



## کنترل زمان محدود سیستم‌های چندعاملی با روش مود لغزشی تطبیقی در حضور اغتشاش خارجی نامعلوم و شبکه ارتباطی غیر جهت‌دار

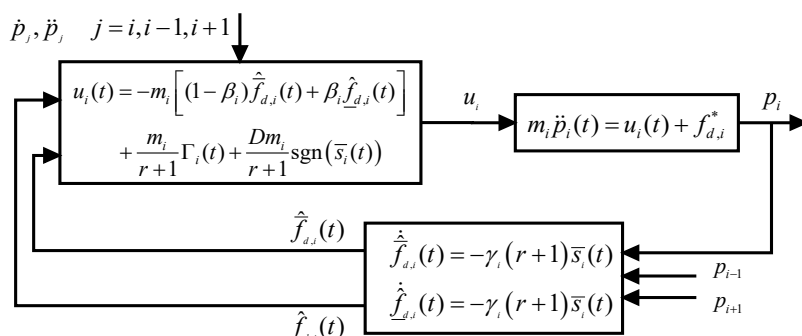
حسین چهاردولی

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آیت ا... بروجردی، بروجرد، ایران

چکیده گرافیکی

برجسته‌ها

- کنترلر مود لغزشی تطبیقی پایداری زمان محدود سیستم چندعاملی را تضمین می‌کند.
- اغتشاش خارجی نامعلوم اما کران‌دار فرض شده است.
- تحت کنترلر ارائه‌شده، دامنه خطای تعقیب در سیستم روندی کاهشی دارد.



مشخصات مقاله

چکیده

تاریخچه مقاله:

نوع مقاله: علمی پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۱/۱۱/۱۲

بازنگری: ۱۴۰۱/۱۲/۰۶

پذیرش: ۱۴۰۲/۰۱/۲۸

ارائه برخط: ۱۴۰۲/۰۲/۱۷

\*نویسنده مسئول:

h.chehardoli@abru.ac.ir

کلیدواژه‌ها:

سیستم چندعاملی

مود لغزشی تطبیقی

پایداری زمان محدود

اغتشاش خارجی

خطای موقعیت

در این مقاله، به کنترل زمان محدود سیستم‌های چندعاملی مرتبه ۲ متشکل از یک رهبر و تعدادی پیرو تحت اغتشاش خارجی پرداخته می‌شود. شبکه ارتباطی عامل‌ها غیر جهت‌دار و فاصله بین آن‌ها ثابت در نظر گرفته می‌شود. هدف، طراحی یک کنترلر مود لغزشی تطبیقی مقاوم است که با تخمین زدن کران‌های بالا و پایین اغتشاش نه‌تنها پایداری زمان محدود سیستم را تضمین می‌کند، بلکه عدم افزایش دامنه خطای تعقیب بین عامل‌ها را نیز به همراه خواهد داشت. به این منظور، یک سطح لغزش جدید تعریف می‌گردد که با صفر شدن آن تحت کنترلر مدنظر، هر دو هدف فوق برآورده می‌شوند. از قضیه دوم لیاپانوف به‌منظور اثبات پایداری سیستم استفاده می‌شود و یک تابع لیاپانوف شعاعی نامحدود برحسب سطح لغزش جدید و خطاهای تخمین ارائه می‌گردد. بر اساس ساختار ارتباطی عامل‌ها، قوانین کنترلی و تطبیقی لازم برای منفی شدن مشتق تابع لیاپانوف به دست خواهند آمد. نتایج حاصله در قالب یک قضیه به همراه اثبات ارائه می‌شوند. به‌منظور اعتبارسنجی این روش، دو سناریو با حرکات متفاوت رهبر موردبررسی قرار می‌گیرند. نشان داده می‌شود که سیستم مزبور تحت روش کنترلی ارائه‌شده پایدار زمان محدود است و خطای تعقیب بین عامل‌ها به صفر می‌رسد.

## ۱- مقدمه

کنترلر مود لغزشی توسط وانگ و همکاران در [۲۷] به کار برده شده است. در این روش، به کمک شبکه‌های عصبی کران‌های اغتشاش تخمین زده شده‌اند و به کمک کنترلر مود لغزشی، تضمین پایداری سیستم صورت گرفته است. مسئله کنترل مقاوم سیستم‌های چندعاملی خطی ناهمگن با دینامیک کلی و در حضور عدم قطعیت ساختاری توسط ژائو در [۲۸] مورد بررسی قرار گرفته است. ترکیب روش مود لغزشی با تخمین‌گر فازی برای کنترل دسته‌ای از سیستم‌های چندعاملی نامعین غیر افین<sup>۵</sup> توسط منوچهری و همکاران انجام شده است [۲۹]. رحیمی و بینازاده یک رهیافت مقاوم و تطبیقی بر اساس روش مود لغزشی برای کنترل حرکت گروهی بازوهای رباتیکی همکار در حضور اغتشاش و عدم قطعیت طراحی کرده‌اند [۳۰]. کویری و همکاران یک الگوریتم مقاوم بر اساس روش مود لغزشی برای طراحی مسیر و حرکت شناورهای بدون سرنشین ارائه کرده‌اند [۳۱].

در کارهای گذشته، مسئله پایداری زمان محدود و تضمین عدم گسترش خطا در سیستم‌های چندعاملی مرتبه ۲ تحت اغتشاش خارجی نامعلوم با فاصله ثابت بین عامل‌ها مورد بررسی قرار نگرفته است. در این مقاله، مسئله کنترل سیستم‌های چندعاملی مرتبه ۲ با شبکه ارتباطی غیر جهت‌دار در حضور اغتشاش نامعلوم مورد بررسی قرار می‌گیرد. ساختار سیستم به صورت رهبر-پیرو نامتمرکز<sup>۶</sup> در نظر گرفته می‌شود. به این معنا که فقط برخی از پیروها با رهبر در تبادل اطلاعات هستند و سایرین دسترسی به اطلاعات رهبر ندارند. فاصله بین کلیه عامل‌ها ثابت در نظر گرفته می‌شود. به منظور کنترل حرکت گروهی و نیز جبران اثر اغتشاش بر پایداری سیستم، یک کنترلر مود لغزشی تطبیقی ارائه خواهیم کرد. این کنترلر به کمک اطلاعات عامل‌ها نسبت به یکدیگر و با تخمین کران‌های بالا و پایین سیگنال اغتشاش، پایداری سیستم را تضمین خواهد کرد. از سویی دیگر، عدم گسترش خطا در سیستم نیز از اهداف کنترلر می‌باشد. به این منظور، تعریف جدیدی از سطح لغزش ارائه خواهد شد و تابع لیاپانوف برحسب آن نوشته می‌شود. با اضافه کردن ترم‌های مربع

مسئله کنترل سیستم‌های چندعاملی<sup>۱</sup> در سال‌های اخیر مورد توجه زیادی قرار گرفته است. مهم‌ترین دلیل این امر، کاربردهای روزافزون و گسترده این سیستم‌ها همچون ماهواره‌های همکار [۱]، ربات‌های زمینی [۲]، شبکه‌های قدرت [۳]، ربات‌های زیرسطحی [۴] و ... می‌باشد. هدف اصلی در کنترل سیستم‌ها چندعاملی، برابر شدن سرعت تمامی پیروها با رهبر و تنظیم فاصله بین آن‌هاست [۵-۷]. در تمام این مسائل اطلاعات مبادله شده بین عامل‌ها کاملاً وابسته به نوع شبکه ارتباطی می‌باشد [۸]. لذا پیوستگی شبکه ارتباطی نقش مؤثری در کیفیت پاسخ سیستم ایفا می‌کند [۹].

تحقیقات انجام شده در زمینه کنترل سیستم‌های چندعاملی از جنبه‌های متعددی قابل دسته‌بندی هستند: الف) نوع شبکه ارتباطی: متمرکز [۱۰]، غیرمتمرکز [۱۱] و زمان متغیر [۱۲]، ب) نوع رهبر: حقیقی [۱۳] و مجازی [۱۴]، ج) سیستم خطی [۱۵] یا غیرخطی [۱۶]، د) دینامیک عامل‌ها: مرتبه ۱ [۱۷]، مرتبه ۲ [۱۸]، مرتبه بالا [۱۳] و حالت کلی [۱۹]، ه) سیستم معین [۲۰] یا دارای عدم قطعیت [۲۱]، و) سیستم همگن [۲۲] و ناهمگن [۲۳] و ...

کنترلر مود لغزشی<sup>۲</sup> از دسته کنترلرهای مقاوم است که پاسخ سریعی داشته و دارای حساسیت بالا نسبت به تغییر متغیرها و نیز اغتشاشات اعمالی به سیستم می‌باشد [۲۴]. تحقیقات متعددی در زمینه کنترل مود لغزشی سیستم‌های چندعاملی صورت گرفته است. ژانگ و همکاران این کنترلر را به منظور کاهش اثرات ناشی از تأخیر زمانی و عدم قطعیت پارامتری در یک سیستم چندعاملی غیرخطی به کار برده‌اند [۲۵]. مسئله کنترل سیستم‌های چندعاملی در حضور عدم قطعیت و شبکه ارتباطی تصادفی<sup>۳</sup> توسط لی و همکاران مورد بررسی قرار گرفته است [۲۶]. کنترلر مقاوم سیستم‌های چندعاملی با ساختار شبکه ارتباطی زمان متغیر به کمک روش مود لغزشی توسط دانگ و همکاران انجام شده است [۲۳]. برای تخمین اغتشاش خارجی اعمالی به یک سیستم چندعاملی ناهمگن<sup>۴</sup>، می‌توان از مشاهده‌گر شبکه عصبی بهره برد. ترکیب این مشاهده‌گر و

<sup>4</sup> Heterogeneous

<sup>5</sup> Non-affine

<sup>6</sup> Leader following

<sup>1</sup> Multi agent systems (MAS)

<sup>2</sup> Sliding mode control (SMC)

<sup>3</sup> Stochastic network

$$\ddot{p}_0(t) = a_0 \quad (1)$$

که در آن  $p_0$  موقعیت رهبر و  $a_0$  شتاب رهبر است که مقدار آن مشخص فرض می‌شود. حرکت رهبر، مستقل بوده و وابسته به پیروها نیست. معادله حرکت هر پیرو به صورت دینامیک مرتبه ۲ خطی زیر توصیف می‌شود:

$$m_i \ddot{p}_i(t) = u_i(t) + f_{d,i}^* \Rightarrow \begin{cases} \dot{p}_i(t) = q_i(t) \\ \dot{q}_i(t) = \frac{1}{m_i} u_i(t) + f_{d,i} \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

که در آن  $m_i$  جرم،  $p_i$  موقعیت،  $q_i$  سرعت،  $u_i$  ورودی کنترلی و  $f_{d,i}^*$  اغتشاش اعمالی به پیرو  $i$ -ام می‌باشند. همچنین،  $f_{d,i} = f_{d,i}^* / m_i$ . فرض می‌شود سیگنال اغتشاش کران‌دار باشد و کران‌های بالا و پایین آن به صورت زیر است.

$$\underline{f}_{d,i} \leq f_{d,i}(t) \leq \bar{f}_{d,i} \quad (3)$$

که  $\underline{f}_{d,i}$  و  $\bar{f}_{d,i}$  مقادیری مثبت و نامعلوم هستند. فرض می‌کنیم فاصله بین پیروها ثابت باشد. خطای فاصله بین دو پیرو که در تبادل اطلاعات با یکدیگر هستند، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$e_{p,i}(t) = p_{i-1}(t) - p_i(t) - d, \quad i = 1, \dots, N \quad (4)$$

که در آن  $d$  فاصله ایمن می‌باشد. در ادامه، خطای سرعت به صورت  $e_{q,i}(t) = q_{i-1}(t) - q_i(t)$  تعریف می‌شود.

**لم ۱.** لم بارالات. [۳۲] تابع پیوسته و هموار  $\Phi(t): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  را در نظر بگیرید که حد بی‌نهایت انتگرال آن کران‌دار باشد  $\lim_{t \rightarrow \infty} \Phi(t) = 0$ . در نتیجه داریم:  $\left( \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \Phi(\tau) d\tau < \infty \right)$

**لم ۲.** [۲۴] (پایداری زمان محدود) تابع مثبت معین  $V(p)$  را در نظر بگیرید. اگر مقادیر ثابت  $a_2 > 0$  و  $0 < a_1 < 1$  وجود داشته باشند که تابع  $V(p)$  در حوالی مبدا منفی نیمه اکید باشد، آنگاه تابع  $V(p)$  در زمان محدود  $t_f = V^{1-a_1}(p_0) / (a_2(1-a_1))$  با آغاز از شرط اولیه  $p(t_0)$  به صفر میل خواهد کرد.

### ۳- طراحی کنترلر و تحلیل پایداری

در این قسمت، به کمک اطلاعات نسبی پیروها، یک کنترلر مود لغزشی تطبیقی به منظور تضمین پایداری زمان محدود

خطای تخمین به مربع سطح لغزش جدید، تابع لیاپانوف ساخته خواهد شد. با مشتق‌گیری از تابع لیاپانوف در امتداد دینامیک سیستم، ساختار کنترلر مود لغزشی تطبیقی به دست خواهد آمد که متضمن پایداری زمان محدود سیستم در حضور اغتشاش خارجی می‌باشد. به اختصار، مهم‌ترین نوآوری‌های این مقاله در مقایسه با کارهای پیشین به شرح زیر است: کنترل مود لغزشی تطبیقی سیستم‌های چندعاملی مرتبه ۲ با لحاظ شرایط زیر:

- (۱) اعمال اغتشاشات غیرخطی به هر عامل
- (۲) ساختار شبکه ارتباطی غیرمتمرکز
- (۳) پایداری زمان محدود که از پایداری مجانبی به مراتب قوی‌تر است
- (۴) تضمین عدم افزایش دامنه خطای تعقیب بین عامل‌ها
- (۵) تضمین ثابت بودن فاصله بین عامل‌ها

به منظور اعتبارسنجی این روش، دو مثال متفاوت ارائه خواهند شد. در مثال اول، پروفایل شتاب رهبر، مثبت است (اصطلاحاً مانور شتاب‌گیری) و در مثال دوم، منفی است (اصطلاحاً ترمزگیری). نشان می‌دهیم که کنترلر مزبور در هر دو مانور فوق عملکردی مطلوب از خود نشان می‌دهد. ساختار مقاله به شرح زیر است: معرفی سیستم و مقدمات مسئله در قسمت ۲ ارائه شده است. در قسمت ۳، طراحی کنترلر و اثبات پایداری موردبررسی قرار گرفته است. در قسمت ۴ نتایج شبیه‌سازی ثنوری و در قسمت ۵ نتایج عملی موردبررسی قرار گرفته‌اند. در نهایت مقاله در قسمت ۶ جمع‌بندی شده است.

### ۲- معرفی سیستم و ارائه مقدمات ریاضی

در این قسمت، به تعریف مسئله (دینامیک عامل‌ها و خطاهای تعقیب و سرعت) و ارائه ابزار ریاضی لازم در طراحی کنترلر مود لغزشی تطبیقی-مقاوم که متضمن هم‌زمان پایداری زمان محدود و عدم افزایش دامنه خطای تعقیب بین عامل‌ها می‌باشد، خواهیم پرداخت. یک سیستم چندعاملی متشکل از  $N$  پیرو با دینامیک مرتبه ۲ و یک رهبر در نظر بگیرید. دینامیک رهبر، یک دینامیک مرتبه ۲ بدون ورودی و به صورت زیر می‌باشد (اندیس صفر مختص رهبر است).

خواهد شد و بالعکس. مشتقگیری از  $\bar{s}_i$  و جایگذاری از روابط (۴) تا (۶) منجر می‌شود به:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{s}}_i(t) &= r\dot{s}_i - \dot{s}_{i+1} = \\ r(\ddot{e}_{p,i}(t) + \varphi\dot{e}_{p,i}(t)) - (\ddot{e}_{p,i+1}(t) + \varphi\dot{e}_{p,i+1}(t)) &= \quad (۸) \\ -\frac{r+1}{m_i}(u_i(t) + m_i f_{d,i}(t)) + \Gamma_i(t) \end{aligned}$$

که در آن  $\Gamma_i(t) = r\ddot{p}_{i-1} + \ddot{p}_{i+1} + \varphi(r\dot{e}_{p,i} - \dot{e}_{p,i+1})$ . برای حالت  $i = N$  داریم:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{s}}_N(t) &= r\dot{s}_N = r(\ddot{e}_{p,N}(t) + \varphi\dot{e}_{p,N}(t)) = \\ -\frac{r+1}{m_N}(u_N(t) + m_N f_{d,N}(t)) + \Gamma_N(t) \end{aligned} \quad (۹)$$

$$\Gamma_N(t) = r(\ddot{p}_{N-1} + \varphi\dot{e}_{p,N})$$

در ادامه، تعریف می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{d,i}(t) &= \hat{f}_{d,i}(t) - \bar{f}_{d,i}, \quad \tilde{f}_{d,i}(t) = \hat{f}_{d,i}(t) - \underline{f}_{d,i} \\ \left| \tilde{f}_{d,i}(t) \right| &\leq \tilde{f}_{\max,i}(t), \quad \left| \tilde{f}_{d,i}(t) \right| \leq \tilde{f}_{\max,i} \end{aligned} \quad (۱۰)$$

که در آن  $\hat{f}_{d,i}$  و  $\underline{f}_{d,i}$  تخمین مقادیر  $\bar{f}_{d,i}$  و  $\underline{f}_{d,i}$  هستند. قضیه زیر شرایط پایداری زمان محدود سیستم چندعاملی متشکل از معادلات (۱) و (۲) را ارائه می‌دهد.

**قضیه ۱.** سیستم چندعاملی متشکل از روابط (۱) و (۲) را در نظر بگیرید که در آن پیروها تحت اغتشاش کران‌دار نامعلوم قرار گرفته‌اند. تحت قانون کنترلی (۱۱) و نیز قوانین تطبیقی (۱۲): ۱. سیستم مزبور پایدار زمان محدود است و ۲. دامنه خطای تعقیب بین عامل‌ها روندی کاهشی دارد اگر بهره‌های کنترلی روابط (۱۳) و (۱۴) را برآورده نمایند و  $0 < r < 1$  باشد.

$$\begin{aligned} u_i(t) &= -m_i \left[ (1 - \beta_i) \hat{f}_{d,i}(t) + \beta_i \underline{f}_{d,i}(t) \right] + \\ \frac{m_i}{r+1} \Gamma_i(t) + \frac{Dm_i}{r+1} \text{sgn}(\bar{s}_i(t)), \\ i &= 1, 2, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (۱۱)$$

$$\begin{aligned} u_N(t) &= -m_N \left[ (1 - \beta_N) \hat{f}_{d,N}(t) + \beta_N \underline{f}_{d,N}(t) \right] + \\ \frac{m_N}{r} \Gamma_N(t) + \frac{Dm_N}{r} \text{sgn}(\bar{s}_N(t)) \end{aligned}$$

سیستم چندعاملی طراحی خواهد شد. اهداف طراحی این کنترلر به شرح زیر هستند:

(۱) به طور برخط کران‌های بالا و پایین سیگنال اغتشاش را تخمین بزند.

(۲) پایداری زمان محدود تمام پیروها و در نتیجه سیستم حلقه بسته را تضمین نماید.

(۳) خطای تعقیب برای تمامی پیروها به صفر میل کرده و دامنه آن بین پیروها روندی کاهشی داشته باشد.

در طراحی کنترلر مود لغزشی تطبیقی سطح لغزش را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$s_i(t) = \dot{e}_{p,i}(t) + \varphi e_{p,i}(t) \quad (۵)$$

که در آن  $s_i$  سطح لغزش نظیر پیرو  $i$ -ام و  $\varphi$  یک ثابت مثبت می‌باشد. رسیدن به سطح لغزش، معادل با صفر شدن خطای موقعیت است. علاوه بر صفر شدن خطای موقعیت، عدم گسترش خطا نیز در کیفیت پاسخ سیستم تاثیر بسزایی دارد. منظور از عدم گسترش خطا آن است که اگر اغتشاشی به رهبر اعمال گردد، دامنه خطای ایجاد شده در بین پیروها روندی افزایشی نداشته باشد. برای نیل به هر دو هدف فوق، سطح لغزش جدیدی را بر حسب رابطه (۵) به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$\begin{cases} \bar{s}_i(t) = r s_i - s_{i+1}, & i = 1, \dots, N-1 \\ \bar{s}_N(t) = r s_N \end{cases} \quad (۶)$$

که در آن  $0 < r < 1$  یک مقدار مثبت است. رابطه زیر بین  $s_i(t)$  و  $\bar{s}_i(t)$  برقرار است:

$$\bar{\mathbf{s}}(t) = \mathbf{R} \mathbf{s}(t) \quad (۷)$$

که در آن:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r & -1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & r & -1 & \dots & 0 \\ & & \ddots & & \\ 0 & 0 & \dots & r & -1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & r \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \ \dots \ s_N(t)]^T,$$

$$\bar{\mathbf{s}}(t) = [\bar{s}_1(t) \ \bar{s}_2(t) \ \dots \ \bar{s}_N(t)]^T$$

چون  $r$  مقداری غیر صفر است بنابراین ماتریس  $\mathbf{R}$  معکوس پذیر خواهد بود. در نتیجه، هر گاه  $s_i$  صفر شود  $s_{i+1}$  نیز صفر

$$-(r+1)f_{d,i}(t)\bar{s}_i(t) \leq - (r+1)\left[(1-\beta_i)\bar{f}_{d,i} + \beta_i \underline{f}_{d,i}\right]\bar{s}_i(t) \quad (۱۸)$$

با اعمال نامساوی (۱۸) در (۱۷) و انجام محاسبات جبری، مشتق تابع لیپانوف به فرم زیر در خواهد آمد:

$$\dot{V}(t) = \sum_{i=1}^N \left\{ \bar{s}_i(t) \left[ \frac{r+1}{m_i} \left( u_i(t) + m_i(1-\beta_i)\bar{f}_{d,i} \right) + \Gamma_i(t) \right] + \frac{\beta_i}{\gamma_i} \bar{f}_{d,i}(t) \dot{\bar{f}}_{d,i}(t) + \frac{1-\beta_i}{\gamma_i} \bar{f}_{d,i}(t) \dot{\underline{f}}_{d,i}(t) \right\} \quad (۱۹)$$

در ادامه، با استفاده از قوانین تطبیقی (۱۲)، رابطه فوق به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\dot{V}(t) = \sum_{i=1}^N \left\{ \bar{s}_i(t) \left[ \frac{r+1}{m_i} \left( u_i(t) + m_i(1-\beta_i)\bar{f}_{d,i} \right) + \Gamma_i(t) \right] - \beta_i(r+1)\bar{f}_{d,i}\bar{s}_i - (1-\beta_i)(r+1)\bar{f}_{d,i}\bar{s} \right\} \quad (۲۰)$$

حال، با جایگذاری قانون کنترلی تطبیقی-مقاوم (۱۱) در رابطه بالا و توجه به  $\dot{\bar{f}}_{d,i}(t) = \hat{f}_{d,i}(t) - \bar{f}_{d,i}$  و  $\dot{\underline{f}}_{d,i}(t) = \hat{f}_{d,i}(t) - \underline{f}_{d,i}$  خواهیم داشت:

$$\dot{V}(t) = -D \sum_{i=1}^N |\bar{s}_i(t)| = -\xi(t) \leq 0 \quad (۲۱)$$

که در آن  $\xi(t) = D \sum_{i=1}^N |\bar{s}_i(t)| \geq 0$ . انتگرال گیری از رابطه

فوق در بازه  $[0, t]$  منجر به عبارت  $V(0) - V(t) \geq \int_0^t \xi(\tau) d\tau$

خواهد شد. از (۲۱) می دانیم که  $\dot{V}(t) \leq 0$ . در نتیجه

$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \xi(\tau) d\tau$  مثبت و کران دار است و متعاقباً

نیز کران دار خواهد بود؛ بنابراین، از لم باربالات (لم ۱) نتیجه می گیریم:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \xi(t) = D \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N |\bar{s}_i(t)| = 0 \quad (۲۲)$$

از عبارت بالا درمی یابیم که  $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{s}_i(t) = 0$ ؛ بنابراین، طبق

رابطه (۷) با توجه به اینکه  $\mathbf{R}$  ماتریسی معکوس پذیر است

$$\begin{aligned} \dot{\bar{f}}_{d,i}(t) &= -\gamma_i(r+1)\bar{s}_i(t), \\ \dot{\underline{f}}_{d,i}(t) &= -\gamma_i(r+1)\bar{s}_i(t), \quad i=1,2,\dots,N-1 \end{aligned} \quad (۱۲)$$

$$\dot{\bar{f}}_{d,N}(t) = -\gamma_N r \bar{s}_N(t),$$

$$\dot{\underline{f}}_{d,N}(t) = -\gamma_N r \bar{s}_N(t)$$

که در آن  $\gamma_i > 0, i=1,2,\dots,N$  بهره های تطبیقی هستند و نیز:

$$D > (r+1) \max_{1 \leq i \leq N} \left\{ \bar{f}_{\max,i}, \underline{f}_{\max,i} \right\} \quad (۱۳)$$

$$\beta_i = \begin{cases} 1, & \bar{s}_i(t) > 0 \\ 0, & \bar{s}_i(t) \leq 0 \end{cases} \quad (۱۴)$$

**اثبات.** برای اثبات، از قضیه دوم لیپانوف استفاده می کنیم.

در فاز اول (فاز رسیدن<sup>۱</sup>)، نشان می دهیم که هر پیرو تحت قانون کنترلی (۱۱) پایدار است. سپس، نشان می دهیم که سطح لغزش در مدت زمان محدود در دسترس خواهد بود که در نتیجه سیستم پایدار زمان محدود می باشد (فاز لغزش<sup>۲</sup>). تابع لیپانوف زیر را در نظر بگیرید.

$$V(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left[ \bar{s}_i^2(t) + \frac{1-\beta_i}{\gamma_i} \bar{f}_{d,i}^2(t) + \frac{\beta_i}{\gamma_i} \underline{f}_{d,i}^2(t) \right] \quad (۱۵)$$

با توجه به اینکه  $\bar{f}_{d,i}$  و  $\underline{f}_{d,i}$  مقادیری ثابت هستند، داریم:

$$\dot{\bar{f}}_{d,i}(t) = \dot{\underline{f}}_{d,i}(t) \quad \text{و} \quad \dot{\underline{f}}_{d,i}(t) = \dot{\bar{f}}_{d,i}(t)$$

(۱۵) در امتداد دینامیک سیستم منجر به رابطه زیر می شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^N \left[ \bar{s}_i(t) \dot{\bar{s}}_i(t) + \frac{1-\beta_i}{\gamma_i} \bar{f}_{d,i}(t) \dot{\bar{f}}_{d,i}(t) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\beta_i}{\gamma_i} \underline{f}_{d,i}(t) \dot{\underline{f}}_{d,i}(t) \right] \end{aligned} \quad (۱۶)$$

با جایگذاری (۸) و (۹) در رابطه بالا خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^N \left\{ \bar{s}_i(t) \left[ -\frac{r+1}{m_i} \left( u_i(t) + m_i \bar{f}_{d,i}(t) \right) + \Gamma_i \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\beta_i}{\gamma_i} \underline{f}_{d,i}(t) \dot{\underline{f}}_{d,i}(t) + \frac{1-\beta_i}{\gamma_i} \bar{f}_{d,i}(t) \dot{\bar{f}}_{d,i}(t) \right\} \end{aligned} \quad (۱۷)$$

با استفاده از رابطه (۱۴) می توان نوشت:

<sup>2</sup> Sliding phase

<sup>1</sup> Reaching phase

توجه به اینکه  $\bar{s}_i(t)$  در زمان محدود به صفر میل می‌کند، با ترکیب روابط (۵) و (۷) خواهیم داشت:

$$rs_i(t) - s_{i+1}(t) = 0 \Rightarrow$$

$$r(\dot{e}_{p,i}(t) + \varphi e_{p,i}(t)) = \dot{e}_{p,i+1}(t) + \varphi e_{p,i+1}(t) \quad (26)$$

با تبدیل لاپلاس از رابطه فوق خواهیم داشت:

$$\frac{e_{p,i+1}(j\omega)}{e_{p,i}(j\omega)} = \frac{r(j\omega + \varphi)}{j\omega + \varphi} = r \quad (27)$$

بنابراین، اگر داشته باشیم  $0 < r < 1$ ، آنگاه دامنه خطای تعقیب بین عامل‌ها کاهش خواهد یافت و اثبات تمام است.

**نکته ۱.** تابع علامت موجود در قانون کنترلی (۱۱) و نیز تابع  $\beta_i$  در (۱۴) باعث ایجاد نوسانات تند کنترلر حول سطح لغزش می‌شوند. این پدیده باعث تضعیف عملکرد کنترلر و در نتیجه سیستم حلقه بسته خواهد شد. برای جلوگیری از این اثر، جایگذاری‌های زیر را در قانون کنترلی (۱۱) اعمال خواهیم کرد:

$$\text{sgn}(\bar{s}_i(t)) = \tanh(\delta \bar{s}_i(t))$$

$$\beta_i = \frac{1}{1 + e^{-c_1(\bar{s}_i(t) - c_2)}} \quad (28)$$

که در آن  $\delta$  یک مقدار مثبت است و  $0 < c_2 < 1$ ،  $c_1 \gg 1$ ؛ بنابراین، قانون کنترلی (۱۱) به صورت زیر اصلاح می‌گردد.

$$u_i(t) = -m_i \left[ (1 - \beta_i) \hat{f}_{d,i}(t) + \beta_i \hat{f}_{d,i}(t) \right] +$$

$$\frac{m_i}{r+1} \Gamma_i(t) + \frac{Dm_i}{r+1} \tanh(\delta \bar{s}_i(t)),$$

$$i = 1, 2, \dots, N-1 \quad (29)$$

$$u_N(t) = -m_N \left[ (1 - \beta_N) \hat{f}_{d,N}(t) + \beta_N \hat{f}_{d,N}(t) \right] +$$

$$\frac{m_N}{r} \Gamma_N(t) + \frac{Dm_N}{r} \tanh(\delta \bar{s}_N(t))$$

شکل ۱ رفتار تابع  $\tanh(\delta s(t))$  را نشان می‌دهد. مطابق این شکل، با افزایش مقدار  $\delta$ ، رفتار این تابع به  $\text{sgn}(s(t))$  نزدیک‌تر خواهد شد. شکل ۲ رفتار تابع  $\beta_i$  بر اساس رابطه (۲۸) به ازای مقادیر مختلف  $c_1$  و  $c_2$  را نشان می‌دهد. مطابق این شکل، با افزایش  $c_1$  و کاهش  $c_2$  معادله دوم (۲۸) با تقریب خوبی به رابطه (۱۴) خواهد رسید.

نتیجه می‌گیریم  $s_i(t)$  به سمت صفر میل می‌کند. حال طبق رابطه (۵) که یک معادله دیفرانسیل پایدار (هورویتز) است، در خواهیم یافت که خطای تعقیب هر عامل  $e_{p,i}(t)$  به صفر میل خواهد کرد.

در ادامه، به اثبات پایداری زمان محدود می‌پردازیم. به این منظور، تابع  $V^*(t) = (1/2) \sum_{i=1}^N \bar{s}_i^2(t)$  را در نظر بگیرید که مشتق زمانی آن به صورت  $\dot{V}^*(t) = \sum_{i=1}^N \bar{s}_i(t) \dot{\bar{s}}_i(t)$  می‌باشد. به کمک رابطه (۸) می‌توان نوشت:

$$\dot{V}^*(t) =$$

$$\sum_{i=1}^N \left\{ \bar{s}_i(t) \left[ -\frac{r+1}{m_i} (u_i(t) + m_i f_{d,i}(t)) + \Gamma_i \right] \right\} \quad (23)$$

جایگذاری قانون کنترلی (۱۱) در عبارت فوق منجر به رابطه زیر خواهد شد:

$$\dot{V}^*(t) =$$

$$\sum_{i=1}^N \bar{s}_i(t) \left\{ (r+1) \left( (1 - \beta_i) \hat{f}_{d,i} + \beta_i \hat{f}_{d,i} - f_{d,i}(t) \right) - D \text{sgn}(\bar{s}_i) \right\} \quad (24)$$

حال، با استفاده از (۱۸) رابطه فوق تبدیل به عبارت زیر می‌شود:

$$\dot{V}^*(t) \leq$$

$$\sum_{i=1}^N \left\{ (r+1) \left( (1 - \beta_i) \tilde{f}_{d,i} + \beta_i \tilde{f}_{d,i} \right) \bar{s}_i(t) - D |\bar{s}_i(t)| \right\} \quad (25)$$

اگر رابطه (۱۳) برقرار باشد، با انتخاب

$$D - (r+1) \max_{1 \leq i \leq N} \left\{ \tilde{f}_{\max,i}, \tilde{f}_{\max,i} \right\} \geq \bar{D} > 0 \quad (25)$$

به صورت  $\dot{V}^*(t) \leq -\bar{D} \sum_{i=1}^N |\bar{s}_i(t)| \leq -\bar{D} \sqrt{2V^*(0)}$

در خواهد آمد که متضمن باقی ماندن مسیره‌های حرکت روی سطح لغزش است. با انجام محاسبات ریاضی داریم:

$\sqrt{2V^*(t)} \leq \sqrt{2V^*(0)} - \bar{D}t$  و از لم ۲ به این نتیجه می‌رسیم که:  $V^*(t) \equiv 0$ ؛ بنابراین، به ازای

$t_f \geq \sqrt{2V^*(0)} / \bar{D}$  خواهیم داشت  $\|\bar{s}_i(t)\| \equiv 0$  که بیانگر

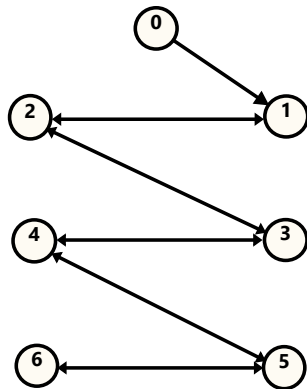
پایداری زمان محدود سیستم می‌باشد.

در نهایت، به استخراج شرطی می‌پردازیم که به ازای آن عدم افزایش دامنه خطای تعقیب بین عامل‌ها تضمین گردد. با

شکل (۳): دیاگرام حلقه بسته پیرو  $i$ -ام تحت کنترلر مود لغزشی تطبیقی ارائه شده در رابطه (۱۱) را نشان می‌دهد. خروجی هر عامل و عامل‌های مجاور آن وارد بلوک تطبیقی می‌شوند. در این بلوک، سطح لغزش بر اساس روابط (۶) محاسبه می‌شود و در ادامه کران‌های بالا و پایین اغتشاش تخمین زده می‌شوند. سپس، این تخمین‌ها وارد بلوک کنترلر شده و به همراه اطلاعات دریافتی هر عامل از عامل‌های مجاور، فرامین کنترلی لازم تولید و به عامل  $i$ -ام اعمال می‌گردد.

#### ۴- نتایج شبیه‌سازی

در این قسمت یک سیستم چندعاملی متشکل از یک رهبر و ۶ پیرو مطابق شکل ۴ در نظر گرفته می‌شود.



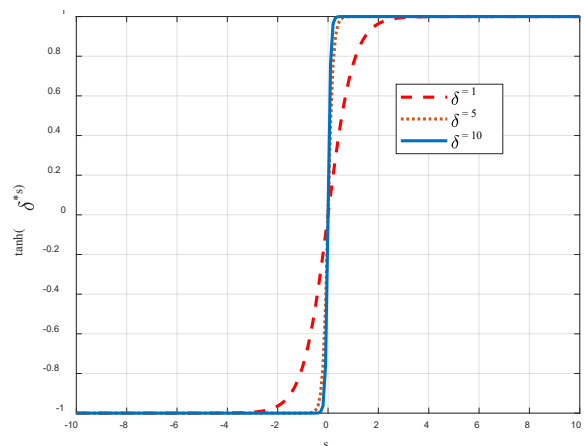
شکل (۴): ساختار ارتباطی سیستم چندعاملی مورد مطالعه. به منظور اعتبارسنجی روش ارائه شده، دو مانور حرکتی برای رهبر در نظر گرفته می‌شود. در هر دو مانور، ضرایب کنترلی به صورت  $D = 2.8$ ،  $\gamma = 0.06$ ،  $r = 0.75$ ،  $c_1 = 14$ ،  $\delta = 10$  و  $d = 4m$  فرض شده‌اند. اغتشاش اعمالی به عامل‌ها از رابطه زیر تبعیت می‌کند:

$$f_{d,i}(t) = 0.2 \sin((i+1)t) e^{-0.3t+i} \quad i = 0, 1, \dots, 6$$

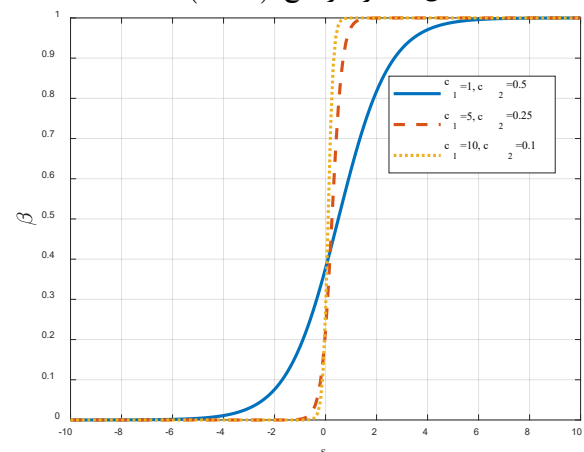
بنابراین، کران‌های بالا و پایین اغتشاش به صورت زیر خواهند بود:  $\bar{f}_{d,i} = 0.2$ ،  $\underline{f}_{d,i} = -0.2$ ،  $i = 1, 2, \dots, 6$ . در مانور اول که شتاب‌گیری رهبر است، سرعت کلیه عامل‌ها برابر صفر و پروفایل شتاب رهبر به صورت  $\dot{q}_0(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 10 \\ 0, & otherwise \end{cases}$  در نظر گرفته می‌شوند.

شکل ۵ منحنی خطای تعقیب را برای پیروها نشان می‌دهد. مطابق این شکل، علیرغم اعمال سیگنال اغتشاش به همه پیروها سیستم پایدار است و خطای تعقیب همه عامل‌ها به صفر می‌رسد. همچنین، این شکل نشان‌دهنده آن است که دامنه خطای تعقیب بین رهبر و پیرو ۱ از دامنه خطای سایر پیروها بیشتر است و دامنه خطای تعقیب روندی نزولی بین عامل‌ها دارد که بیانگر عدم گسترش خطا در سیستم است.

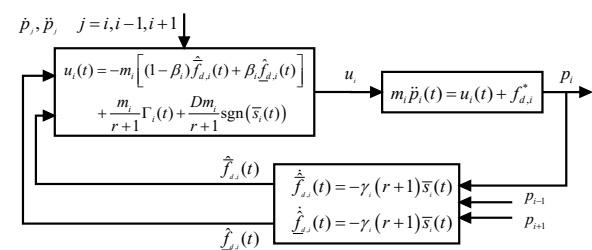
شکل ۳ دیاگرام حلقه بسته پیرو  $i$ -ام تحت کنترلر مود لغزشی تطبیقی ارائه شده در رابطه (۱۱) را نشان می‌دهد. خروجی هر عامل و عامل‌های مجاور آن وارد بلوک تطبیقی می‌شوند. در این بلوک، سطح لغزش بر اساس روابط (۶) محاسبه می‌شود و در ادامه کران‌های بالا و پایین اغتشاش تخمین زده می‌شوند. سپس، این تخمین‌ها وارد بلوک کنترلر شده و به همراه اطلاعات دریافتی هر عامل از عامل‌های مجاور، فرامین کنترلی لازم تولید و به عامل  $i$ -ام اعمال می‌گردد.

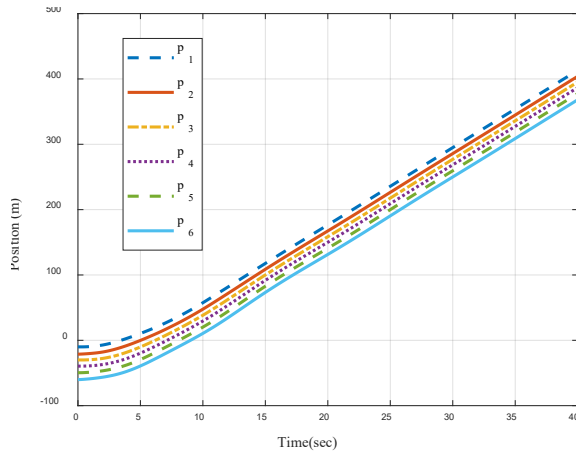


شکل (۱): رفتار تابع  $\tanh(\delta s(t))$ .



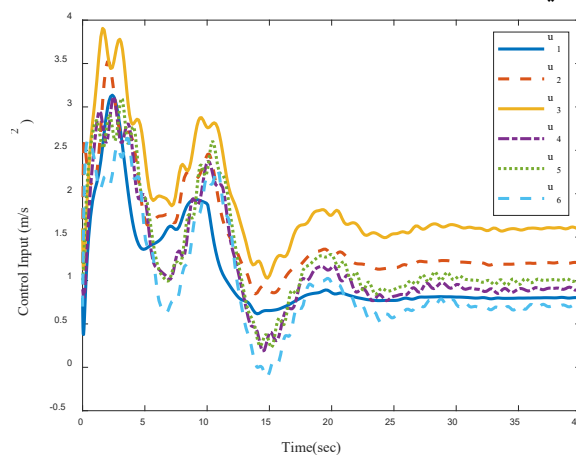
شکل (۲): رفتار تابع  $\beta_i$  بر اساس رابطه دوم (۲۸).





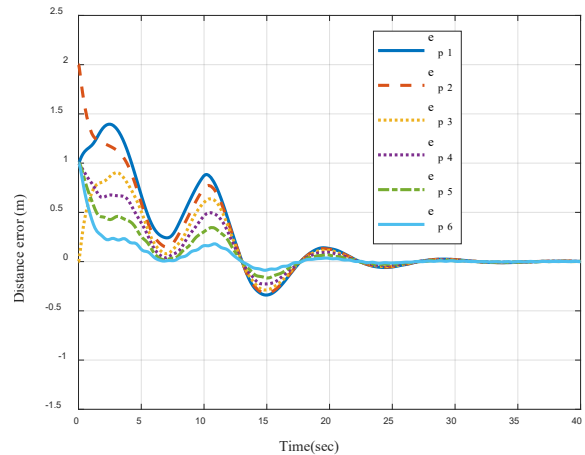
شکل (۷): موقعیت پیروها، مانور شتاب‌گیری.

مطابق این شکل، فاصله بین پیروها همواره مثبت بوده که بیانگر عدم برخورد آن‌ها با یکدیگر است و در نهایت، شکل ۸ منحنی ورودی کنترلی را برای هر پیرو نشان می‌دهد. در مانور ترمزگیری، پروفایل شتاب رهبر به صورت  $q_0(t) = \begin{cases} -1, & 0 \leq t \leq 20 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$  و سرعت اولیه پیروها برابر فرض  $[q_1(0), \dots, q_6(0)] = [35, 37, 30, 42, 45, 34] \text{ m/s}$  می‌شوند. شکل ۹ منحنی خطای تعقیب عامل‌ها را نشان می‌دهد. مطابق این شکل، خطای تعقیب هر عامل به صفر می‌رسد و دامنه خطای تعقیب نیز بین عامل‌ها روندی کاهشی دارد. با توجه به پایداری سیستم، سرعت تمامی پیروها به سرعت رهبر می‌رسد که این امر در شکل ۱۰ به تصویر کشیده شده است.

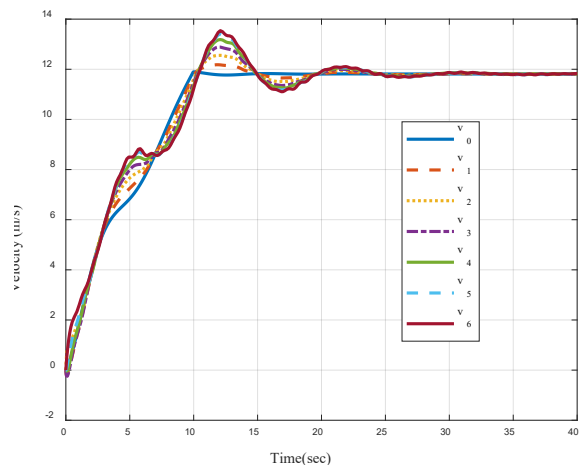


شکل (۸): ورودی کنترلی، مانور شتاب‌گیری.

شکل ۶ منحنی سرعت رهبر و پیروها را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه سیستم پایدار است، تمامی پیروها سرعت رهبر را تعقیب می‌کنند. در منحنی‌های فوق، مقداری خطای تعقیب وجود دارد که به دلیل اغتشاش اعمالی به پیروها می‌باشد. همچنین، شکل ۷ موقعیت پیروها را نشان می‌دهد.

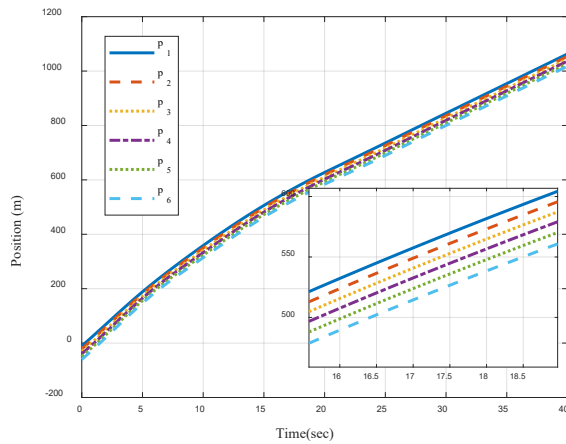


شکل (۵): خطای تعقیب پیروها، مانور شتاب‌گیری.

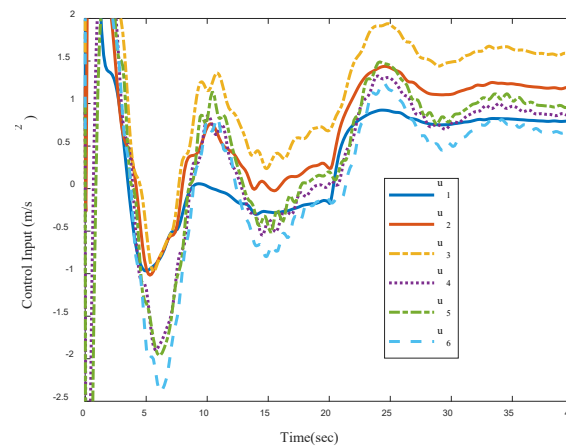


شکل (۶): سرعت پیروها، مانور شتاب‌گیری.

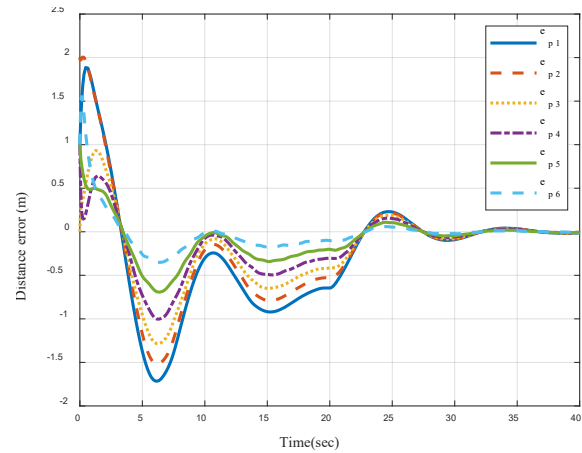




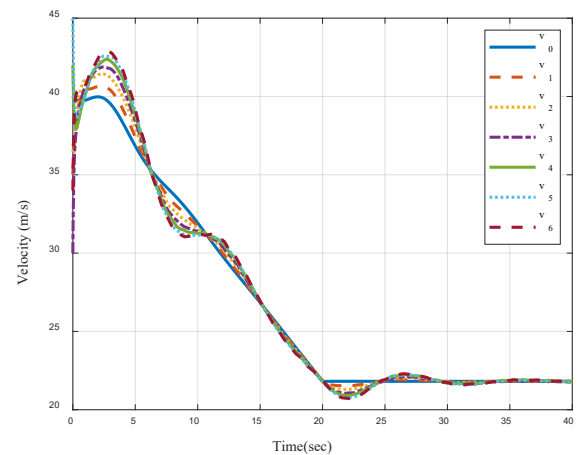
شکل (۱۱): موقعیت پیروها، مانور ترمزگیری.



شکل (۱۲): ورودی کنترلی، مانور ترمزگیری.



شکل (۹): خطای تعقیب پیروها، مانور ترمزگیری.



شکل (۱۰): سرعت پیروها، مانور ترمزگیری.

## ۵- نتیجه گیری

در این مقاله، به کنترل زمان محدود سیستم‌های چندعاملی مرتبه ۲ با ساختار رهبر-پیرو، شبکه ارتباطی غیر جهت‌دار و فاصله ثابت در حضور اغتشاش نامعلوم پرداخته شد. یک کنترلر مود لغزشی تطبیقی مقاوم طراحی شد که با تخمین زدن کران‌های بالا و پایین اغتشاش نه‌تنها پایداری زمان محدود سیستم را تضمین می‌کرد، بلکه عدم افزایش دامنه خطای تعقیب بین عامل‌ها را نیز به همراه داشت. با تعریف یک سطح لغزش جدید که مقدار آن تحت کنترلر ارائه‌شده صفر شد، هر دو هدف فوق برآورده شدند. از قضیه دوم لیانوف به‌منظور اثبات پایداری سیستم استفاده شد و نشان داده شد که سیستم چندعاملی تحت کنترلر مزبور پایدار زمان محدود بوده و دامنه خطای تعقیب نیز بین پیروها روندی کاهشی داشت. به‌منظور اعتبارسنجی این روش، دو سناریو با

در شکل ۱۱ موقعیت زمانی عامل‌ها نشان داده شده است. فاصله هر دو عامل متوالی همواره مثبت است که بیانگر عدم برخورد آن‌ها با یکدیگر است. درنهایت، منحنی توان کنترلی پیروها در شکل ۱۲ نشان داده شده است.

Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence; 2022.

[7] Wang Y, Garcia E, Casbeer D, Zhang F. Cooperative control of multi-agent systems: Theory and applications. 2017.

[8] Herrera M, Pérez-Hernández M, Kumar Parlikad A, Izquierdo J. Multi-agent systems and complex networks: Review and applications in systems engineering. Processes. 2020;8(3):312.

[9] Hong Z-W, Su S-Y, Shann T-Y, Chang Y-H, Lee C-Y. A deep policy inference q-network for multi-agent systems. arXiv preprint arXiv:171207893. 2017.

[10] Sun Q, Yao Y, Yi P, Hu Y, Yang Z, Yang G, et al. Learning controlled and targeted communication with the centralized critic for the multi-agent system. Applied Intelligence. 2022:1-19.

[11] Palunko I, Tolić D, Prkačin V. Learning near-optimal broadcasting intervals in decentralized multi-agent systems using online least-square policy iteration. IET Control Theory & Applications. 2021;15(8):1054-67.

[12] Lu K, Xu H, Zheng Y. Distributed resource allocation via multi-agent systems under time-varying networks. Automatica. 2022;136:110059.

[13] Lui DG, Petrillo A, Santini S. An optimal distributed PID-like control for the output containment and leader-following of heterogeneous high-order multi-agent systems. Information Sciences. 2020;541:166-84.

[14] Liao R, Han L, Dong X, Li Q, Ren Z. Finite-time formation-containment tracking for second-order multi-agent systems with a virtual leader of fully unknown input. Neurocomputing. 2020;415:234-46.

[15] Liu P, Xiao F, Wei B, Wang A. Distributed constrained optimization problem of heterogeneous linear multi-agent systems with communication delays. Systems & Control Letters. 2021;155:105002.

[16] Feng X, Yang Y, Wei D. Adaptive fully distributed consensus for a class of heterogeneous nonlinear multi-agent systems. Neurocomputing. 2021;428:12-8.

[17] Yang Z, Pan X, Zhang Q, Chen Z. Finite-time formation control for first-order multi-agent systems with region constraints. Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering. 2021;22(1):134-40.

[18] Zheng Y, Zhao Q, Ma J, Wang L. Second-order consensus of hybrid multi-agent systems. Systems & Control Letters. 2019;125:51-8.

حرکات متفاوت رهبر موردبررسی قرار گرفت. نتایج حاکی از آن بودند که سیستم چندعاملی مزبور تحت کنترلر ارائه شده پایدار زمان محدود بوده و دامنه خطای تعقیب روندی کاهشی بین عامل‌ها داشت.

## ۶- علائم و نشانه‌ها

موقعیت	$p$
سرعت	$q$
جرم	$m$
ورودی کنترلی	$u$
اغتشاش	$f_a$
تابع لیاپانوف	$V$
خطا	$e$
سطح لغزش	$s$
بهره کنترلی	$D$
بهره کنترلی	$\beta$
تابع علامت	sgn

## ۷- مراجع

[1] Kawamoto Y, Fadlullah ZM, Nishiyama H, Kato N, Toyoshima M. Prospects and challenges of context-aware multimedia content delivery in cooperative satellite and terrestrial networks. IEEE Communications Magazine. 2014;52(6):55-61.

[2] Goldhoorn A, Garrell A, Alquézar R, Sanfeliu A. Searching and tracking people with cooperative mobile robots. Autonomous Robots. 2018;42(4):739-59.

[3] Fan Y, Hu G, Egerstedt M. Distributed reactive power sharing control for microgrids with event-triggered communication. IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2016;25(1):118-28.

[4] Zhang J, Sha J, Han G, Liu J, Qian Y. A cooperative-control-based underwater target escorting mechanism with multiple autonomous underwater vehicles for underwater Internet of Things. IEEE Internet of Things Journal. 2020;8(6):4403-16.

[5] Dorri A, Kanhere SS, Jurdak R. Multi-agent systems: A survey. Ieee Access. 2018;6:28573-93.

[6] Kalech M, Natan A, editors. Model-Based Diagnosis of Multi-Agent Systems: A Survey.

- saturation constraint. *Modares Mechanical Engineering*. 2019; 19(7):1759-1766.
- [31] Kaviri S, Tahsiri A, Taghirad H. A Distributed framework design for formation control of under-actuated USVs in the presence of environmental disturbances using terminal sliding mode control. *Journal of Control*. 2021;15(1):35-49.
- [32] Krstic M, Kokotovic PV, Kanellakopoulos I. *Nonlinear and adaptive control design*: John Wiley & Sons, Inc.; 1995.
- [19] Li S, Nian X, Deng Z. Distributed optimization of general linear multi-agent systems with external disturbance. *Journal of the Franklin Institute*. 2021;358(11):5951-70.
- [20] Dong X, Li Q, Zhao Q, Ren Z. Time-varying group formation analysis and design for general linear multi-agent systems with directed topologies. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*. 2017;27(9):1640-52.
- [21] Zhang C, Ji L, Yang S, Li H. Optimal antisynchronization control for unknown multiagent systems with deep deterministic policy gradient approach. *Information Sciences*. 2023;622:946-61.
- [22] Peters AA, Middleton RH, Mason O. Leader tracking in homogeneous vehicle platoons with broadcast delays. *Automatica*. 2014;50(1):64-74.
- [23] Dong L, Chai S, Zhang B, Nguang SK. Sliding mode control for multi-agent systems under a time-varying topology. *International Journal of Systems Science*. 2016;47(9):2193-200.
- [24] Khalil HK. *Nonlinear control*: Pearson New York; 2015.
- [25] Zhang J, Lyu M, Shen T, Liu L, Bo Y. Sliding mode control for a class of nonlinear multi-agent system with time delay and uncertainties. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2017;65(1):865-75.
- [26] Li W, Niu Y, Cao Z, Lv X. Sliding mode control for multi-agent systems under stochastic communication protocol. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*. 2022;32(13):7522-35.
- [27] Wang J, Luo X, Zhang Y, Guan X. Distributed integrated sliding mode control via neural network and disturbance observer for heterogeneous vehicle systems with uncertainties. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*. 2023:01423312221143655.
- [28] Zhao N, Zhu J. Sliding mode control for robust consensus of general linear uncertain multi-agent systems. *International Journal of Control, Automation and Systems*. 2020;18(8):2170-5.
- [29] Manouchehri P, Ghasemi R, Toloei A, Mohammadi F. Distributed neural observer-based formation strategy of non-affine nonlinear multi-agent systems with unknown dynamics. *Journal of Circuits, Systems and Computers*. 2021;30(5):2130005.
- [30] Rahimi N, Binazadeh T. Distributed Adaptive Robust Controller Design for consensus in multi-agent system including robot arms with actuator



## Finite Time Adaptive Sliding Mode Control of Multi-agent Systems via Unknown External Disturbance and Undirected Network

Hossein Chehardoli\*

Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Ayatollah Boroujerdi University, Boroujerd, Iran

### HIGHLIGHTS

- The proposed adaptive sliding mode control assures the finite time stability of the multi-agent system
- The external disturbance is assumed bounded and unknown
- Under the proposed control, the amplitude of distance error between agents will decrease

### ARTICLE INFO

Article history:

Article Type: Research paper

Received: 1 February 2023

Received in revised form: 25 February 2023

Accepted: 14 April 2023

Available online: 7 May 2023

\*Correspondence:

h.chehardoli@abru.ac.ir

How to cite this article:

H. Chehardoli. Finite time adaptive sliding mode control of multi-agent systems via unknown external disturbance and undirected network. Journal of Aerospace Mechanics. 2023; 19(3):137-148.

Keywords:

Multi-agent systems (MAS)

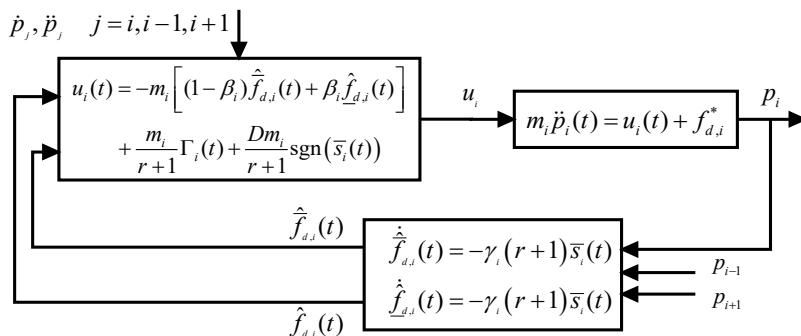
Adaptive sliding mode control

Finite time stabilization

External disturbance

Distance error

### GRAPHICAL ABSTRACT



### ABSTRACT

In this paper, the finite time control of 2<sup>nd</sup> order multi-agent systems (MASs) consisting of a leader and a number of followers under external disturbance is discussed. The communication graph of agents is considered non-directional and the distance between them is considered constant. The goal is to design a robust adaptive sliding mode controller which, by estimating the upper and lower limits of the disturbance, not only ensures the finite time stability of the system, but also does not increase the tracking error range between the agents. For this purpose, a new slip surface is defined, which becomes zero under the considered controller, both of the above goals are met. The second Lyapunov theorem is used to prove the stability of the system and an unbounded radial Lyapunov function is presented in terms of the new slip surface and estimation errors. Based on the communication structure of the factors, the necessary control and adaptive rules will be obtained to make the derivative of the Lyapunov function negative. The results are presented in the form of a theorem with proof. In order to validate this method, two scenarios with different movements of the leader are examined. It is shown that the mentioned system is finite time stable under the presented control method and the tracking error between the agents reaches zero.

\* Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Imam Hossein University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit <https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>.