

تخصیص زمان سرکشی بهینه در ردیابی اهداف گروهی تحت معیار حد پایین کرامر راثو بیزی بازگشتی

اسماعیل زمانی^۱، محمد زمان*^۲، سید محمدمهدی دهقان بناذکی^۳، رضا فاطمی منفرد^۴

۱- دانشجوی دکتری، ۲- دانشیار، ۳- دانشیار، ۴- دانشیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

(دریافت: ۱۴۰۲/۰۱/۲۴، بازنگری: ۱۴۰۲/۰۴/۲۹، پذیرش: ۱۴۰۲/۰۵/۱۳، انتشار: ۱۴۰۲/۰۶/۰۲)

DOR: <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.23454024.1402.11.1.4.0>



* این مقاله یک مقاله با دسترسی آزاد است که تحت شرایط و ضوابط مجوز Creative Commons Attribution (CC BY) توزیع شده است.

نویسندگان



ناشر: دانشگاه جامع امام حسین (ع)

چکیده

جهت گیری پرتو با استفاده از جاروب الکترونیکی در رادارهای آرایه فازی، امکان اجرای وظایف متعدد را برای این رادارها تأمین نموده است. این امر مستلزم مدیریت منابع و تخصیص بهینه منابع به هر یک از این وظایف متناسب با دقت و کیفیت موردنظر آنها است. از آنجاکه رادار از منابع مشترک و محدود برای اجرای وظایف استفاده می کند، مدیریت وظایف و منابع از اهمیت زیادی در عملکرد این رادارها برخوردار است. در سال های اخیر مدیریت منابع راداری در قالب ردیابی اهداف نقطه ای موضوع تحقیق بسیاری از محققین بوده است. این مقاله موضوع مدیریت منابع در ردیابی اهداف گروهی را مدنظر قرار داده است. الگوریتم ارائه شده زمان سرکشی بهینه در ردیابی هدف گروهی را به عنوان یکی از منابع زمانی رادار با استفاده از تعریف یک مسئله معیار به دست آورده و در چرخه ردیابی هدف گروهی به کار می گیرد. مسئله بهینه سازی، ترکیب وزن دار دو بخش درجه اهمیت دقت ردیابی و منابع مصرفی تعریف شده است. با حل مسئله بهینه سازی مطابق با قیود مسئله و تابع هزینه تعریف شده، زمان سرکشی چرخه بعدی به دست خواهد آمد. به دلیل خاصیت بازگشتی حد پایین کرامر راثو بازگشتی، از این معیار برای وزن دهی به دقت ردیابی در تابع هزینه استفاده شده است. اثربخشی روش پیشنهادی با زمان سرکشی بهینه از منظر خطای ردیابی و منابع صرف شده با روش مرسوم زمان سرکشی ثابت مورد مقایسه قرار گرفته است. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که در روش پیشنهادی نسبت به انتخاب زمان سرکشی ثابت بین ۴۴ تا ۴۹ درصد کاهش هزینه به همراه خواهد داشت.

کلیدواژه ها: زمان سرکشی، رادار آرایه فاز، اهداف گروهی، حد پایین کرامر راثو

۱- مقدمه

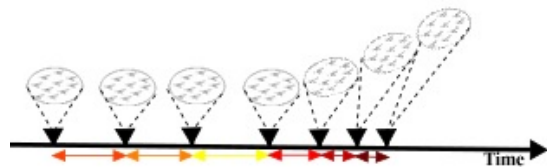
سرکشی باید به اندازه کافی طولانی باشد تا ردیاب برای انجام فعالیت های دیگر زمان در اختیار داشته باشد [۳]. در اصل راهکار منطقی این است که سرکشی به اهدافی که دارای مانور بیشتری هستند، سریع تر انجام گیرد و اهدافی که حرکت یکنواختتری دارند دیرتر سرکشی شوند؛ لذا از آنجایی که انتخاب زمان سرکشی به طور مستقیم به میزان مانور اهداف مرتبط است، برخی از راهکارهای ارائه شده جهت مدیریت منابع زمانی ردیاب بر اساس فیلتر چند مدل تعاملی^۲ طرح ریزی شده اند. در [۴] روشی برای تعیین زمان سرکشی هدف پیشنهاد شده است که هزینه محاسباتی نسبتاً کمی دارد و از فیلترهای حالت پایدار با ساختار

امروزه رادارهای آرایه فاز یکی از حس گرهای پرکاربرد در حوزه ردیابی اهداف هوایی چه در حوزه کنترل ترافیک هوایی [۱] یا دریایی [۲] و چه در حوزه نظامی است. زمان سرکشی به اهداف یکی از منابع زمانی مهم برای یک رادار آرایه فاز است. در انتخاب زمان سرکشی به اهداف همواره باید دو نکته در نظر گرفته شود. اول اینکه زمان سرکشی باید به گونه ای انتخاب شود که خطای پیش بینی به اندازه کافی کوچک باشد تا در سرکشی بعدی ردیاب با دقت مناسبی بتواند هدف را بیابد. همچنین، زمان

² Interacting multiple model (IMM) filter

است. در این الگوریتم حرکت جمعی یک گروه از اهداف به‌عنوان یک هدف در نظر گرفته می‌شود. سپس در این الگوریتم، مرکز گروه دنبال می‌شود و وضعیت هر گروه در هر لحظه به‌صورت یک ماتریس تصادفی توصیف می‌شود. در برخی موارد طرح کلی گروه به‌صورت بیضی تقریب زده می‌شود. همچنین ماتریس تصادفی^۲ که از توزیع معکوس ویشارت^۳ پیروی می‌کند معرفی شده است تا شکل اجسام را نشان دهد. سپس حالت حرکت و حالت گستردگی گروه با روش بازگشتی بی‌زی برآورد می‌شود [۱۱]. در [۱۲]، مجموعه اندازه‌گیری‌ها با نظریه مجموعه‌های متناهی تصادفی^۴ مدل‌سازی و حالت گروه با روش فیلتر ذره‌ای تخمین زده شده است. به‌منظور بهبود بیشتر دقت مدل‌سازی طرح کلی گروه، روش مدل فوق سطحی تصادفی^۵ در [۱۳] پیشنهاد شده است. این روش فرض می‌کند که اندازه‌گیری‌های هدف از منابع در سطح کانتور گروه ایجاد می‌شود و وضعیت گستردگی گروه را با مدل‌سازی منابع اندازه‌گیری توصیف می‌کند. در [۱۴] مجموعه‌ای از روش‌های ردیابی اهداف گروهی بررسی شده است.

در این مقاله برای ردیابی اهداف گروهی از الگوریتم تخمین صریح پارامترهای هندسی گروه که به‌صورت بیضی فرض شده؛ استفاده شده است. این روش به مدل خطای ضربی فیلتر کالمن توسعه‌یافته^۶ معروف است و برای اولین بار در [۱۵] ارائه شده است. به جهت پیوستگی مطالب و روشن‌شدن مسئله روابط مربوط به ردیابی هدف گروهی با این روش از این مرجع بازنویسی شده است. مدل‌های شکل بیضی به‌طور گسترده برای ردیابی اهداف گروهی استفاده می‌شوند، زیرا پارامترهای بیضی اطلاعات مرتبطی را در مورد گستردگی ارائه می‌دهند که حتی می‌تواند در سناریوهای چالش‌برانگیز شامل اجسام در حال مانور شدید، نویز بالای حسگر یا تعداد کم آشکارسازی تعیین شود. علاوه بر این، برخلاف مستطیل‌ها، بیضی‌ها از نظر ریاضی برای توصیف راحت‌تر هستند؛ می‌توان آن‌ها را به‌عنوان یک معادله ضمنی نوشت و با آن‌ها را می‌توان به‌عنوان توزیع گاوسی چندمتغیره تفسیر کرد. در این روش یک بیضی را با طول و جهت نیم محوره‌های آن مدل می‌کنند.



شکل (۱): ردیابی هدف گروهی با زمان سرکشی وقتی

مدل‌های چندگانه تعاملی استفاده می‌کند. الگوریتم پیشنهادی پارامترهای فیلتر را با معیارهایی مانند دقت موردنظر و مانور اهداف تعیین می‌کند. برخی از روش‌ها از ماتریس کوواریانس خطای پیش‌بینی در به‌روزرسانی زمان سرکشی استفاده می‌کنند. از آنجایی‌که میزان مانور هدف به نحوی در ماتریس کوواریانس خطای پیش‌بینی انعکاس پیدا می‌کند، می‌توان از آن جهت به‌روزرسانی زمان سرکشی به اهداف استفاده کرد [۵]. در این الگوریتم زمان اندازه‌گیری بعدی، طوری برنامه‌ریزی می‌شود که کوواریانس خطای پیش‌بینی‌شده برای موقعیت، بیش از یک مقدار آستانه‌ای باشد. منابع زمانی ردیاب بر اساس فیلتر چند مدل تعاملی طرح‌ریزی شده‌اند. در [۴] روشی برای تعیین زمان سرکشی هدف پیشنهاد شده است که هزینه محاسباتی نسبتاً کمی دارد و از فیلترهای حالت پایدار با ساختار مدل‌های چندگانه تعاملی استفاده می‌کند. الگوریتم پیشنهادی پارامترهای فیلتر را با معیارهایی مانند دقت موردنظر و مانور اهداف تعیین می‌کند. برخی از روش‌ها از ماتریس کوواریانس خطای پیش‌بینی در به‌روزرسانی زمان سرکشی استفاده می‌کنند. از آنجایی‌که میزان مانور هدف به نحوی در ماتریس کوواریانس خطای پیش‌بینی انعکاس پیدا می‌کند، می‌توان از آن جهت به‌روزرسانی زمان سرکشی به اهداف استفاده کرد [۵]. در این الگوریتم زمان اندازه‌گیری بعدی، طوری برنامه‌ریزی می‌شود که کوواریانس خطای پیش‌بینی‌شده برای موقعیت، بیش از یک مقدار آستانه‌ای باشد. راهکار دیگر، تنظیم زمان سرکشی بر اساس خطای باقی‌مانده است. خطای باقی‌مانده به اختلاف بین مقدار اندازه‌گیری شده توسط ردیاب و مقدار پیش‌بینی‌شده توسط مدل اطلاق می‌شود. در مرجع [۶] جهت کنترل تطبیقی زمان سرکشی از خطای باقی‌مانده استفاده شده است. در [۷] تخصیص بهینه منابع زمان ردیابی چندهدفه تحت نویز فعال با یک چارچوب جدید از انتخاب شکل موج برای ردیابی اهداف مانور بالا در یک محیط پر از اغتشاش با الگوریتم ارتباط داده‌های احتمالی چند مدل تعاملی پیشنهاد شده است. از معیار حد پایین کرامر رانو بازگشتی برای مدیریت زمان یک رادار آرایه فاز در ردیابی اهداف نیز استفاده شده است [۸]. توسعه رویکرد بهبود زمان سرکشی در ردیابی اهداف گروهی موضوع جدیدی است که در این مقاله به آن پرداخته خواهد شد. برای این منظور بایستی شناخت کلی در خصوص روش‌های ردیابی اهداف گروهی وجود داشته باشد. شکل (۱) ردیابی یک هدف گروهی را با زمان سرکشی وقتی نشان می‌دهد. روش‌های بسیاری برای ردیابی اهداف گروهی ارائه شده است که در [۹] به برخی از مهم‌ترین آن‌ها اشاره شده است. در [۱۰] یک الگوریتم بازگشتی بی‌زی^۱ جهت ردیابی اهداف گروهی ارائه شده

^۲ Random Matrix (RM)

^۳ Wishart

^۴ Random Finite Sets (RFS)

^۵ Random Hypersurface Model (RHM)

^۶ Multiplicative Error Model-Extended Kalman Filter (MEM-EKF)

^۱ Bayesian recursive algorithm

نمودار بلوکی تخصیص زمان سرکشی بهینه در ردیابی هدف گروهی در شکل (۲) نشان داده شده است. این نمودار به دو بخش اصلی تقسیم‌بندی می‌شود. در بخش اول الگوریتم ردیابی هدف گروهی قرار می‌گیرد و می‌تواند هر یک از انواع الگوریتم‌های معرفی شده برای ردیابی هدف گروهی انتخاب گردد. در بخش دو که در شکل هم نشان داده شده است؛ الگوریتم تخصیص زمان سرکشی بهینه قرار می‌گیرد. در این بخش ابتدا با توجه به اطلاعات خروجی بخش اول، ماتریس اطلاع فیشور و به واسطه آن ماتریس کرامر رانو استخراج می‌گردد. با ترکیب وزن دار عناصر قطر اصلی این ماتریس و معکوس زمان سرکشی تابع هزینه پیکربندی می‌شود. حل مسئله بهینه‌سازی با قیود حاکم بر مسئله زمان سرکشی برای چرخه بعدی تعیین می‌گردد. از آنجایی که این زمان سرکشی برای این تابع هزینه نقطه کمینه است به آن زمان سرکشی بهینه اطلاق شده است.

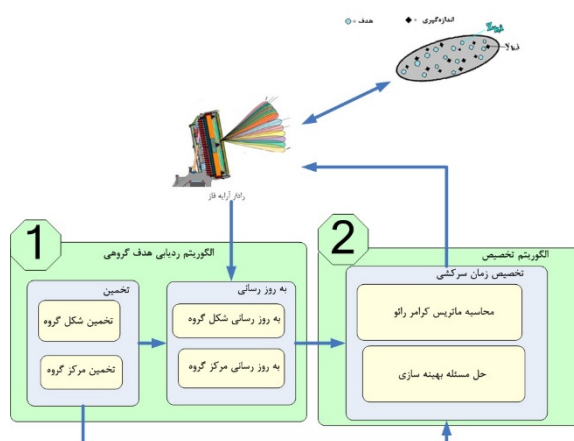
۲-۱- مدل‌سازی رفتار دینامیکی هدف گروهی

هنگامی که چند پرنده در فاصله نزدیک به یکدیگر با سرعت یا جهت یکسان حرکت می‌کنند هدف گروهی نامیده می‌شوند. در هدف گروهی، حرکت گروهی مورد توجه است و حرکت هر فرد به صورت منفرد از اهمیت چندانی برخوردار نیست. شکل یک هدف گروهی را می‌توان با یک هندسه معین مدل‌سازی نمود. ردیابی گروه با تخمین پارامترهای سینماتیک مرکز گروه و شکل هندسی گروه انجام می‌گیرد؛ بنابراین، متغیرهای حالت شامل سینماتیک مرکز گروه و پارامترهای هندسی شکل گروه خواهد بود. برای ردیابی مرکز گروه می‌توان نگرشی همچون ردیابی هدف تکی داشت. مدل‌های دینامیکی سرعت ثابت، شتاب ثابت و چرخش ثابت مدل‌های مرسوم مورد استفاده در مدل‌سازی حرکت هدف هستند [۱۶]. در این مقاله از مدل سرعت ثابت به دلیل سادگی و حجم محاسبات کم برای حرکت مرکز هدف گروهی استفاده شده است. هندسه هدف نیز به صورت یک بیضی با پارامترهای نیم طول قطرهای اصلی بیضی و زاویه چرخش آن نسبت به محور افقی در نظر گرفته شده است. همچنین فرض شده طول‌ها و زاویه چرخش ثابت با عدم قطعیت مشخصی هستند. به دلیل سادگی و درک صریح روابط با واقعیت، دستگاه مختصات دکارتی برای این حرکت انتخاب شده است. باتوجه به توضیحات فوق، مدل حرکت هدف به صورت رابطه (۱) ارائه می‌شود [۱۵].

برای تعریف مسئله بهینه‌سازی بر پایه پارامتر زمان سرکشی، نیاز است تابع هزینه‌ای با وجود قیود مسئله تعریف گردد. با حل مسئله بهینه‌سازی پارامتر زمان سرکشی به دست خواهد آمد. هدف این است پارامتر زمان سرکشی به صورت متوالی در طول گام‌های فیلتر تعیین گردد بنابراین نیاز به تعریف معیاری است که حالت بازگشتی داشته باشد. حد پایین کرامر - رانو بیزی بازگشتی یک تکنیک مفید برای پیش‌بینی عملکرد بالقوه هر برآوردگر ارائه می‌دهد [۱۶]؛ لذا از این معیار برای تعریف تابع هزینه استفاده شده است. باتوجه به معادله مشاهده غیرخطی ناشی از هندسه هدف گروهی، استخراج این تابع هزینه و تعریف این معیار برای ردیابی هدف گروهی و همچنین حل مسئله بهینه‌سازی برای استخراج زمان سرکشی بهینه در گام‌های فیلتر از دستاوردهای این پژوهش است. در انتها از معیار انطباق هندسی و اسرشتاین برای ارزیابی الگوریتم استخراج شده، استفاده شده است. در ادامه و در بخش دوم مدل‌سازی سیستم شامل مدل‌سازی رفتار دینامیکی هدف گروهی، مشاهدات، چرخه تخمین و به‌روزرسانی فیلتر، تخصیص زمان سرکشی بهینه و معیار انطباق هندسه گروه ارائه خواهد شد. در بخش سوم شبیه‌سازی و در نهایت در بخش پایانی نتایج حاصل از شبیه‌سازی و مقایسه‌ها آورده شده است.

۲-۲- مدل‌سازی سیستم

در این بخش ابتدا مدل سیستم ردیابی هدف گروهی با زمان سرکشی بهینه ارائه می‌گردد. سپس با معرفی روش ردیابی هدف گروهی و تعریف تابع هزینه و حل آن، زمان سرکشی بهینه استخراج می‌شود. این زمان برای تنظیم سرکشی به هدف به واحد رادار ارسال می‌گردد. مشاهدات خروجی رادار جهت به‌روزرسانی تخمین هندسه و سینماتیک هدف گروهی استفاده خواهد شد.

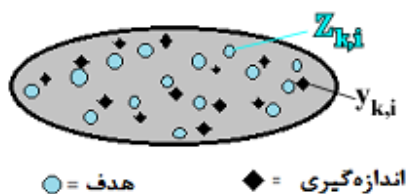


شکل (۲): نمودار بلوکی ردیابی هدف گروهی با زمان سرکشی بهینه

می‌کند. پارامتر T_k^r زمان سرکشی در مرحله k است.

۲-۲- مدل سازی مشاهدات

دستگاه مختصات مشاهدات با توجه به اینکه حسگر اندازه‌گیری یک رادار آرایه فاز است دستگاه مختصات کروی خواهد بود. اندازه‌گیری‌ها شامل بُرد و زاویه سمت هدف است شکل (۳). اندازه‌گیری‌هایی که از گروه هدف در دسترس است ناشی از هر یک از اعضاء گروه و هندسه گروه می‌تواند باشد. به عبارت دیگر برای اندازه‌گیری‌ها منشایی در نظر گرفته می‌شود که در فرایند طراحی فیلتر وارد معادلات اندازه‌گیری خواهد شد. فرض بر این است که در هر مرحله زمانی k ، مجموعه n_k اندازه‌گیری از گروه در دسترس باشد. شکل (۴) را نگاه کنید.



شکل (۴): مشاهدات از یک هدف گروهی مدل شده با یک بیضی

$$\mathcal{Y}_k = \{y_{k,1}, \dots, y_{k,n_k}\} \quad (3)$$

فرایند تولید اندازه‌گیری برای یک اندازه‌گیری $y_{k,i}$ شامل دو قسمت است: قسمت اول: مدل گستردگی گروه که محل قرارگیری منشأ اندازه‌گیری $z_{k,i}$ روی هدف را توصیف می‌کند. این توصیف توسط توزیع فضایی $p(z_{k,i} | x_k)$ معین می‌شود و به پارامترهای گروه همانند موقعیت، طول و جهت‌گیری گروه وابسته است. قسمت دوم: مدل حس‌گر، اندازه‌گیری $y_{k,i}$ را که از منشأ اندازه‌گیری ناشی می‌شود، مشخص می‌کند و با چگالی شرطی $p(y_{k,i} | z_{k,i})$ توصیف می‌شود. با در نظر گرفتن اندازه‌گیری‌های موقعیت دکارتی ناشی از گروه هدف (منشأ اندازه‌گیری)، $p(y_{k,i} | z_{k,i})$ از معادله اندازه‌گیری زیر حاصل می‌شود:

$$y_{k,i} = z_{k,i} + \mathcal{V}_{k,i} \quad (4)$$

که منشأ اندازه‌گیری $z_{k,i}$ و نویز جمع‌شونده $\mathcal{V}_{k,i}$ را به اندازه‌گیری $y_{k,i}$ نگاشت می‌کند. هر اندازه‌گیری منفرد $y_{k,i}$ از منشأ $z_{k,i}$ سرچشمه می‌گیرد که به صورت رابطه (۵) مدل سازی شده است. در این رابطه $\mathbf{m}_k = [m_{x,k}, m_{y,k}]^T$ مختصات مرکز توده هدف، ماتریس‌های \mathbf{c}_k و λ_k به ترتیب چرخش و اندازه گروه و \mathbf{u}_k^i نویز ضرب‌شونده نصف طول هندسه گروه (محور تقارن بیضی) را مدل می‌کند. توزیع \mathbf{u}_k^i ، یک توزیع گوسی است

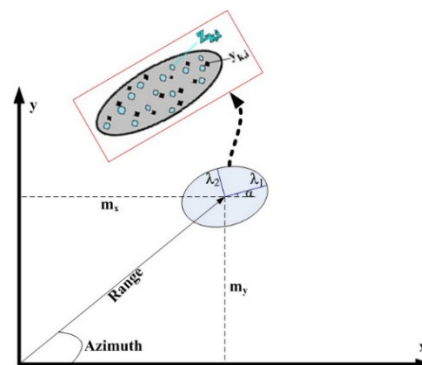
$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_{k-1} + \boldsymbol{\omega}_{k-1} \quad (1)$$

$$\mathbf{x}_k = [m_{x,k}, \dot{m}_{x,k}, m_{y,k}, \dot{m}_{y,k}, \alpha_k, \lambda_{1,k}, \lambda_{2,k}]^T$$

$$\mathbf{F}_k(T_k^r) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 \otimes \begin{bmatrix} 1 & T_k^r \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \mathbf{0}_{4 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 4} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}_{k-1}(T_k^r) = \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} \rho_k^1 \mathbf{I}_2 \otimes \begin{bmatrix} (T_k^r)^3 / 3 & (T_k^r)^2 / 2 \\ (T_k^r)^2 / 2 & (T_k^r) \end{bmatrix} & \mathbf{0}_{4 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 4} & \rho_k^2 \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}$$



شکل (۳): سینماتیک و هندسه هدف گروهی

که در آن \mathbf{F}_k ماتریس انتقال حالت و $\boldsymbol{\omega}_{k-1}$ نویز گوسی با میانگین صفر و واریانس \mathbf{Q}_{k-1} در نظر گرفته شده است. بردار حالت \mathbf{x}_k متشکل از متغیرهایی برای موقعیت، سرعت و همچنین پارامترهایی برای شکل گروه هدف است. بنابراین بردار تخمین حالت برای ردیابی توده گروه شامل موقعیت و سرعت مرکز، زاویه چرخش و ابعاد گروه است. $m_{x,k}, \dot{m}_{x,k}$ موقعیت و سرعت مرکز گروه را در راستای x و $m_{y,k}, \dot{m}_{y,k}$ موقعیت و سرعت مرکز گروه را در راستای y نشان می‌دهند. پارامترهای هندسه توده هدف $\alpha_k, \lambda_{1,k}, \lambda_{2,k}$ به ترتیب زاویه چرخش، طول نیم‌محور اول و طول نیم‌محور دوم بیضی محیط شده بر توده هدف هستند. پارامترها در شکل (۳) نشان داده شده‌اند. ماتریس‌های \mathbf{F} و \mathbf{Q} به صورت رابطه **Error! Reference source not found.** ارائه می‌شوند. در این رابطه \mathbf{I} ماتریس یک، $\mathbf{0}$ ماتریس صفر با ابعاد متناسب و عملگر \otimes ضرب کرونگر^۱ است و ρ_k به سطح نویز فرایند در مرحله k اشاره

^۱ Kronecker product

که نتیجه آن شکل بیضی خواهد بود.

روابط مربوط به الگوریتم ذکر شده در مراجع مختلفی بررسی شده است. در [۱۵] این الگوریتم تشریح و اثبات شده است. در ادامه مراحل تخمین و بهروزرسانی فیلتر به اندازه نیاز ذکر شده است. به جهت سهولت در درک روابط متغیرهای حالت مربوط به سینماتیک مرکز گروه و هندسه گروه از هم تفکیک شده و روابط مربوطه مستقل از هم نوشته شده است. واضح است که این تفکیک تأثیری در نتایج نخواهد داشت؛ بنابراین معادله دینامیک حرکت هدف گروهی (رابطه (۱)) را به صورت روابط (۷) و (۸) می توان نوشت.

$$\mathbf{m}_k = \mathbf{F}_{k-1}^m \mathbf{m}_{k-1} + \omega_{k-1}^m \quad (۸)$$

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{F}_{k-1}^s \mathbf{s}_{k-1} + \omega_{k-1}^s \quad (۹)$$

در روابط (۸) و (۹)، \mathbf{F}_k^s و \mathbf{F}_k^m ماتریس های فرآیند، ω_{k-1}^s و ω_{k-1}^m نویز فرآیند با توزیع گوسی میانگین صفر و ماتریس های کوواریانس \mathbf{Q}_s^o و \mathbf{Q}_m^o هستند. $\mathbf{m} = [m_x \dot{m}_x \ m_y \dot{m}_y]^T$ حالت سینماتیک مرکز گروه و $s = [\alpha \lambda_1 \ \lambda_2]^T$ پارامترهای هندسی گروه را در بردار حالت نشان می دهد.

بهروزرسانی سینماتیک مرکز و هندسه گروه:

مرحله بهروزرسانی در دو بخش سینماتیک مرکز و هندسه گروه انجام می گیرد. اندازه گیری های (۳) در مرحله زمانی k به طور متوالی در بهروزرسانی استفاده می شوند. تخمین حالت سینماتیک مطابق با معادلات بهروزرسانی فیلتر کالمن با استفاده از اندازه گیری واقعی $\mathcal{Y}_{k,i}$ به روز می شود.

$$\hat{\mathbf{y}}_{k,i} = \mathbf{H}_2(\hat{\mathbf{m}}_{k,i-1}) \quad (۱۰)$$

$$\hat{\mathbf{m}}_{k,i} = \hat{\mathbf{m}}_{k,i-1} + \mathbf{P}_{k,i}^{my} (\mathbf{P}_{k,i}^y)^{-1} (\mathbf{y}_{k,i} - \hat{\mathbf{y}}_{k,i}) \quad (۱۱)$$

$$\mathbf{P}_{k,i}^m = \mathbf{P}_{k,i-1}^m - \mathbf{P}_{k,i}^{my} (\mathbf{P}_{k,i}^y)^{-1} (\mathbf{P}_{k,i}^{my})^T \quad (۱۲)$$

تخمین حالت سینماتیک مرکز، $\hat{\mathbf{m}}_{k,i-1}$ ماتریس کوواریانس متناظر، $\mathbf{P}_{k,i}^y$ کوواریانس اندازه گیری و $\mathbf{P}_{k,i}^{my}$ کوواریانس متقابل بین اندازه گیری و حالت سینماتیکی را نشان می دهند. معادله اندازه گیری (۶) غیرخطی است؛ بنابراین برای استفاده از الگوریتم فیلتر کالمن توسعه یافته نیاز به خطی سازی است. به این منظور سطر اول و دوم ماتریس هندسه هدف گروهی به صورت رابطه (۱۳) تعریف می شود [۱۵].

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_1 &= [\lambda_1 \cos \alpha \quad -\lambda_2 \sin \alpha] \\ \mathbf{h}_2 &= [\lambda_1 \sin \alpha \quad \lambda_2 \cos \alpha] \end{aligned} \quad (۱۳)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{k,i} &= \mathbf{m}_k + \mathbf{H}_1(\alpha_k, \lambda_k) \cdot \mathbf{u}_k^i \\ \mathbf{c}_k &= \begin{bmatrix} \cos \alpha_k & -\sin \alpha_k \\ \sin \alpha_k & \cos \alpha_k \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\lambda}_k &= \begin{bmatrix} \lambda_{1,k} & 0 \\ 0 & \lambda_{2,k} \end{bmatrix} \\ \mathbf{u}_k^i &= \begin{bmatrix} u_{1,k}^i \\ u_{2,k}^i \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (۵)$$

$$\mathbf{H}_1(\alpha_k, \lambda_k) = \mathbf{c}_k \cdot \boldsymbol{\lambda}_k$$

$\mathbf{H}_1(\alpha_k, \lambda_k)$ یک تابع غیرخطی وابسته به زاویه چرخش و نصف طول محورهای تقارن، $\mathcal{V}_{k,i}$ نویز سفید گاوسی با کوواریانس \mathbf{R}_k است. بنابراین ماتریس کوواریانس مدل اندازه گیری است و دقت اندازه گیری را توصیف می کند. ترکیب منشأ اندازه گیری $\mathbf{z}_{k,i}$ و نویز جمع شونده $\mathcal{V}_{k,i}$ ، هر اندازه گیری منفرد \mathcal{Y}_k^i به صورت رابطه (۶) مدل سازی می شود.

$$\mathbf{y}_{k,i} = \mathbf{m}_k + \mathbf{H}_1(\alpha_k, \lambda_k) \cdot \mathbf{u}_k^i + \mathcal{V}_{k,i} \quad (۶)$$

برای اینکه مشاهدات در مختصات کروی به بردار حالت مرتبط گردد از تابع \mathbf{H}_2 استفاده می شود که در رابطه ۷ نشان داده شده است. فضای اندازه گیری واقعی با توجه به دستگاه کروی غیرخطی است زیرا اندازه گیری در برد و زاویه سمت است. انتقال از دستگاه مختصات دکارتی به دستگاه کروی و استخراج برد و زاویه سمت به شرح زیر است:

$$\mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} \text{Range} \\ \text{Azimuth} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_k - x_o)^2 + (y_k - y_o)^2} \\ \arctan\left(\frac{y_k - y_o}{x_k - x_o}\right) \end{bmatrix} \quad (۷)$$

در رابطه فوق (x_o, y_o) مختصات قرارگیری رادار را نشان می دهد. عدم قطعیت اندازه گیری در فضای اندازه گیری رادار از مدل های دقت برای رادار به دست می آید. باتوجه به رابطه (۶) و (۷)، معادله مشاهدات یک معادله غیرخطی است؛ بنابراین برای پیاده سازی الگوریتم ردیابی بایستی از تکنیک های مختص سیستم های غیرخطی استفاده نمود.

۲-۳- چرخه تخمین و بهروزرسانی فیلتر

همانند فیلتر کالمن استاندارد برای ردیابی هدف گروهی به روش MEM_EKF* نیز دو مرحله بهروزرسانی و تخمین وجود دارد. تفاوت اصلی در تخمین پارامترهای هندسه گروه و محاسبات کوواریانس های مربوطه و همچنین در فاز بهروزرسانی وجود معادله غیرخطی (۶) برای مشاهدات است. توضیحات و

$$\mathbf{Y}_{k,i}^* = \mathbf{T} \left((\mathbf{y}_{k,i} - \bar{\mathbf{y}}_{k,i}) \otimes (\mathbf{y}_{k,i} - \bar{\mathbf{y}}_{k,i}) \right) \quad (20)$$

\mathbf{T} ماتریسی برای حذف عناصر تکراری حاصل از حاصل ضرب مرتبه دو کرونگر است.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

پارامترهای شکل با شبه اندازه‌گیری $\mathbf{Y}_{k,i}^*$ نیز با استفاده از فرمول‌های به‌روزرسانی فیلتر کالمن به‌روز می‌شوند. کوواریانس متقابل بین پارامترهای شبه اندازه‌گیری و شکل بر اساس رابطه (۲۴) و (۲۵) تقریب زده می‌شود.

$$\hat{\mathbf{s}}_{k,i} = \hat{\mathbf{s}}_{k,i-1} + \mathbf{P}_{k,i}^{\mathbf{S}\mathbf{Y}^*} \left(\mathbf{P}_{k,i}^{\mathbf{Y}^*} \right)^{-1} \left(\mathbf{Y}_{k,i}^* - \hat{\mathbf{Y}}_{k,i}^* \right) \quad (22)$$

$$\mathbf{P}_{k,i}^{\mathbf{S}} = \mathbf{P}_{k,i-1}^{\mathbf{S}} - \mathbf{P}_{k,i}^{\mathbf{S}\mathbf{Y}^*} \left(\mathbf{P}_{k,i}^{\mathbf{Y}^*} \right)^{-1} \left(\mathbf{P}_{k,i}^{\mathbf{S}\mathbf{Y}^*} \right)^{\mathbf{T}} \quad (23)$$

$\hat{\mathbf{s}}_{k,i}$ تخمین پارامترهای شکل، $\mathbf{P}_{k,i}^{\mathbf{S}}$ ماتریس کوواریانس متناظر، $\hat{\mathbf{Y}}_{k,i}^*$ شبه‌اندازه‌گیری پیش‌بینی شده، $\mathbf{P}_{k,i}^{\mathbf{Y}^*}$ کوواریانس شبه‌اندازه‌گیری و $\mathbf{P}_{k,i}^{\mathbf{S}\mathbf{Y}^*}$ کوواریانس متقابل بین شبه‌اندازه‌گیری و پارامترهای شکل را نشان می‌دهند.

$$\mathbf{P}_{k,i}^{\mathbf{S}\mathbf{Y}^*} = \mathbf{P}_{k,i-1}^{\mathbf{S}} \left(\hat{\mathbf{B}}_{k,i-1} \right)^{\mathbf{T}} \quad (24)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2\mathbf{h}_1 \mathbf{Q}^u \mathbf{J}_1 \\ 2\mathbf{h}_2 \mathbf{Q}^u \mathbf{J}_2 \\ \mathbf{h}_1 \mathbf{Q}^u \mathbf{J}_2 + \mathbf{h}_2 \mathbf{Q}^u \mathbf{J}_1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

تخمین مرکز و شکل گروه: از آنجایی که پارامترهای حالت سینماتیکی و شکل گروه در طول زمان از یک مدل خطی پیروی می‌کنند، تخمین را می‌توان با روابط استاندارد تخمین فیلتر کالمن انجام داد.

$$\hat{\mathbf{m}}_{k+1,0} = \mathbf{F}_k^m \hat{\mathbf{m}}_{k,n_k} \quad (26)$$

$$\mathbf{P}_{k+1,0}^m = \mathbf{F}_k^m \mathbf{P}_{k,n_k}^m \left(\mathbf{F}_k^m \right)^{\mathbf{T}} + \mathbf{Q}_m^{\omega} \quad (27)$$

$$\hat{\mathbf{s}}_{k+1,0} = \mathbf{F}_k^s \hat{\mathbf{s}}_{k,n_k} \quad (28)$$

$$\mathbf{P}_{k+1,0}^s = \mathbf{F}_k^s \mathbf{P}_{k,n_k}^s \left(\mathbf{F}_k^s \right)^{\mathbf{T}} + \mathbf{Q}_s^{\omega} \quad (29)$$

در به‌روزرسانی اندازه‌گیری، اندازه‌گیری بعدی $\mathcal{Y}_{k,i}$ برای به دست آوردن تخمین‌های به‌روز شده $\hat{\mathbf{m}}_{k,i}$ ، $\hat{\mathbf{s}}_{k,i}$ و $\mathbf{P}_{k,i}^m$ و $\mathbf{P}_{k,i}^s$ استفاده شده است. توجه داشته باشید که طبق این نمادگذاری تخمین‌های پیش‌بینی شده به‌عنوان نمونه صفر نشان داده شده‌اند.

ماتریس‌های ژاکوبی برای رابطه (۱۳) در رابطه (۱۵) و (۱۶) نشان داده شده است.

$$\mathbf{J}_1 = \frac{\partial \mathbf{h}_1}{\partial \mathbf{s}} = \begin{bmatrix} -\lambda_1 \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ -\lambda_2 \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{J}_2 = \frac{\partial \mathbf{h}_2}{\partial \mathbf{s}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\lambda_2 \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (15)$$

خطی‌سازی $\mathbf{H}_1(\theta_k, \lambda_k)$ نسبت به \mathbf{s}_k حول نقطه $\hat{\mathbf{s}}_{k,i-1}$ و نگه‌داشتن u_k^i به‌عنوان یک متغیر تصادفی رابطه زیر را می‌دهد.

$$\mathbf{H}_{1k} \cdot \mathbf{u}_k^i \approx \overbrace{\hat{\mathbf{H}}_{1k}^{i-1} \cdot \mathbf{u}_k^i}^{\mathbf{u}} + \begin{bmatrix} \left(\mathbf{u}_k^i \right)^{\mathbf{T}} \hat{\mathbf{J}}_{1k}^{i-1} \\ \left(\mathbf{u}_k^i \right)^{\mathbf{T}} \hat{\mathbf{J}}_{2k}^{i-1} \end{bmatrix} \left(\mathbf{s}_k - \hat{\mathbf{s}}_{k,i-1} \right) \quad (16)$$

$$\mathbf{H}_{1k} = \mathbf{H}_1(\alpha_k, \lambda_k)$$

$$\hat{\mathbf{H}}_{1k}^{i-1} = \hat{\mathbf{H}}_1(\alpha_{k,i-1}, \lambda_{k,i-1})$$

در رابطه (۱۶) از دو جمله اول بسط تیلور برای خطی‌سازی استفاده شده است. تفکیک رابطه (۱۶) به دو جمله (I) و (II) به‌منظور محاسبه کوواریانس آن است. کوواریانس $\mathbf{H}_{1k} \cdot \mathbf{u}_k^i$ مجموع عبارت‌های \mathbf{Q}^I و \mathbf{Q}^{II} تقریب زده می‌شود. این عبارت‌ها به‌صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\mathbf{Q}^I = \hat{\mathbf{H}}_{1k}^{i-1} \mathbf{Q}^u \left(\hat{\mathbf{H}}_{1k}^{i-1} \right)^{\mathbf{T}} \quad (17)$$

$$\mathbf{Q}^u = \frac{1}{\kappa} \mathbf{I}_2 \quad (18)$$

$$\mathbf{Q}^{II} = \text{tr} \left\{ \mathbf{P}_{k,i-1}^s \left(\hat{\mathbf{J}}_{nk}^{i-1} \right)^{\mathbf{T}} \mathbf{Q}^u \hat{\mathbf{J}}_{mk}^{i-1} \right\} \quad (19)$$

for $m, n = 1, 2$

\mathbf{Q}^u کوواریانس توزیع \mathbf{u}_k^i است. معمولاً برای تطبیق با توزیع به شکل دایره واحد $\kappa = 4$ در نظر گرفته می‌شود. \mathbf{P}_k^s کوواریانس پارامترهای هندسه گروه است که در ادامه نحوه محاسبه آن ارائه خواهد شد. برای به‌روزرسانی هندسه ابتدا یک شبه‌اندازه‌گیری با استفاده از ضرب مرتبه دو کرونگر ساخته می‌شود.^۱

^۱ حاصلضرب مرتبه دو کرونگر برای یک بردار دو بعدی $\mathcal{Y} = [\mathcal{Y}_1 \quad \mathcal{Y}_2]^{\mathbf{T}}$ به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\mathcal{Y} \otimes \mathcal{Y} = [\mathcal{Y}_1^2 \quad \mathcal{Y}_1 \mathcal{Y}_2 \quad \mathcal{Y}_2 \mathcal{Y}_1 \quad \mathcal{Y}_2^2]^{\mathbf{T}}$$

عناصر قطر اصلی ماتریس C_{CRLB} وزن یکسانی داده شده است که البته می‌توان وزن‌های متفاوتی برای آن‌ها قائل شد. از این‌رو با حل مسئله بهینه‌سازی فوق زمان سرکشی و عملکرد به‌طور هم‌زمان بهینه می‌شوند. برای حل مسئله بهینه‌سازی فوق ابتدا بایستی ماتریس C_{CRLB} را محاسبه نمود که در ادامه نشان داده خواهد شد. همان‌طور که گفته شد میانگین مربع خطای هر تخمین‌گری نمی‌تواند بیشتر از کران پایین کرامر راثو باشد (رابطه (۳۱)).

$$\mathbf{P}_k \triangleq E \left\{ \left[\hat{\mathbf{X}}_{k|k}(\mathbf{y}_k) - \mathbf{X}_k \right] \left[\hat{\mathbf{X}}_{k|k}(\mathbf{y}_k) - \mathbf{X}_k \right]^T \right\} \quad (31)$$

$$[\mathbf{P}_k]_{ii} \geq \left[\left(\mathbb{I}(\mathbf{X}_k) \right)^{-1} \right]_{ii}$$

درواقع، BFIM پیش‌بینی اطلاعات از ردیابی را نشان می‌دهد که بر اساس آن می‌توان استراتژی تخصیص منابع را پیاده‌سازی کرد؛ بنابراین BCRLB پیش‌بینی به‌عنوان معکوس BFIM پیش‌بینی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C_{CRLB}(\mathbf{P}_k) = \left(\mathbb{I}(\mathbf{X}_k) \right)^{-1} \quad (32)$$

عناصر مورب C_{CRLB} کران پایینی را در واریانس‌های تخمین موقعیت و سرعت مرکز و همچنین هندسه هدف نشان می‌دهند و همچنین تابعی ذاتی از توان ارسالی هر رادار هستند. بنابراین لازم است در ابتدا ماتریس اطلاع فیشر بیزی برای ردیابی اهداف گروهی محاسبه گردد. ماتریس اطلاع فیشر بیزی برای سیستم‌های بازگشتی به‌صورت رابطه زیر محاسبه می‌گردد.

$$\mathbb{I}(\mathbf{x}_k) = -E_{x_k, y_k} \left[\frac{\partial^2}{\partial \mathbf{x}_k^2} \ln P(\mathbf{y}_k, \mathbf{x}_k) \right] \quad (33)$$

از طرفی باتوجه‌به قانون بیزی می‌توان رابطه زیر را نوشت.

$$P(\mathbf{y}_k, \mathbf{x}_k) = P(\mathbf{x}_k) P(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k) \quad (34)$$

رابطه زیر با جای‌گذاری رابطه (۳۳) در رابطه (۳۴) حاصل می‌شود.

$$\mathbb{I}(\mathbf{x}_k) = - \left(E_{x_k, y_k} \left[\frac{\partial^2}{\partial \mathbf{x}_k^2} (\ln(P(\mathbf{x}_k))) \right] + \right. \quad (35)$$

$$\left. E_{x_k, y_k} \left[\frac{\partial^2}{\partial \mathbf{x}_k^2} \ln(P(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k)) \right] \right)$$

$$\mathbb{I}(\mathbf{x}_k) = \mathbb{I}_p(\mathbf{x}_k) + \mathbb{I}_r(\mathbf{x}_k) \quad (36)$$

توجه به این نکته نیز مهم است که اندازه‌گیری‌های یک اسکن زمانی به‌طور متوالی (به ترتیب دلخواه) ترکیب می‌شوند. با توجه به تقریب‌ها، ممکن است نتایج کمی متفاوت برای ترتیب‌های مختلف به دست آید. با استفاده از الگوریتم ردیابی هدف گروهی ذکرشده، لازم است معیاری جهت کیفیت ردیابی تعریف گردد و با توجه به این معیار زمان سرکشی به نحوی تنظیم گردد که علاوه بر حفظ دقت ردیابی در حالات مختلف هدف، حتی‌المقدور از زمان سرکشی بزرگ استفاده گردد؛ چراکه این امر سبب حفظ منابع رادار خواهد شد. در بخش بعدی این موضوع تشریح خواهد شد.

۲-۴- تخصیص زمان سرکشی بهینه

حداقل مقدار ممکن برای واریانس یک تخمین‌گر توسط کران پایین کرامر - راثو^۱ بیان می‌شود. به این ترتیب اگر واریانس تخمین‌گری به کران پایین کرامر - راثو برسد، دیگر نمی‌توان آن را بهبود داد و اگر ملاک انتخاب تخمین‌گر مناسب کم‌بودن واریانس در نظر گرفته شود، آن تخمین‌گری که واریانس آن برابر با کران پایین کرامر - راثو باشد، بهترین تخمین‌گر خواهد بود. بسط این موضوع و تعیین کران پایینی برای تخمین حالت‌ها در یک فیلتر به‌صورت یک رابطه بازگشتی به دست می‌آید. این کران که حد پایین ماتریس MSE را بیان می‌کند، کران کرامر راثو بیزی بازگشتی نام دارد. برای تخصیص زمان سرکشی بهینه کافی است از کران کرامر راثو بیزی بازگشتی پیش‌بینی به‌عنوان معیاری برای استراتژی تخصیص استفاده کرد. با این اوصاف در هر چرخه رادار بایستی مسئله بهینه‌سازی زیر حل گردد:

$$T_k^r = \underset{T^r}{\operatorname{argmin}} \left[W_1 \cdot \operatorname{tr} \{ C_{CRLB}(\mathbf{P}_k) \} + \frac{W_2}{T^r} \right] \quad (30)$$

$$s.t. T^r \in T$$

که در آن T مجموعه‌ای از زمان‌های سرکشی ممکن است که معمولاً شامل مجموعه‌ای پیوسته یا گسسته از مقادیر در یک کران پایین و بالایی است و بسته به‌صورت مسئله و سخت‌افزار موجود تعیین می‌گردد. $\frac{1}{T^r}$ تابعی است که نشان‌دهنده زمان سرکشی صرف شده برای به‌روزرسانی مسیر است. وزن‌های W_2, W_1 مصالحه بین اهمیت دقت ردیابی و میزان زمان سرکشی را تعیین می‌کند. عملگر tr اثر^۲ ماتریس C_{CRLB} است و نشان‌دهنده کیفیت عملکرد است. با توجه به این تابع هزینه، به

^۱ Cramér-Rao bound

^۲ trace

$$\tilde{\mathbf{H}}_2(\mathbf{x}_k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_{15} & \tilde{h}_{16} & \tilde{h}_{17} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_{25} & \tilde{h}_{26} & \tilde{h}_{27} \end{bmatrix} \quad (۴۷)$$

درایه‌های ماتریس $\tilde{\mathbf{H}}_2$ به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$\tilde{h}_{15} = -\lambda_{2,k} u_{2,k}^i \cos \alpha_k - \lambda_{1,k} u_{1,k}^i \sin \alpha_k \quad (۴۸)$$

$$\tilde{h}_{16} = u_{1,k}^i \cos \alpha_k \quad (۴۹)$$

$$\tilde{h}_{17} = -u_{2,k}^i \sin \alpha_k \quad (۵۰)$$

$$\tilde{h}_{25} = \lambda_{1,k} u_{1,k}^i \cos \alpha_k - \lambda_{2,k} u_{2,k}^i \sin \alpha_k \quad (۵۱)$$

$$\tilde{h}_{26} = u_{1,k}^i \sin \alpha_k \quad (۵۲)$$

$$\tilde{h}_{27} = u_{2,k}^i \cos \alpha_k \quad (۵۳)$$

در راستای حل یک مسئله، ممکن است جواب‌های مختلفی برای آن به دست آید. هدف از الگوریتم‌های بهینه‌سازی یافتن یک جواب قابل قبول، باتوجه به محدودیت‌ها و نیاز مسئله است. گاهی این الگوریتم‌ها برای بهینه‌سازی و گاهی نیز به منظور کمینه‌سازی یک تابع هزینه به کار گرفته می‌شوند. در [۱۷] به منظور بهینه‌سازی نمودن سیگنال به نویز در تصویر، یک مسئله بهینه‌سازی شکل‌دهی پرتو دیجیتال بهینه در رادار روزنه مصنوعی چرخشی زمین پایه حل شده است. برای حل مسئله بهینه‌سازی مقید روش‌های مختلفی ارائه شده است. برخی از روش‌های ابتکاری و یا فراابتکاری جهت حل مسائل بهینه‌سازی استفاده کرده‌اند [۱۹-۱۸].

جدول (۱). شبه کد ردیابی هدف گروهی با زمان سرکشی بهینه

Initiation;
For each track do
Prediction (cienematic & shape parameters);
Radar detection procedure;
If detection associated with track then
Update Track with observations ;
end
Solve (30);
Use T_r to set next update time of track
Tracker motion update with T_r
end

برنامه‌ریزی درجه دوم متوالی یک روش تکرارپذیر بسیار مناسب و مفید برای حل عددی مسائل بهینه‌سازی غیرخطی است. در این مقاله از روش برنامه‌ریزی درجه دوم متوالی (تکراری)^۲ برای حل مسئله بهینه‌سازی و محاسبه زمان سرکشی بهینه استفاده شده که یک ابزار برنامه‌ریزی غیرخطی است. به این منظور از ابزار

$$\begin{cases} \mathbb{I}_p(\mathbf{x}_k) = -E_{\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k} \left[\frac{\partial^2}{\partial \mathbf{x}_k^2} \ln(P(\mathbf{x}_k)) \right] \\ \mathbb{I}_r(\mathbf{x}_k) = -E_{\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k} \left[\frac{\partial^2}{\partial \mathbf{x}_k^2} \ln(P(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k)) \right] \end{cases} \quad (۳۷)$$

رابطه فوق بیانگر این است که ماتریس اطلاع فیشر شامل دو عبارت اطلاعات پیشین^۱ و اطلاعات برای مشاهدات است.

معادله مشاهده اهداف گروهی را می‌توان به صورت رابطه زیر نوشت.

$$P(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k) = N\left(\mathbf{y}_k; \mathbf{H}\mathbf{x}_k, \frac{1}{K} \mathbf{S}_k \lambda_k^T \lambda_k \mathbf{S}_k^T + \mathbf{R}_k\right) \quad (۳۸)$$

در خصوص کران کرامر رانو بیزی بازگشتی و همچنین رابطه مدل دینامیکی حرکت هدف (رابطه (۱))، عبارت اطلاعات پیشین به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$\mathbb{I}_p(\mathbf{x}_k) = \left[\mathbf{Q}_{k-1} + \mathbf{F}_{k-1} \mathbb{I}_p(\mathbf{x}_{k-1}) \mathbf{F}_{k-1}^T \right]^{-1} \quad (۳۹)$$

ماتریس اطلاع فیشر بیزی برای مشاهدات (رابطه دوم از (۳۷)) به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\mathbb{I}_r(\mathbf{x}_k) = \tilde{\mathbf{C}}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \tilde{\mathbf{C}}_k \quad (۴۰)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_k = \tilde{\mathbf{H}}_1(\mathbf{x}_k) + \tilde{\mathbf{H}}_2(\mathbf{x}_k) \quad (۴۱)$$

$$\tilde{\mathbf{H}}_1(\mathbf{x}_k) = \begin{bmatrix} \sqrt{x_{k,1}^2 + x_{k,3}^2} \\ \tan^{-1} \left(\frac{x_{k,3}}{x_{k,1}} \right) \end{bmatrix} \quad (۴۲)$$

$$\left[\tilde{\mathbf{H}}_1(\mathbf{x}_k) \right]_{i,j} = \frac{\partial \mathbf{H}_{k,i}}{\partial x_j} \quad (۴۳)$$

$$\tilde{\mathbf{H}}_1(\mathbf{x}_k) = \begin{bmatrix} \frac{x_{k,1}}{\sqrt{x_{k,1}^2 + x_{k,3}^2}} & \frac{x_{k,3}}{\sqrt{x_{k,1}^2 + x_{k,3}^2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-x_{k,3}}{\sqrt{x_{k,1}^2 + x_{k,3}^2}} & \frac{x_{k,1}}{\sqrt{x_{k,1}^2 + x_{k,3}^2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۴۴)$$

$$\mathbf{H}_2(\mathbf{x}_k) = \begin{bmatrix} \cos \alpha_k & -\sin \alpha_k \\ \sin \alpha_k & \cos \alpha_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{1,k} & 0 \\ 0 & \lambda_{2,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1,k}^i \\ u_{2,k}^i \end{bmatrix} \quad (۴۵)$$

$$\left[\tilde{\mathbf{H}}_2(\mathbf{x}_k) \right]_{i,j} = \frac{\partial (\mathbf{H}_2(\mathbf{x}_k))_i}{\partial x_j} \quad (۴۶)$$

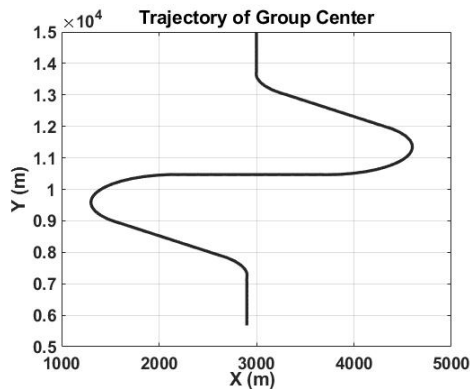
^۲ Sequential Quadratic Programming

^۱ Prior

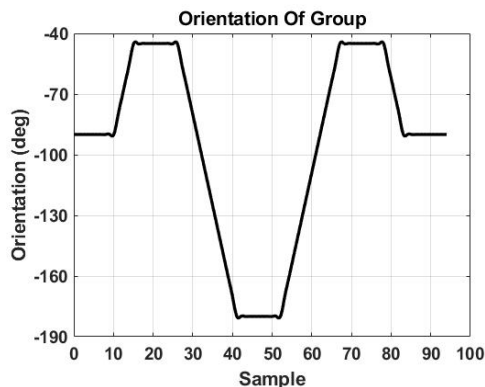
حساسیت کمتر بوده و یا هدف مانور شدیدی نداشته زمان سرکشی افزایش یابد. با این رویکرد می‌بایست از الگوریتم پیشنهادی استفاده نمود. برای درک بهتر مفاهیم ذکر شده هر سه حالت شبیه‌سازی شده و با یکدیگر قیاس شده‌اند. برای این منظور در ابتدا یک هدف گروهی با مسیر مشخصی که شامل سرعت ثابت، شتاب ثابت و چرخش است طراحی می‌شود. تعداد هدف مشاهده از هدف گروهی با توزیع پواسن مدل‌سازی شده است. سپس سه حالت ردیابی هدف گروهی با زمان سرکشی ثابت کوچک و بزرگ با روش پیشنهادی مقایسه خواهد شد.

۳-۱- مدل‌سازی مسیر هدف گروهی

مسیر هدف گروهی در دو بخش مدل‌سازی می‌شود بخش اول مسیر حرکت هدف گروهی است که همان مسیر مرکز گروه و اصطلاحاً سینماتیک مرکز گروه نامیده شد. بخش دوم مدل‌سازی گروه است. برای بخش اول یک مسیر حرکت شامل حرکت سرعت ثابت، شتاب ثابت و چرخش در نظر گرفته شده است. این مدل‌سازی در فضای دو بُعدی مختصات دکارتی تعریف شده است. حرکت هدف گروهی از موقعیت [۱۵ ۳] کیلومتری شروع و در موقعیت [۷/۵ ۲/۹] کیلومتری به پایان می‌رسد. این مسیر حرکت در شکل (۵) نشان داده شده است.



شکل (۵): مسیر حرکت هدف گروهی



شکل (۶): تغییرات جهت حرکت گروه در طول مسیر

غیرخطی fmincon در جعبه‌ابزار بهینه‌سازی Matlab و الگوریتم sqp استفاده شده است. دلیل استفاده از این الگوریتم، سرعت بالای آن در حل مسئله بهینه‌سازی است [۲۰]. شبه کد مربوط به ردیابی با زمان سرکشی بهینه در جدول (۱) آورده شده است.

۲-۵- معیار انطباق هندسه گروه

هر روش ردیابی نیاز به یک معیار جهت ارزیابی کیفیت عملکرد دارد. درحالی‌که برای یک هدف نقطه‌ای، مجذور فاصله اقلیدسی، انتخاب طبیعی برای مقایسه تخمین با مقدار واقعی (موقعیت واقعی) به نظر می‌رسد، وضعیت برای توده اهداف کاملاً متفاوت است. از آنجایی‌که معیار باید شکل گروه را نیز در خود جای دهد، دیگر انتخاب واضحی وجود ندارد. برای این منظور معیارهای متعددی برای انطباق هندسه معرفی شده است. معیار فاصله واسرشتاین گوسی^۱ میزان انطباق دو شکل بیضی را توسط رابطه (۵۴) نشان می‌دهد. در این مقاله به جهت ارزیابی عملکرد روش پیشنهاد شده از معیار فاصله واسرشتاین گوسی برای قیاس دو بیضی تخمین و مشاهدات استفاده شده است.

$$d_{GW}(\mathcal{N}_{\hat{x}}, \mathcal{N}_{\hat{x}})^2 = \|m_x - m_{\hat{x}}\|^2 + \text{tr}\left(\Sigma_x + \Sigma_{\hat{x}} - 2\sqrt{\Sigma_x \Sigma_{\hat{x}} \Sigma_x}\right) \quad (54)$$

که در آن جذر ماتریس Σ با ماتریس Γ که $\Sigma = \Gamma^T \Gamma$ تعریف می‌شود.

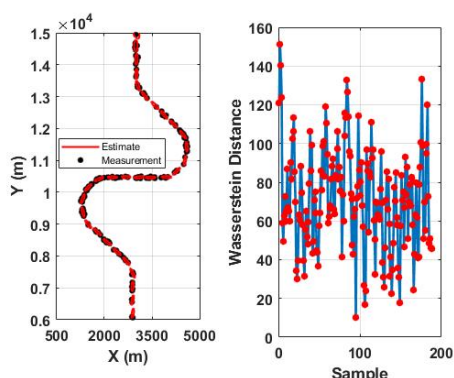
۳- شبیه‌سازی

در طراحی رادار با رویکرد سنتی، زمان سرکشی ثابت در نظر گرفته می‌شود. زمان سرکشی انتخاب شده بایستی پاسخگوی مأموریت تعریف شده و به عبارت دیگر پاسخگوی بدترین شرایط باشد. به این منظور برای ردیابی پایدار و بادقت مشخص یک هدف با مانور g_{\max} لازم است حتی‌الامکان زمان سرکشی کوچک انتخاب گردد. طراحی رادار با این انتخاب منجر به اتلاف منابع رادار خصوصاً در مواقعی که اهداف بدون مانور هستند می‌شود. برعکس اگر انتظار ردیابی حداکثر تعداد اهداف یا عملکردهای دیگر از رادار باشد، لازم است حداکثر زمان سرکشی انتخاب گردد. این به این معنا است که در بسیاری از سناریوهای ردیابی اهداف، دقت خوبی وجود نخواهد داشت. نگاه دیگر در طراحی می‌تواند این باشد که زمان سرکشی قالب شرایط هدف تعریف گردد؛ یعنی هر جا نیاز به زمان سرکشی کم و رسیدن به دقت مناسب بود این زمان کاهش یافته و در جاهایی که

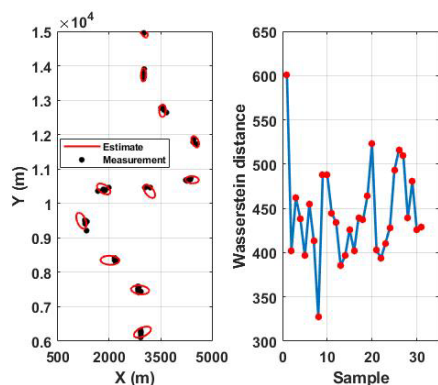
¹ Gaussian Wasserstein distance

متصل به سامانه ردیاب دارد. با تعریف تابع هزینه‌ای مطابق با خواسته‌های مطلوب برای ردیابی در سامانه ردیاب می‌توان درجه اهمیت خطای ردیابی را در برابر زمان صرف شده ارزیابی نمود.

نتایج حاصل از این دو زمان سرکشی پس از تحلیل مونت کارلو و اجرای ۱۰۰۰ مرتبه در جدول (۲) آمده است.



(الف)



(ب)

شکل (۸): ردیابی هدف گروهی با (الف) $T_r = 5$ (ب) $T_r = 30$

جدول (۲). تحلیل مونت کارلو برای زمان سرکشی ۵ و ۳۰

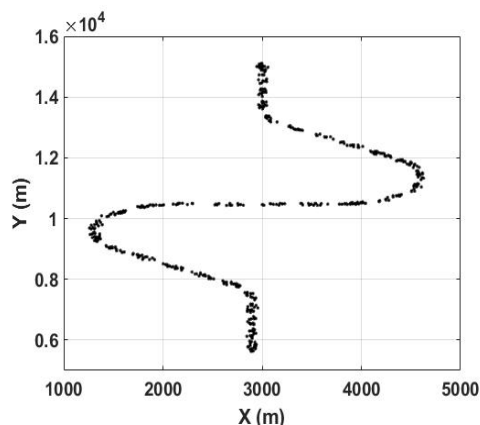
هزینه	تعداد سرکشی	انحراف معیار خطا	میانگین خطا	زمان سرکشی
۵۴۳۱	۱۸۸	۲۵/۷۷	۷۳/۰۸	$T_r = 5$
۵۲۱۴	۳۱	۵۷/۴	۴۴۳/۸۶	$T_r = 30$

۳-۳- ردیابی هدف گروهی با زمان سرکشی بهینه

در این جدول ستون اول میانگین خطای ردیابی، ستون دوم انحراف معیار خطای ردیابی و ستون سوم تعداد سرکشی را برای ردیابی هدف گروهی در بازه مشخص ارائه می‌دهد. ستون چهارم این جدول هزینه صرف شده که ترکیبی از میزان زمان صرف شده (همان تعداد سرکشی) و دقت حاصله در ردیابی را نشان می‌دهد. بر مبنای رابطه (۳۰) هزینه با وزن $W_1 = 10, W_2 = 25$

گروه در قالب یک هندسه بیضی‌گون در گستره [۴۰ ۱۷۰] متری با توزیع یکنواخت مدل‌سازی شده است. در ابتدای مسیر حرکت جهت گروه هدف به‌صورت نزدیک‌شونده و با زاویه ۹۰ درجه است، سپس تغییر جهت تا زاویه ۴۵ درجه نزدیک‌شونده خواهد داشت. مسیر به‌صورت عرضی (زاویه ۱۸۰ درجه از مشرق به مغرب) ادامه پیدا خواهد کرد. ادامه مسیر چرخش و بازگشت به مسیر اولیه خواهد بود.

بنابراین، جهت گروه در طول مسیر از زاویه ۹۰ درجه تا ۱۸۰ درجه نزدیک‌شونده مطابق با شکل (۶) تغییر می‌کند. همچنین برای مدل‌سازی آنچه توسط رادار از تعداد اعضاء گروه مشاهده می‌شود از توزیع پواسن با میانگین ۱۵ استفاده شده است. با توضیحات فوق مسیر حرکت هدف گروهی طراحی شده از منظر تعداد مشاهدات از گروه توسط رادار در شکل (۷) نشان داده شده است.



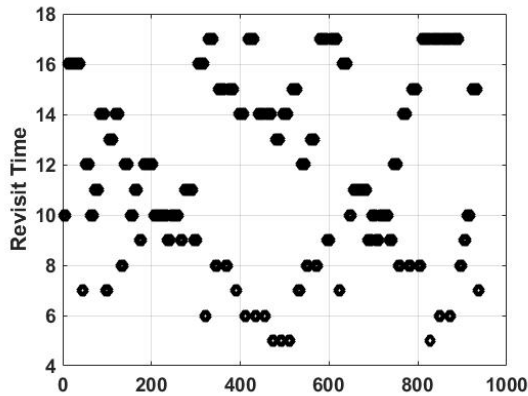
شکل (۷): مسیر حرکت هدف گروهی طراحی شده

۳-۲- ردیابی هدف گروهی با حداقل و حداکثر زمان سرکشی

با فرض اینکه زمان سرکشی بین $5 \leq T_r \leq 30$ قابل انتخاب است، الگوریتم ردیابی هدف گروهی به ازای حداقل و حداکثر زمان سرکشی به اجرا در آمده است. انتظار می‌رود با زمان سرکشی کوچک‌تر کیفیت ردیابی بهتری مشاهده گردد.

در شکل (۸) ردیابی هدف گروهی مطابق با سناریوی تعریف شده و با الگوریتم MEM-EKF* با زمان سرکشی ۵ (الف) و زمان سرکشی ۳۰ (ب) نشان داده شده است. نمودار سمت راست در این شکل کیفیت ردیابی هدف گروهی را با معیار فاصله و اسرشتاین نشان می‌دهد. همان‌طور که از شکل (۸) (الف) و (ب) پیداست، با افزایش زمان سرکشی معیار فاصله و اسرشتاین به‌طور زیادی افزایش می‌یابد. اینکه کدام‌یک از مقادیر زمان سرکشی یا خطای ردیابی مطلوب است بستگی به نیازمندی‌های سامانه‌های

ارائه شده با کاهش زمان سرکشی این موضوع جبران می‌گردد. نتایج مندرج در جدول (۳) کاهش هزینه ۴۴ الی ۴۹ درصدی را به ازای استفاده از الگوریتم پیشنهادی نشان می‌دهد.



شکل (۱۰): زمان سرکشی بهینه در ردیابی هدف گروهی

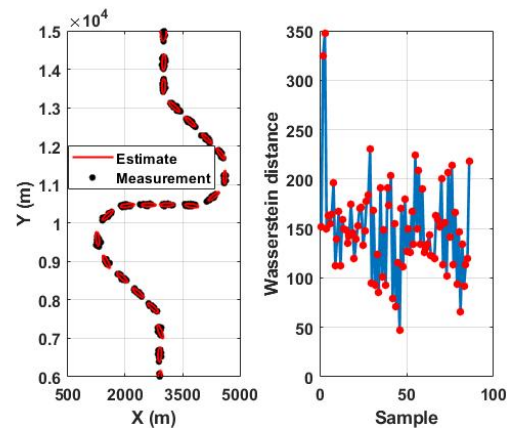
جدول (۳): مقایسه ردیابی هدف گروهی به ازای زمان سرکشی مختلف

هزینه	تعداد سرکشی	انحراف معیار خطا	میانگین خطا	زمان سرکشی
۵۴۳۱	۱۸۸	۲۵/۷۷	۷۳/۱	$T_r = 5$
۳۷۴۳	۹۴	۳۳/۷۶	۱۳۹/۳۲	$T_r = 10$
۳۸۹۷	۶۲	۳۹/۴۸	۲۳۴/۷۳	$T_r = 15$
۴۳۱۸	۴۷	۴۴/۶۳	۳۱۴/۳۱	$T_r = 20$
۴۴۹۲	۳۷	۵۱/۲۱	۳۹۸/۸۸	$T_r = 25$
۵۲۱۳	۳۱	۵۷/۴	۴۴۳/۸۶	$T_r = 30$
۳۶۴۳	۸۶	۴۷/۲۲	۱۴۹/۳	T_r^{opt}

ابهامی که ممکن است به ذهن برسد این است که به‌جای استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی بر خط، از زمان سرکشی میانه‌ای استفاده کرده و برای جلوگیری از افزایش پیچیدگی و محاسبات رادار از این مقدار زمان سرکشی ثابت استفاده گردد. برای تشریح این موضوع و تقریب آن به ذهن به‌ازای زمان سرکشی‌های ثابت دیگری شبیه‌سازی انجام پذیرفت و نتایج حاصل از آن در جدول (۳) قرار داده شده است. همان‌طور که از نتایج برمی‌آید با زمان سرکشی حدود ۱۰ به هزینه‌ای تقریباً معادل نتایج زمان سرکشی بهینه است. بنابراین انتخاب یک زمان سرکشی ثابت در حدود زمان سرکشی مذکور پاسخی نزدیک به بهینه را در بر خواهد داشت. به نتایج ارائه‌شده در جدول (۳) دقت کنید. این موضوع ابهام مطرح‌شده را قوی‌تر می‌کند. چند دلیل را در پاسخ به این ابهام می‌توان ارائه نمود. اول اینکه زمان سرکشی بهینه به‌دست‌آمده برای این سناریو از هدف گروهی است و به ازای سناریوهای دیگر لزوماً این پاسخ نخواهد بود. به‌عنوان مثال اگر

محاسبه شده است. همان‌طور که در جدول مشخص شده است اگرچه به ازای زمان سرکشی ۵ میانگین خطای پایین و در نتیجه دقت ردیابی خوبی حاصل شده است اما این امر مستلزم صرف هزینه زیادی بوده است. هرچند با انتخاب زمان سرکشی ۳۰ منابع کمتری از رادار مصرف می‌شود اما به دلیل افزایش میانگین خطا مطلوب نبوده و تابع هزینه، هزینه بالایی را نمایش می‌دهد.

برای شبیه‌سازی ردیابی هدف گروهی با زمان سرکشی بهینه بایستی کد مربوطه مطابق جدول (۱) نوشته شود و در هر چرخه از فیلتر مسئله بهینه‌سازی (۳۰) حل گردد. از این‌رو همان هدف گروهی بخش (۳-۱) به‌عنوان هدف گروهی مرجع جهت ردگیری انتخاب و الگوریتم پیشنهادی روی آن اجرا شد.



شکل (۹): ردیابی هدف گروهی با زمان سرکشی بهینه

در این اجرا مسئله بهینه‌سازی با تابع هزینه (۳۰) با وزن‌دهی $W_1 = 10, W_2 = 25$ و مقادیر حد بالا و پایین برای زمان سرکشی به ترتیب ۳۰ و ۵ ($5 \leq T_r \leq 30$) حل شده است. نتیجه ردیابی هدف گروهی با زمان سرکشی بهینه در شکل (۹) نشان داده شده است. همان‌طور که از شکل پیداست خطای فاصله واسرشتاین وضعیت قابل قبولی را از ردیابی هدف گروهی گزارش می‌کند، حال‌آنکه این مهم به ازای زمان سرکشی بهینه حاصل شده است. زمان سرکشی انتخاب‌شده در چرخه ردیابی در شکل (۱۰) نشان داده شده است. برای قیاس بهتر وضعیت ردیابی هدف گروهی با زمان سرکشی بهینه در قیاس با حداقل و حداکثر زمان سرکشی ممکن تحلیل مونت‌کارلو در این حالت نیز انجام گرفت که نتایج تجمیعی آن‌ها در جدول (۳) آمده است. همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود، در طول زمان ردگیری به ازای ۸۶ سرکشی و هزینه‌ای معادل ۳۶۴۳ میانگین خطای فاصله واسرشتاین حدود ۱۵۰ به‌دست‌آمده است. نکته حائز اهمیت این است که در طول ردیابی به ازای تغییرات حرکت هدف گروهی، قاعدتاً خطای ردیابی افزایش می‌یابد؛ اما در روش

گروه، افزایش احتمال آشکارسازی و بهبود سیگنال به نویز می‌شود. افزایش تعداد مشاهدات سبب می‌شود هندسه هدف گروهی دقیق‌تر برآورد گردد. بهبود سیگنال به نویز ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری را کاهش می‌دهد. از طرف دیگر افزایش این زمان باعث اتلاف منابع زمانی رادار می‌گردد. برای این منظور بایستی روابط مربوط به زمان توقف و معادلات فیلتر استخراج شده و مسئله بهینه‌سازی با لحاظ هر دو پارامتر زمانی حل گردد. این روش به‌عنوان یکی از ضروری‌ترین مباحث تکمیلی تحقیق حاضر، در حال توسعه توسط نویسندگان است.

۵- مراجع

- [1] F. d'Apolito, C. Eliasch, C. Sulzbachner and C. Mecklenbräuer, "A Joint Multiple Hypothesis Tracking and Particle Filter Approach for Aerial Data Fusion," 25th International Conference on Information Fusion (FUSION), Linköping, Sweden, 2022. DOI: 10.23919/FUSION49751.2022.9841308.
- [2] J.S. Fowdur, M. Baum, F. Heymann, P. Banys, "An Overview of the PAKF-JPDA Approach for Elliptical Multiple Extended Target Tracking Using High-Resolution Marine Radar Data," Remote Sens., 15, 2503, 2023. <https://doi.org/10.3390/rs15102503>
- [3] Y. Yuan, W. Yi, L. Kong, "Joint tracking sequence and dwell time allocation for multi target tracking with phased array radar," Signal Processing, vol. 192, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2021.108374>.
- [4] F. Masoumi-Ganjgah, R. Fatemi-Mofrad, N. Ghadimi, "Target tracking with fast adaptive revisit time based on steady state IMM filter," Digital Signal Processing, vol. 69, pp. 154-161, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2017.06.007>.
- [5] C. Ting, H. Zi-shu, and T. Ting, "An IMM-based adaptive update rate target tracking algorithm for phased array radar," International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems, 2007. DOI: 10.1109/ISPACS.2007.4446022.
- [6] T. Cheng, X. Li, Q. Tan and Y. Su, "Adaptive Time Space Resource and Waveform Control for Collocated MIMO Radar with Simultaneous Multi-Beam," Journal of Systems Engineering and Electronics, vol. 33, no. 1, pp. 47-59, 2022. DOI: 10.23919/JSEE.2022.000006.
- [7] P. Zhu, J. Liang, Z. Luo and X. Shen, "Cognitive Radar Target Tracking Using Intelligent Waveforms Based on Reinforcement Learning," IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 61, pp. 1-15, 2023. DOI: 10.1109/TGRS.2023.3298355.
- [8] X. Wang, W. Yi, M. Xie, B. Zhai and L. Kong, "Time management for target tracking based on the predicted Bayesian Cramer-Rao lower bound in phase array radar system," 20th International Conference on Information Fusion (Fusion), Xi'an, China, 2017. DOI: 10.23919/ICIF.2017.8009857.
- [9] L. Mihaylova, A. Y. Carmi, F. Septier, A. Gning, S. K. Pang, and S. Godsill, "Overview of Bayesian sequential Monte Carlo methods for group and extended object tracking," Digital Signal Processing, vol. 25, pp 1-16, 2014. DOI: 10.23919/ICIF.2017.8009857.
- [10] J. W. Koch, "Bayesian approach to extended object and cluster tracking using random matrices," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 44, no. 3, pp. 1042-1059, 2008. DOI: 10.1109/TAES.2008.4655362.
- [11] K. Granström, and U. Orguner, "On Spawning and Combination of Extended/Group Targets Modeled With Random Matrices," IEEE Transactions on Signal Processing,

هدف گروهی دینامیکی ثابت و منطبق بر مدل در نظر گرفته شده داشت آنگاه زمان سرکشی بیشینه مقدار خود را اختیار می‌کرد و بیشترین منابع ذخیره می‌شد. این در حالی است که با انتخاب زمان سرکشی ثابت بخش زیادی از منابع هدر می‌رود. دلیل دوم این است که زمان سرکشی ثابت انتخاب شده پس از اجرای سناریوی حرکتی هدف در دسترس است و در حین ردیابی و یا از قبل در دسترس نیست؛ اما علی‌رغم این توضیحات تعیین زمان سرکشی بهینه با الگوریتم و راهکاری ساده موضوع مورد توجهی است که می‌تواند پیشنهادی برای ادامه این پژوهش باشد.

۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش زمان سرکشی به‌عنوان یک پارامتر مؤثر در ردیابی اهداف گروهی مدنظر قرار گرفته شد. با انتخاب الگوریتم MEM-EKF* برای ردیابی هدف گروهی معادلات مربوطه برای ردیابی مرکز و هندسه گروه ارائه شدند. با استفاده از معیار حد پایین کرامر رانو بازگشتی مسئله بهینه‌سازی پیکره‌بندی شد تا با حل آن زمان سرکشی بهینه در چرخه اجرای فیلتر محاسبه گردد. برای حل مسائل مربوط به عوامل غیرخطی در معادله مشاهده هدف گروهی (ناشی از هندسه هدف و دستگاه اندازه‌گیری) از ژاکوبی جهت خطی‌سازی استفاده و روابط مربوطه ارائه گردید. در پایان و در بخش شبیه‌سازی با استفاده از معیار فاصله واسرشتاین الگوریتم مذکور به‌ازای مقادیر مختلف زمان سرکشی اما ثابت و مقدار بهینه مستخرج از الگوریتم بهینه مورد قیاس قرار گرفته شد. نشان داده شد که با انتخاب زمان سرکشی بهینه در طول چرخه فیلتر ضمن حفظ دقت ردیابی، هزینه ۴۴ الی ۴۹ درصد کاهش می‌یابد. ضمناً منابع ذخیره‌شده می‌تواند در ردیابی اهداف دیگر و یا کارکردهای دیگر رادار به کار گرفته شود.

هرچند روش ردیابی اهداف گروهی مورد استفاده در این مقاله نسبت به سایر روش‌ها دارای پیچیدگی کمتری است؛ اما به جهت دستیابی به ویژگی‌های دیگری همچون اشکال هندسی دقیق‌تر از گروه یا دینامیک‌های حرکتی پیچیده‌تر، می‌توان از الگوریتم‌های دیگر ردیابی اهداف گروهی نیز استفاده نمود. در این مقاله روش تخصیص زمان سرکشی بهینه برای ردیابی اهداف گروهی ارائه گردید. با رویکرد این مقاله می‌توان زمان توقف را نیز در تابع هزینه اضافه نمود و به‌این‌ترتیب تخصیص بهینه‌ای برای منابع زمانی رادار داشت. زمان سرکشی به‌صورت مستقیم در معادلات تخمین فیلتر ردیابی ظاهر می‌گردد. زمان توقف زمان توقف نیز در معادلات به‌روزرسانی ظاهر می‌گردد. افزایش زمان توقف در ردیابی اهداف گروهی سبب افزایش تعداد مشاهدات از اعضا

- vol. 61, pp. 678-692, 2013. DOI: 10.1109/TSP.2012.2230171.
- [12] L. Zhejun, W. Hu, Y. Liu, and T. Kirubarajan, "Seamless Group Target Tracking Using Random Finite Sets," *Signal Processing*, vol. 176, pp. 1-12, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2020.107683>.
- [13] M. Baum and U. D. Hanebeck, "Extended Object Tracking with Random Hypersurface Models," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 50, no. 1, pp. 149-159, 2014. DOI: 10.1109/TAES.2013.120107.
- [14] K. Granström, M. Baum, "A Tutorial on Multiple Extended Object Tracking," *TechRxiv*, Preprint, 2022. DOI: 10.1109/TAES.2013.120107.
- [15] S. Yang and M. Baum, "Tracking the Orientation and Axes Lengths of an Elliptical Extended Object," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 67, no. 18, pp. 4720-4729, 2019. DOI: 10.1109/TSP.2019.2929462.
- [16] H. L. Van Trees and K. Bell, editors. "Bayesian Bounds for Parameter Estimation and Nonlinear Filtering/Tracking," Wiley, New York, NY, 2007.
- [17] S.R. Samare Hashemi, "Optimal Beamforming for Maximization of the Image SNR in Ground-Based Circular Synthetic Aperture Radar," *Radar*, vol.6 (2), pp. 45-57, 2019, (In Persian). <https://dorl.net/dor/20.1001.1.23454024.1397.6.2.5.8>.
- [18] A. Forouzanmehr, and S. M. M. Dehghan, "Path Planning and Target Allocation for a Group of Cooperative UAVs in a Noise Jamming Mission," *Radar*, vol. 9(2), pp. 41-56, 2022, (In Persian).
- [19] R. Ahmadi Vanhari, and A. Bakhtafrouz, "Fast Design of Waveguide Microwave Filters Using Genetic Algorithm and Particle Swarm Optimization Based on the S-parameters Method," *Radar*, vol. 7(1), pp. 39-51, 2019, (In Persian). <https://dorl.net/dor/20.1001.1.23454024.1398.7.1.4.2>.
- [20] S. M. M. Dehghan, and A. KashaniNia, "Phantom track generation for radar network deception in the presence of inaccuracy in the radar position," *Radar*, vol. 9(1), pp. 63-73, 2022, (In Persian). <https://dorl.net/dor/20.1001.1.23454024.1400.9.1.7.9>.



Optimal Revisit Time Allocation in Group Target Tracking under Recursive Bayesian Cramer-Rao Lower Bound Criterion

E.Zamani¹, I. MohammadZaman^{2*}, S.M.M. Dehghan³, R. FatemiMofrad

² Associate Professor, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

(Received:2023 /04/13, Revised: 2023/07/20, Accepted: 2023/08/04, Published: 2023/08/24)

DOR:<https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.23454024.1402.11.1.4.0>

Abstract

Phased array radars leverage their electronic beam capability to perform a broader range of tasks compared to classical radars. Given the shared and constrained resources for task execution, effective resource and task management is crucial for these radar systems. While radar resource management for point target tracking has been extensively studied, this paper introduces an extension of this topic to group target tracking. The algorithm proposed in this study calculates the revisit time by solving an optimization problem and incorporates it into the group target tracking cycle. The optimization problem's cost function is formulated as a weighted combination of tracking accuracy and resource consumption. By solving this optimization problem based on the defined cost function and constraints, the revisit time for the next cycle is determined. The recursive nature of the "recursive Cramer-Rao lower bound" is utilized for the tracking accuracy component of the cost function. Comparative analysis between the proposed method, which incorporates an optimal revisit time, and the conventional approach of a fixed revisit time demonstrates a substantial reduction in cost ranging from 44 to 49 percent.

Keywords: : Revisit time, Phased array radar, Group targets, Cramer-Rao lower Bound.

This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license.

Publisher: Imam Hussein University

Authors



*Corresponding Author Email: mohammadzaman@mut.ac.ir