

ارزیابی پاسخ تیرهای بتن مسلح تحت اثر بارهای انفجاری و تعیین محدوده پاسخ‌های متأثر از ایمپالس

سید احمد حسینی^{۱*}، محمدحسن نجفی الموتی^۲

۱- استادیار ۲- کارشناسی، دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر

(دریافت: ۱۴۰۲/۰۷/۲۳، بازنگری: ۱۴۰۲/۰۹/۲۰، پذیرش: ۱۴۰۲/۱۰/۰۴، انتشار: ۱۴۰۲/۱۱/۰۱)

DOR: <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.26762935.1402.14.4.2.8>

چکیده

در تعیین پاسخ سازه‌ها تحت بارهای دینامیکی، پاسخ محدوده ارتعاش آزاد به علت حذف بار از معادلات، حالتی خاص محسوب می‌شود. از آنجاکه قرارگیری پاسخ بیشینه سازه‌ها در محدوده ارتعاش آزاد، معمولاً تحت اثر بارهای ضربه‌ای مثل بار انفجار رخ می‌دهد، دانستن این مسئله که بار انفجار و خود سازه باید دارای چه ویژگی‌هایی باشند تا پاسخ سازه در محدوده ارتعاش آزاد قرار گیرد، مسئله‌ای مهم در تحلیل سازه‌ها در برابر بارهای دینامیکی محسوب می‌شود. به همین منظور در این تحقیق، تیرهای بتن مسلح با استفاده از معادلات حرکت حاکم بر سیستم‌های یک درجه آزادی، مورد بررسی قرار گرفتند. پس از حل معادلات حرکت در حالت ارتعاش آزاد و استخراج روابط خیز، از صحت این روابط با استفاده از تحقیقات آزمایشگاهی معتبر، مدل اجزا محدود و دستورالعمل UFC 3-340-02، اطمینان حاصل شد. در ادامه، روابط و نمودارهایی جهت تعیین محدوده پاسخ‌های متأثر از ایمپالس ارائه گردید.

کلیدواژه‌ها: ارتعاش آزاد، بارگذاری انفجاری، تیرهای بتن مسلح، سیستم یک درجه آزادی، محدوده تأثیر ایمپالس.

Evaluation of the Response of RC Beams Under the Effect of Explosive Loads and Determination of the Range of Responses Affected by Impulse

A. Hosseini^{1*}, M. H. Najafialmooti

Malek Ashtar University of Technology

(Received: 2023/10/15, Revised: 2023/12/11, Accepted: 2023/12/25, Published: 2024/01/21)

Abstract

In determining the response of structures under dynamic loads, the response of the free vibration range is considered a special case due to removing the load from the equations. Since the maximum response of structures in the range of free vibration usually occurs under the effect of shock loads such as blast load, knowing what characteristics the blast load and the structure itself must have so that the response of the structure is in the range of free vibration, is considered an important issue in the analysis of structures against dynamic loads. For this purpose, in this research, reinforced concrete beams were investigated using the equations of motion governing single-degree-of-freedom systems. After solving the equations of motion in the free vibration state and extracting the yield relations, the correctness of these relations was ensured by using valid laboratory research, finite element model and UFC 3-340-02 guidelines. In the following, relations and diagrams were presented to determine the range of responses affected by impulse.

Keywords: Free Vibration, Blast Loading, Reinforced Concrete Beams, SDOF System, Impulse Effect Range.

*Corresponding Author E-mail: goldahmad83@yahoo.com

شود. مبنای این روش، بر جایگزینی المان‌های سازه با سختی معادل سازه و استفاده از طیف پاسخ الاستیک - پلاستیک برای پیش‌بینی پاسخ حداکثر سیستم استوار است [۱]. بیگ با استفاده از روش مذکور و روش عددی «شتاب متوسط» طیفی از پاسخ‌ها را با در نظر گرفتن نمودار فشار - زمان به صورت مثلثی به دست آورد [۲]. در ادامه، سیلر و همکاران [۳] یک تیر با تکیه‌گاه ساده تحت بارگذاری ایمپالسی (آنی) را به وسیله سیستم یک درجه آزادی مدل کردند. آن‌ها سرعت ابتدایی را به صورت نصف یک موج سینوسی در نظر گرفتند. در ادامه بروک و نیومارک [۴] مسائل سازه‌ای دینامیکی زیادی را مورد تحقیق قرار دادند. نیومارک یکی از حامیان سرسخت روش مودال بود که چندین رابطه در حوزه مقاومت و سختی ارائه کرد.

در سال‌های اخیر و با پیشرفت سیستم‌های رایانه‌ای و پیدایش نرم‌افزارهای تحلیل عددی، محققین زیادی به بررسی پاسخ سازه‌ای با به کارگیری روش‌های تحلیل عددی پرداختند. استچینو [۵] با استفاده از نتایج آزمایشگاهی دیگر محققان، تیرهای بتن مسلح را با روش المان محدود، مدل‌سازی و اقدام به تجزیه و تحلیل حساسیت پارامترهای کلیدی مربوط به پاسخ تیر کرد. در نتیجه این مطالعات، لاغری (که تأثیر مستقیم بر سختی دارد) و بیشینه بار به عنوان مهم‌ترین پارامترها و طول دهانه نیز به عنوان یک پارامتر کلیدی تعیین شدند؛ ضمناً مشخص شد که مقاومت بتن و نسبت میل‌گرد، تأثیر عمده‌ای بر پاسخ تیر ندارند. علاوه بر مطالعات استچینو، تحقیقات عددی دیگری نیز با موضوعات مختلف (تعیین خرابی و...) بر روی پاسخ تیرهای بتن مسلح در برابر انفجار انجام گرفته است [۹-۶]. علاوه بر مطالعات عددی، رفتار و پاسخ تیرهای بتن مسلح تحت بار انفجار به صورت تجربی و آزمایشگاهی توسط برخی از محققین مورد بررسی قرار گرفته است. در یکی از این مطالعات آزمایشگاهی، مانگسون و همکاران [۱۰] با استفاده از لوله شوک، تعداد زیادی تیرهای بتن مسلح دارای الیاف و بدون الیاف فولادی را تحت بار انفجار قرار دادند. از مهم‌ترین نتایج این مطالعه تجربی این بود که تیرهای با درصد آرماتور بالا و بدون الیاف فولادی در برش دچار شکست شدند. علاوه بر مطالعه آزمایشگاهی مذکور، تحقیقات تجربی دیگری نیز بر روی پاسخ تیرهای بتن مسلح تحت بار انفجار با موضوعات مختلف (تعیین خرابی، مقاومت پسماند و...) انجام گرفته است [۱۳-۱۱] که دو مورد از این مراجع، جهت صحت‌سنجی رابطه پیشنهادی و مدل عددی پژوهش حاضر، مورد استفاده قرار گرفته است. علاوه بر تحقیقات ذکر شده، تحقیق مفصلی توسط نویسندگان این مقاله راجع به تحلیل دینامیکی تیر بتنی در برابر انفجار (هم به صورت تحلیلی و هم عددی) و استخراج روابط ظرفیت خمشی تیر ارائه شده است [۱۴ و ۱۵].

۱- مقدمه

وقتی به سازه نیرویی وارد شود، سازه شروع به ارتعاش می‌کند که به آن ارتعاش اجباری گفته می‌شود. پس از اتمام بارگذاری، سازه به حرکت خود ادامه می‌دهد که آن را ارتعاش آزاد می‌نامند. اینکه پاسخ حداکثر سازه در کدام محدوده (ارتعاش اجباری یا ارتعاش آزاد) رخ دهد مسئله مهمی است؛ زیرا در نوشتن معادلات و یافتن پاسخ سازه تأثیرگذار است. در تعیین پاسخ سازه‌ها تحت بارهای دینامیکی، پاسخ محدوده ارتعاش آزاد به علت حذف بار از معادلات، حالتی خاص محسوب می‌شود.

از آنجاکه قرارگیری پاسخ بیشینه سازه‌ها در محدوده ارتعاش آزاد، معمولاً تحت اثر بارهای ضربه‌ای مثل بار انفجار رخ می‌دهد، دانستن این مسئله که بار انفجار و خود سازه باید دارای چه ویژگی‌هایی باشند تا پاسخ سازه در محدوده ارتعاش آزاد قرار گیرد، مسئله‌ای مهم در تحلیل سازه‌ها در برابر بارهای دینامیکی محسوب می‌شود. ممکن است تصور شود که چون بارهای انفجاری، بارهایی ضربه‌ای و با دوره تداوم بسیار کوتاهی هستند و همچنین دوره تناوب سازه‌ها خیلی بیشتر از دوره تداوم بارگذاری انفجاری است، پس بنا به اصول دینامیک سازه‌ها، چون نسبت زمان تأثیر بار به دوره تناوب سیستم یک درجه آزادی کمتر از یک‌چهارم است، پس بیشینه جابه‌جایی بعد از زمان تأثیر بار (در زمان ارتعاش آزاد) اتفاق خواهد افتاد؛ در صورتی که، این تصور، تصور دقیقی نمی‌باشد و در مورد همه سازه‌ها و همه بارهای انفجاری صادق نیست؛ به عنوان مثال برای یک انفجار با وزن ۴۵۰ کیلوگرم و فاصله ۵۲ متر و سازه‌ای مثل تیر دوسرگیردار (با طول و ابعاد مقطع متعارف ساختمان)، میزان دوره تداوم انفجار برابر ۲/۷ ثانیه و میزان دوره تناوب سازه حدود ۰/۰۵ ثانیه می‌شود؛ یعنی نسبت زمان تأثیر بار به دوره تناوب سازه نه تنها کوچک‌تر از یک‌چهارم نیست؛ بلکه بیشتر از ۵۰ می‌باشد. برای تشخیص این مطلب (که آیا پاسخ بیشینه در محدوده ارتعاش آزاد قرار دارد) روش مستقیم و مشخصی وجود ندارد. در این تحقیق سعی شده است تا با استفاده از روابط حاکم بر پاسخ سازه‌ها، قدمی برای حل این مسئله برداشته شود. در این راستا، با حل معادلات حرکت، روابطی به دست آمده است که با استفاده از این روابط، می‌توان قبل از حل معادله دیفرانسیل و روند طولانی حل آن، مشخص کرد که آیا پاسخ بیشینه در مرحله ارتعاش آزاد قرار دارد یا خیر.

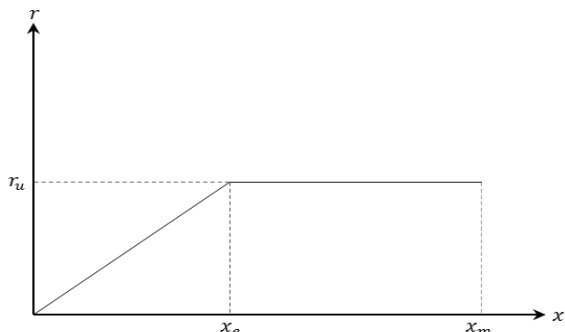
تاکنون، رفتار تیرهای بتن مسلح تحت بار انفجار، از دیدگاه‌های مختلف و با روش‌های تحلیلی و یا آزمایشگاهی مورد بررسی قرار گرفته است. در دستورالعمل TM 5-855-1، پاسخ الاستیک یک عضو در اولین مود نوسان آزاد در نظر گرفته می-

x : خیز المان در لحظه t

x_e : بیشینه خیز در محدوده الاستیک معادل

x_m : بیشینه خیز سیستم

هستند.



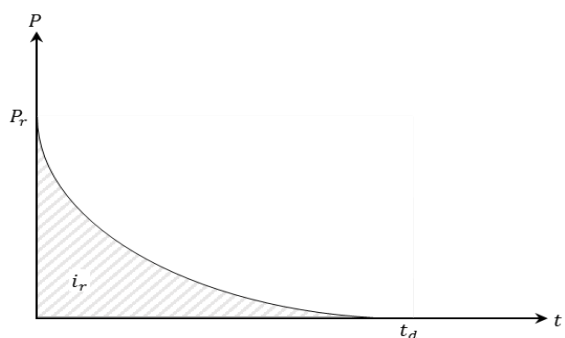
شکل ۱. نمودار مقاومت-خیز برای یک سیستم الاستوپلاستیک کامل

$$r = \begin{cases} kx & 0 < x < x_e \\ r_u & x_e < x < x_m \end{cases}$$

با تحلیل معادلات فوق (۱ و ۲)، می‌توان تعیین کرد که در چه شرایط بارگذاری و خصوصیات سازه‌ای، پاسخ سازه در محدوده ارتعاش آزاد قرار می‌گیرد.

۲-۲. معادله موج انفجار

هنگامی که یک انفجار رخ می‌دهد انتشار سریع انرژی صورت می‌گیرد که با ایجاد انفجار از طریق هوا منتقل می‌شود. در شرایط ایده‌آل فشار در یک نقطه فوراً افزایش می‌یابد تا به حداکثر مقدار آن برسد. سپس با یک نرخ نمایی کاهش می‌یابد تا به فشار محیط برسد. کاهش نمایی نمودار فشار - زمان معمولاً با رابطه فریدلندر نمایش داده می‌شود. این رابطه را می‌توان به صورت رابطه (۴) ارائه نمود که نمودار مربوط به آن در شکل (۲) نمایش داده شده است.



شکل ۲. تابع نمایی بار انفجاری

$$P = P_r \left(1 - \frac{t}{t_d}\right) e^{-b \frac{t}{t_d}} \quad (4)$$

در رابطه (۴):

P : فشار در زمان t

P_r : بیشینه فشار انفجار

همان‌طور که از بررسی تاریخیچه مطالعات مشخص شد تاکنون روی تأثیر محدوده مؤثر از ایمپالس در پاسخ تیرهای بتن مسلح تحت بار انفجار مطالعات خاصی صورت نگرفته است؛ فلذا در این تحقیق به این مهم پرداخته می‌شود.

۲- روش تحقیق

۲-۱- بیان مسئله

همان‌طور که در بخش مقدمه بیان شد هدف اصلی در این تحقیق رسیدن به روندی است که بتوان بدون حل معادله دیفرانسیل حرکت، مشخص کرد که آیا پاسخ بیشینه در مرحله ارتعاش آزاد قرار دارد یا خیر. جهت نیل به این هدف، یک تیر بتن مسلح که پاسخ حداکثر آن در محدوده ارتعاش آزاد قرار دارد در نظر گرفته شده است (رابطه ۱). این وضعیت عمدتاً در سازه‌های در معرض بارهای ضربه‌ای و انفجارهای حوزه نزدیک قابل مشاهده است.

$$t_m > t_d \quad (1)$$

در این رابطه t_m زمان رسیدن به خیز بیشینه و t_d زمان اتمام بارگذاری (مدت زمان تداوم بارگذاری) هستند.

همچنین تیر بتنی به صورت سیستم یک درجه آزادی^۱ لحاظ شده است. معادله‌ای که حرکت سیستم مذکور را در بازه زمانی $t > t_d$ نشان دهد در رابطه (۲) بیان شده است:

$$m\ddot{x} + r = 0 \quad t > t_d \quad (2)$$

که در آن m و r به ترتیب جرم و مقاومت سیستم و $\ddot{x}$ شتاب در زمان t هستند.

برای سهولت در انجام محاسبات، اغلب منحنی نیرو - تغییر مکان به صورت ایده‌آل فرض می‌شود و به آن رفتار الاستوپلاستیک کامل گفته می‌شود. این ایده‌آل سازی اجازه می‌دهد که تعیین پاسخ سیستم‌های یک درجه آزادی غیرخطی به روش‌های کلاسیک حل معادلات دیفرانسیل امکان پذیر باشد. به همین علت، با اعمال تابع مناسب بارگذاری انفجاری و رفتار سازه و همچنین با حل معادلات دیفرانسیل به دست آمده از آن‌ها، می‌توان پاسخ مناسبی از تغییر شکل سازه را پیش‌بینی نمود. شکل (۱) و رابطه (۳)، به ترتیب نمودار و روابط مقاومت - خیز را برای یک سیستم الاستوپلاستیک کامل نشان می‌دهند.

$$r = \begin{cases} kx & 0 < x < x_e \\ r_u & x_e < x < x_m \end{cases} \quad (3)$$

در رابطه (۳):

r_u : مقاومت واحد نهایی

^۱Single Degree of Freedom (SDOF)

$$m\ddot{x} + kx = P_r(1 - \frac{t}{t_d})e^{-b\frac{t}{t_d}} \quad t_m < t_e < t_d \quad (۶)$$

$$m\ddot{x} + r_u = P_r(1 - \frac{t}{t_d})e^{-b\frac{t}{t_d}} \quad t_e < t_m < t_d \quad (۷)$$

$$m\ddot{x} + r_u = 0 \quad t_e < t_d < t_m \quad (۸)$$

بدین معنا که در رابطه (۶) رفتار سازه در محدوده الاستیک است و تحت بارگذاری قرار دارد؛ در معادله ۷ رفتار سازه از محدوده الاستیک خارج شده و وارد فاز پلاستیک شده است ولی همچنان تحت بارگذاری است و در معادله ۸ سازه وارد مرحله ارتعاش آزاد می‌شود (دیگر تحت بارگذاری قرار ندارد) و رفتار سازه در فاز پلاستیک است.

باتوجه به شکل (۴)، پاسخ تیر در یکی از حالت‌های زیر اتفاق خواهد افتاد:

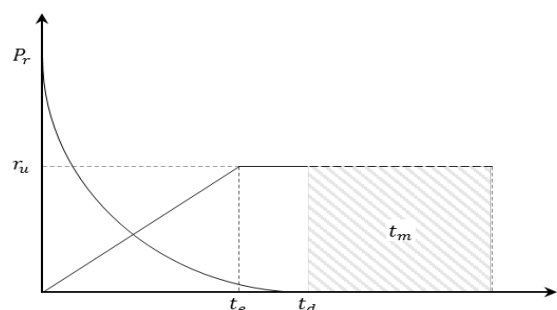
$$m\ddot{x} + kx = P_r(1 - \frac{t}{t_d})e^{-b\frac{t}{t_d}} \quad t_m < t_d < t_e \quad (۹)$$

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad t_d < t_m < t_e \quad (۱۰)$$

$$m\ddot{x} + r_u = 0 \quad t_d < t_e < t_m \quad (۱۱)$$

بدین معنا که در رابطه (۹) رفتار سازه در محدوده الاستیک است و تحت بارگذاری قرار دارد؛ در رابطه (۱۰) رفتار سازه در محدوده الاستیک است ولی دیگر تحت بارگذاری قرار ندارد (درواقع وارد مرحله ارتعاش آزاد شده است). در رابطه (۱۱) سازه وارد مرحله پلاستیک می‌شود و در مرحله ارتعاش آزاد قرار دارد.

برای اینکه بار ایمپالس حاکم شود، لازم است زمان وقوع حداکثر خیز تیر، پس از اتمام مدت تداوم بارگذاری و در حین ارتعاش آزاد سیستم روی دهد؛ یعنی می‌بایست رابطه (۱) برقرار شود. در نتیجه، از میان معادلات حرکت ذکر شده (از شماره ۶ تا ۱۱)، معادلات ۸، ۱۰ و ۱۱ در شرایط ایمپالسی قرار دارند. شکل‌های (۷-۵)، به ترتیب، نمودار مربوط به رفتار سازه را برای این سه معادله نشان می‌دهند.



شکل ۵. رفتار سازه واقعی وقتی $t_e < t_d < t_m$ باشد

b : ضریب کاهش تابع‌نمایی هستند.

این موج انفجار گاهی اوقات با ایمپالس مثبت شناخته می‌شود که مربوط به سطح زیر نمودار فشار - زمان است (رابطه ۵).

$$i_r = \int_0^{t_d} P_r(t)dt = P_r t_d \left[\frac{1}{b} - \frac{(1 - e^{-b})}{b^2} \right] \quad (۵)$$

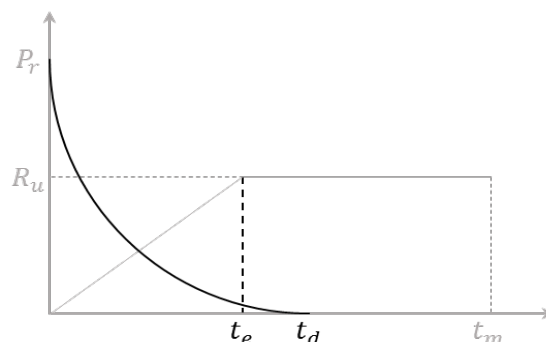
i_r در رابطه (۵)، ایمپالس ناشی از بار انفجار است.

بر اساس این رابطه، ضریب b ، یک پارامتر بدون بعد است که نرخ کاهشی فشار را توصیف می‌کند. مقدار این ضریب بر اساس فشارهای بازتابی یا فشار رویداد متفاوت خواهد بود.

۳-۲. به دست آوردن معادلات

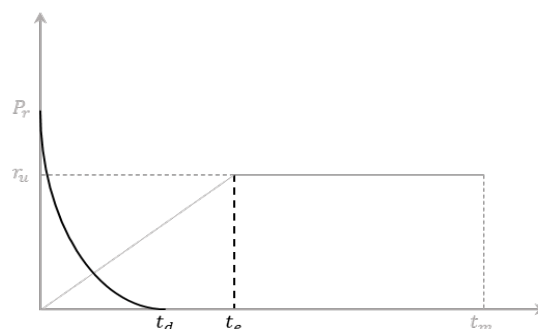
با به دست آوردن تابع انفجار می‌توان معادلات خیز مربوط به تیر بتن مسلح را به دست آورد. رفتار سازه به صورت الاستوپلاستیک و تابع بارگذاری به صورت نمایی خواهد بود. مرز این دو حالت، زمان t_e و t_d هستند که زمان رسیدن به بیشینه خیز در محدوده الاستیک را نشان می‌دهد؛ بنابراین برای به دست آوردن این معادلات، این دو پارامتر مقایسه خواهد شد؛ بنابراین دو حالت وجود خواهد داشت (شکل‌های ۳ و ۴):

الف) $t_e < t_d$



شکل ۳. رفتار سازه واقعی وقتی $t_e < t_d$ باشد

ب) $t_d < t_e$



شکل ۴. رفتار سازه واقعی وقتی $t_d < t_e$ باشد

باتوجه به شکل (۳) و معادله حرکت سیستم یک درجه آزادی (استخراج شده از قانون دوم نیوتن)، پاسخ تیر در یکی از حالت‌های زیر اتفاق خواهد افتاد:

$$\rightarrow \dot{x} = 0 \Rightarrow \frac{i_r}{m} - \frac{r_u}{m} t = 0 \Rightarrow t_m = \frac{i_r}{r_u}$$

$$x_m = \frac{i_r^2}{mr_u} - \frac{i_r^2}{2mr_u}$$

$$\Rightarrow x_m = \frac{i_r^2}{2mr_u} \quad (۱۴)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود این رابطه، همان رابطه شماره ۳-۹۳ در دستورالعمل UFC 3-340-02 است [۱۷] که برای تعیین حداکثر خیز در شرایط ایمپالسی ارائه شده است. همچنین در دستورالعمل مذکور، رابطه (۱۵) برای به دست آوردن زمان وقوع خیز بیشینه در شرایط ایمپالسی ارائه شده است.

$$t_m = \frac{i_r}{r_u} \quad (۱۵)$$

۳-۳. تعیین محدوده تأثیر ایمپالس

طبق رابطه شماره ۱۳ داشتیم:

$$x = \frac{i_r}{m} t - \frac{r_u}{2m} t^2 \quad (۱۳)$$

رابطه فوق برای حالتی به دست آمد که سیستم در محدوده ارتعاش آزاد قرار دارد؛ بنابراین تغییر مکان حداکثر در مرحله ارتعاش آزاد و در زمان t_m اتفاق می‌افتد که بنا بر فرض اولیه تحلیل، این مسئله زمانی معتبر است که رابطه ۱ برقرار باشد (یعنی $t_m > t_d$). بنابراین:

$$\dot{x} = \frac{i_r}{m} - \frac{r_u}{m} t \rightarrow \dot{x} = 0 \rightarrow t_m = \frac{i_r}{r_u}$$

$$t_m > t_d \Rightarrow \frac{i_r}{r_u} \geq t_d \Rightarrow \frac{i_r}{r_u t_d} \geq 1$$

$$\Rightarrow \frac{\int_0^{t_d} P_r (1 - \frac{t}{t_d}) e^{-b \frac{t}{t_d}} dt}{r_u t_d} \geq 1$$

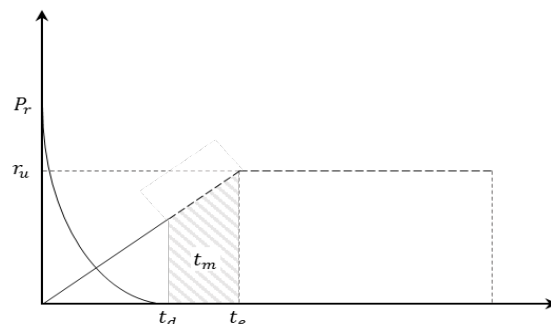
$$\Rightarrow \frac{P_r t_d \left[\frac{1}{b} - \frac{1 - e^{-b}}{b^2} \right]}{r_u t_d} \geq 1$$

$$\frac{P_r}{r_u} \left[\frac{b - 1 + e^{-b}}{b^2} \right] \geq 1$$

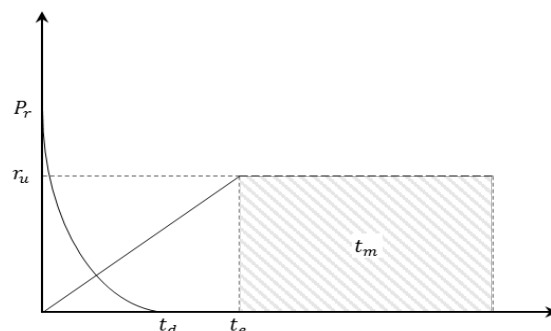
$$\frac{r_u}{P_r} \leq \frac{b - 1 + e^{-b}}{b^2} \quad (۱۶)$$

با جای‌گذاری معادله ضریب کاهشی b از مطالعات حسینی و همکاران [۱۸ - ۲۱] در رابطه ۱۶، روابطی (روابط ۱۸ و ۲۲) جهت تعیین محدوده تأثیر ایمپالس، برحسب فاصله مقیاس شده به دست می‌آیند:

$$b = 42/72Z^2 - 23/2Z + 6 \quad 0/2 < Z < 0/88 \quad \left(\frac{m}{kg^3} \right) / 438$$



شکل ۶. رفتار سازه واقعی وقتی $t_d < t_m < t_e$ باشد



شکل ۷. رفتار سازه واقعی وقتی $t_d < t_e < t_m$ باشد

۳. نتایج و بحث

۳-۱. تعیین خیز بیشینه (x_m) در شرایط ایمپالس

برای به دست آوردن خیز بیشینه در شرایط ایمپالس و رفتار پلاستیک، از معادله حرکت سیستم، طبق نظر بیگ [۲] و کلاف [۱۶] می‌توان تغییر مکان اولیه را به علت ضربه بسیار سریع، صفر در نظر گرفت و باتوجه به قانون ضربه (رابطه ۱۲) می‌توان سرعت اولیه را به دست آورد:

$$m \Delta \dot{x} = \int_0^t (P_r(t)) dt \quad (۱۲)$$

$$\Delta \dot{x} = \frac{1}{m} \int_0^t (P_r(t)) dt = \frac{i_r}{m}$$

$$\rightarrow m \ddot{x} + r_u = 0$$

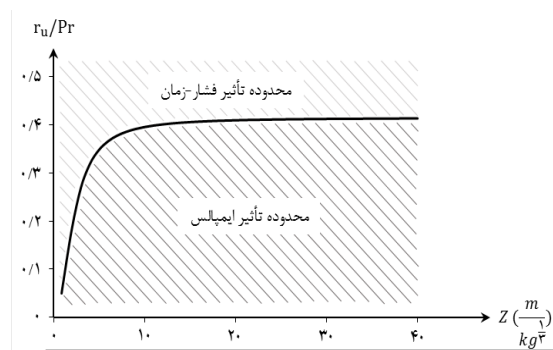
$$x = c_1 + c_2 t - \frac{r_u}{2m} t^2$$

$$\xrightarrow{t=0} c_2 = \frac{I}{m} \rightarrow \dot{x} = \frac{i_r}{m} \Rightarrow c_2 - \frac{r_u}{2m} t = \frac{i_r}{m}$$

در این روابط، $\dot{x}$ نشان‌دهنده سرعت سیستم است.

چون در زمان بارگذاری، سیستم نمی‌تواند تغییر شکل زیادی داشته باشد، به همین علت $c_1 = 0$ خواهد بود و رابطه تغییر مکان، به شکل رابطه ۱۳ به دست می‌آید:

$$x = \frac{i_r}{m} t - \frac{r_u}{2m} t^2 \quad (۱۳)$$



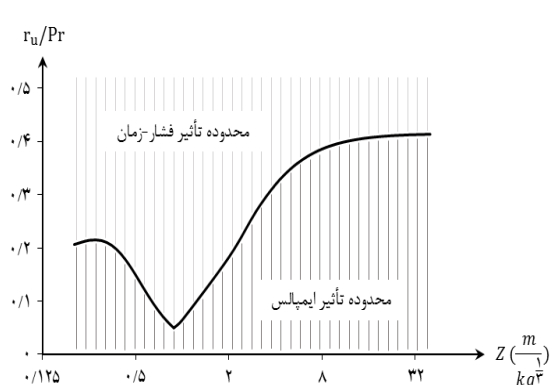
شکل ۹. نمودار تعیین محدوده تأثیر ایمپالس برای $Z > 0/88 \left(\frac{m}{kg^3}\right)$

از تلفیق دو نمودار شکل‌های (۸) و (۹)، یک نمودار کلی برای تمامی مقادیر فاصله مقیاس شده به دست خواهد آمد که محدوده پایین این نمودار محدوده تأثیر ایمپالس بر سازه است (شکل ۱۰). جهت نمایش بهتر منحنی و مقادیر مربوطه، محور افقی این نمودار به صورت لگاریتمی و بر مبنای عدد ۲ ترسیم شده است.

باتوجه به نتایج بالا، به طور خلاصه جهت تعیین محدوده پاسخ‌های متأثر از ایمپالس و اینکه آیا حداکثر پاسخ در محدوده ارتعاش آزاد قرار دارد یا نه، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم. اگر این نامساوی صادق بود حداکثر پاسخ در محدوده ارتعاش آزاد قرار خواهد داشت:

$$0/2 < Z < 0/88 \left(\frac{m}{kg^3}\right) \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{r_u}{P_r} &\leq \frac{42/72Z^2 - 23/2Z + 5/438 + e^{-(42/72Z^2 - 23/2Z + 6/438)}}{(42/72Z^2 - 23/2Z + 6/438)^2} \\ 0/88 < Z < 40 \left(\frac{m}{kg^3}\right) &\quad (22) \\ \rightarrow \frac{r_u}{P_r} &\leq \frac{13/8Z^{-1/938} - 0/4119 + e^{-(13/8Z^{-1/938} + 0/5881)}}{(13/8Z^{-1/938} + 0/5881)^2} \end{aligned}$$



شکل ۱۰. محدوده تأثیر ایمپالس و روش فشار-زمان

۳-۳. اعتبار سنجی

۳-۳-۱. مقایسه با نتایج آزمایشگاهی

$$(17)$$

$$\begin{aligned} &\rightarrow \frac{r_u}{P_r} \\ &\leq \frac{42/72Z^2 - 23/2Z + 5/438 + e^{-(42/72Z^2 - 23/2Z + 6/438)}}{(42/72Z^2 - 23/2Z + 6/438)^2} \end{aligned} \quad (18)$$

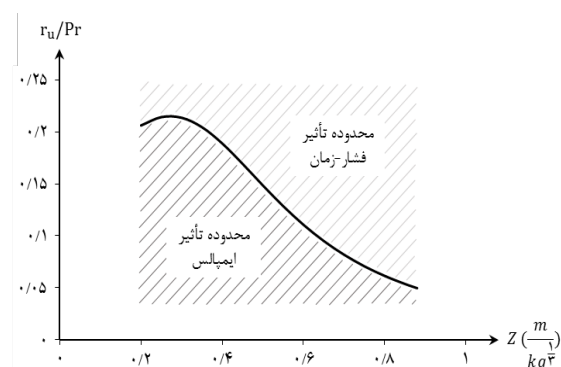
$$\begin{aligned} &\frac{42/72Z^2 - 23/2Z + 5/438 + e^{-(42/72Z^2 - 23/2Z + 6/438)}}{(42/72Z^2 - 23/2Z + 6/438)^2} \\ &= \alpha \end{aligned} \quad (19)$$

در این روابط Z فاصله مقیاس شده است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Z = \frac{R}{W^{\frac{1}{3}}} \quad (20)$$

که در آن، R فاصله تا ماده منفجره و W وزن ماده منفجره هستند.

شکل (۸)، نمودار مربوط به رابطه ۱۸ است. محدوده ایمپالس در این نمودار مشخص شده است. قسمت زیر نمودار مربوط به حالت ایمپالسی و برای محدوده $Z < 0/88 \left(\frac{m}{kg^3}\right)$ است.



شکل ۸. نمودار تعیین محدوده تأثیر ایمپالس برای $Z < 0/88 \left(\frac{m}{kg^3}\right)$

همچنین برای فاصله مقیاس شده بزرگ‌تر از ۰/۸۸ داریم:

$$b = 13/8Z^{-1/938} + 0/5881 \quad 0/88 < Z < 40 \left(\frac{m}{kg^3}\right) \quad (21)$$

$$\begin{aligned} &\rightarrow \frac{r_u}{P_r} \leq \frac{13/8Z^{-1/938} - 0/4119 + e^{-(13/8Z^{-1/938} + 0/5881)}}{(13/8Z^{-1/938} + 0/5881)^2} \end{aligned} \quad (22)$$

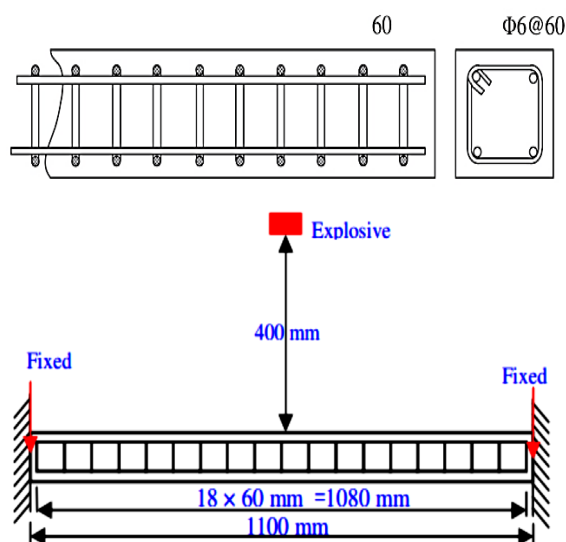
$$\begin{aligned} &\frac{13/8Z^{-1/938} - 0/4119 + e^{-(13/8Z^{-1/938} + 0/5881)}}{(13/8Z^{-1/938} + 0/5881)^2} = \beta \end{aligned} \quad (23)$$

باتوجه به رابطه ۲۲، نمودار شکل (۹) قابل ترسیم است.

قسمت زیر نمودار مربوط به حالت ایمپالسی و برای $Z > 0/88 \left(\frac{m}{kg^3}\right)$ است.

نایبوستگی‌های زیاد می‌باشد. برای مدل‌سازی بتن از المان T3D2 شش‌وجهی C3D8R و برای میل‌گرد فولادی از المان T3D2 استفاده شده است. فشار ناشی از انفجار هوایی از طریق مدول کانوپ به سطوح تیر اعمال شده است. جزئیات بیشتر مدل‌سازی عددی در مرجع [۱۵] آمده است. در ابتدا جهت صحت‌سنجی مدل عددی پیشنهادی، یکی از تیرهای آزمایش مطالعات ژانگ و همکاران [۱۳] (تیر B2-3) در نرم‌افزار آباکوس مدل شده و نتایج مدل عددی با نتایج حاصل از آزمایش مذکور مقایسه شده است.

ژانگ و همکاران با انجام آزمایش بر روی تیرهای کوچک‌مقیاس تحت انفجار نزدیک، مود آسیب و میزان آن را بررسی کردند. مشخصات تیرها مطابق شکل (۱۲) و وزن و فاصله ماده منفجره TNT کروی شکل، به ترتیب ۰/۵۱ کیلوگرم و ۴۰۰ میلی‌متر هستند.



شکل ۱۲. مشخصات هندسی تیر بتنی آزمایش ژانگ و همکاران [۱۳]

جدول (۲) اطلاعات مربوط به نتیجه آزمایش تیر B2-3 از مطالعات ژانگ و همکاران را نشان می‌دهد.

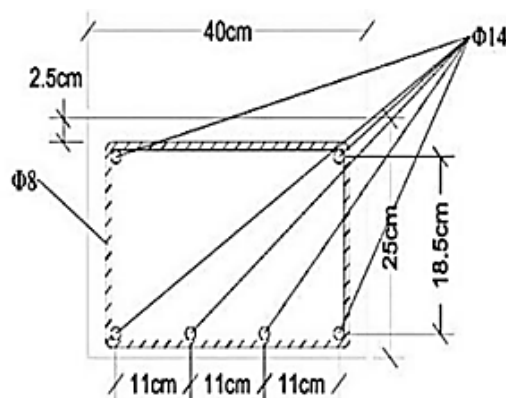
جدول ۲. خیز بیشینه تیر B2-3 آزمایش ژانگ و همکاران [۱۳]

تیر	فاصله مقیاس شده $Z \left(\frac{m}{kg^{\frac{1}{3}}} \right)$	خیز میانه تیر (mm)
B2-3	۰/۴۴	۳۵

ایزدی فرد و همکاران [۱۱] در یک تحقیق، نتایج حاصل از آزمایش انفجاری بر روی ده عدد تیر بتن مسلح را ارائه کردند. فاصله ماده منفجره از همه تیرها ۲ متر بوده اما وزن آن تغییر داده شده است. همچنین همه تیرها دارای شرایط سازه‌ای مشابه بوده‌اند که به شرح زیر است:

این تیرها دارای طول، عرض و ارتفاعی به ترتیب برابر با ۳۰۰، ۴۰۰ و ۲۵۰ میلی‌متر و ساخته شده از بتن با مقاومت فشاری ۳۵ مگاپاسکال هستند. برای تسلیح تیرها از میلگرد با تنش تسلیم ۴۱۷ مگاپاسکال استفاده شده است. میلگردهای طولی به قطر ۱۴ میلی‌متر به تعداد ۴ عدد در وجه پایین و ۲ عدد در وجه بالایی و خاموت‌ها به قطر ۱۰ میلی‌متر، در شکل (۱۱) نمایش داده شده‌اند.

ابتدا با محاسبه مقاومت نهایی واحد و بیشینه فشار انعکاسی وارد بر طول تیر و اطمینان از حاکم بودن ایمپالس بر پاسخ تیر ($\frac{r_{tu}}{P_r} < \alpha \text{ or } \beta$)، با استفاده از رابطه‌ی پیشنهادی ایمپالس، بیشینه خیز تیر محاسبه شده و با نتایج آزمایش در جدول (۱) مقایسه شده است.



شکل ۱۱. مقطع تیر بتنی تحقیق ایزدی فرد و همکاران [۱۱]

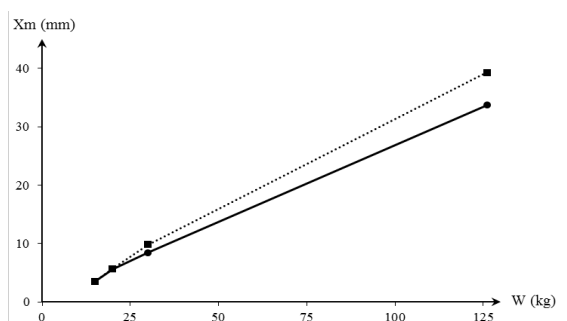
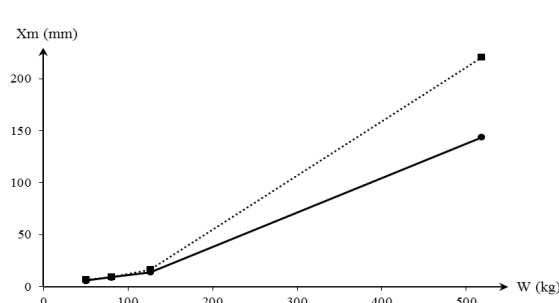
۳-۳-۲. مدل المان محدود

جهت بررسی مضاعف میزان صحت و دقت روابط استخراج شده، از مقایسه پاسخ‌های به‌دست‌آمده از این روابط با پاسخ‌های به‌دست‌آمده از یک مدل عددی در نرم‌افزار آباکوس، استفاده شده است. جهت مدل‌سازی بتن، از مدل بتن آسیب‌دیده خمیری^۱ که قابلیت در نظر گرفتن رفتار بتن در نرخ کرنش‌های بالای می‌باشد استفاده شده است. در این مدل رفتاری، تنش و خرابی بتن در کرنش‌های مختلف ارائه شده است و تغییرات سختی مربوط به ترک‌خوردگی در بتن، در این نمودارها لحاظ شده است. تحلیل مورد استفاده، تحلیل دینامیکی صریح است. این تحلیل مخصوص تحلیل‌هایی با حجم بزرگ مدل یا مدل-هایی با بارگذاری و پاسخ‌های دینامیکی سریع و تحلیل‌های با

^۱ Concrete Damage Plasticity

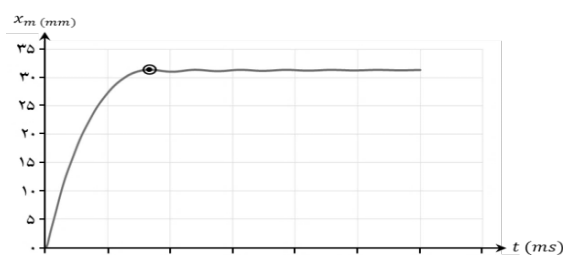
جدول ۱. نتایج به‌دست‌آمده از آزمایش ایزدی فرد [۱۱] و رابطه ۱۴ به همراه مشخصات بارگذاری

وزن ماده منفجره $W (kg)$	فاصله تا ماده منفجره $R (m)$	فاصله مقیاس شده $Z (\frac{m}{kg^{\frac{1}{3}}})$	$\frac{r_u}{P_r}$	α or β	$\frac{r_u}{P_r} < \alpha$ or β	ایمپالس وارد بر واحد طول تیر $i_r (Pa.ms.m)$	خیز بیشینه $x_m (mm)$		درصد خطا
							رابطه ۱۴	آزمایش	
۸	۲	۱	۰/۰۲۶	۰/۰۶	✓	۴۴۷۴۸۱	۱۵/۰۳	۱۶	۶/۴
۱۲	۲	۰/۸۷	۰/۰۱۸	۰/۰۵	✓	۶۱۲۲۸۰	۲۸/۱۵	۳۰	۶/۵
۲۰	۲	۰/۷۴	۰/۰۱۱	۰/۰۷	✓	۹۱۳۷۰۱	۶۲/۶۸	۶۸	۸/۴
۲۴	۲	۰/۷	۰/۰۱	۰/۰۸	✓	۱۰۵۵۶۱۴	۸۳/۶۷	۷۶/۵	۸/۵
۳۴	۲	۰/۶۱	۰/۰۰۷	۰/۱	✓	۱۳۹۳۹۵۶	۱۴۵/۹	۱۲۷	۱۲/۹

شکل ۱۵. مقایسه خیز بیشینه به‌دست‌آمده از روابط با مدل عددی ($R = 5$)شکل ۱۶. مقایسه خیز بیشینه به‌دست‌آمده از روابط با مدل عددی ($R = 8$)

همان‌طور که از جدول (۳) و شکل‌های (۱۵) و (۱۶) مشاهده می‌شود، رابطه‌ی پیشنهادی برای تعیین محدوده‌ی ایمپالس به‌خوبی جوابگو است؛ همچنین رابطه‌ی به‌دست‌آمده برای محاسبه‌ی خیز بیشینه در حالت ایمپالس (رابطه‌ی ۱۴)، دقت قابل قبولی دارد؛ البته لازم به ذکر است در بعضی موارد اختلاف بین رابطه‌ی پیشنهادی و مدل عددی بیش از ۱۵ درصد بوده است که می‌تواند ناشی از بعضی فرضیات ساده کننده در استخراج رابطه‌ی ایمپالس باشد. منتها در همه‌ی موارد، خیز به‌دست‌آمده از رابطه‌ی ایمپالس بیشتر از مقادیر مدل عددی بوده که با فلسفه‌ی طراحی محافظه‌کارانه سازگار است.

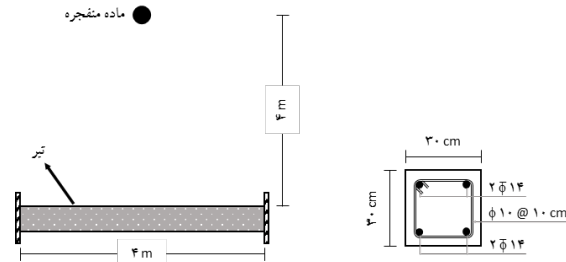
شکل (۱۳) نمودار پاسخ تیر B2-3 را با استفاده از مدل عددی پیشنهادی نمایش می‌دهد. همان‌طور که از این شکل مشخص است، حداکثر تغییر شکل تیر در شبیه‌سازی عددی، در زمان تقریبی ۸ میلی‌ثانیه رخ داده و برابر ۳۲ میلی‌متر به‌دست‌آمده است. بنابراین، نتیجه مدل عددی پیشنهادی، تطابق قابل قبولی با نتایج آزمایش ژانگ و همکاران (۳۵ میلی‌متر) دارد.



شکل ۱۳. نمودار خیز تیر B2-3 پژوهش ژانگ و همکاران با استفاده از مدل عددی پیشنهادی

در مرحله بعد یک تیر بتنی با استفاده از روش عددی پیشنهادی فوق، در نرم‌افزار آباکوس به‌عنوان تیر مبنا مدل‌سازی شده و نتایج خیز آن برای انواع مختلف بارگذاری انفجاری استخراج شده است؛ سپس در مواردی که پاسخ در محدوده متاثر از ایمپالس بوده است، مقادیر مدل عددی با مقادیر رابطه ایمپالس (رابطه ۱۴)، مقایسه شده‌اند (جدول ۳ و شکل‌های ۱۵ و ۱۶). مشخصات تیر مبنا مطابق شکل (۱۴) و مقاومت فشاری بتن ۳۸ مگاپاسکال و تنش تسلیم فولاد ۴۰۰ مگاپاسکال در نظر گرفته شده است.

● ماده منفجره



شکل ۱۴. مشخصات تیر مبنا

جدول ۳. مقایسه مقادیر به‌دست‌آمده از رابطه ۱۴ و مدل عددی برای بارگذاری‌های مختلف

وزن ماده منفجره $W (kg)$	فاصله تا ماده منفجره $R (m)$	فاصله مقیاس شده $Z (\frac{m}{kg^{\frac{1}{3}}})$	$\frac{r_u}{P_r}$	β	$\frac{r_u}{P_r} < \beta$	زمان رسیدن به خیز بیشینه t_m		مدت زمان بارگذاری t_d	$t_d < t_m$	خیز بیشینه x_m		درصد خطا
						خیز بیشینه						
						نرم افزار	رابطه ۱۵			نرم افزار	رابطه ۱۴	
۶۴/۷	۴	۱	۰/۰۲	۰/۰۶	✓	۳۵	۱۸	۱/۴	✓	۲۸/۸۸	۳۵/۵	۱۸/۶
۱۵/۸	۴	۱/۶	۰/۰۸	۰/۱۴	✓	۱۱	۶/۱۷	۱/۳	✓	۶/۱	۶/۵	۶/۱
۸/۱	۴	۲	۰/۱۵	۰/۱۸	✓	۱۱	۳/۷۷	۱/۴	✓	۳/۵۴	۴	۱۱/۵
۴/۶۸	۴	۲/۴	۰/۲۵	۰/۲۲	✗	۱۱	-	۱/۷	-	۲/۲	-	-
۱/۳۹	۴	۳/۶	۰/۷۲	۰/۳	✗	۲۵	-	۲/۳	-	۰/۷۱	-	-
۰/۵۸	۴	۴/۸	۱/۳۱	۰/۳۴	✗	۲۵	-	۲/۵	-	۰/۴۸	-	-
۱۲۶	۵	۱	۰/۰۲	۰/۰۶	✓	۴۰	۲۲/۴	۱/۴	✓	۳۳/۶۷	۳۹/۳	۱۴/۳
۳۰	۵	۱/۶	۰/۰۸	۰/۱۴	✓	۱۲	۸	۱/۳	✓	۸/۴۲	۹/۸	۱۴
۲۰	۵	۱/۸۴	۰/۱۲	۰/۱۶	✓	۱۲	۶	۱/۴	✓	۵/۶	۵/۷	۱/۷
۱۵	۵	۲	۰/۱۶	۰/۱۸	✓	۱۵	۵	۱/۴	✓	۳/۵۱	۳/۵۴	۰/۸
۹/۱۵	۵	۲/۴	۰/۲۵	۰/۲۲	✗	۱۲	-	۱/۷	-	۲/۸	-	-
۲/۷	۵	۳/۶	۰/۷۲	۰/۳	✗	۱۴	-	۲/۳	-	۰/۸۶	-	-
۱/۱۴	۵	۴/۸	۱/۳۱	۰/۳۴	✗	۲۷	-	۲/۵	-	۰/۵۷	-	-
۵۱۸	۸	۱	۰/۰۲	۰/۰۶	✓	۴۳	۳۵/۸۳	۱/۴	✓	۱۷۹/۸	۲۲۰/۵	۱۸/۴
۱۲۶	۸	۱/۶	۰/۰۸	۰/۱۴	✓	۱۵	۱۲/۳۴	۱/۳	✓	۱۴	۱۶/۶	۱۵/۶
۸۰	۸	۱/۸۵	۰/۱۲	۰/۱۷	✓	۱۶	۸/۸۱	۱/۴	✓	۹/۰۵	۹/۵	۴/۷
۵۰	۸	۲/۱۷	۰/۱۹	۰/۲	✓	۱۶	۶/۵	۱/۶	✓	۵/۸۷	۶/۷	۱۲/۳
۳۷/۶	۸	۲/۴	۰/۲۵	۰/۲۲	✗	۱۷	-	۱/۷	-	۴	-	-
۲۵	۸	۲/۷۳	۰/۳۶	۰/۲۵	✗	۱۷	-	۱/۹	-	۳/۱۵	-	-
۱۵	۸	۳/۲۴	۰/۵۵	۰/۲۸	✗	۱۸	-	۲/۲	-	۱/۹۸	-	-
۱۱/۱	۸	۳/۶	۰/۷۲	۰/۳	✗	۱۹	-	۲/۳	-	۱/۵۳	-	-
۴/۶۸	۸	۴/۸	۱/۳۱	۰/۳۴	✗	۲۱	-	۲/۵	-	۰/۷۷	-	-
۱۳۴۸	۱۱	۱	۰/۰۲	۰/۰۶	✓	۶۰	۴۹/۲۷	۱/۴	✓	۳۷۲/۴	۴۵۷/۲۶	۱۸/۵
۳۲۹	۱۱	۱/۶	۰/۰۸	۰/۱۴	✓	۱۹	۱۶/۹۶	۱/۳	✓	۲۵	۲۹/۴۵	۱۵/۱
۹۷/۴	۱۱	۲/۴	۰/۲۵	۰/۲۲	✗	۲۱	-	۱/۷	-	۶/۳	-	-
۲۸/۸	۱۱	۳/۶	۰/۷۲	۰/۳	✗	۲۴	-	۲/۳	-	۲/۳	-	-
۱۲/۱۵	۱۱	۴/۸	۱/۳۱	۰/۳۴	✗	۲۶	-	۲/۵	-	۱/۱۵	-	-
۳۴۱۵	۱۵	۱	۰/۰۲	۰/۰۶	✓	۱۰۰	۶۷	۱/۴	✓	۹۵۱	۱۱۵۰	۱۷/۳
۸۳۰	۱۵	۱/۶	۰/۰۸	۰/۱۴	✓	۲۴	۲۳	۱/۳	✓	۴۰/۳	۴۸	۱۶
۲۴۷	۱۵	۲/۴	۰/۲۵	۰/۲۲	✗	۲۶	-	۱/۷	-	۸/۶۴	-	-
۲۰۰	۱۵	۲/۵۶	۰/۳	۰/۲۴	✗	۲۰	-	۱/۸	-	۷/۲	-	-
۷۳	۱۵	۳/۶	۰/۷۲	۰/۳	✗	۳۰	-	۲/۳	-	۲/۷۵	-	-
۶۰	۱۵	۳/۸۳	۰/۸	۰/۳۱	✗	۳۰	-	۲/۳	-	۲/۲۳	-	-
۳۰/۸	۱۵	۴/۸	۱/۳۱	۰/۳۴	✗	۳۵	-	۲/۵	-	۱/۲۵	-	-

۴. نتیجه‌گیری

از آنجاکه قرارگیری پاسخ بیشینه سازه‌ها در محدوده ارتعاش آزاد، معمولاً تحت اثر بارهای ضربه‌ای مثل بار انفجار رخ می‌دهد، دانستن این مسئله که بار انفجار و خود سازه باید دارای چه ویژگی‌هایی باشند تا پاسخ سازه در محدوده ارتعاش آزاد قرار گیرد، مسئله‌ای مهم در تحلیل سازه‌ها در برابر بارهای دینامیکی محسوب می‌شود. به همین منظور، در این تحقیق تیرهای بتن مسلح به‌عنوان یکی از اعضای مهم سازه‌ای، با استفاده از قوانین حاکم بر سیستم‌های یک درجه آزادی مورد بررسی قرار گرفتند. پس از حل معادلات حرکت در حالت ارتعاش آزاد و استخراج روابط خیز، از صحت این روابط با استفاده از تحقیقات آزمایشگاهی معتبر، مدل اجزا محدود و دستورالعمل UFC 3-340-02 اطمینان حاصل شد. با مشتق گرفتن از معادله حرکت و تعیین زمان مربوط به خیز بیشینه و لحاظ این نکته که این زمان باید بزرگ‌تر از زمان تداوم بارگذاری باشد ($t_m > t_d$)، روابط و نمودارهایی جهت تعیین محدوده پاسخ‌های متأثر از ایمپالس ارائه گردید. با استفاده از معادله حرکت سیستم یک درجه آزادی در محدوده ارتعاش آزاد، رابطه‌ای مستقیم برای تعیین پاسخ بیشینه تیرهای بتن مسلح متأثر از ایمپالس ارائه شد. با مقایسه نتایج خیز تیر در مدل دقیق عددی و رابطه‌ی پیشنهادی در محدوده ایمپالس، دقت قابل‌قبول رابطه‌ی پیشنهادی (اختلاف کمتر از ۲۰ درصد) مشاهده شد. روابطی برای تعیین محدوده متأثر از ایمپالس، با استفاده از فاصله‌ی مقیاس‌شده، مقاومت واحد نهایی و بیشینه فشار انعکاسی به دست آمد؛ ضمناً نمودارهای مربوط به این روابط ارائه شدند. ویژگی روابط مذکور این است که بدون حل معادلات حرکت، می‌توان به راحتی وقوع حالت ایمپالس را پیش‌بینی کرد. با مقایسه نتایج خیز بیشینه تیر در مدل دقیق عددی و رابطه‌ی پیشنهادی، مشاهده شد که در همه‌ی موارد، خیز به‌دست‌آمده از رابطه‌ی ایمپالس بیشتر از مقادیر مدل عددی بوده که با فلسفه‌ی طراحی محافظه‌کارانه سازگار است.

۵. مراجع‌ها

- [5] Stochino, F. "RC Beams Under Blast Load: Reliability and Sensitivity Analysis"; Eng. Fail. Anal. 2016, 66, 544-565. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2016.05.003>.
- [6] Park, G. K.; Kwak, H. G. "Numerical Analysis of RC Beam Subjected to Blast Load"; Int. J. Struct. Civ. Eng. Res. 2016, 5(1), 26-30. <https://doi.org/10.18178/ijscer>.
- [7] Qu, Y.; Li, X.; Kong, X.; Zhang, W.; Wang, X. "Numerical Simulation on Dynamic Behavior of Reinforced Concrete Beam with Initial Cracks Subjected to Air Blast Loading"; Eng. Struct. 2016, 128, 96-110. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.09.032>.
- [8] Yan, B.; Liu, F.; Song, D.; Jiang, Z. "Numerical Study on Damage Mechanism of RC Beams Under Close-In Blast Loading"; Eng. Fail. Anal. 2015, 51, 9-19. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2015.02.007>.
- [9] Zhang, X. H.; Wu, Y. Y.; Wang, J. "Numerical Simulation for Failure Modes of Reinforced Concrete Beams Under Blast Loading"; Adv. Mat. Res. 2011, 163-167, 1359-1363. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.163-167.1359>.
- [10] Magnusson, J.; Hallgren, M.; Ansell, A. "Air-Blast-Loaded, High-Strength Concrete Beams. Part I: Experimental Investigation"; Mag. Concrete Res. 2010, 62, 127-136. <https://doi.org/10.1680/mac.2008.62.2.127>.
- [11] Izadifard, R. A.; Gholipour, R.; Hajikarimian, H. "Investigation of Damage in Reinforced Concrete Beams Under Blast Loading (Field Test and Numerical Simulation)"; Journal of Energetic Materials 2017, 12, 33-43 (In Persian).
- [12] Izadifard, R. A.; Moghimi Kheirabadi, P.; Zare Shani, A. "Investigation of Residual Flexural Strength of Reinforced Concrete Beams Damaged by Blast Load"; Journal of Energetic Materials 2014, 8, 3-14 (In Persian).
- [13] Zhang, D.; Yao, S.; Lu, F.; Chen, X.; Lin, G.; Wang, W.; Lin, Y. "Experimental Study on Scaling of RC Beams Under Close-In Blast Loading"; Eng. Fail. Anal. 2013, 33, 497-504. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2013.06.020>.
- [14] Hosseini, S. A.; Najafi Alamoti, M. H. "Parametric Analysis of Reinforced Concrete Beams Under Blast Load"; Adv. Defence Sci. & Technol. 2023, 14, 1-10 (In Persian). <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.26762935.1402.14.1.1.1>
- [15] Hosseini, S. A.; Foroughi, A.; Najafi Alamoti, M. H. "Obtaining the Deflection Formula of Concrete Beams under Blast Load Using the Response Surface Methodology"; Journal of Energetic Materials 2021, 15, 223-232 (In Persian).
- [16] Clough, R. W.; Penzien, J. "Dynamics of Structures, 3rd Edn"; Berkeley, CA, USA: Computers & Structures. 2003.
- [17] "UFC 3-340-02, Structures to Resist the Effect of Accidental Explosions"; Washington, DC: US Department of the Army, Navy and the Air Force. 2014.
- [18] Hosseini, S. A.; Foroughi, A.; Peymani, S. "Evaluation of Response and Hardness of Double-sided Reinforced Concrete Slab Against Blast with the Help of Genetic Algorithm and Response Surface Method"; Adv. Defence Sci. & Technol. 2022, 13, 239-250 (In Persian). <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.26762935.1401.13.4.4.3>
- [1] "Fundamentals of Protective Design (Non-Nuclear) TM 5-855-1"; Washington, DC: Department of the Army. 1965. (Reprint of Former Document 1110-345 405, 1946).
- [2] Biggs, J. M. "Introduction to Structural Dynamics"; New York: McGraw-Hill Book Company. 1964.
- [3] Seiler, J. A.; Cotter, B. A.; Symonds, P. S.; Providence, R. I. "Impulsive Loading of Elastic Plastic Beams"; J. Appl. Mech. 1956, 23, 515-521.
- [4] Brooks, N. B.; Newmark, N. M. "The Response of Simple Structures to Dynamic Loads, Technical Report to ONR Contract N6ori-071(06), Task Order VI Project NR-064-183"; Illinois: University of Illinois Urbana. 1953.

- [19] Hosseini, S. A.; Salimi, H.; Najafi, M. H.; "Introducing a New Relation for Calculating the Explosion Wave Decay Coefficient"; J Struct. Const. Eng. 2022, 8, 310-321 (In Persian). <https://doi.org/10.22065/jsce.2021.286856.2460>.
- [20] Peimani, S.; Hosseini, S. A. "SDOF System Solution of the Two-Way RC Slab Subjected to Blast Loading"; Adv. Defence Sci. & Technol. 2021, 2, 185-196 (In Persian). <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.26762935.1401.13.4.4.3>
- [21] Hosseini, S. A.; Najafi, M. H.; "Parametric Analysis of Reinforced Concrete Beams under Blast Load"; Adv. Defence Sci. & Technol. 2023, 14, 1-10 (In Persian). <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.26762935.1402.14.1.1.1>