



Robust Control Based on Suboptimal Estimator for Highly Nonlinear Robotic Arms Influenced Model Uncertainties and Environmental Disturbance

Akbar Asgharzadeh-Bonab^{1*}, Naeim Yousefi Lademakhi², Hamid Bigdeli³

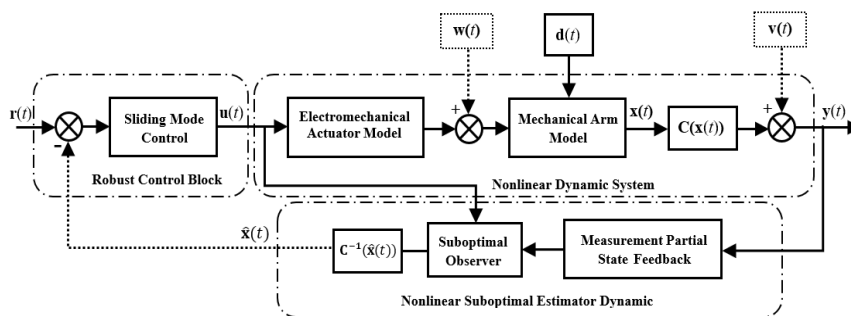
¹ Assistant Professor, Department of Science and Technology Studies, AJA Command and Staff University, Tehran, Iran

² Ph.D. Candidate, Faculty of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

HIGHLIGHTS

- Applying robust controller based on suboptimal estimator
- Ensuring the stability of the proposed controller along with the convergence analysis of the estimation error
- Flexible design of the control system, by parametrized matrices depending on the non-unique state and adjustable weight matrices

GRAPHICAL ABSTRACT



ARTICLE INFO

Article history:

Article Type: Research paper

Received: 29 March 2023

Received in revised form: 25 April 2023

Accepted: 25 May 2023

Available online: 19 September 2023

*Correspondence:

akbar.asgharzadeh@casu.ac.ir

How to cite this article:

A. Asgharzadeh-Bonab, N.Y. Lademakhi, H. Bigdeli. Robust Control Based on Suboptimal Estimator for Highly Nonlinear Robotic Arms Influenced Model Uncertainties and Environmental Disturbance. Journal of Aerospace Mechanics. 2023; 19(4):85-101.

Keywords:

Sliding mode control
Suboptimal estimator
Model uncertainty
Measurement noise
Process disturbance

ABSTRACT

One of the main challenges of using robotic arms in various industrial applications such as: production and assembly line, medical and surgical centers, space industries and military instruments is the lack of accurate modeling and control of the systems. In this paper, the problem of robust control based on the suboptimal estimator for highly nonlinear dynamic systems affected by systemic and environmental uncertainties is addressed. Considering the coupled electrical-driven and mechanical subsystems in modeling leads to a completer and more realistic model known as the electrical flexible joint robots (EFJR). The state-dependent Riccati equation estimator is used to determine unknown state variables that cannot be measured by sensors. By applying the proposed approach in simulating a two degree-of-freedom (DOF) arm with electrically flexible joints as a practical case study, both robustness and optimality are obtained for the system. Then, the proposed method is compared to the sliding mode control and the Kalman filter estimator. The obtained results indicate that the proposed method has improved the system robustness against uncertainty and disturbance. The norm of final error of the robot End-effector has been obtained as 4.13 mm and 37.02 mm in the proposed algorithm and Kalman filter method, respectively. Also, the norm of control input (energy consumption) has been obtained as 7.5 and 16.8 by the two methods, respectively. Therefore, the proposed method provides the possibility of achieving to the goal with a higher accuracy and less control effort.



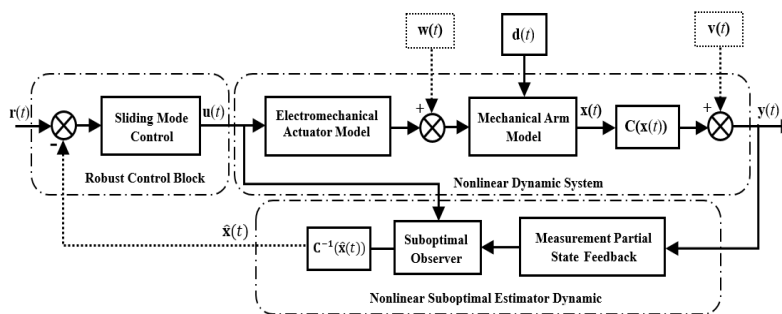
کنترل مقاوم مبتنی بر تخمین گر زیربینه برای بازوهای رباتیک به شدت غیرخطی تحت تأثیر نامعینی‌های مدل و اغتشاشات محیطی

اکبر اصغرزاده بناب^{۱*}، نعیم یوسفی لادمخی^۲، حمید بیگدلی^۱

^۱ استادیار، گروه مطالعات علم و فناوری، دانشگاه فرماندهی و ستاد آجا، تهران، ایران

^۲ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

چکیده گرافیکی



برجسته‌ها

- به‌کارگیری کنترل‌کننده مقاوم مبتنی بر تخمین گر زیر بینه
- تضمین پایداری کنترل‌کننده پیشنهادی به همراه تحلیل همگرایی خطای تخمین
- طراحی منعطف سیستم کنترلی توسط ماتریس‌های پارامتریزه وابسته به حالت نایکتا و ماتریس‌های وزنی قابل تنظیم

مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:

نوع مقاله: علمی پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۲/۰۱/۰۹

بازنگری: ۱۴۰۲/۰۲/۰۵

پذیرش: ۱۴۰۲/۰۲/۲۷

ارائه برخط: ۱۴۰۲/۰۶/۲۸

*نویسنده مسئول:

akbar.asgharzadeh@casu.ac.ir

کلیدواژه‌ها:

کنترل مودلغزشی

تخمین گر زیربینه

عدم قطعیت مدل

نویز اندازه‌گیری

اغتشاش فرآیند

چکیده

یکی از چالش‌های اساسی در به‌کارگیری بازوهای رباتیکی در صنایع مختلف مانند خط تولید و مونتاژ، مراکز پزشکی و جراحی، صنایع فضایی و ادوات نظامی عدم دستیابی به مدل‌سازی و کنترل دقیق آن‌هاست. در این مقاله مسئله کنترل مقاوم مبتنی بر تخمین گر بینه برای سیستم‌های دینامیک به شدت غیرخطی تحت تأثیر عدم قطعیت‌های سیستمی و محیطی، انجام شده است. در نظر گرفتن زیرسیستم الکتریکی محرک کوپل شده به زیرسیستم مکانیکی در مدل‌سازی، منجر به مدل کامل‌تر و واقعی‌تر معروف به ربات‌های با مفاصل انعطاف‌پذیر الکتریکی شده است. متغیرهای حالت نامعلوم که امکان اندازه‌گیری آن‌ها توسط سنسورها وجود ندارد، توسط تخمین گر معادله ریکاتی وابسته به حالت تعیین می‌شود. با به‌کارگیری رویکرد پیشنهادی در شبیه‌سازی یک بازوی دو درجه آزادی با مفاصل انعطاف‌پذیر الکتریکی به‌عنوان یک نمونه کاربردی، هر دو مزیت استحکام و پهنی برای سیستم حاصل می‌شود. سپس روش پیشنهادی با روش کنترل مودلغزشی و تخمین گر فیلتر کالمن مقایسه شده است. نتایج به‌دست آمده بهبود استحکام سیستم در مقابل عدم قطعیت و اغتشاشات را با به‌کارگیری روش پیشنهادی نشان می‌دهد. نرم خطای نهایی پنجه ربات در الگوریتم پیشنهادی و فیلتر کالمن به ترتیب ۴/۱۳ میلی‌متر و ۳۷/۰۲ میلی‌متر و نرم ورودی کنترلی (مصرف انرژی) به ترتیب ۷/۵ و ۱۶/۸ بوده است؛ بنابراین، دستیابی به هدف، با دقت بالاتر و تلاش کنترلی حداقل با استفاده از روش پیشنهادی تأمین شده است.

۱- مقدمه

اغلب طرح‌های متداول در مورد استراتژی‌های کنترل برای بازوهای رباتیکی بر اساس دو فرض ساده‌کننده صورت می‌گیرد: فرض اول نادیده گرفتن دینامیک عملگر محرک است که موجب می‌شود طراحی سیستم کنترل‌کننده در سطح ورودی گشتاور محدود شود؛ اما در عمل نمی‌توان گشتاور کنترلی را مستقیماً به بازوی مکانیکی اعمال نمود، بنابراین دینامیک الکتریکی-مکانیکی عملگر محرک باید در نظر گرفته شود و ولتاژ تولیدی از موتور به‌عنوان محرک بازو به سیستم اعمال گردد. فرض دوم در مورد نادیده گرفتن انعطاف‌پذیری مفصل است که موجب می‌شود سیستم به‌صورت یکپارچه صلب در نظر گرفته شود؛ اما در عمل، اتصالات مابین عملگر محرک و بازو از جمله: مکانیسم درایوهای هارمونیک و چرخ‌دنده‌های کاهنده و همچنین اصطکاک و سفتی بین آن‌ها به‌عنوان انعطاف‌پذیری شناخته می‌شود [۱ و ۲]. لذا در نظر گرفتن دینامیک الکتریکی-مکانیکی عملگر محرک و انعطاف‌پذیری موجود در مفاصل بازوهای مکانیکی، مدل واقعی‌تری از سیستم دینامیکی را ارائه می‌دهد، هرچند که پیچیدگی و حجم محاسبات افزایش می‌یابد.

رامپرز و اسپانگ [۳] از جمله کسانی بودند که به طراحی کنترل‌کننده مبتنی بر مدل‌های واقعی‌تری که در آن‌ها انعطاف‌پذیری مفاصل در نظر گرفته شده بود، پرداختند. العاشور و همکاران [۴] الگوریتمی برای کنترل تطبیقی بازوهای با مفاصل انعطاف‌پذیر ارائه کردند. علاوه بر آن یک کنترل‌کننده مقاوم نیز برای جبران اثرات بخش‌های مدل‌سازی نشده دینامیک سیستم و خطاهای ناشی از تغییرات پارامترها طراحی شد.

کلوتیه و همکاران [۵] در تحقیقات خود روشی را توسعه دادند که در آن معادله ریکاتی تابعی از حالت‌هاست. در این روش ابتدا سیستم به یک ساختار خطی (نایکتا) به نام ماتریس‌های ضرایب وابسته به حالت انتقال می‌یابد و سپس معادله ریکاتی جبری حل می‌شود. نایکتا بودن ساختار خطی، درجات آزادی بیشتری در دسترس طراح قرار می‌دهد که می‌توان از آن‌ها برای افزایش کارایی کنترل‌کننده استفاده کرد. ژین و همکاران

[۶] از رهیافت معادله ریکاتی وابسته به حالت (SDRE) برای یافتن حل بازخوردی مسئله کنترل بازوی مکانیکی دو مفصلی با تضمین پایداری جانبی استفاده کردند و برای حفظ استحکام پاسخ، یک کنترل‌کننده دیگر بر پایه شبکه عصبی را نیز به کار بردند.

هوانگ و همکاران [۷] یک کنترل‌کننده تطبیقی موقعیت/نیرو را برای ربات با مفاصل انعطاف‌پذیر دارای حرکات مقید نامشخص ارائه کرده‌اند. در این پژوهش سفتی مفصل، اینرسی موتور و نیز پارامترهای اینرسی ربات نامعلوم فرض شده است. فاروق و وانگ [۸] نیز یک طرح‌واره کنترل ترکیبی نیرو/موقعیت بر مبنای تئوری مودلغزشی را برای بازوهای با مفصل انعطاف‌پذیر ارائه کردند. مرابت و گو [۹]، یک کنترل‌کننده مودلغزشی برای سیستم مفصل انعطاف‌پذیر (FJM) پیشنهاد کردند که دارای عدم قطعیت در مدل‌سازی و همچنین نفوذ اختلالات ناشناخته است. در مرجع [۱۰] نیز یک رویکرد کنترل گام به عقب مقاوم برای غلبه بر عدم قطعیت پارامترهای دینامیکی ربات مفصلی انعطاف‌پذیر پیشنهاد شده است. در پژوهش دیگر طراحی کنترل‌کننده مودلغزشی برای یک مدل کامل شش درجه آزادی غیرخطی هواپیما معرفی شده است. شبیه‌سازی در رژیم‌های پروازی مختلف اعم از سرعت‌ها و ارتفاع‌های متفاوت، در شرایط وجود نیروی باد و همین‌طور با فرض عدم دقت در محاسبه ضرایب آیرودینامیکی انجام شده است که نتایج رضایت‌بخش بوده است [۱۱]. اکثر تحقیقات انجام شده در مورد کنترل ربات‌های مفصلی انعطاف‌پذیر بدون در نظر گرفتن کولپینگ دینامیک عملگر محرک صورت گرفته است. در ادبیات مربوط به بازوهای مکانیکی با مفاصل انعطاف‌پذیر الکتریکی تحقیقات بسیار کمی صورت گرفته است. فاتح [۱۲] یک کنترل‌کننده مقاوم تطبیقی متداول را برای سیستم EFJR تحت عدم قطعیت ساختاریافته و غیر ساختاریافته طراحی کرده است. فاتح و همکاران [۱۳] در پژوهش دیگر طرح کنترل مودلغزشی فازی تطبیقی غیرمتمرکز را با راهبرد کنترل ولتاژ برای بازوی رباتیک ارائه داده‌اند. چانگ و یین [۱۴] یک کنترل مقاوم را برای ردیابی طبقه‌ای از بازوهای مکانیکی با مفاصل انعطاف‌پذیر که توسط موتورهای جریان مستقیم جاروبک دار فعال می‌شوند، پیشنهاد کردند. همچنین ایزدبخش و همکاران

پارامتریزه کردن وابسته به حالت برای سیستم‌های پیوسته ارائه کرده است. علاوه بر به‌کارگیری این روش برای سیستم‌های زمان پیوسته، کاربردهای متنوع تخمین‌گر SDRE برای سیستم‌های زمان گسسته توسط محققان مختلف استفاده و بررسی گردیده است [۲۲ و ۲۳]. بیک زاده و همکارانش [۲۴] طراحی فیلتر مقاوم SDRE را برای سیستم‌های دارای عدم قطعیت ارائه کرده‌اند. همچنین ترکیب کنترل کننده SDRE با تخمین‌گر مانند فیلتر کالمن متداول و توسعه یافته نتایج رضایت بخشی را نشان داده است [۲۵].

یکی از چالش‌های اساسی در کنترل بازوهای مفصلی رباتیکی وجود تغییرات پارامتریک و نفوذ اغتشاشات خارجی به سیستم است که منجر به ایجاد عدم قطعیت‌های ناسازگار می‌شود. عالم و همکاران [۲۶] الگوریتم کنترل مودلغزشی مبتنی بر رویت‌گر اغتشاشی را با تعریف یک سطح لغزش جدید برای ردیابی مسیر بازو پیشنهاد دادند. علاوه بر آن طراحی رویت‌گر تعمیم یافته فازی-تطبیقی برای تخمین هم‌زمان متغیرهای حالت و اغتشاش خارجی در سیستم‌های غیرخطی افاین تک ورودی-تک خروجی انجام شده است. عملکرد روش پیشنهادی در کنترل آونگ وارون شبیه‌سازی و ارزیابی شده است [۲۷].

مبنای کار حاضر از نظر تئوری موضوع (کنترلر مبتنی بر تخمین‌گر) برگرفته شده از مقاله [۲۸] می‌باشد. هدف اصلی پژوهش حاضر، مطالعه و بررسی عملکرد سیستم تحت مطالعه (بازوهای رباتیکی غیرخطی با وجود عدم قطعیت‌های مدل) در یک محیط آزمایشگاهی اغتشاشی به همراه نویز سیستم‌های اندازه‌گیری (سنسورهای موقعیت‌سنج) است که کاربرد وسیع صنعتی و رباتیکی دارد. علاوه بر آن تحلیل پایداری سیستم کنترل و تخمین‌گر با توجه به اصلاح و توسعه کاندید لیاپانوف معرفی شده در مرجع [۲۹] انجام شده است. در نهایت، به منظور اعتبارسنجی روش استفاده شده، ضمن طراحی سناریو آزمون با شرایط گوناگون، تحلیل و مقایسه نتایج بین روش پیشنهادی با سایر روش‌های کاربردی مانند کنترل کننده مقاوم مودلغزشی، تخمین‌گر فیلتر کالمن مورد ارزیابی قرار گرفته است. در این مقاله، مدل سازی دینامیکی سیستم غیرخطی تحت مطالعه با در نظر گرفتن شرایط انعطاف‌پذیری در مفاصل، کوپل‌شدگی دینامیک زیرسیستم عملگرهای

[۱۵] کنترل کننده مقاوم را مبتنی بر استراتژی کنترل ولتاژ توسعه دادند. کیو و همکاران [۱۶] یک کنترل کننده ردیابی مسیر برای بازوهای مکانیکی با مفاصل انعطاف‌پذیر الکتریکی تحت اغتشاشات تصادفی طراحی کرده‌اند که در آن اثر اغتشاشات به صورت نویزهای رنگی مخلوط شده با ولتاژ خروجی موتور در نظر گرفته شده است.

در بسیاری از کاربردهای واقعی، امکان اندازه‌گیری همه متغیرهای حالت سیستم وجود ندارد و فقط تعدادی از آن‌ها در دسترس هستند. در این شرایط به منظور طراحی کنترل کننده یک روش این است که با سعی-خطا و تغییر پی‌درپی پارامترهای طراحی و با توجه به داده‌های دریافتی از انکودرها به عملکرد مطلوب دست یافت. روش دیگر استفاده از رویت‌گر و تخمین‌گر جهت تخمین متغیرهای حالت نامعلوم و دستیابی به بازخورد کامل از متغیرهای حالت سیستم است. نخستین بار رادولف کالمن [۱۷] فیلتر کالمن را به عنوان رویت‌گر در سال ۱۹۶۰ معرفی کرد. فیلتر کالمن یک الگوریتم بازگشتی برای پردازش داده‌ها است که با کمک مجموعه‌ای از اندازه‌گیری‌های ناقص و دارای نویز گاوسی، متغیرهای حالت سیستم را تخمین می‌زند. با اینکه در فیلتر کالمن سیستم‌ها خطی در نظر گرفته می‌شود اما این فیلتر کاربرد زیادی نیز در سیستم‌های غیرخطی داشته است که در این مسائل با فرض حل تقریبی و در نظر گرفتن میزان انحراف از معادلات خطی به کار گرفته می‌شود [۱۸]. تیانو و همکاران [۱۹] از رویت‌گر فیلتر کالمن برای شناسایی رفتار دینامیکی یک زیردریایی خودکار استفاده کردند.

پس از معرفی اصطلاح رویت‌گر در سال ۱۹۶۴ توسط لئونبرگر، رویت‌گرهای زیادی معرفی شده‌اند که در ابتدا رویت‌گرهای سیستم‌های خطی نامتغیر با زمان یقینی مطرح بود و سپس، سیستم‌های خطی متغیر با زمان، سیستم‌های گسسته و سیستم‌های تصادفی نیز توسعه یافت [۲۰]. یکی از روش‌های نوین تخمین حالت سیستم‌های غیرخطی، تکنیک SDRE می‌باشد. برخلاف روش فیلتر کالمن توسعه یافته، فیلتر SDRE نیازی به محاسبات ژاکوبین ندارد، بلکه مستلزم پارامتریزه کردن مستقیم دینامیک غیرخطی سیستم است. سیمن [۲۱] بررسی کاملی از روش SDRE به همراه توضیح جزئیات شامل ساختار آن، قضایای پایداری، بهینگی و

و حساسیت‌های حسی، انسان‌ها از ربات‌ها بهتر عمل می‌کنند، به‌خصوص در فرآیند تولید و مونتاژ قطعات در مقیاس کوچک که به بازوهای رباتیکی با دقت بالا نیاز است. قابلیت حساسیت‌های حسی به‌طور طبیعی سطح بالایی از عدم قطعیت‌های موجود در سیستم و محیط صنعتی را جبران می‌کند [۳۰ و ۳۱]. عدم قطعیت در فرآیند صنعتی ممکن است ناشی از اعمال بار خارجی به سیستم (اغتشاشات قطعی)، نویز سیستم اندازه‌گیری، عدم دقت مدل، انعطاف‌پذیری مفصل و غیره باشد. اگرچه حسگرهای مترولوژی پیشرفته و ریزپردازنده‌های با دقت بالا که در ربات‌های امروزی استفاده می‌شوند، بسیاری از خطاهای ساختاری و دینامیکی را در سیستم جبران کرده‌اند؛ اما محدودیت‌ها و هزینه‌های گزاف، طراحان و محققان را به‌سوی توسعه مدل‌سازی دینامیکی و طراحی الگوریتم‌های کنترلی مقاوم به‌منظور در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های سیستم و جبران اثرات آن در فرآیندهای صنعتی سوق داده است. در این پژوهش اثرات عدم قطعیت‌های سیستم دینامیکی شامل بازوهای مکانیکی و زیرسیستم عملگر الکترومکانیکی به‌صورت پارامتریک و دارای حدود بالا و پایین در نظر گرفته شده است که در (بخش ۳) تشریح شده است.

۲-۲- اغتشاش فرآیند و نویز اندازه‌گیری

انحراف از مقدار مطلوب طراحی مانند تغییر ناگهانی بر اثر لرزش بار خارجی یا نوسانات برق به‌عنوان اغتشاش تصادفی معرفی می‌شود که فرکانس آن کم است و طی زمان میرا می‌شود. از طرفی هر سیگنال ناخواسته‌ای که در مخاברה و خروجی سیستم اندازه‌گیری و پردازش سیگنال حامل اطلاعات، اختلال ایجاد کند و کیفیت سیگنال اصلی را کاهش دهد به‌عنوان نویز تعریف می‌شود. مقدار نویز تصادفی است و طی زمان میرا نمی‌شود. همچنین فرکانس نویز بالاست و مقدار متوسط آن صفر است. نویزها را بر اساس طیف فرکانسی یا مشخصه زمانی، می‌توان به بخش‌های آکوستیکی، الکترونیکی، الکترومغناطیسی و الکترواستاتیکی تقسیم‌بندی نمود [۳۲]. در شبیه‌سازی سیستم مورد مطالعه به‌منظور اینکه عملکرد سیستم به شرایط واقعی و آزمایشگاهی نزدیک باشد، پدیده نویز در خروجی سیستم اندازه‌گیری و اغتشاشات

محرک به بازوهای مکانیکی و همچنین اثرات عدم قطعیت و اغتشاشات در سیستم، انجام شده است. به‌منظور تخمین پارامترهای نامعلوم و تصادفی از تخمین‌گر زیربهمینه SDRF استفاده شده است؛ بنابراین، اطلاعات کامل‌تری از خروجی سیستم به‌عنوان سیگنال بازخورد در اختیار بلوک کنترلی قرار می‌گیرد که نهایتاً منجر به بهبود عملکرد سیستم دینامیکی خواهد شد.

سهم عمده مقاله نسبت به کارهای پیشین به‌طور خلاصه در زیر بیان شده است:

به‌کارگیری کنترلی‌کننده مقاوم مبتنی بر تخمین‌گر پیشنهادی برای بازوهای مکانیکی EFJR در شرایط کاری نامطلوب: عدم قطعیت در مدل‌سازی، محدودیت اشباع در عملگرهای محرک، اغتشاش در محیط، نویز دستگاه اندازه‌گیری

- تضمین پایداری کنترلی‌کننده مقاوم مبتنی بر تخمین‌گر: به همراه تجزیه و تحلیل همگرایی خطای تخمین
- استخراج ماتریس‌های پارامتریزه وابسته به حالت (SDC) و تنظیم ماتریس‌های وزنی کمکی که منجر به مصالحه میان دقت نهایی، کاهش خطا و هزینه کنترلی می‌گردد
- اعتبارسنجی روش پیشنهادی با سایر روش‌های کاربردی مانند کنترلی‌کننده مقاوم مودل‌غزشی، تخمین‌گر فیلتر کالمن

ساختار این مقاله به شرح زیر تنظیم شده است: در بخش ۲ تعاریف مسئله شرح داده شده است. مدل ریاضی سیستم تحت مطالعه در بخش ۳ فرمول‌بندی شده است. در بخش ۴ ساختار تئوری کنترلی‌کننده مبتنی بر تخمین‌گر بیان شده و تحلیل پایداری برای سیستم تضمین شده است. نتایج شبیه‌سازی و اعتبارسنجی با سایر روش‌ها در بخش ۵ ارائه شده است. نهایتاً، در بخش ۶ جمع‌بندی و نتیجه‌گیری مقاله بیان شده است.

۲- تعاریف مسئله

۲-۱- عدم قطعیت‌های سیستم

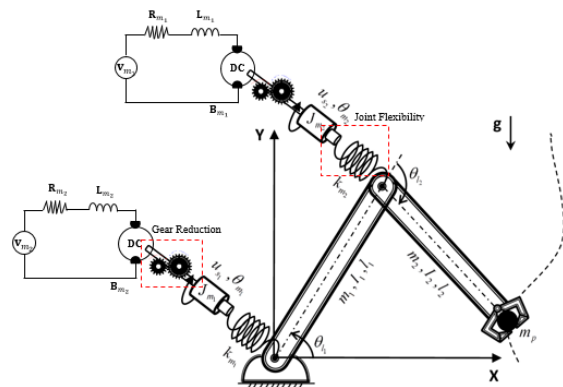
استفاده از فناوری رباتیک در قرن حاضر به‌شدت در فرآیند تولید و مونتاژ صنعتی افزایش یافته است؛ اما با توجه به علائم

خروجی‌های سیستم در طراحی الگوریتم‌های کنترلی حائز اهمیت است؛ بنابراین در این مقاله از مفهوم تخمین گر که مفهومی کامل تر نسبت به رویت گر داراست، جهت رؤیت و تخمین متغیرهای حالت نامعلوم در حضور پارامترهای تصادفی و عدم قطعیت‌های سیستم استفاده شده است.

۳- مدل ریاضی سیستم

۳-۱- مدل سازی دینامیکی بازوی مکانیکی با مفاصل انعطاف پذیر الکتریکی

با در نظر گرفتن پارامترهای انعطاف پذیری مانند سفتی پیچشی مفاصل و همچنین دینامیک مدل موتور الکتریکی کوپل شده به بازو، فرآیند مدل سازی سیستم کامل تر از قبل انجام می‌شود. بازوی مکانیکی دو درجه آزادی با مفاصل انعطاف پذیر الکتریکی (EFJR) به عنوان یک سیستم به شدت غیرخطی که بار خارجی m_p را با خود حمل می‌کند، در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل (۲): بازوی مکانیکی دو درجه آزادی EFJR.

مدل دینامیکی سیستم در معادله (۱) استخراج شده است.

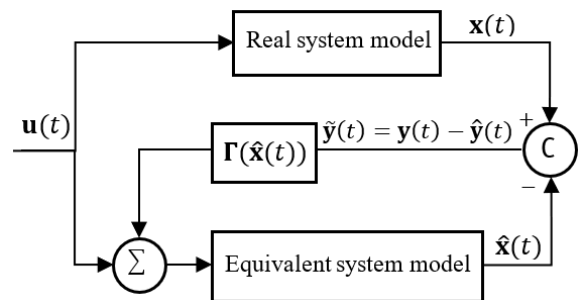
$$\begin{aligned} \mathbf{M}_l \ddot{\theta}_l(t) + \mathbf{c}(\dot{\theta}_l(t), \dot{\theta}_l(t)) + \mathbf{g}(\theta_l(t)) + \boldsymbol{\tau}_{ext}(t) \\ = \mathbf{k}_s(N\theta_m(t) - \theta_l(t)) \\ \mathbf{J}_m \ddot{\theta}_m(t) + \mathbf{B}_m \dot{\theta}_m(t) + N\mathbf{k}_s(N\theta_m(t) - \theta_l(t)) \\ = \mathbf{K}_m \mathbf{I}_m(t) \\ \mathbf{L}_m \dot{\mathbf{I}}_m(t) + \mathbf{R}_m \mathbf{I}_m(t) + \mathbf{k}_b \dot{\theta}_m(t) = \mathbf{v}_m(t) \end{aligned} \quad (1)$$

سیستم فرمول بندی شده در معادله (۱) یک مثال رایج از سیستم دینامیکی چند ورودی چند خروجی به شدت غیرخطی، کوپل شده با محاسبات گسترده است [۳۳]. ورودی کنترلی سیستم توسط ولتاژ تولید شده عملگر محرک بازوها ایجاد شده است.

فرآیندی در ساختار مدل عملگرهای محرک مطابق بلوک دیاگرام ارائه شده در چکیده گرافیکی اعمال شده است.

۳-۲- رویت گر و تخمین گر

عملکرد رویت گر: هدف از طراحی رویت گر، مشاهده متغیرهای حالت نامعلوم (غیرقابل اندازه گیری) است. شکل ۱ یک سیستم دینامیکی را به همراه رویت گر نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود، مدل ریاضی معادل، به موازات سیستم واقعی اجرا می‌شود. اگر مدل ریاضی بی نقص باشد $\hat{\mathbf{x}}(t)$ (متغیر حالت مدل) همان $\mathbf{x}(t)$ (متغیر حالت واقعی سیستم) خواهد بود؛ اما در واقعیت چنین فرضی امکان پذیر نیست و مدل‌ها، بی نقص و کامل نیستند؛ بنابراین بین خروجی مدل معادل با خروجی واقعی سیستم اختلاف وجود دارد. $\tilde{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)$ در بهره رویت گر وارد می‌شود تا دقت تخمین حالت برای $\hat{\mathbf{x}}(t)$ را بهبود بخشد. رویت گرها برای سیستم‌های یقینی استفاده می‌شوند به عبارتی سیگنال‌های تصادفی در سیستم وجود نداشته باشد. در این روش هرگونه خطای مدل سازی (عدم قطعیت‌ها) در برآورد متغیرهای حالت تأثیرگذار بوده و سیستم رویت گر را از حالت مطلوب جدا می‌کند.



شکل (۱): روند عملکرد رویت گر برای سیستم واقعی.

عملکرد تخمین گر: عملکرد تخمین گرها هم مانند رویت گر است با این تفاوت که در ساختار تخمین گرها، اثرات اختلالات هم در فرآیند و هم در خروجی سیستم در نظر گرفته می‌شود. مثلاً فیلتر کالمن یک نوع تخمین گر است که الگوریتم تخمینی آن بر اساس نظریه فرآیندهای تصادفی بنا شده است و حضور اغتشاش‌های تصادفی فرآیند و نویزهای تصادفی در سیستم اندازه گیری، در تخمین متغیرهای حالت تأثیرگذار است. از آنجاکه داشتن اطلاعات کامل از متغیرهای حالت و

(۲) عدم نیاز به خطی‌سازی در فرآیند طراحی، برای حذف آثار غیرخطی سیستم

(۳) انعطاف‌پذیری بیشتر طراحی، از طریق تنظیم ماتریس‌های وزنی کمکی منجر به مصالحه میان دقت نهایی، کاهش خطا و هزینه کنترلی

(۴) اعمال دینامیک موتور DC با توجه به محدودیت اشباع آن‌ها و انعطاف‌پذیری مفصل در مدل دینامیکی در حضور نامعینی‌های پارامتری و اغتشاشات خارجی در ساختار کنترل‌کننده پیشنهادی

(۵) امکان در نظر گرفتن هر دو نامعینی مکانیکی و الکتریکی با توجه به رویکرد کنترل مبتنی بر ولتاژ استفاده‌شده

(۶) در نظر گرفتن شرط لغزش در الگوریتم پایداری کنترل‌کننده و استفاده از تابع $\tanh(S(t))$ به منظور کم کردن اثرات چترینگ در عملکرد سیستم

عمدتاً این رویکرد برای سیستم‌های دینامیکی تحت تأثیر عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات خارجی، مورد استفاده قرار می‌گیرد [۳۶]. وجود تخمین‌گر موجب شده است اثرات پارامترهای غیرقابل اندازه‌گیری و نامعلوم، تخمین‌زده شود و در سیستم کنترل پیشنهادی مورد استفاده قرار گیرد.

۴-۱- کنترل مقاوم مبتنی بر تخمین‌گر بهینه

سیستم افاین غیرخطی مرتبه دو که دارای n متغیر مستقل $x_{1, \dots, n}$ است، مطابق معادله (۳) مفروض شده است:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{w}(t)) + \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\sigma}) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{h}(\mathbf{x}(t), \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{v}(t)) \end{aligned} \quad (3)$$

معادله (۳) بیانگر معادله حاکم بر بسیاری از سیستم‌های دینامیکی از جمله بازوهای رباتیکی با مفاصل صلب و انعطاف‌پذیر است. بردارهای ناهمبسته $\mathbf{v}(t) \in R^p$ و $\mathbf{w}(t) \in R^p$ به ترتیب بردار نویز گوسی سفید و بردار اغتشاش هستند.

بردار حالت سیستم کنترل به صورت $\mathbf{x}(t) = [\boldsymbol{\theta}_l(t) \quad \boldsymbol{\theta}_m(t) \quad \dot{\boldsymbol{\theta}}_l(t) \quad \dot{\boldsymbol{\theta}}_m(t) \quad \mathbf{I}_m(t)]$ و بردار حالت مطلوب سیستم به صورت $\mathbf{x}_{des}(t)$ تعریف

پارامترهای عدم قطعیت سیستم به شرح زیر است:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_s &= \mathbf{K}_{s0} + \boldsymbol{\sigma}_1, & \mathbf{J}_m &= \mathbf{J}_{m0} + \boldsymbol{\sigma}_2 \\ \mathbf{L}_m &= \mathbf{L}_{m0} + \boldsymbol{\sigma}_3, & \mathbf{B}_m &= \mathbf{B}_{m0} + \boldsymbol{\sigma}_4 \\ \mathbf{R}_m &= \mathbf{R}_{m0} + \boldsymbol{\sigma}_5, & \mathbf{K}_b &= \mathbf{K}_{b0} + \boldsymbol{\sigma}_6 \\ \mathbf{K}_m &= \mathbf{K}_{m0} + \boldsymbol{\sigma}_7 \end{aligned} \quad (2)$$

که $\mathbf{K}_{s0}, \mathbf{J}_{m0}, \mathbf{L}_{m0}, \mathbf{B}_{m0}, \mathbf{R}_{m0}, \mathbf{K}_{b0}, \mathbf{K}_{m0}$ به ترتیب ماتریس‌های قطری اسمی از سفتی پیچشی، اینرسی موتور، ضریب خودالقایی آرمیچر، دمپینگ عملگر، مقاومت آرمیچر، ثابت نیرومحركه موتور، ثابت گشتاور موتور است و $\boldsymbol{\sigma}_1, \dots, \boldsymbol{\sigma}_7$ ماتریس‌های قطری عدم قطعیت‌های سیستم هستند.

جهت پیاده‌سازی کنترل حلقه بسته برای سیستم (۱) در نظر گرفتن فرضیات زیر ضروری است:

فرض ۱. بازوی مکانیکی به‌عنوان یک زنجیره سینماتیک باز دارای n پایه ثابت و n بازوی صلب است که توسط n محرک الکتریکی فعال می‌شوند.

تذکره: هر محرک الکتریکی $n, \dots, 1, z$ بر روی بازو $z-1$ نصب‌شده است و بازو z را می‌چرخاند.

فرض ۲. بازوها توسط مفاصل الاستیکی که تحت انحراف (اختلاف زاویه موتور و لینک) قرار می‌گیرند به هم متصل می‌شوند. مدل مفاصل به‌صورت سفتی پیچشی خطی در نظر گرفته‌شده است.

فرض ۳. موتور DC گیربکس‌دار به‌عنوان عملگر محرک سیستم است. مدل‌سازی آن شامل قسمت الکتریکی و مکانیکی است که در معادله حرکت (۱) اعمال شده است.

تذکره: مرکز جرم روتورها بر روی محور چرخش قرار دارد.

۴- تئوری کنترل‌کننده مبتنی بر تخمین‌گر

تنوع روش‌های مدل‌گزشی از نظر تکنیک پیاده‌سازی، انواع و شرایط سطوح لغزش، قوانین مربوط به کنترل‌کننده و در نظر گرفتن محدودیت‌هایی مانند اعمال روش‌های زمان محدود [۳۴]، تعیین ضرایب بهره تطبیقی [۳۵]، در نظر گرفتن شرایط تکینی سیستم بسیار وسیع و گسترده است. در این مقاله از روش کنترل مقاوم SMC مبتنی بر رویکرد تخمین‌گر SDRE به دلایل ذیل استفاده‌شده است:

(۱) استفاده از یک روش بهینه سیستماتیک (ساده) و

انعطاف‌پذیر برای حل مسئله پیچیده کنترل مقاوم

بر اساس تخمین حالت‌های غیرقابل اندازه‌گیری

تخمین گر مبتنی بر SDRE یک رویکرد سیستماتیک، انعطاف پذیر و بهینه برای طراحی بدون نیاز به نادیده گرفتن غیر خطی‌ها است. در این تکنیک یک شاخص عملکرد درجه دوم با تنظیم ماتریس‌های وزن دهی کمینه می‌شود تا بین ورودی کنترل حداقل و کاهش خطا مصالحه ایجاد شود [۳۷]. برای به کارگیری تخمین گر پیشنهادی در سیستم دینامیکی تحت مطالعه، فرم فضای حالت سیستم به صورت شبه خطی همراه با عدم قطعیت و نویز به صورت معادله (۱۰) مفروض شده است:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x}(t), \sigma)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{x}(t), \sigma)\mathbf{u}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{w}(t) \quad (10)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(\mathbf{x}(t))\mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t)$$

با پیاده سازی قانون کنترلی (۷) در معادله سیستم (۱۰) نتیجه می‌شود:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_{cl}(\mathbf{x}(t), \sigma)\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{w}(t) \quad (11)$$

که $\mathbf{A}_{cl}(\mathbf{x}(t), \sigma)$ ماتریس حلقه بسته پایدار سیستم دارای عدم قطعیت می‌باشد و معادل است با:

$$\mathbf{A}_{cl}(\mathbf{x}(t), \sigma) = \mathbf{A}(\mathbf{x}(t), \sigma) - \mathbf{B}(\mathbf{x}(t), \sigma) \dots \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T(\mathbf{x}(t), \sigma) \mathbf{K}(\mathbf{x}(t)) \quad (12)$$

در نهایت ساختار تخمین گر بهینه پیشنهادی به صورت ذیل استخراج می‌شود:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}_{cl}(\hat{\mathbf{x}}(t), \sigma)\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{\Gamma}(\hat{\mathbf{x}}(t)) [\mathbf{y}(t) - \mathbf{C}(\hat{\mathbf{x}}(t))\hat{\mathbf{x}}(t)] \quad (13)$$

که بهره تخمین گر توسط معادله (۱۴) محاسبه می‌شود:

$$\mathbf{\Gamma}(\hat{\mathbf{x}}(t)) = \mathbf{P}(\hat{\mathbf{x}}(t))\mathbf{C}^T(\hat{\mathbf{x}}(t))\mathbf{W}^{-1}(t) \quad (14)$$

که $\mathbf{P}(\hat{\mathbf{x}}(t)): \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^{n \times n}$ ماتریس مثبت معین است و از حل معادله دوگان ریکاتی زیر نتیجه می‌شود:

$$\mathbf{A}_{cl}(\hat{\mathbf{x}}(t), \sigma)\mathbf{P}(\hat{\mathbf{x}}(t)) + \mathbf{P}(\hat{\mathbf{x}}(t))\mathbf{A}_{cl}^T(\hat{\mathbf{x}}(t), \sigma) - \mathbf{P}(\hat{\mathbf{x}}(t))\mathbf{C}^T(\hat{\mathbf{x}}(t))\mathbf{W}^{-1}(t)\mathbf{C}(\hat{\mathbf{x}}(t))\mathbf{P}(\hat{\mathbf{x}}(t)) + \mathbf{G}^T(t)\mathbf{E}(t)\mathbf{G}(t) = 0 \quad (15)$$

بردار حالت‌های سیستم تخمین گر شامل بردار موقعیت زاویه‌ای، سرعت زاویه‌ای برای بازو و موتور؛ همچنین جریان موتور است که در معادله (۱۶) نشان داده شده است.

$$\hat{\mathbf{x}}(t)_{20 \times 1} = [\hat{\theta}_l^T, \hat{\theta}_m^T, \hat{\theta}_l^T, \hat{\theta}_m^T, \dots, \hat{\mathbf{I}}_m^T, \hat{\theta}_l^T, \hat{\theta}_m^T, \hat{\theta}_l^T, \hat{\theta}_m^T, \hat{\mathbf{I}}_m^T]^T \quad (16)$$

ابعاد بردارها به تعداد درجات آزادی سیستم بستگی دارد. هنگامی که از تخمین گر و کنترلر یکپارچه استفاده می‌شود، ابعاد سیستم به دو برابر افزایش می‌یابد لذا بر اساس حالت‌های

می‌گردد. همچنین بردار خطا که معادل اختلاف بین موقعیت لحظه‌ای سیستم و موقعیت مطلوب است به صورت لغزش کنترل کننده SMC به صورت رابطه (۴) تعریف می‌شود. در نتیجه، سطح لغزش کنترل کننده SMC به صورت رابطه (۴) تعریف می‌شود.

$$\mathbf{S}(t) = \dot{\mathbf{e}}(t) + \lambda\mathbf{e}(t) \quad (4)$$

در روش مودل لغزشی، قانون ورودی کنترلی از دو مؤلفه تشکیل می‌گردد: ورودی کنترلی معادل $\mathbf{u}_{eq}(t)$ که از معادله $\dot{\mathbf{S}}(t) = 0$ به دست می‌آید. این ورودی سبب می‌شود تا حالت‌ها بر روی سطح لغزش باقی بمانند. ورودی کنترلی دوم، ورودی اصلاحی است که با نماد $\mathbf{u}_{corr}(t)$ نشان داده می‌شود و برای هدایت حالت‌ها بر روی سطح لغزش (در صورتی که حالت‌ها در ابتدا روی سطح لغزش قرار نداشته باشند و یا به دلیل وجود عدم قطعیت در سیستم از سطح لغزش خارج شوند) مورد استفاده قرار می‌گیرد.

بر اساس معادله (۴) پس از قرارگیری حالت‌ها بر روی سطح لغزش، مقدار خطا $\mathbf{x}(t)$ به صورت نمایی با ثابت زمانی λ به سمت صفر میل خواهد نمود. حرکت حالت‌ها به سمت سطح لغزش با برقراری شرط لغزش بیان شده در معادله $0.5 \frac{d}{dt} \mathbf{S}^2(t) < -\eta |\mathbf{S}(t)|$ صورت می‌گردد.

در صورتی که شرط لغزش برقرار باشد، پایداری سیستم با استفاده از کنترل کننده پیشنهادی اثبات می‌گردد. ورودی کنترلی معادل به صورت معادله (۵) قابل استخراج است [۲۸]:

$$\mathbf{u}_{eq}(t) = \mathbf{M}^+ (\ddot{\theta}_{des} - \lambda\dot{\mathbf{e}}(t)) - \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \sigma, \mathbf{w}) \quad (5)$$

و قانون کنترلی اصلاحی به صورت معادله (۶) تعیین می‌شود.

$$\mathbf{u}_{corr}(t) = -\mathbf{M}^+ \mathbf{K}(\mathbf{x}(t)) \tanh(\mathbf{S}(t)) \quad (6)$$

در نهایت قانون کنترلی کلی به صورت معادله (۷) نتیجه خواهد شد:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{eq}(t) + \mathbf{u}_{corr}(t) \quad (7)$$

به عبارت دیگر معادل است با:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{M}^+ [\ddot{\theta} - \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \sigma, \mathbf{w}) - \mathbf{K}(\mathbf{x}(t))\tanh(\mathbf{S}(t))] \quad (8)$$

که $\mathbf{K}(\mathbf{x}(t))$ بهره کنترل کننده است و حدود عدم قطعیت سیستم به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$|\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \sigma) - \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \sigma_0)| \leq \mathbf{F}(\mathbf{x}(t)) \quad (9)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \sigma) = [\mathbf{I} + \Delta]\mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \sigma_0)$$

$$\mathbf{W}_1(\mathbf{x}(t)) = \begin{bmatrix} -\mathbf{M}_{2 \times 2}^{-1} \text{diag}([\mathbf{k}_s]) & \mathbf{M}_{2 \times 2}^{-1} \text{diag}([\mathbf{I} \mathbf{k}_s]) \\ \mathbf{J}_{2 \times 2}^{-1} \text{diag}([\mathbf{I} \mathbf{k}_s]) & -\mathbf{J}_{2 \times 2}^{-1} \text{diag}([\mathbf{I} \mathbf{k}_s]) \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{W}_2(\mathbf{x}(t)) = \begin{bmatrix} -\mathbf{M}_{2 \times 2}^{-1} \text{diag}([\mathbf{C}_{2 \times 2}]) & \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & -\mathbf{J}_{2 \times 2}^{-1} \text{diag}([\mathbf{B}_m]) & \mathbf{J}_{2 \times 2}^{-1} \text{diag}([\mathbf{K}_m]) \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & -\mathbf{L}_{2 \times 2}^{-1} \text{diag}([\mathbf{k}_b]) & -\mathbf{L}_{2 \times 2}^{-1} \text{diag}([\mathbf{R}_m]) \end{bmatrix}$$

۴-۲- تحلیل پایداری سیستم

برای اثبات پایداری سیستم و الگوریتم کنترلی پیشنهادی، تابع لیپانوف استنتاج شده از مرجع [۲۹] به صورت معادله (۲۱) توسعه داده شده است:

$$\mathbf{V} = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{S} + [E(\mathbf{X}) - E(\mathbf{X}^*)] + [E(\mathbf{Y}) - E(\mathbf{Y}^*)] \quad (21)$$

که $E(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^n (\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})^2$ و $E(\mathbf{Y}) = \sum_{i=1}^n (\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}})^2$ مجموع مربعات خطای تخمین است و $\mathbf{X}^*, \mathbf{Y}^*$ تابع هدف تخمین گر (جهت دستیابی به متغیرهای حالت و خروجی مطلوب) است.

مشق تابع لیپانوف مطابق با معادله (۲۱) محاسبه می شود:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}} &= \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{S}} + \frac{1}{2} E^T(\mathbf{X}) \Gamma^{-1} \dot{E}(\mathbf{X}) \\ &+ \frac{1}{2} E^T(\mathbf{Y}) \Gamma^{-1} \dot{E}(\mathbf{Y}) \\ &= \mathbf{S}^T (\dot{\boldsymbol{\theta}} - \dot{\boldsymbol{\theta}}_{des}) - E^T(\mathbf{X}) \Gamma^{-1} \dot{E}(\mathbf{X}) \\ &- E^T(\mathbf{Y}) \Gamma^{-1} \dot{E}(\mathbf{Y}) \\ &= -\mathbf{S}^T \mathbf{K} \tanh(\mathbf{S}) - \mathbf{S}^T E^T \frac{1}{2} (\mathbf{X}) - \mathbf{S}^T E^T \frac{1}{2} (\mathbf{Y}) \\ &- E^T(\mathbf{X}) \Gamma^{-1} \dot{E}(\mathbf{X}) - E^T(\mathbf{Y}) \Gamma^{-1} \dot{E}(\mathbf{Y}) \end{aligned} \quad (22)$$

که در آن Γ یک ماتریس قطری مثبت معین ثابت است که به عنوان پارامتر طراحی قابل تعیین است.

فرض ۴: اگر تفاوت بین حداقل مربعات خطای تخمین گر و مقدار هدف مطلوب اندک و قابل اغماض باشد، نتیجه به صورت معادله (۲۳) حاصل می شود:

$$\dot{\mathbf{V}} = -\mathbf{S}^T \mathbf{K} \tanh(\mathbf{S}) \leq 0 \quad (23)$$

که همیشه منفی یا صفر است. فرض ۴، با وجود الگوریتم تخمین گر دقیق و مطلوب نتیجه می شود که نشان می دهد، مسیرها از خطای اولیه غیر صفر به طور مجانی به سطح $S = 0$ همگرا می شوند و پایداری کنترل سیستم حلقه بسته تضمین می گردد. در نتیجه، سیستم کنترل به صورت مجانی پایدار است و خطای ردیابی به صفر همگرا می شود.

قابل اندازه گیری و تخمینی، بردار فضای حالت سیستم همانند معادله (۱۷) قابل استخراج است.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_{20 \times 1}(t) &= \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t)_5 \\ \vdots \\ \mathbf{x}(t)_8 \\ \hline \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{x}(t)) \begin{bmatrix} \mathbf{S} \times \mathbf{F}(\mathbf{u}(t)) \\ -\mathbf{c}(\mathbf{x}(t)) \\ -\mathbf{g}(\mathbf{x}(t)) \\ -\boldsymbol{\tau}_s(\mathbf{x}(t)) \\ -\mathbf{d}_m(\mathbf{x}(t)) \\ -\mathbf{I}(\mathbf{x}(t)) \end{bmatrix} \\ \hline \hat{\mathbf{x}}(t)_5 \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{x}}(t)_8 \\ \hline \mathbf{M}^{-1}(\hat{\mathbf{x}}(t)) \begin{bmatrix} \mathbf{S} \times \mathbf{F}(\mathbf{u}(t)) \\ -\mathbf{c}(\hat{\mathbf{x}}(t)) \\ -\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}(t)) \\ -\boldsymbol{\tau}_s(\hat{\mathbf{x}}(t)) \\ -\mathbf{d}_m(\hat{\mathbf{x}}(t)) \\ -\mathbf{I}(\hat{\mathbf{x}}(t)) \end{bmatrix} \end{bmatrix} + \mathbf{G} \mathbf{w}_p(t) \\ &+ \Gamma [\mathbf{y}(t) - \mathbf{C} \hat{\mathbf{x}}(t)] \end{bmatrix} \quad (17) \end{aligned}$$

بردار غیرخطی ورودی کنترلی با فرض اشباع در عملگرهای محرک مطابق معادله (۱۸) معرفی شده است.

$$\mathbf{F}(\mathbf{u}(t)) = [\text{sat}(\mathbf{u}_1(t)) \quad \dots \quad \text{sat}(\mathbf{u}_n(t))]^T \quad (18)$$

که

$$\text{sat}(\mathbf{u}_i(t)) = \begin{cases} \mathbf{u}_{i,max}(t), & \text{if } \mathbf{u}_i(t) > \mathbf{u}_{i,max}(t) \\ \mathbf{u}_i(t), & \text{if } \mathbf{u}_{i,min}(t) < \mathbf{u}_i(t) < \mathbf{u}_{i,max}(t) \\ \mathbf{u}_{i,min}(t), & \text{if } \mathbf{u}_i(t) < \mathbf{u}_{i,min}(t) \end{cases}$$

اگر مقدار گشتاور محاسبه شده بین گشتاور حداقل و حداکثر باشد، مقدار ورودی کنترلی نیز همان مقدار خواهد بود؛ اما زمانی که مقدار آن کمتر از مقدار حداقل یا بیشتر از مقدار حداکثر باشد، مقدار ورودی کنترلی به ترتیب برابر با مقدار حداقل و مقدار حداکثر خواهد بود.

سایر پارامترهای معادله (۱۷) از مرجع [۳۳] قابل استخراج می باشد. در ادامه ساختار سیستم (۱۰) به فرم ماتریس های ضرایب وابسته به حالت در معادله (۱۹) بازنویسی می شود.

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{10 \times 10}(\hat{\mathbf{x}}(t), \boldsymbol{\sigma}) &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{4 \times 4} & \vdots & \mathbf{I}_{4 \times 4} & \vdots & \mathbf{0}_{4 \times 2} \\ \mathbf{W}_1(\mathbf{x}(t)) & \vdots & \mathbf{W}_2(\mathbf{x}(t)) & \vdots & \mathbf{0}_{8 \times 2} \\ \mathbf{B}_{10 \times 2}(\hat{\mathbf{x}}(t), \boldsymbol{\sigma}) & = & \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{8 \times 2} \\ \mathbf{L}_m^{-1} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (19) \end{aligned}$$

که $\mathbf{W}_1(\mathbf{x}(t))$ و $\mathbf{W}_2(\mathbf{x}(t))$ در معادله (۲۰) تعریف شده است.

۵-۱- سناریو شبیه سازی

هدف، شبیه سازی عملکرد سیستم در جابجایی بار خارجی $m_p = 3 \text{ kg}$ از نقطه مبدأ $A(0,1.5)$ به نقطه مقصد $B(1,0)$ در حضور نیروی گرانش \mathbf{g} و فضای کاری اغتشاشی است. ماتریس های وزن دهی کنترل کننده مودلغزشی به صورت $\mathbf{Y} = 0.1[I]_{6 \times 6}$ ، $\mathbf{k} = 10[I]_{6 \times 6}$ و ماتریس های وزنی تخمین گر مربوط به متغیرهای حالت و ورودی سیستم به ترتیب $\mathbf{W} = 0.01[I]_{10 \times 10}$ ، $\mathbf{E} = 100[I]_{10 \times 10}$ بر اساس تجربه طراح معین شده است. همچنین ماتریس های بهره فیلتر کالمن برای ورودی و متغیرهای حالت سیستم به ترتیب $\mathbf{Q} = 100[I]_{10 \times 10}$ ، $\mathbf{R} = 2[I]_{2 \times 2}$ تعیین شده است. موتورهای DC به عنوان راه اندازهای محرک سیستم استفاده شده اند. برای محافظت از عملگرهای محرک (موتورها) در برابر ولتاژ بیش از حد، هر موتور به یک محدود کننده ولتاژ (قید اشباع) مجهز شده است. مقادیر حداکثر و حداقل گشتاور عملگرهای محرک مطابق معادله (۲۵) تعیین شده است.

$$\mathbf{u}_{i,min}^{max}(t) = \pm \mathbf{u}_{i, stall} - \frac{\mathbf{u}_{i, stall}}{\theta_{i, nl}(t)} \theta_{i, m}(t), \dots \quad (25)$$

از طرفی پارامترهای دینامیکی معرفی شده در معادله (۲) همگی دارای عدم قطعیت هستند. حدود بالا و پایین ماتریس های عدم قطعیت سیستم با توجه به تلورانس های ابعادی و عملکردی سیستم و همچنین فضای کاری بازوی مکانیکی (سیستم تحت مطالعه)، توسط طراح به صورت معادله (۲۶) تعیین شده است.

$$\begin{aligned} \sigma_1 &\in \text{diag}([-100, 100]), \\ \sigma_2 &\in \text{diag}([-0.00007, 0.00007]), \\ \sigma_3 &\in \text{diag}([-0.0003, 0.0003]), \\ \sigma_4 &\in \text{diag}([-0.0003, 0.0003]), \\ \sigma_5 &\in \text{diag}([-0.48, 0.48]), \\ \sigma_6 &\in \text{diag}([-0.078, 0.078]), \\ \sigma_7 &\in \text{diag}([-0.078, 0.078]), \end{aligned} \quad (26)$$

علاوه بر آن، سیستم آزمایشگاهی تحت مطالعه در یک محیط اغتشاشی فرض شده است و همچنین اندازه گیری متغیرهای خروجی سیستم توسط سنسورها همراه با نویز انجام می شود که بر عملکرد سیستم تأثیر منفی می گذارد. معادلات مربوط به این دو پدیده مخرب با توجه به تعریف بخش ۲-۲ به صورت معادله (۲۷) استخراج شده است.

فرض ۵: عبارات مربعات خطای تخمین تا حدود تعیین شده، به طور دلخواه بزرگ و به سرعت متغیر بازمان هستند. در این حالت شرط کافی برای منفی بودن رابطه (۲۲) عبارت است از

$$E^T(\mathbf{X})\Gamma^{-1}\dot{E}(\mathbf{X}) + \mathbf{S}^T E^{\frac{1}{2}}(\mathbf{X}) \geq 0 \quad (24)$$

$$E^T(\mathbf{Y})\Gamma^{-1}\dot{E}(\mathbf{Y}) + \mathbf{S}^T E^{\frac{1}{2}}(\mathbf{Y}) \geq 0$$

که منجر به پایداری مجانبی با همگرایی سریع تر حالت های سیستم به نقطه هدف می شود و همچنین نتایج به دست آمده تحت فرض ۴ برای این مورد نیز صادق است. شرایطی که در آن نامساوی (۲۴) برآورده می شود، زمانی است که:

(۱) اگر $E(\mathbf{X}) > 0$ و $E(\mathbf{Y}) > 0$ ، آنگاه خطای تخمین و

نرخ خطا نسبت به زمان تغییر می کند و به پایداری سیستم حلقه بسته کمک می کنند.

(۲) اگر $E(\mathbf{X}) \rightarrow 0$ و $E(\mathbf{Y}) \rightarrow 0$ برقرار باشد که البته

یک فرض معقول برای یک تخمین گر ایده آل است.

۵- شبیه سازی و اعتبارسنجی

سیستم مورد مطالعه یک بازوی مکانیکی دو درجه آزادی با مفاصل انعطاف پذیر الکتریکی است که معادلات سینماتیک و دینامیک آن بر اساس اطلاعات جدول ۱ استخراج شده و الگوریتم کنترل مقاوم مبتنی بر تخمین گر بهینه سیستم در نرم افزار متلب برنامه نویسی شده است.

جدول (۱): مشخصات ابعادی و عملکردی 2-EFJR [۳۳].

پارامتر	نماد	مقدار	یکا
طول بازوها	L_i	۱	m
جرم بازوها	m_i	۶	kg
اینرسی بازوها	M_i	۲	kg · m ²
سفتی پیچشی	k_s	۵۰۰	N · m/rad
اینرسی موتورها	J_m	۰/۰۰۰۲	kg · m ²
دمپینگ عملگر	B_m	۰/۰۱	N · m · s/rad
ثابت گشتاور موتور	K_m	۰/۲۶	N · m/A
مقاومت آرمیچر	R_m	۱/۶	Ω
ضریب خودالقایی آرمیچر	L_m	۰/۰۰۱	H
ضریب ثابت نیرومحرکه	k_b	۰/۲۶	N · m/A
نرخ نویز اندازه گیری	c_v	۰/۰۵	-
نرخ اغتشاشات محیطی	c_w	۰/۵	-

(کنترل مقاوم مبتنی بر تخمین گر بهینه) عملکرد سیستم کنترل و ارزیابی می‌شود.

۵-۲- اعتبارسنجی روش

به منظور اعتبارسنجی الگوریتم پیشنهادی، نتایج شبیه‌سازی به دست آمده با روش تخمین گر مبتنی بر فیلتر کالمن مقایسه و صحت‌گذاری شده است. مبنای کنترلی سیستم همان روش کنترل مقاوم مودلغزشی است.

فیلتر کالمن به عنوان یک الگوریتم بازگشتی با کمک مجموعه‌ای از اندازه‌گیری‌های ناقص و دارای نویز گاوسی، حالت سیستم دینامیکی را تخمین می‌زند. با استفاده از فیلتر کالمن، کوواریانس خطای برآورد شده کمینه می‌شود.

معادلات تخمین گر فیلتر کالمن به صورت خلاصه در ادامه مستخرج شده است، مقدار ورودی $u(t)$ به صورت ترکیب خطی از حالت‌های سیستم در نظر گرفته شده است:

$$u(t) = -K_F x(t) \quad (28)$$

مقدار K_F را به گونه‌ای به دست می‌آوریم تا شاخص عملکرد کمینه شود:

$$K_F = R^{-1}(t)B^T(\hat{x}(t))P(\hat{x}(t)) \quad (29)$$

که $P(\hat{x}(t)) \in R^{n \times n}$ ماتریس متقارن مثبت معین می‌باشد و از حل رابطه (۳۰) که به معادله کاهش یافته ریکاتی معروف است، به دست می‌آید:

$$A^T(x(t))P(x(t)) + P(x(t))A(x(t)) - P(x(t)) + C^T(t)V^{-1}(t)C(t)P(x(t)) + W(t) = 0 \quad (30)$$

بهره فیلتر کالمن با حل معادله ریکاتی دوگان LQR به صورت معادله (۳۱) به دست می‌آید:

$$\zeta(t) = P(\hat{x}(t))C^T(t)V^{-1}(t) \quad (31)$$

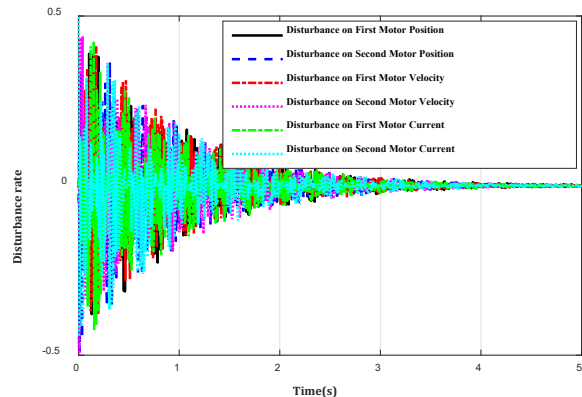
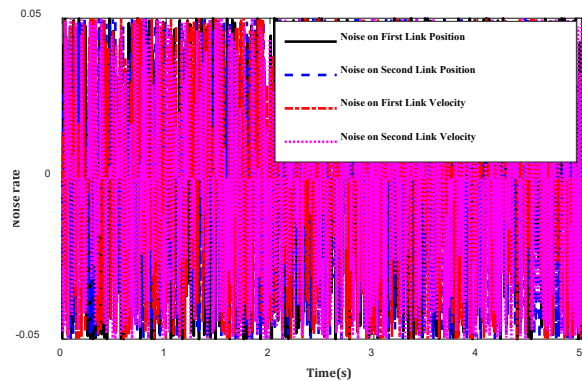
که $V(t)$ و $W(t)$ به ترتیب کوواریانس نویز اندازه‌گیری و نویز فرآیند سیستم است.

از طرفی به دلیل وجود انعطاف‌پذیری بین موتور و مفصل لینک‌ها، میزان تغییرات موقعیت و سرعت زاویه‌ای موتور و بازو یکسان نمی‌باشد.

در شکل ۴ موقعیت زاویه‌ای لینک‌ها و موتورها با دو رویکرد کنترل کننده مقاوم و کنترل کننده مقاوم مبتنی بر تخمین گر

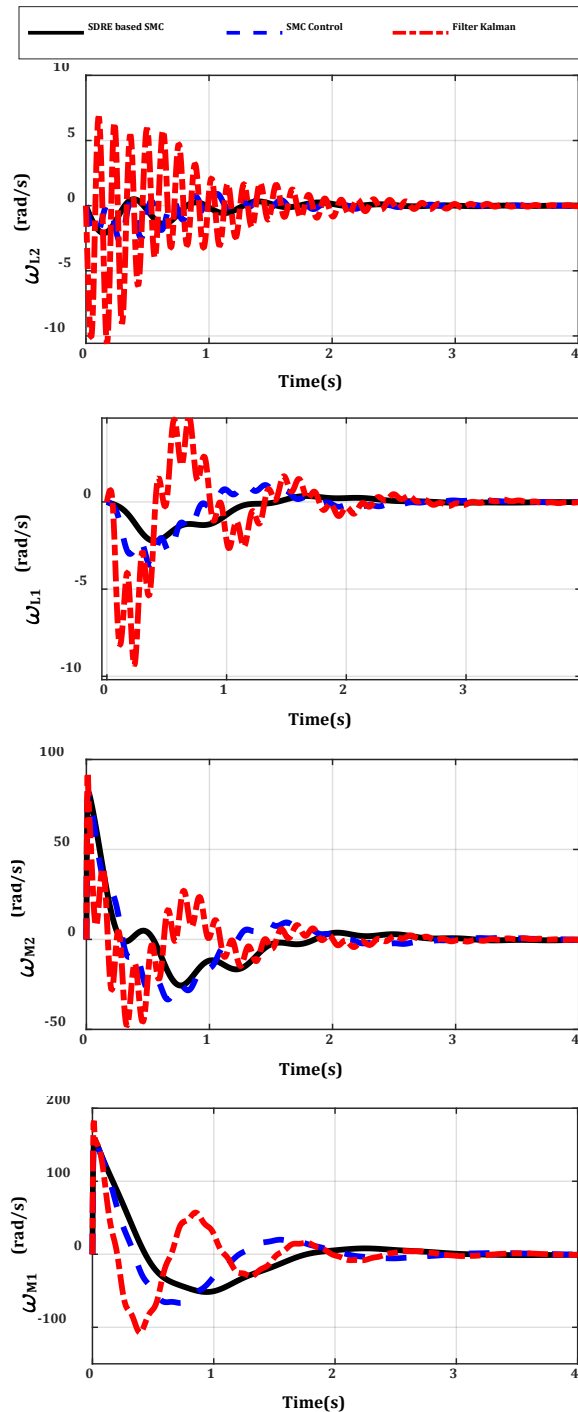
$$\begin{aligned} v(t) &= c_v \times [\cos(100t), \sin(100t), 0, 0, \dots]_{10 \times 1} \\ &\times \text{randi}([-1 \ 1], 10, 1) \\ w(t) &= c_w \\ &\times e^{-0.006t} [0, 0, \cos(20t), \sin(20t), \dots]_{10 \times 1} \\ &\times \text{randi}([-1 \ 1], 10, 1) \end{aligned} \quad (27)$$

ضرایب c_v, c_w برای هر ریاتی به طور تجربی، طبق شرایط آزمایشگاهی به دست می‌آید که در جدول ۱ برای سیستم مورد مطالعه ارائه شده است. سیگنال پدیده‌های تصادفی وارد به سیستم در شکل ۳ نشان داده شده است.



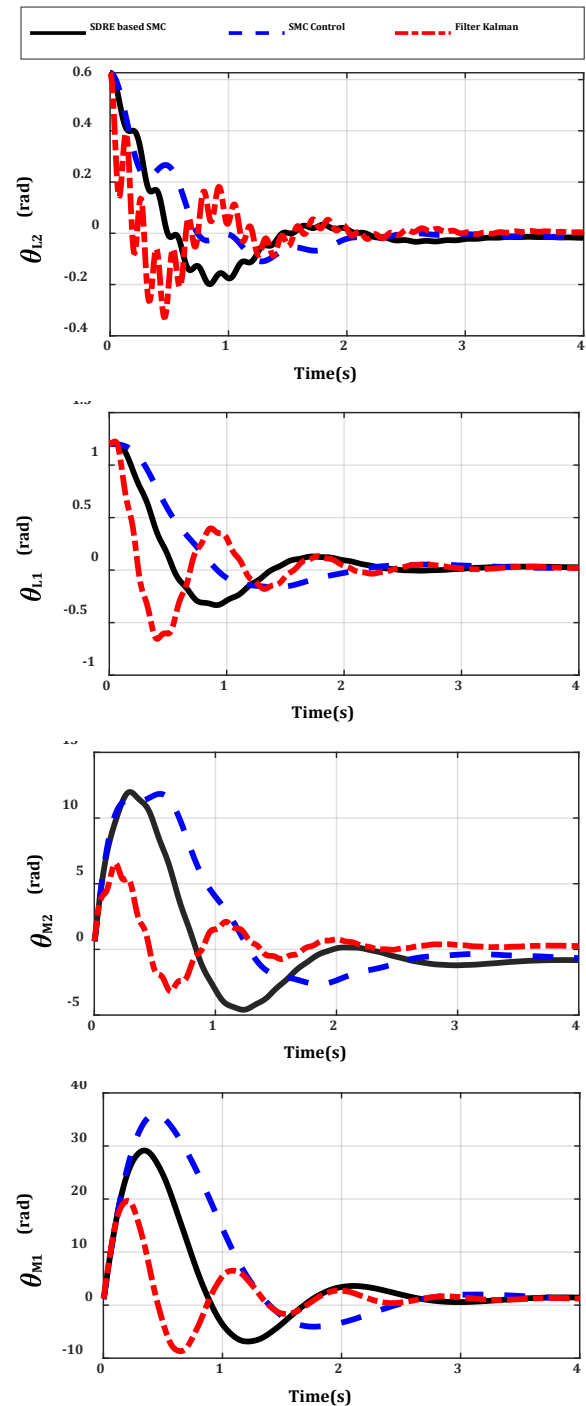
شکل (۳): سیگنال نویز و اغتشاش اعمال شده به سیستم. سیستم را به دو صورت تجزیه و تحلیل می‌کنیم. در مرحله اول سیستم دارای عدم قطعیت را ایده آل فرض می‌کنیم، یعنی تمام پارامترهای دینامیکی را شناخته شده و مفروض دانسته و از وجود اغتشاش و نویز فرآیند چشم‌پوشی می‌کنیم؛ بنابراین از کنترل کننده مقاوم مودلغزشی (SMC) برای سیستم استفاده می‌کنیم. در مرحله دوم سیستم را واقعی فرض می‌کنیم؛ یعنی عدم قطعیت‌های سیستم، پارامترهای مجهول غیرقابل اندازه‌گیری و همچنین شرایط نویزی و اغتشاشی را در نظر گرفته و توسط روش پیشنهادی مقاله

خواهد بود و عملکرد سیستم مطلوب‌تر خواهد بود. از طرفی فیلتر کالمن در تخمین‌زدن اثرات نویز و اغتشاش به‌خوبی عمل کرده است ولی نتوانسته است مسیر طراحی را با دقت دنبال کند. اثرات اغتشاش ناشی از لرزش و بار خارجی در تغییرات سرعت زاویه‌ای شکل ۵ به‌وضوح مشاهده می‌شود.



شکل (۵): سرعت زاویه‌ای لینک و موتور.

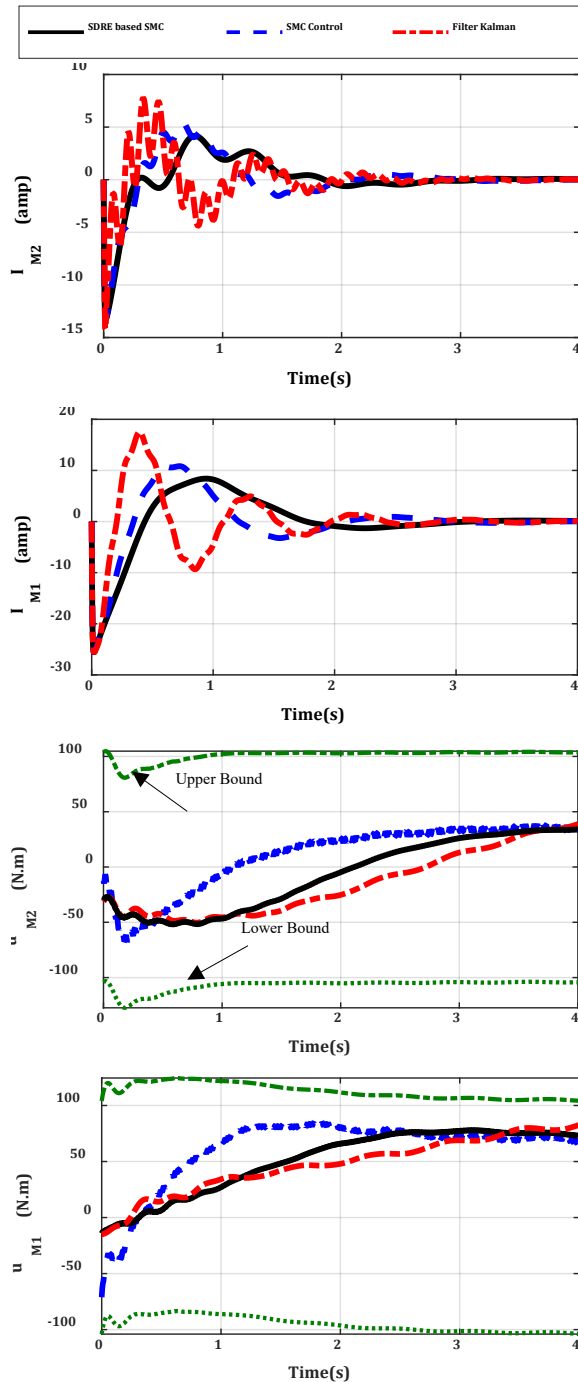
بهبینه نشان داده‌شده است. رویکرد پیشنهادی با روش فیلتر کالمن مقایسه گردیده است.



شکل (۴): موقعیت زاویه‌ای لینک و موتور.

همان‌طور که مشاهده می‌شود زمانی که از تخمین‌گر پیشنهادی مبتنی بر SDRE استفاده می‌شود عملکرد سیستم به حالت ایده‌آل که توسط SMC کنترل‌شده است نزدیک‌تر

موقعیت نهایی پنجه است. علاوه بر آن مقدار زمان حل روش‌ها محاسبه شده است. مشاهده می‌شود زمانی که از تخمین‌گر برای مشاهده و تخمین پارامترهای مجهول و پارامترهای اغتشاشی و نویزی استفاده شده است زمان حل افزایش می‌یابد که امری طبیعی است؛ اما عملکرد روش پیشنهادی مقاله نسبت به تخمین‌گر کالمن دارای سرعت حل بالاتر است.



شکل (۶): جریان ورودی و گشتاور عملگرهای محرک.

با توجه به در نظر گرفتن اغتشاشات و نویز برای سیستم دارای عدم قطعیت، رویکرد پیشنهادی نسبت به روش تخمین‌گر کالمن دارای نوسانات بسیار کمتر و عملکرد بهتر و سریع‌تر در همگرایی سرعت زاویه‌ای به مقدار نهایی خود بوده است. بازوها از حالت سکون شروع به حرکت کرده‌اند و در نهایت پس از رسیدن به نقطه مقصد به سرعت صفر می‌رسند.

در شکل ۶ مقدار جریان ورودی و گشتاور خروجی عملگرهای محرک با توجه به حد اشباع عملگرها نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود عملگر اول جریان بیشتری را نسبت به عملگر دوم برای حرکت بازوی مکانیکی ربات ایجاد می‌کند.

به منظور نشان دادن عملکرد مناسب روش پیشنهادی نسبت به روش فیلتر کالمن، بردار خطا متغیرهای حالت سیستم طبق معادله (۳۲) نسبت به حالت ایده‌آل سیستم محاسبه می‌شود.

$$e = \sqrt{\sum_{i=1}^t \Delta x(t)_i^2} \quad (32)$$

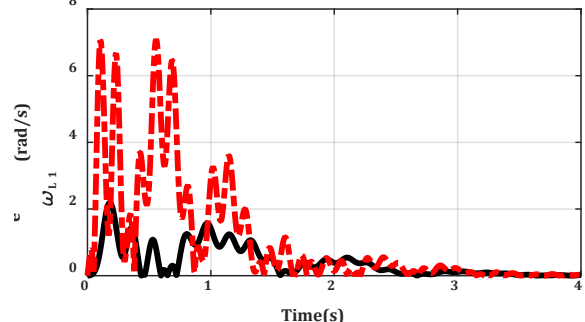
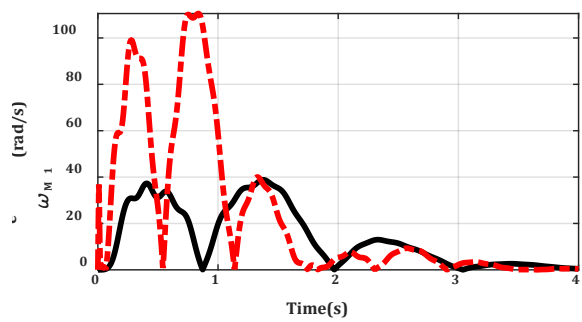
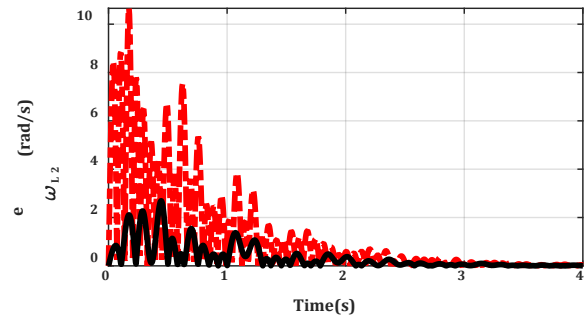
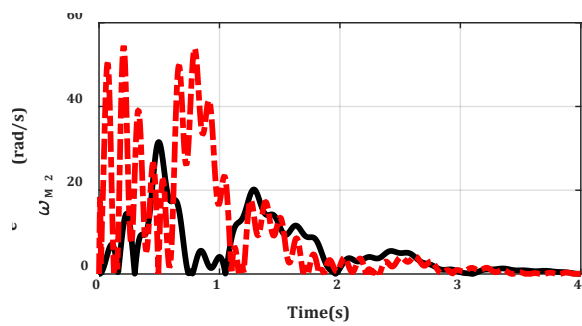
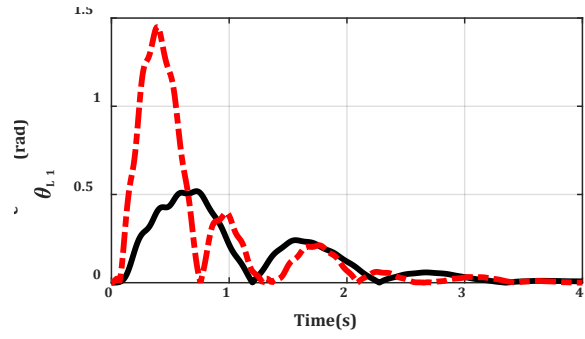
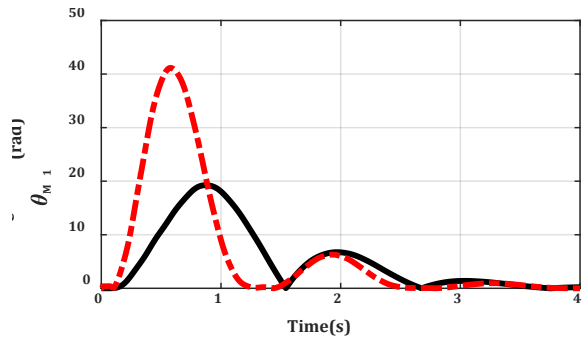
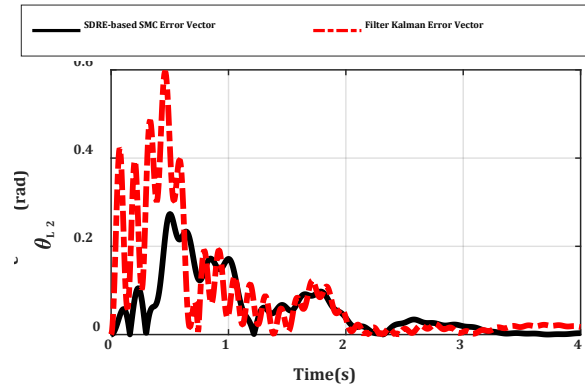
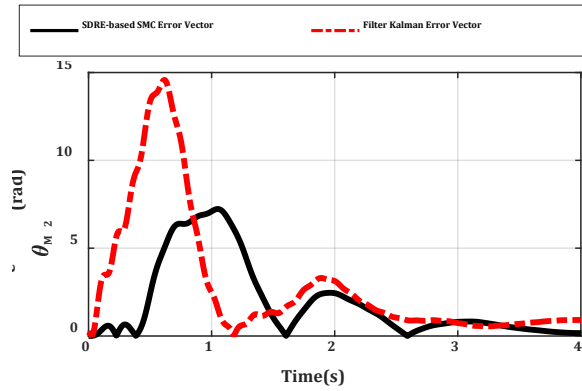
شکل ۷ بردار خطای موقعیت زاویه‌ای و سرعت زاویه‌ای بازوهای مکانیکی همراه با نویز سیستم اندازه‌گیری را توسط دو روش تخمین‌گر نشان می‌دهد. شکل ۸ بردار خطای متغیرهای حالت عملگرهای محرک که تحت تأثیر اغتشاشات محیطی هستند را توسط دو روش تخمین‌گر نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود بردار خطا توسط روش پیشنهادی نسبت به روش فیلتر کالمن محدودتر و به‌خوبی تحت کنترل قرار گرفته است.

ردیابی مسیر بازوی دو درجه آزادی EFJR با هر سه روش مدنظر با شرایط سناریو شبیه‌سازی بیان شده در بخش ۵-۱، در شکل ۹ نشان داده شده است. نقطه شروع A برای دو روش تخمین‌گر، متفاوت با شرایط اولیه مطلوب در نظر گرفته شده است که قابلیت و توانایی الگوریتم تخمین‌گر قابل بررسی باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود توانایی تخمین و ردیابی مسیر با روش پیشنهادی نسبت به روش کالمن بهتر بوده است.

در نهایت نرم خطای نقطه نهایی ربات بر اساس معادله (۳۳) را داریم:

$$E(mm) = \sqrt{(X_B - X_i(t_f))^2 + (Y_B - Y_i(t_f))^2} \quad (33)$$

برای هر سه روش استفاده شده در جدول ۲ استنتاج گردیده است که X_B, Y_B, Z_B مختصات نقطه (B) و $X_i(t_f), Y_i(t_f), Z_i(t_f)$



شکل (۸): بردار خطای عملگرهای محرک تحت تأثیر اغتشاشات محیطی.

شکل (۷): بردار خطای بازوی مکانیکی تحت تأثیر نویز سیستم اندازه گیری.

جدول (۲): نتایج مقایسه عملکردی سیستم با روش‌های متفاوت.

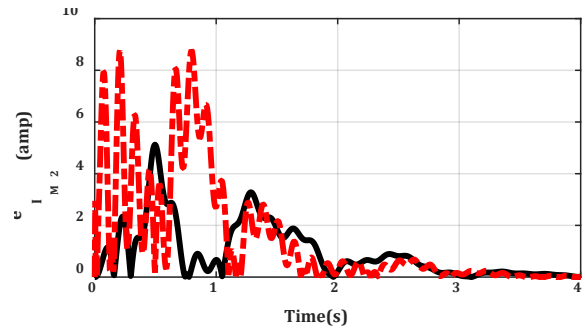
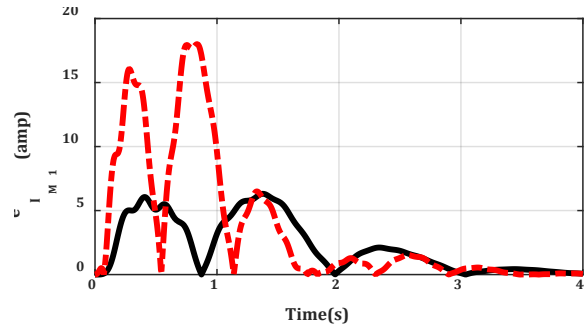
روش	ماتریس‌های بهره	زمان حل (s)	خطای نهایی (mm)
معادله ریگاتی و ایسته به حالت بر اساس کنترل کننده مقاوم مودلغزشی	$\gamma = 0.1[I]_{6 \times 6}$ $k = 10[I]_{6 \times 6}$ $E = 100[I]_{10 \times 10}$ $W = 0.01[I]_{10 \times 10}$	۶۱/۲	۴/۱۳
کنترل کننده مقاوم مودلغزشی	$\gamma = 0.1[I]_{6 \times 6}$ $k = 10[I]_{6 \times 6}$	۳۶/۵	۱۲/۵
فیلتر کالمن	$R = 2[I]_{2 \times 2}$ $Q = 100[I]_{10 \times 10}$	۸۵/۷۱	۳۷/۰۲

در روند شبیه‌سازی و کنترل سیستم تحت مطالعه، سه شرط اساسی ذیل به‌عنوان معیار مجاز بودن خطا در نظر گرفته شده است:

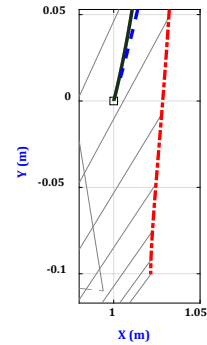
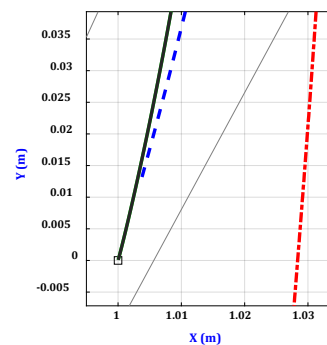
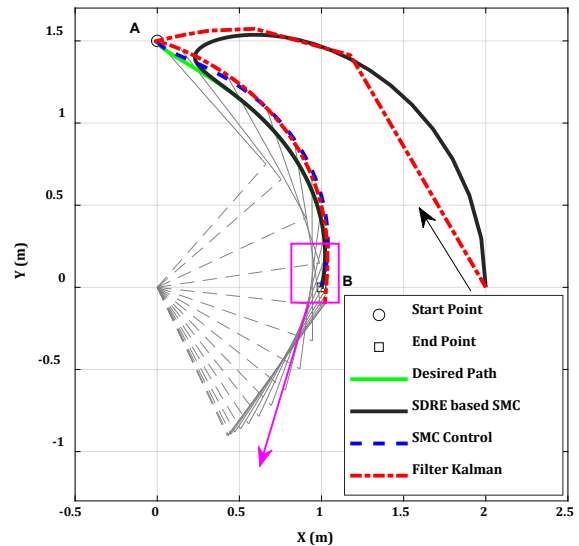
- (۱) برقراری و حفظ شرایط پایداری سیستم و الگوریتم کنترل پیشنهادی مطابق با معادله (۲۱)
- (۲) قرارگیری گشتاور ورودی کنترلی در محدوده مجاز اشباع عملگرهای سیستم مطابق با معادله (۱۸)
- (۳) عملکرد سیستم در فضای کاری تعیین شده و همگرایی مطلوب (دستیابی به نقطه هدف)

۶- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله تکنیک کنترل کننده مقاوم مودلغزشی مبتنی بر تخمین‌گر زیربهبینه برای سیستم‌های متداول به‌شدت غیرخطی رباتیکی اجرا شده است. این سیستم‌ها همواره تحت تأثیر نامعینی‌های مدل، اغتشاشات خارجی محیطی و نویز سیستم اندازه‌گیری هستند. نتایج شبیه‌سازی برای بازوی مکانیکی دو درجه آزادی EFJR نشان می‌دهد که خطای ردیابی الگوریتم پیشنهادی نسبت به سایر روش‌ها کوچک‌تر است، به‌طوری‌که تأثیرات غیرخطی انعطاف‌پذیری مفصل کاملاً تحت کنترل قرار گرفته است. میزان خطای موقعیت پنجه نسبت به نقطه انتها (B) در شبیه‌سازی با دو روش پیشنهادی و فیلتر کالمن به ترتیب ۴/۱۳ و ۳۷/۰۲ میلی‌متر و زمان حل ۶۱/۲ و ۸۵/۷۱ ثانیه به ترتیب بوده است. به بیان دیگر نتایج به‌دست آمده از روش پیشنهادی در مقایسه با سایر روش‌ها، عملکرد بهتر آن را در پاسخ‌های گذرا و حالت ماندگار



ادامه شکل (۸).



شکل (۹): ردیابی مسیر ربات دو درجه آزادی EFJR.

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{i,ml}(t) \in \mathbb{R}^n & \text{ حداکثر سرعت بی‌باری موتور} \\ \lambda(t) & \text{ بردار کمک وضعیت} \\ \tau_{ext}(t) \in \mathbb{R}^{n \times 1} & \text{ بردار گشتاور خارجی} \end{aligned}$$

و دستیابی به دقت بالاتر با حداقل مصرف انرژی (کمینه بودن نرم دامنه سیگنال ورودی) و همچنین مقاوم بودن روش در مقابل اغتشاشات خارجی و نویز سیستم اندازه‌گیری را نشان می‌دهد.

۸- مراجع

- [1] Nasiri N, Sadjadian H. Voltage-based control of a flexible-joint electrically driven robot using backstepping approach. In 4th Annual International Power Electronics, Drive Systems and Technologies Conference; 2013:541-546 IEEE.
- [2] Izadbakhsh A, Khorashadizadeh S. Single-loop PID controller design for electrical flexible-joint robots. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering. 2020;42(2):1-12.
- [3] Sira-Ramirez H, Spong MW. Variable structure control of flexible joint manipulators. International Journal of Robotics and Automation. 1988;3(2):57-64.
- [4] Al-Ashoor R, Khorasani K, Patel R, Al-Khalili A. Robust adaptive controller design for flexible joint manipulators. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. 1992;9(2):101-112.
- [5] Cloutier JR, D'Souza CN, Mracek CP. Nonlinear regulation and nonlinear H_∞ control via the state-dependent Riccati equation technique: Part 1, theory. Proceedings of the International Conference on Nonlinear Problems in Aviation and Aerospace. 1996: Embry Riddle University.
- [6] Xin M, Balakrishnan S, Huang Z. Robust SDRE based robot manipulator control. Proceeding of IEEE International Conference on Control Applications. 2001:369-374.
- [7] Huang L, Ge S, Lee T. Position/force control of uncertain constrained flexible joint robots. Mechatronics. 2006;16(2):111-120.
- [8] Farooq M, Wang DB. Hybrid force/position control scheme for flexible joint robot with friction between and the end-effector and the environment. International Journal of Engineering Science. 2008;46(12):1266-1278.
- [9] Merabet A, Gu J. Robust nonlinear predictive control with modeling uncertainties and unknown disturbance for single-link flexible joint robot. 2008 7th World Congress on Intelligent Control and Automation; 2008;IEEE:1516-1521.
- [10] Lee J, Yeon JS, Park JH, Lee S. Robust backstepping control for flexible-joint robot manipulators. 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. 2007;IEEE:183-188.
- [11] Zahiripour SA. Robust sliding mode controller design for the complete model of an aircraft in the

۷- فهرست علائم

ماتریس SDC حالت سیستم	$\mathbf{A}(\mathbf{x}(t), \boldsymbol{\sigma}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$
ماتریس کنترل SDC سیستم	$\mathbf{B}(\mathbf{x}(t), \boldsymbol{\sigma}) \in \mathbb{R}^{n \times m}$
ماتریس SDC خروجی سیستم	$\mathbf{C}(\mathbf{x}(t)) \in \mathbb{R}^{p \times n}$
تصحیح کننده ابعاد کنترلی	$\mathbf{C}(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$
بردار نیروی جانب مرکز	$\mathbf{c}(\boldsymbol{\theta}_l, \dot{\boldsymbol{\theta}}_l) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$
ماتریس وزن دهی حالت تخمین گر	$\mathbf{E}(t): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$
تابع حالت‌های سیستم	$\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{w})$
تابع ورودی‌های سیستم	$\mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\sigma})$
بردار شتاب گرانش بازو	$\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}_l(t)) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$
ماتریس تصحیح کننده ابعاد	$\mathbf{G}(t) \in \mathbb{R}^{n \times p}$
تابع خروجی‌های سیستم	$\mathbf{h}(\mathbf{x}(t), \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{v})$
جریان مصرفی عملگر (موتور)	$\mathbf{I}_m(t) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$
بهره کنترل کننده مودلغزشی	$\mathbf{K}(\mathbf{x}(t)) \in \mathbb{R}^{n \times n}$
ماتریس اینرسی بازوی مکانیکی	$\mathbf{M}_l \in \mathbb{R}^{n \times n}$
نسبت دنده بین موتور و لینک	N
ماتریس وزن دهی حالت کنترلر	$\mathbf{Q}(t): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$
ماتریس وزن دهی ورودی کنترلر	$\mathbf{R}(t): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{m \times m}$
سطح لغزش کنترلر	$\mathbf{S}(t)$
گشتاور کنترلی محرک‌ها	$\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$
محدوده گشتاور موتور	$\mathbf{u}_{i,min}^{max}(t) \in \mathbb{R}^m$
گشتاور حد اشباع موتور	$\mathbf{u}_{i,stall} \in \mathbb{R}^m$
بردار ولتاژ عملگر محرک	$\mathbf{v}_m(t) \in \mathbb{R}^{m \times 1}$
ماتریس وزن دهی ورودی تخمین گر	$\mathbf{W}(t): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times p}$

علائم یونانی

ماتریس بهره تخمین گر	$\Gamma(\hat{\mathbf{x}}(t)): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times p}$
عملگر تغییرات (انحراف)	Δ
بهره فیلتر کالمن	$\zeta(t)$
مختصات تعمیم یافته سیستم	$\boldsymbol{\theta}(t), \dot{\boldsymbol{\theta}}(t) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$
موقعیت/سرعت زاویه لینک‌ها	$\theta_l(t), \dot{\theta}_l(t) \in \mathbb{R}^n$
موقعیت/سرعت زاویه موتور‌ها	$\theta_m(t), \dot{\theta}_m(t) \in \mathbb{R}^n$

- [26] Alam W, Ahmad S, Mehmood A, Iqbal J. Robust sliding mode control for flexible joint robotic manipulator via disturbance observer. *Interdisciplinary Description of Complex Systems: INDECS*. 2019;17(1-B):85-97.
- [27] Delpasand M, Farrokhi M. Designing an adaptive fuzzy extended state observer for nonlinear affine systems with external disturbance. *Journal of Aerospace Mechanics*. 2022;18(2):109-124.
- [28] Nasiri N, Lademakhi NY. Nonlinear combined SMC-SDRE control versus SMC and SDRE approaches for electrical flexible-joint robots based on optimal observer. In *9th RSI International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM) 2021*;568-573: IEEE.
- [29] Eu CN. *Numerical Analysis in Nonlinear Least Squares Methods and Applications* (Doctoral dissertation, Curtin University). 2017.
- [30] Aberoomand V, Fesharakifard R, Kamal Eigoli A. Torque control of a hybrid actuator in the presence of parametric uncertainties and physical constraints. *Modares Mechanical Engineering*. 2017;16(12):227-38.
- [31] Li R, Assadian FF. Role of uncertainty in model development and control design for a manufacturing process. In *Production Engineering and Robust Control*. 2022.
- [32] Blaabjerg F, editor. *Control of Power Electronic Converters and Systems: Volume 2*. Academic Press; 2018 Apr 27.
- [33] Nasiri N, Fakharian A, Menhaj MB. Observer-based robust control for flexible-joint robot manipulators: A state-dependent Riccati equation-based approach. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*. 2020;42(16):3135-3155.
- [34] Modirrousta A, Khodabandeh M. Design of an adaptive integral sliding mode control for robust and finite time stabilization for a quadrotor. *Tabriz Journal of Electrical Eng*. 2016;46(1):321-32.
- [35] Mazare M, Taghizadeh M. Adaptive sliding mode control with uncertainty estimator for a 3-[P-2 (US)] translational parallel robot. *Modares Mechanical Engineering*. 2017;16(10):181-90.
- [36] Kuo Y-L. Robust chaos synchronizations using an SDRE-based sub-optimal control approach. *Nonlinear Dynamics*. 2014;76(1):733-742.
- [37] Nasiri N, Fakharian A, Menhaj MB. A novel controller for nonlinear uncertain systems using a combination of SDRE and function approximation technique: Regulation and tracking of flexible-joint manipulators. *Journal of the Franklin Institute*. 2021;358(10):5185-5212.
- presence of a variety of uncertainties. *Journal of Aerospace Mechanics*. 2022;18(3):169-180.
- [12] Fateh MM. Nonlinear control of electrical flexible-joint robots. *Nonlinear Dynamics*. 2012;67(4):2549-2559.
- [13] Fateh MM, Asrari H, Khorashadizadeh S. Adaptive fuzzy sliding mode control of a robotic manipulator in task-space using voltage control strategy. *Journal of Solid and Fluid Mechanics*. 2015;5(3):17-26.
- [14] Chang Y-C, Yen H-M. Robust tracking control for a class of electrically driven flexible-joint robots without velocity measurements. *International Journal of Control*. 2012;85(2):194-212.
- [15] Izadbakhsh A, Fateh M. Robust Lyapunov-based control of flexible-joint robots using voltage control strategy. *Arabian Journal for Science and Engineering*. 2014;39(4):3111-3121.
- [16] Cui M, Wu Z. Trajectory tracking of flexible joint manipulators actuated by DC-motors under random disturbances. *Journal of the Franklin Institute*. 2019;356(16):9330-9343.
- [17] Kalman RE. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of basic Engineering*. 1960;82(1):35-45.
- [18] Sorenson HW. Least-squares estimation: from Gauss to Kalman. *IEEE spectrum*. 1970;7(7):63-68.
- [19] Sun Y, Guan L, Chang Z, Li C, Gao Y. Design of a low-cost indoor navigation system for food delivery robot based on multi-sensor information fusion. *Sensors*. 2019;19(22):4980.
- [20] Luenberger D. An introduction to observers. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1971;16(6):596-602.
- [21] Çimen T. Systematic and effective design of nonlinear feedback controllers via the state-dependent Riccati equation (SDRE) method. *Annual Reviews in Control*. 2010;34(1):32-51.
- [22] Jaganath C, Ridley A, Bernstein DS. A SDRE-based asymptotic observer for nonlinear discrete-time systems. *Proceedings of the 2005, American Control Conference*. 2005;3630-3635: IEEE.
- [23] Hassan MF. Observer-based controller for discrete-time systems: a state dependent Riccati equation approach. *Nonlinear Dynamics*. 2012;70(1):693-707.
- [24] Beikzadeh H, Taghirad HD. Robust SDRE filter design for nonlinear uncertain systems with an H_∞ performance criterion. *ISA Transactions*. 2012;51(1):146-152.
- [25] Souza L, Gonzales R. Application of the state-dependent Riccati equation and Kalman filter techniques to the design of a satellite control system. *Shock and Vibration*. 2012;19(5):939-946.