, P. K., and Rogers, B. D. "Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) with Reduced Temporal Noise and Generalised Fickian Smoothing Applied to Body-Water Slam and Efficient Wave-Body Interaction", *Comput. Method. Appl. M.* Vol. 265, pp. 163-173, 2013.
23. Lee, E. S. Moulinec, C., Xu, R., Violeau, D., Laurence, D., and Stansby, P. "Comparisons of Weakly Compressible and Truly Incompressible Algorithms for the SPH Mesh Free Particle Method", *J. comput. Phys.* Vol. 227, No. 18, pp. 8417-8436, 2008.
24. Mokos, A. "Multi-Phase Modelling of Violent Hydrodynamics Using Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) on Graphics Processing Units (GPUs)", PhD Dissertation, The University of Manchester, UK, 2014.
25. Monaghan, J. J., Kos, A., and Issa, N. "Fluid Motion Generated by Impact", *J. Waterw. Port C-Asce.* Vol. 129, No. 6, pp. 250-259, 2003.
26. Monaghan, J. J. "Smoothed Particle Hydrodynamics", *Rep. prog. phys.* Vol. 68, No. 8, p. 1703, 2005.