

Analysis of Static behavior, Frequency, and Capacitance of Three Plates Microswitch Using Modified Couple Stress Theory

Karamat Malekzadeh Fard¹, Hamed Mobki², Alireza Pourmoayed^{3*}

¹Professor, Faculty of Aerospace Engineering, Malek-e-Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

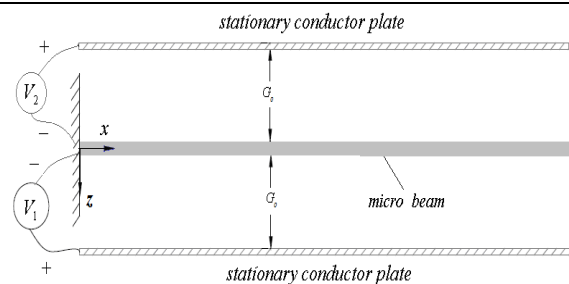
²Ph.D., Faculty of Mechanical Engineering, Urmia University, Urmia, Iran

³Associate Professor, Faculty of Mechanical Engineering, Khatamul-Anbiya Air Defense University, Tehran, Iran

HIGHLIGHTS

- The effects of the characteristic length parameter in checking the stability of microswitches.
- How the frequency changes compared to the applied voltage change.
- Determination of instability voltage in different conditions.

GRAPHICAL ABSTRACT



ARTICLE INFO

Article history:

Article Type: Research paper

Received: 22 October 2024

Received in revised form: 29 December 2024

Accepted: 05 January 2025

Available online: 05 January 2025

*Correspondence:

a.pourmoayed@khadu.ac.ir

How to cite this article:

K. Malekzadeh Fard, H. Mobky, A. Pourmoayed. Analysis of static behavior, frequency, and capacitance of three plates microswitch using modified couple stress theory. *Journal of Aerospace Mechanics*. 2025; 21(1):97-108.

Keywords:

Micro Switch

Modified couple stress theory

Instability

Micro beam

ABSTRACT

Considering the importance of the effects of the characteristic length parameter in studying the stability of microswitches, this paper discusses and studies the stability of microswitches by considering this effect and using the improved coupled stress theory. The microswitch studied in this paper is a three-plane microswitch in which the microbeam is suspended between two fixed electrodes. Recently, such microswitches have attracted the attention of some researchers and research has been conducted on the analysis of the static and dynamic behavior of these switches. For this purpose, the governing equation for the dynamic and static behavior of the microswitch is presented using the coupled stress theory and the classical beam theory. To solve the governing equation, which is a nonlinear equation; the stepwise linearization method is used. The results governing the static behavior of the microswitch and the determination of the instability voltage under different voltage ratio conditions are determined and compared using both the coupled stress theory and the classical beam theory. In addition to the above, how the frequency and capacitance of the microswitch change with respect to the applied voltage change are presented and compared using the coupled stress theory and the classical beam theory.



بررسی رفتار استاتیکی، فرکانس و ظرفیت خازنی میکروسوئیچ‌های سه‌صفحه‌ای با استفاده از تئوری تنش کوپل بهبودیافته

کرامت ملک‌زاده فرد^۱، حامد مبکی^۲، علیرضا پورمویذ^{۳*}

^۱استاد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

^۲دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران

^۳دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه پدافند هوایی خاتم‌الانبیاء (ص)، تهران، ایران

برجسته‌ها

- اثرات پارامتر طول مشخصه در بررسی پایداری میکروسوئیچ‌ها
- چگونگی تغییرات فرکانس نسبت به تغییر ولتاژ اعمالی
- تعیین ولتاژ ناپایداری در شرایط مختلف

مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله:

نوع مقاله: علمی پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۳/۰۸/۰۱

بازنگری: ۱۴۰۳/۱۰/۰۹

پذیرش: ۱۴۰۳/۱۰/۱۶

ارائه برخط: ۱۴۰۳/۱۰/۱۶

*نویسنده مسئول:

a.pourmoayed@khadu.ac.ir

کلیدواژه‌ها:

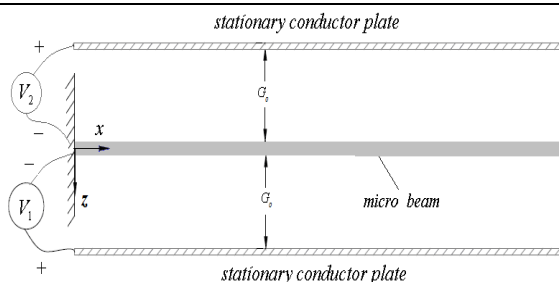
میکروسوئیچ

تئوری تنش کوپل بهبودیافته

ناپایداری

میکرو تیر

چکیده گرافیکی



چکیده

با توجه به اهمیت اثرات پارامتر طول مشخصه در بررسی پایداری میکروسوئیچ‌ها، در این مقاله به بحث و بررسی پایداری میکروسوئیچ با در نظر گرفتن این اثر و با استفاده از تئوری تنش کوپل بهبودیافته پرداخته می‌شود. میکروسوئیچ مورد مطالعه در این مقاله میکروسوئیچ سه‌صفحه‌ای است که در آن میکروتیر بین دو الکترود ثابت معلق می‌باشد. اخیراً چنین میکروسوئیچ‌هایی نظر برخی از محققین را به خود جلب کرده و تحقیقاتی در مورد تحلیل رفتار استاتیکی و دینامیکی این سوئیچ‌ها صورت گرفته است. برای این منظور معادله حاکم بر رفتار دینامیکی و استاتیکی میکروسوئیچ با استفاده از تئوری تنش کوپل و تئوری تیر کلاسیک ارائه می‌شود. برای حل معادله حاکم که یک معادله غیرخطی می‌باشد؛ از روش گام‌به‌گام خطی‌سازی استفاده می‌شود. نتایج حاکم بر رفتار استاتیکی میکروسوئیچ و تعیین ولتاژ ناپایداری در شرایط مختلف نسبت ولتاژی با استفاده از هر دو تئوری تنش کوپل و تئوری تیر کلاسیک تعیین و با هم مقایسه می‌شود. علاوه بر مورد فوق؛ چگونگی تغییرات فرکانس و ظرفیت خازنی میکروسوئیچ نسبت به تغییر ولتاژ اعمالی با استفاده از تئوری تنش کوپل و تئوری تیر کلاسیک ارائه و با هم مقایسه می‌شوند.



۱- مقدمه

امروزه صنعت میکروالکترومکانیکی جایگاه قابل توجهی در صنایع مختلف، از قبیل صنایع خودروسازی، دفاعی و نظامی، پزشکی و مخابراتی برای خود ایجاد کرده است. این مورد به دلیل مزیت‌های قابل توجه میکروساختارها از قبیل اندازه بسیار کوچک، مصرف انرژی کم، کارایی قابل توجه، هزینه ساخت پایین و امکان ساخت در تعداد زیاد می‌باشد [۱].

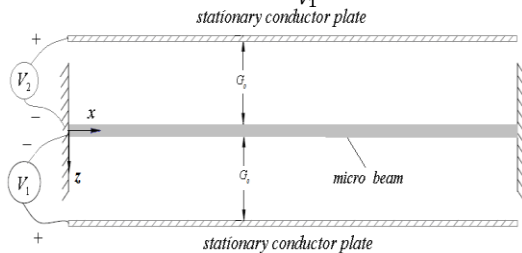
شبیه‌سازی جهت بررسی رفتار مکانیکی، از قبیل رفتار استاتیکی و دینامیکی میکروساختارها نقش بسزایی در تحلیل، طراحی و ساخت این ساختارها دارد. چراکه شبیه‌سازی بسیار کم‌هزینه‌تر نسبت به ساخت و تحلیل تجربی می‌باشد. اکثر میکروساختارها تحت تحریک الکترواستاتیک عمل می‌کنند که وجود این تحریک موجب غیرخطی شدن معادلات حاکم بر رفتار دینامیکی میکروساختارها می‌باشد. وجود غیرخطیت مذکور و سایر عوامل از قبیل اثرات پارامتر طول مشخصه، موجب دشواری در تحلیل این ساختارها توسط نرم‌افزارهای شبیه‌سازی می‌شود و استفاده از این نرم‌افزارها ممکن است؛ منتج به نتایج غیردقیق شود. لذا تحلیل تئوریکی استوارترین روند شبیه‌سازی جهت تحلیل رفتار مکانیکی میکروساختارها به حساب می‌آید. مدل کردن دقیق رفتار میکروسوئیچ یکی از الزامات جهت تعیین رفتار دقیق میکروساختار می‌باشد. یکی از پارامترهایی که در تحلیل رفتار مکانیکی میکروساختارها بایستی در نظر گرفت؛ پارامتر طول مشخصه^۱ می‌باشد. این پارامتر یک ویژگی ذاتی میکروساختار می‌باشد و هنگامی که ضخامت قسمت متحرک از یک حدی کمتر شود؛ این ویژگی اثرات خود را بروز می‌دهد.

قطعات میکروالکترومکانیکی معمولاً بر اساس نحوه تحریکشان دسته‌بندی می‌شوند. انواع محرک‌ها برای تحریک قطعات میکروالکترومکانیکی شامل تحریک الکترواستاتیکی، پنوماتیکی، مغناطیسی، پیزوالکتریکی و... می‌باشد. مهم‌ترین نوع تحریک برای تحریک این ساختارها، تحریک الکترواستاتیکی است. معمولاً قطعات میکروالکترومکانیکی تحریک‌شده با محرک الکترواستاتیکی دارای ساختار ساده با جزئیات کم می‌باشند [۲].

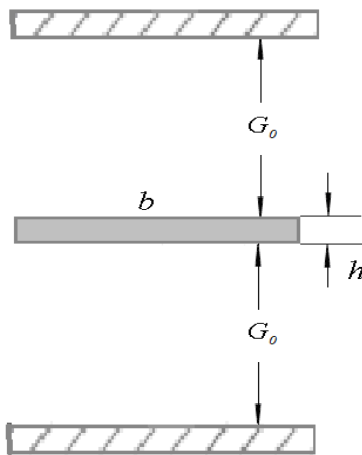
اکثر سیستم‌های میکروالکترومکانیکی از قبیل، میکروعملگرها و حسگرها دارای ذات خازنی هستند که در آن‌ها یک قسمت متحرک (از قبیل میکروتیر یا میکرو صفحه) بر روی یک الکتروود ثابت یا بین دو الکتروود ثابت معلق می‌باشد. اعمال اختلاف پتانسیل بین قسمت متحرک و قسمت ثابت موجب جذب شدن قسمت متحرک به سمت الکتروود ثابت می‌شود. در صورتی که اختلاف پتانسیل اعمال‌شده از یک حدی فراتر رود؛ سختی الاستیکی میکروساختار کمتر از سختی الکترواستاتیکی شده و در این وضعیت قسمت متحرک پایداری خود را از دست داده و به الکتروود ثابت برخورد می‌کند. تحقیقات قابل توجهی در زمینه بررسی پایداری استاتیکی میکروساختارها صورت گرفته است که برخی از این مطالعات در مراجع [۹-۱] ذکر شده است. اکثر مطالعات صورت گرفته در این زمینه، بدون در نظر گرفتن اثرات پارامتر مشخصه طول می‌باشد. این پارامتر یک ویژگی ذاتی میکروساختار می‌باشد و هنگامی که ضخامت قسمت متحرک از یک حدی کمتر شود؛ این ویژگی اثرات خود را بروز می‌دهد. استفاده از تئوری الاستیسیته کلاسیک برای میکروساختارهایی که دارای پارامتر مشخصه طول قابل توجه می‌باشند؛ می‌تواند منجر به ارائه نتایج نادرست شود. در نظر گرفتن پارامتر طول مشخصه و استفاده از تئوری تنش کوپل به جای تئوری الاستیسیته کلاسیک در تحلیل میکروساختارها امر مهمی به شمار می‌رود. در سال‌های اخیر تحقیقاتی در مورد بررسی پایداری میکروساختارها با در نظر گرفتن پارامتر طول مشخصه و استفاده از تئوری تنش کوپل به جای تئوری الاستیسیته کلاسیک صورت گرفته است [۱۰-۱۴]. اکثر تحقیقات صورت گرفته در این زمینه مربوط به ساختارهایی می‌باشد که در آن‌ها میکروتیر یا میکروصفحه بر روی یک الکتروود ثابت معلق می‌باشد. با توجه به اهمیت تحلیل و بررسی پایداری میکروساختارهای سه‌صفحه‌ای، در این مقاله به بررسی اثرات در نظر گرفتن و عدم در نظر گرفتن اثرات پارامتر مشخصه طول بر ناپایداری استاتیکی میکروسوئیچ سه‌صفحه‌ای پرداخته می‌شود. برای این منظور معادلات حاکم بر رفتار استاتیکی و دینامیکی این ساختار با استفاده از تئوری تنش کوپل و تئوری تیر کلاسیک استخراج و ارائه خواهد شد.

¹ length scale parameter

الاستیسیته E ، چگالی ρ ، ممان اینرسی سطح I ، سطح مقطع A ساخته شده است. پارامتر p نیز که بیانگر نسبت ولتاژهای اعمالی است؛ به صورت $p = \frac{V_2}{V_1}$ تعریف می‌شود.



(الف)



(ب)

شکل (۱): نمای شماتیک میکروسوئیچ سه صفحه‌ای: (الف) میکروسوئیچ سه صفحه‌ای؛ (ب) سطح مقطع میکروسوئیچ.

۳- مدل سازی ریاضی

در این قسمت معادلات حاکم بر رفتار دینامیکی و استاتیکی میکروسوئیچ موردنظر ارائه می‌شود. بر اساس تئوری تنش کوپل بهبودیافته، انرژی کرنشی U برای یک ماده ایزوتروپیک که دارای رفتار الاستیک خطی می‌باشد؛ قابل ارائه به صورت رابطه (۱) می‌باشد [۱۵].

$$U = \frac{1}{2} \int_V (\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} + m_{ij} \chi_{ij}) dV \quad (1)$$

در رابطه فوق $\bar{V}$ بیانگر حجم اشغال شده توسط ماده می‌باشد. σ ، ε ، m و χ نیز به ترتیب بیانگر تانسورهای تنش، کرنش، بخش انحرافی تنش کوپل و قسمت متقارن انحنا می‌باشد. بر

پارامتر ولتاژ ناپایداری با استفاده از دو تئوری مذکور تعیین و با هم مقایسه خواهند شد. علاوه بر موارد فوق‌الذکر، به بررسی تغییرات فرکانس و ظرفیت خازنی میکروسوئیچ با تغییرات ولتاژ اعمالی با استفاده از دو تئوری پرداخته خواهد شد و نتایج به دست آمده با هم مقایسه خواهند شد.

ترتیب مطالب ارائه شده در این مقاله به صورت زیر می‌باشد.

(۱) در قسمت ۲ به ارائه مدل فیزیکی و هندسی

میکروسوئیچ موردنظر پرداخته خواهد شد.

(۲) در قسمت ۳ معادلات حاکم بر رفتار میکروسوئیچ

ارائه خواهد شد.

(۳) در قسمت ۴ به بحث در مورد چگونگی حل

معادلات حاکم غیرخطی پرداخته خواهد شد.

(۴) در قسمت ۵ نتایج استخراج شده ارائه خواهند شد و

به بحث و بررسی در مورد این نتایج پرداخته خواهد شد.

(۵) در قسمت ۶ نتیجه گیری نهایی با ذکر کلیات صورت

خواهد گرفت.

۲- مدل فیزیکی میکروسوئیچ سه صفحه‌ای

در این قسمت به ارائه مدل میکروسوئیچ مورد مطالعه پرداخته می‌شود. شکل (۱-الف) نشان دهنده میکروسوئیچ سه صفحه‌ای می‌باشد؛ که در آن یک میکروتیر به طول L بین دو الکترود معلق است. فاصله میکروتیر با الکترودهای ثابت بالایی و پایینی G_0 می‌باشد. بین میکروتیر و الکترودهای پایینی و بالایی به ترتیب اختلاف پتانسیل V_1 و V_2 برقرار می‌باشد. وجود اختلاف پتانسیل‌های مذکور باعث ایجاد نیروهای جاذبه‌ای الکترواستاتیک بین میکروتیر و الکترودهای ثابت می‌شود. در صورتی که $V_2 > V_1$ باشد؛ نیروی الکترواستاتیک اعمال شده از سوی الکترود بالایی بر نیروی الکترواستاتیک اعمال شده از الکترود پایینی غلبه کرده و در نتیجه میکروتیر به سمت الکترود بالایی جذب می‌شود. در صورتی که $V_2 < V_1$ باشد؛ میکروتیر به سمت الکترود پایینی جذب می‌شود. در صورتی که $V_2 = V_1$ باشد؛ میکروتیر در جای خود ثابت باقی می‌ماند. شکل ۱-ب نیز نشان دهنده سطح مقطع میکروتیر موردنظر می‌باشد؛ که دارای پهنای b و ضخامت h می‌باشد. میکروتیر از ماده‌ای ایزوتروپیک با خاصیت الاستیک خطی با مدول

با جاگذاری رابطه (۱۰) در رابطه (۵) مؤلفه‌های تانسور متقارن انحنای به صورت زیر ظاهر می‌شوند.

$$\chi_{xy} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \quad (11)$$

$$\chi_{xx} = \chi_{yy} = \chi_{zz} = \chi_{xz} = \chi_{yz} = 0$$

همچنین با جاگذاری رابطه (۹) در رابطه (۲)، درایه‌های تانسور تنش به صورت زیر به دست می‌آیند.

$$\sigma_{xx} = -Ez \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (12)$$

$$\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$$

با جاگذاری رابطه (۱۲) در رابطه (۴) درایه‌های بخش انحرافی تانسور تنش کوپل نیز قابل ارائه به صورت زیر هستند.

$$m_{xy} = -Gl^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (13)$$

$$m_{xx} = m_{yy} = m_{xz} = m_{yz} = m_{zz} = 0$$

با جاگذاری روابط (۹)، (۱۱)، (۱۲) و (۱۳) در رابطه (۱)، انرژی کرنشی را می‌توان به صورت زیر ارائه کرد.

$$U = -\frac{1}{2} \int_0^L M_x \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} dx + Y_{xy} \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} dx \quad (14)$$

که M_x و Y_{xy} به ترتیب بیانگر ممان برآیند و ممان کوپل می‌باشند که قابل ارائه به صورت زیر هستند.

$$M_x = \int \sigma_{xx} z dA \quad (15)$$

$$Y_{xy} = \int m_{xy} dA$$

انرژی جنبشی میکروتیر نیز به صورت زیر قابل ارائه می‌باشد.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A \left[\frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \right]^2 dx \quad (16)$$

کار مجازی صورت گرفته توسط نیروی الکترواستاتیک نیز قابل ارائه به صورت زیر می‌باشد.

$$\delta W = \int_0^L q_{elec}(x, t) \delta w(x, t) dx \quad (17)$$

که $q_{elec}(x, t)$ بیانگر نیروی الکترواستاتیک اعمالی به میکروتیر می‌باشد. طبق اصل هامیلتون رابطه زیر برقرار می‌باشد.

اساس تئوری الاستیسیته خطی، تانسورهای مذکور قابل ارائه به صورت زیر می‌باشند.

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2G \varepsilon_{ij} \quad (2)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3)$$

$$m_{ij} = 2l^2 G \chi_{ij} \quad (4)$$

$$\chi_{ij} = \frac{1}{2} (\theta_{i,j} + \theta_{j,i}) \quad (5)$$

برای روابط فوق λ و G بیانگر ثابت‌های لامه، l بیانگر پارامتر طول مشخصه ماده و u و θ نیز به ترتیب بیانگر بردارهای جابجایی و چرخش می‌باشند. همچنین ارتباط بین مؤلفه‌های بردار چرخش و بردار جابجایی قابل ارائه به صورت زیر می‌باشد.

$$\theta = \frac{1}{2} \text{curl}(u) \quad (6)$$

با توجه به مختصات $x-z$ نشان داده شده در شکل ۱ که محور x منطبق بر تار میانی میکروتیر می‌باشد؛ بردارهای جابجایی قابل ارائه به صورت زیر می‌باشند [۱۶].

$$u = -z\psi(x, t), v = 0, w = w(x, t) \quad (7)$$

به طوری که u ، v و w به ترتیب بیانگر درایه‌های بردار تغییرشکل در جهت‌های x ، y و z می‌باشند. همچنین ψ نیز بیانگر زاویه چرخش بر مبنای تئوری کلاسیک می‌باشد که قابل ارائه به صورت زیر می‌باشد.

$$\psi = \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \quad (8)$$

درایه‌های تانسور کرنش برای وضعیت تنش صفحه‌ای و تغییرشکل‌های کوچک، با استفاده از روابط (۳)، (۷) و (۸) قابل ارائه به صورت رابطه زیر می‌باشند.

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (9)$$

$$\varepsilon_{yy} = v z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$\varepsilon_{zz} = v z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{xz} = 0$$

همچنین با استفاده از روابط (۶) تا (۸) تساوی‌های زیر برقرار می‌باشند.

$$\theta_y = -\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \quad (10)$$

$$\theta_x = \theta_y = 0$$

با کوچک فرض کردن این مقادیر می‌توانیم از اولین ترم بسط تیلور نیروهای اعمالی به تیر، به جای معادلات این نیرو استفاده کرد. معادله خیز میکروسوئیچ در مرحله i ام به صورت زیر می‌باشد.

$$(EI + GAl^2) \frac{d^4 w^i}{dx^4} = q_{elec}(V^i, w^i) \quad (23)$$

و برای مرحله $i+1$ ام به صورت زیر می‌باشد.

$$(EI + GAl^2) \frac{d^4 w^{i+1}}{dx^4} = q_{elec}(V^{i+1}, w^{i+1}) \quad (24)$$

با جاگذاری w^{i+1} و V^{i+1} از رابطه (۲۲) در معادله (۲۴) و استفاده از ترم‌های اول بسط تیلور به معادله زیر می‌رسیم.

$$\begin{aligned} (EI + GAl^2) \left(\frac{d^4 w^i}{dx^4} + \frac{d^4 \varphi^i}{dx^4} \right) q_{elec}(V^i, w^i) \\ = + \left(\frac{\partial q_{elec}}{\partial w} \right)_{w^i} \varphi^i + \frac{\partial q_{elec}}{\partial V} dV \end{aligned} \quad (25)$$

اگر معادله (۲۳) را از معادله (۲۵) کسر کنیم به معادله (۲۶) می‌رسیم.

$$\begin{aligned} (EI + GAl^2) \frac{d^4 \varphi^i}{dx^4} - \left(\frac{\partial q_{elec}}{\partial w} \right)_{w^i} \varphi^i \\ = \frac{\partial q_{elec}}{\partial V} dV \end{aligned} \quad (26)$$

معادله (۲۶) یک معادله دیفرانسیل معمولی خطی است که بیانگر میزان خیز میکروتیر در گام $i+1$ می‌باشد. این معادله دیفرانسیل به راحتی با استفاده از روش گالرکین قابل حل می‌باشد؛ به طوری که $\varphi(x)$ قابل تقریب به صورت رابطه زیر می‌باشد.

$$\varphi(x) \cong \varphi_N(x) = \sum_{j=1}^N q_j \psi_j(x) \quad (27)$$

در رابطه فوق $\varphi_N(x)$ تقریبی از $\varphi(x)$ است و $\psi_j(x)$ بیانگر j امین تابع شکل میکروتیر می‌باشد که تمام شرایط مرزی میکروتیر را ارضا می‌کند. همچنین q نیز بیان کننده تغییر شکل تعمیم یافته می‌باشد. با جاگذاری رابطه (۲۷) در (۲۶) و ضرب طرفین آن در $\psi_r(x)$ که $(r = 1, 2, \dots, N)$ به عنوان تابع وزن و انتگرال گیری از آن در بازه $0-L$ ، دسته‌ای از معادلات جبری به دست می‌آید که با حل آن‌ها خیز میکروتیر در هر گام قابل تعیین می‌باشد [۱۹].

$$\delta \int_0^t (T - U + W) dt = 0 \quad (18)$$

با استفاده از روابط (۱۴)، (۱۶)، (۱۷) و (۱۸) معادله حاکم بر رفتار دینامیکی میکروتیر طبق تئوری تنش کوپل قابل ارائه به صورت زیر می‌باشد.

$$(EI + GAl^2) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q_{elec} \quad (19)$$

با توجه به رابطه فوق، واضح است که سختی خمشی میکروتیر شامل دو ترم EI (سختی خمشی بر اساس تئوری تیر کلاسیک) و GAl^2 (سختی ناشی از در نظر گرفتن پارامتر طول مشخصه) می‌باشد. معادله حاکم بر رفتار استاتیکی میکروسوئیچ نیز با مساوی صفر قرار دادن ترم $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$ به صورت زیر ارائه می‌شود.

$$(EI + GAl^2) \frac{d^4 w}{dx^4} = q_{elec} \quad (20)$$

نیروی اعمالی الکترواستاتیک به میکروتیر نیز به صورت رابطه زیر می‌باشد [۱۷].

$$q_{elec} = \frac{b \varepsilon_0}{2} \left[\frac{V_1^2}{(G_0 - w)^2} - \frac{V_2^2}{(G_0 + w)^2} \right] \quad (21)$$

برای رابطه (۲۱) $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} C^2 N^{-1} m^{-2}$ بیانگر ضریب گذردهی خلأ می‌باشد. در صورتی که برای روابط (۱۹) و (۲۰)، $l = 0$ در نظر گرفته شود و یا به عبارتی، از ترم ناشی از تنش کوپل صرف نظر کنیم؛ معادله حاکم بر رفتار دینامیکی و استاتیکی میکروسوئیچ بر اساس تئوری تیر کلاسیک به دست می‌آید [۱۶].

۴- روش عددی

در این قسمت روش عددی گام به گام خطی سازی جهت حل معادله ارائه شده در رابطه (۲۰) بیان می‌شود. پایه این روش بر این اساس می‌باشد که ولتاژهای اعمالی به میکرو تیر به صورت تدریجی و گام به گام اعمال می‌شود و در هر گام خیز ایجاد شده در میکروتیر تعیین می‌شود [۱۸]. برای اعمال این روش، روابط زیر را در نظر می‌گیریم.

$$\begin{aligned} w^{i+1} &= w^i + \delta w = w^i + \varphi^i \\ V^{i+1} &= V^i + \delta V \end{aligned} \quad (22)$$

که δw و δV به ترتیب بیانگر مقدار تغییر ولتاژ و خیز میکروتیر در دو مرحله متوالی گام به گام خطی سازی می‌باشد.

۵- نتایج

در این قسمت نتایج تعیین شده برای ولتاژ ناپایداری، تغییرات فرکانس و ظرفیت خازنی میکروسوئیچ با استفاده از تئوری‌های تنش کوپل و تیر کلاسیک ارائه خواهند شد. پیش از ارائه نتایج، بایستی دقت رویه به‌کاررفته در این مقاله با مقایسه با نتایج موجود برای سیستم‌های میکروالکترومکانیکی ارزیابی شود. بدین منظور، معادله (۲۰) با فرض $l = 0$ و $V_2 = 0$ حل و ولتاژ ناپایداری تعیین شده است. خواص فیزیکی و هندسی میکروتیر دوسرگردار مورد مطالعه برای بحث صحنه‌گذاری در جدول ۱ ذکر شده است. نتایج مقایسه نیز در جداول ۲ و ۳ ارائه شده است.

جدول (۱): خواص فیزیکی و هندسی میکرو تیر دوسرگردار مورد مطالعه برای بحث صحنه‌گذاری

مشخصه	مقدار	واحد
عرض	۵۰	μm
ضخامت	۳	μm
مدول یانگ	۱۶۹	GPa
فاصله اولیه بین میکروتیر و الکترو پایی	۱	μm
دانشسته	۲۳۳۱	kg/m^3

جدول (۲): مقایسه ولتاژهای ناپایداری به دست آورده شده در این مقاله با ولتاژهای به‌دست آمده به روش تفاضل محدود برای میکروسوئیچ دوسرگردار با طول ۳۵۰ میکرومتر

δV	۰/۵	۰/۱	۰/۵	۱	۲
ولتاژ ناپایداری [۲۰]	۲۰/۲	۲۰/۲	۲۰/۵	۲۱	۲۲
نتایج ولتاژ ناپایداری از رویه پیشنهادی	۲۰/۲۵	۲۰/۳	۲۱	۲۱	۲۲

جدول (۳): مقایسه ولتاژهای ناپایداری به دست آورده شده در این مقاله با ولتاژهای به‌دست آمده در مرجع [۲۱] برای میکروسوئیچ یکسر گردار با طول ۱۵۰ میکرومتر

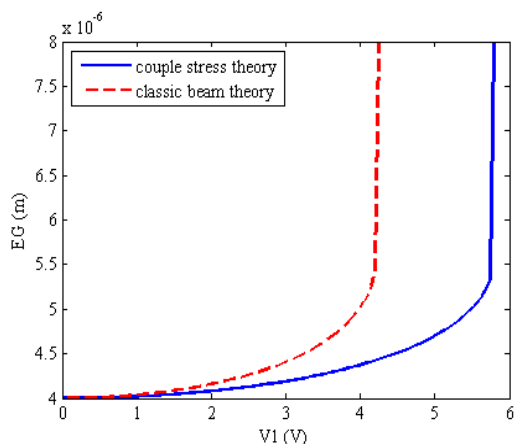
روش شبیه‌سازی Co Solve [۲۱] آزادی [۲۱]	مدل درجه	دو مقاله حاضر
ولتاژ ناپایداری	۱۶/۸	۱۶/۹۲

با توجه به نتایج ارائه شده در جداول ۲ و ۳ این نتیجه حاصل می‌شود که روش مورد استفاده در این مقاله دارای کارایی قابل قبول است. در ادامه این قسمت نتایج به‌دست آمده برای پدیده ناپایداری استاتیکی میکروسوئیچ نشان داده شده در شکل ۱ با استفاده از تئوری‌های تنش کوپل و تیر کلاسیک تعیین و ارائه می‌شوند. خواص فیزیکی و هندسی میکروسوئیچ مورد مطالعه در این مقاله در جدول ۴ ارائه شده است. جنس میکروتیر نیز از طلا می‌باشد که دارای پارامتر طول مشخصه غیر صفر می‌باشد.

جدول (۴): مشخصات فیزیکی و هندسی میکرو سوئیچ سه صفحه‌ای مورد مطالعه

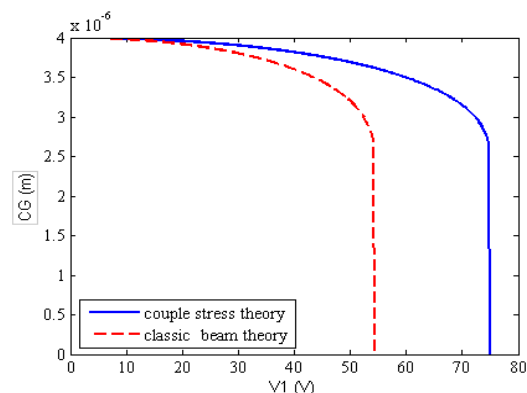
مشخصه	مقدار	واحد
عرض	۱۰	μm
ضخامت	۲	μm
مدول الاستیسیته	۹۸/۵	GPa
مدول برشی	۲۷	GPa
پارامتر طول مشخصه [۲۲]	۱/۰۵	μm
فاصله اولیه میکروتیر با الکترودها	۴	μm
طول	۴۰۰	μm
دانشسته	۱۹۳۰۰	kg/m^3

شکل‌های ۲ تا ۴ نشان‌دهنده فاصله انتهای میکروتیر با الکترو پایی برحسب ولتاژ V_1 برای میکروسوئیچ یکسر گردار و نسبت‌های ولتاژی $p = 0.5$ ، $p = 1$ و $p = 2$ می‌باشد. همان گونه که از این شکل‌ها مشخص است؛ اختلاف قابل توجهی بین دیاگرام تغییر شکل رسم شده با استفاده از تئوری تنش کوپل با دیاگرام رسم شده با استفاده از تئوری تیر کلاسیک می‌باشد. همچنین ولتاژ ناپایداری تعیین شده توسط تئوری تنش کوپل بیشتر از ولتاژ ناپایداری تعیین شده توسط تئوری تیر کلاسیک می‌باشد. به‌عنوان مثال برای حالت $p = 0.5$ ولتاژ ناپایداری تعیین شده توسط تئوری تنش کوپل و تئوری تیر کلاسیک به ترتیب برابر با ۱۱/۷۸ و ۸/۴۳ ولت است. این اختلاف ناشی از سختی خمشی کمتری است که توسط تئوری تیر کلاسیک در نظر گرفته می‌شود. با توجه به معادله (۲۰) واضح است که سختی خمشی در نظر گرفته شده توسط تئوری تیر کلاسیک ($l = 0$) کمتر از سختی احتساب



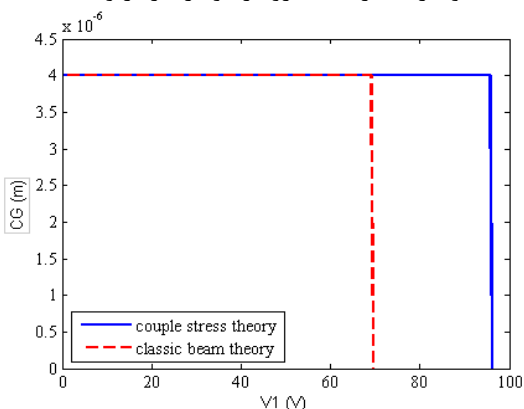
شکل (۴): فاصله انتهایی میکروتیر با الکتروود پایینی

برحسب ولتاژ V_1 برای میکروتیر یکسر گیردار و $p = 2$



شکل (۵): فاصله میانی میکروتیر با الکتروود پایینی

برحسب ولتاژ V_1 برای میکروتیر دوسرگیردار و $p = 0.5$

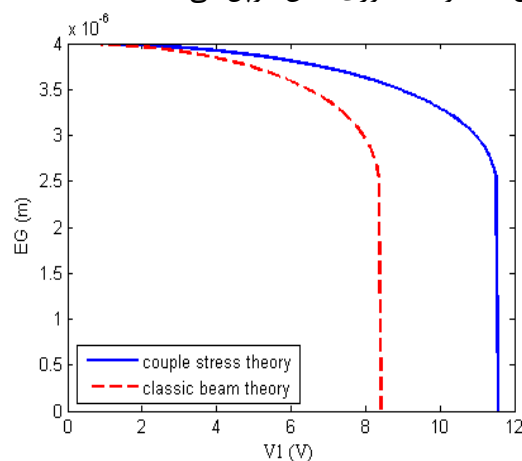


شکل (۶): فاصله میانی میکروتیر با الکتروود پایینی برحسب

ولتاژ V_1 برای میکروتیر دوسرگیردار و $p = 1$

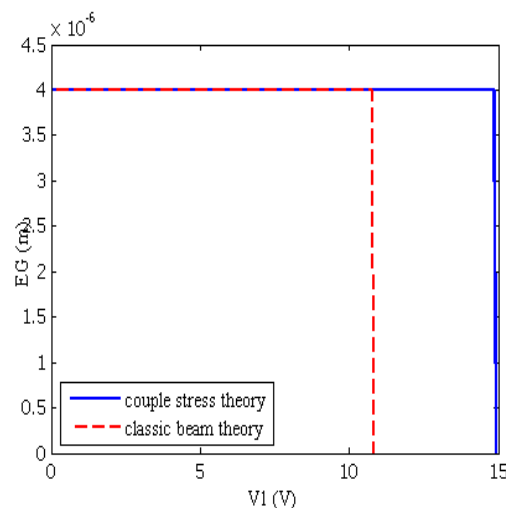
در ادامه این قسمت نتایج استخراج شده برای تغییرات فرکانس میکروسوئیچ برحسب تغییرات ولتاژ ارائه می‌شود. نتایج مذکور برای میکروسوئیچ یکسر گیردار برای وضعیت‌های $p = 0.5$

شده توسط تئوری تنش کوپل می‌باشد. هرچقدر سختی میکروتیر بیشتر باشد؛ میکروتیر در مقابل نیروی الکترواستاتیک مقاومت بیشتری از خود نشان می‌دهد و در ولتاژ بالاتری ناپایدار می‌شود. نتایج ناپایداری استاتیکی برای میکروسوئیچ دوسرگیردار نیز استخراج و در شکل‌های ۵ تا ۷ نشان داده شده است. همان‌گونه که از این شکل‌ها مشخص است؛ نتایج به دست آمده برای میکروسوئیچ دوسرگیردار، از لحاظ کیفی مشابه نتایج ارائه شده برای میکروسوئیچ یکسر گیردار می‌باشد. بدین طریق که ولتاژ ناپایداری تعیین شده توسط تئوری تیر کلاسیک پایین‌تر از میزان ولتاژ ناپایداری تعیین شده توسط تئوری تنش کوپل می‌باشد.



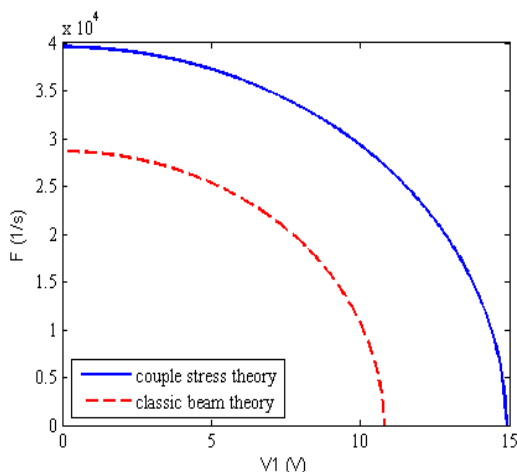
شکل (۲): فاصله انتهایی میکروتیر با الکتروود پایینی

برحسب ولتاژ V_1 برای میکروتیر یکسر گیردار و $p = 0.5$

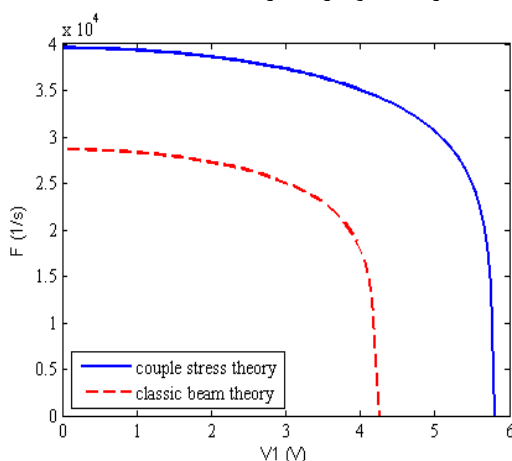


شکل (۳): فاصله انتهایی میکروتیر با الکتروود پایینی

برحسب ولتاژ V_1 برای میکروتیر یکسر گیردار و $p = 1$



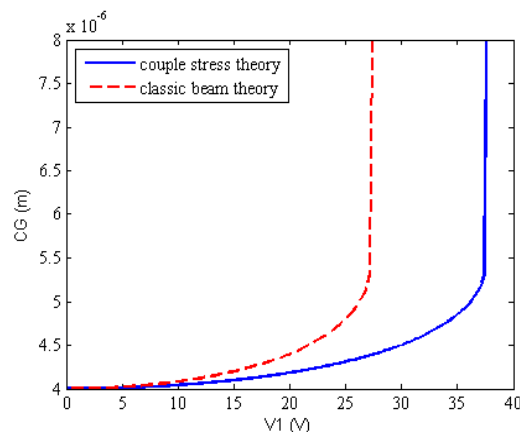
شکل (۹): تغییرات فرکانس میکروسوئیچ یکسر گیردار
برحسب ولتاژ V_1 برای حالت $p = 1$



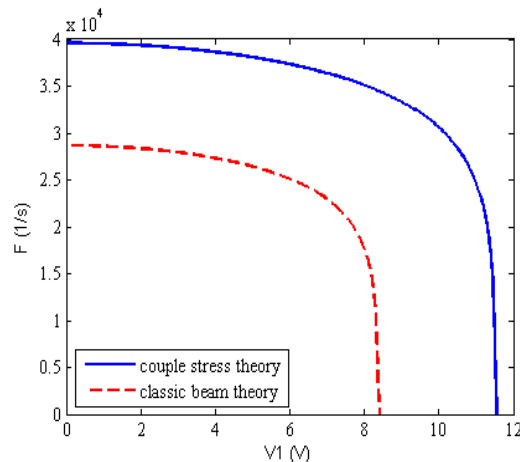
شکل (۱۰): تغییرات فرکانس میکروسوئیچ یکسر گیردار
برحسب ولتاژ V_1 برای حالت $p = 2$

نتایج تغییرات فرکانس برحسب ولتاژ V_1 برای میکروسوئیچ‌های دوسرگیردار برای p ‌های مختلف استخراج و در شکل‌های ۱۱ تا ۱۳ نشان داده شده است. همان‌گونه که از این شکل‌ها مشخص است؛ موارد ارائه شده برای تغییرات فرکانس میکروسوئیچ‌های یکسر گیردار برای میکروسوئیچ‌های دوسرگیردار نیز صادق می‌باشد؛ یعنی، برای میکروسوئیچ‌های دوسرگیردار نیز فرکانس تعیین شده توسط تئوری تنش کوپل در هر ولتاژ بزرگ‌تر از فرکانس تعیین شده توسط تئوری تیر کلاسیک می‌باشد. علاوه بر این طبق تئوری تنش کوپل میکروسوئیچ در ولتاژ بزرگ‌تری به فرکانس صفر می‌رسد. در ادامه به بحث در مورد تغییرات ظرفیت خازنی برحسب تغییرات ولتاژ پرداخته می‌شود.

$p = 1$ و $p = 2$ در شکل‌های ۸ تا ۱۰ ارائه شده است. در هر ولتاژ خاص، فرکانس تعیین شده توسط تئوری تنش کوپل بیشتر از فرکانس تعیین شده توسط تئوری تیر کلاسیک می‌باشد. این امر بدیهی است؛ چراکه فرکانس نسبت مستقیمی با سختی میکروتیر دارد و سختی تعیین شده توسط تئوری تیر کلاسیک کمتر از سختی تعیین شده توسط تئوری تنش کوپل می‌باشد. علاوه بر این، ولتاژی که فرکانس صفر در آن رخ می‌دهد؛ طبق تئوری تنش کوپل بیشتر از ولتاژ مشابه تعیین شده توسط تئوری تیر کلاسیک می‌باشد. به عنوان مثال همان‌گونه که در شکل ۸ نشان داده شده است؛ فرکانس صفر برحسب تئوری تنش کوپل در ولتاژ ۱۱/۷۸ رخ می‌دهد؛ درحالی‌که طبق تئوری تیر کلاسیک فرکانس صفر در ولتاژ ۸/۴۳ اتفاق می‌افتد.



شکل (۷): فاصله میانی میکروتیر با الکترود پایینی برحسب
ولتاژ V_1 برای میکروتیر دوسرگیردار و $p = 2$

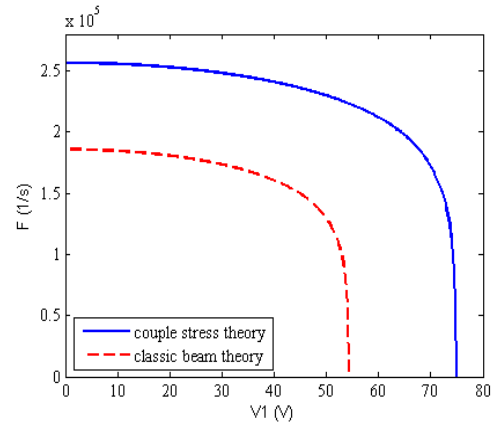


شکل (۸): تغییرات فرکانس میکروسوئیچ یکسر گیردار
برحسب ولتاژ V_1 برای حالت $p = 0.5$

تغییرات ظرفیت خازنی برحسب ولتاژ V_1 برای میکروسوئیچ‌های یکسر گیردار و دوسرگیردار برای حالت $p = 0.5$ تعیین و در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ نشان داده شده است. همان‌گونه که از این شکل‌ها مشخص است؛ با افزایش ولتاژ V_1 ظرفیت خازنی افزایش می‌یابد؛ چراکه در این حالت با اعمال ولتاژ، میکروتیر به سمت الکتروود پایینی جذب شده و با کاهش فاصله الکتروودهای متحرک و ثابت ظرفیت خازنی نیز افزایش می‌یابد. همان‌گونه که از این شکل‌ها مشخص است؛ ظرفیت خازنی تعیین شده در هر ولتاژ، توسط تئوری تیر کلاسیک بیشتر از ظرفیت تعیین شده توسط تئوری تنش کوپل می‌باشد. ظرفیت خازنی کمینه و بیشینه ارائه شده توسط هر دو تئوری با هم یکسان است؛ ولی همان‌گونه که مشخص است؛ ولتاژ متناسب تعیین شده برای بیشترین ظرفیت خازنی توسط تئوری تنش کوپل بیشتر از ولتاژ مشابه تعیین شده توسط تئوری تیر کلاسیک می‌باشد.

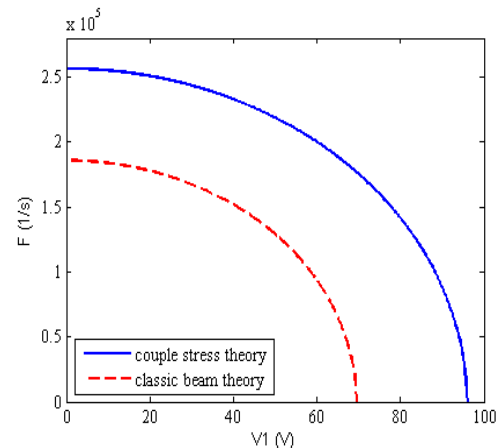
۶- نتیجه گیری

میکروسوئیچ‌های سه صفحه‌ای نمونه‌ای از میکروسوئیچ‌ها می‌باشند که در سال‌های اخیر نظر بسیاری از محققین را به خود جلب کرده‌اند و تحقیقات قابل توجهی در زمینه رفتار مکانیکی این سوئیچ‌ها صورت گرفته است. پارامتر مشخصه طول نیز یک خاصیت ذاتی ماده است که مقدار آن در ضخامت‌های در حد میکرون و کمتر، غیرقابل اغماض می‌باشد. عدم در نظر گرفتن این پارامتر در میکروسوئیچ‌ها موجب تعیین نتایج پایداری دور از واقعیت می‌شود. در این مقاله با توجه به اهمیت دو موضوع فوق، بررسی پایداری میکروسوئیچ‌های سه صفحه‌ای با در نظر گرفتن پارامتر طول مشخصه صورت گرفت. برای این منظور معادله حاکم بر رفتار دینامیکی و استاتیکی میکروسوئیچ با در نظر گرفتن پارامتر طول مشخصه و استفاده از تئوری تنش کوپل بهبودیافته ارائه شد. با توجه به وجود ترم غیرخطی الکترواستاتیک برای حل معادله از روش گام‌به‌گام خطی‌سازی استفاده شد. نتایج حاکم بر رفتار استاتیکی میکروسوئیچ و تعیین ولتاژ ناپایداری با استفاده از هر دو تئوری تنش کوپل و تیر کلاسیک استخراج و ارائه شد. نتایج به دست آمده نشان‌دهنده اختلاف قابل توجه بین دو روند (در نظر گرفتن و عدم در نظر گرفتن پارامتر طول



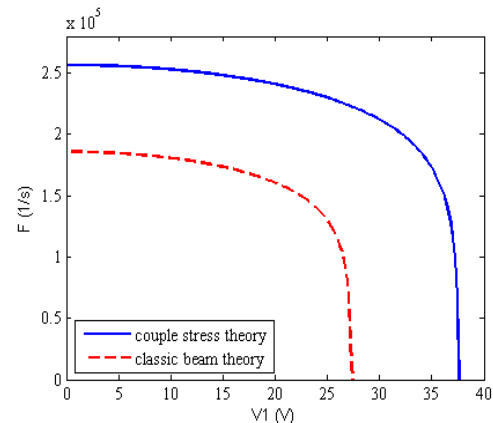
شکل (۱۱): تغییرات فرکانس میکروسوئیچ دوسرگیردار

برحسب ولتاژ V_1 برای حالت $p = 0.5$



شکل (۱۲): تغییرات فرکانس میکروسوئیچ دوسرگیردار

برحسب ولتاژ V_1 برای حالت $p = 1$



شکل (۱۳): تغییرات فرکانس میکروسوئیچ دوسرگیردار

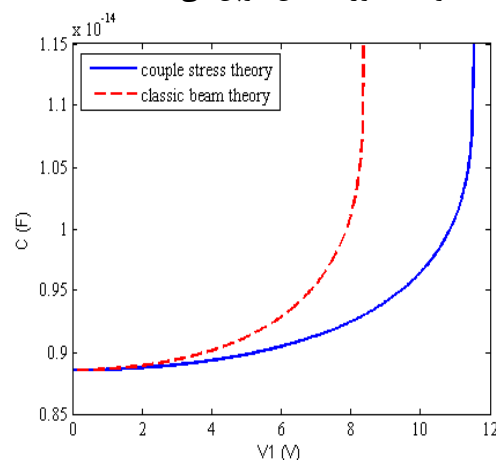
برحسب ولتاژ V_1 برای حالت $p = 2$

برای میکروسوئیچ نشان داده شده در شکل ۱ الکتروود مرجع (برای تعیین ظرفیت خازنی) الکتروود پایینی می‌باشد. نتایج

۷- مراجع

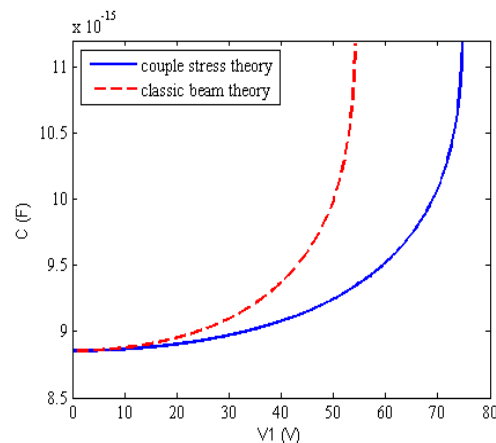
- [1] Mobki H, Rezazadeh G, Sadeghi M, Vakili-Tahami F, Seyyed-Fakhrabadi MM. A comprehensive study of stability in an electro-statically actuated micro-beam. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2013;48:78-85. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2012.08.002>
- [2] Senturia S. *Microsystem Design*. Norwell, MA: Kluwer; 2001.
- [3] Sadeghian H, Rezazadeh G, Osterberg PM. Application of the generalized differential quadrature method to the study of pull-in phenomena of MEMS switches. *Journal of Microelectromechanical Systems*. 2007;16(6):1334-40. DOI: <https://doi.org/10.1109/JMEMS.2007.909237>
- [4] Kacem N, Baguet S, Hentz S, Dufour R. Computational and quasi-analytical models for non-linear vibrations of resonant MEMS and NEMS sensors. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2011;46:532-42. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2010.12.012>
- [5] Guo JG, Zhou LJ, Zhao YP. Instability analysis of torsional MEMS/NEMS actuators under capillary force. *Journal of Colloid and Interface Science*. 2009;331:458-62. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jcis.2008.11.069>
- [6] Batra RC, Porfiri M, Spinello D. Effects of Casimir force on pull-in instability in micromembranes. *Europhysics Letters*. 2007;77(1):1-6. DOI: <https://doi.org/10.1209/0295-5075/77/20010>
- [7] Saeedi Vahdat A, Abdolkarimzadeh F, Feyzi A, Rezazadeh G, Tarverdi S. Effect of thermal stresses on stability and frequency response of a capacitive microphone. *Microelectronics Journal*. 2010;41:865-73. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mejo.2010.07.013>
- [8] Nabian A, Rezazadeh G, Almassi M, Borgheei AM. On the stability of a functionally graded rectangular micro-plate subjected to hydrostatic and nonlinear electrostatic pressures. *Acta Mechanica Solida Sinica*. 2013;26(2):205-20. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0894-9166\(13\)60020-8](https://doi.org/10.1016/S0894-9166(13)60020-8)
- [9] Tian W, Chen Z. Analysis of bistable inductive micro-switch based on surface micro size effect. *Applied Surface Science*. 2015;334:32-9. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2014.07.150>

مشخصه) می‌باشد. بدین صورت که عدم در نظر گرفتن پارامتر طول مشخصه منجر به تعیین ولتاژ ناپایداری کمتر می‌شود. علاوه بر بررسی رفتار استاتیکی، بررسی تغییرات فرکانس و ظرفیت خازنی نسبت به تغییر ولتاژ نیز صورت گرفت. در زمینه بررسی تغییرات فرکانس، نتایج به‌دست‌آمده نشان‌دهنده اختلاف قابل توجه بین نتایج به‌دست‌آمده از طریق دو تئوری می‌باشد و عدم در نظر گرفتن پارامتر طول مشخصه منجر به تعیین فرکانس کمتر می‌شود. در زمینه تغییرات ظرفیت خازنی، نیز نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که ظرفیت مینیمم و ماکسیمم تعیین شده توسط دو تئوری با هم یکسان می‌باشند. ولی ولتاژ مربوط به ظرفیت خازنی ماکسیمم تعیین شده توسط تئوری تیر کلاسیک کمتر از ولتاژ مشابه تعیین شده توسط تئوری تنش کوپل می‌باشد.



شکل (۱۴): تغییرات ظرفیت خازنی برحسب ولتاژ V_1 برای

میکرو سوئیچ یکسر گیردار $p = 0.5$



شکل (۱۵): تغییرات ظرفیت خازنی برحسب ولتاژ V_1 برای

میکرو سوئیچ دوسرگیردار و $p = 0.5$

- [18] Afrang S, Mobki H, Sadeghi MH, Rezazadeh G. A new MEMS based variable capacitor with wide tunability, high linearity and low actuation voltage. *Sensors and Actuators A: Physical*. 2015;46(2):191-7. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mejo.2014.11.006>
- [19] Mobki H, Sadeghi MH, Afrang S, Rezazadeh G. On the tunability of a MEMS based variable capacitor with a novel structure. *Microsystem Technologies*. 2011;17:1447-52. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00542-011-1327-6>
- [20] Rezazadeh G, Tahmasebi A, Zubstov M. Application of piezoelectric layers in electrostatic MEM actuators: controlling of pull-in voltage. *Microsystem Technologies*. 2006;12:1163-70. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00542-006-0245-5>
- [21] Osterberg P. Electrostatically Actuated Microelectromechanical Test Structures for Material Property Measurement [PhD Thesis]. Cambridge: MIT; 1995.
- [22] Fathalilou M, Sadeghi M, Rezazadeh G, Jalilpour M, Naghilou A, Ahouighazvin S. Study on the pull-in instability of gold micro-switches using variable length scale parameter. *Journal of Solid Mechanics*. 2011;3(2):114-23.
- [10] Rashvand K, Rezazadeh G, Mobki H, Ghayesh MH. On the size-dependent behavior of a capacitive circular micro-plate considering the variable length-scale parameter. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2013;77:333-42. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2013.09.023>
- [11] Salamat-Talab M, Nateghi A, Torabi J. Static and dynamic analysis of third-order shear deformation FG micro beam based on modified couple stress theory. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2012;57(1):63-73. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2012.02.004>
- [12] Trinh LC, Nguyen HX, Vo TP, Nguyen TK. Size-dependent behaviour of functionally graded microbeams using various shear deformation theories based on the modified couple stress theory. *Composite Structures*. 2016;154:556-72. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.07.033>
- [13] Abbasnejad B, Rezazadeh G, Shabani R. Stability analysis of a capacitive FGM micro-beam using modified couple stress theory. *Acta Mechanica Sinica*. 2013;26(4):427-40. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0894-9166\(13\)60038-5](https://doi.org/10.1016/S0894-9166(13)60038-5)
- [14] Shaat M, Mohamed SA. Nonlinear-electrostatic analysis of micro-actuated beams based on couple stress and surface elasticity theories. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2014;84:208-17. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2014.04.020>
- [15] Yang F, Chong ACM, Lam DCC, Tong P. Couple stress based strain gradient theory for elasticity. *International Journal of Solids and Structures*. 2002;39:2731-43. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(02\)00152-X](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(02)00152-X)
- [16] Park SK, Gao XL. Bernoulli-Euler beam model based on a modified couple stress theory. *Journal of Micromechanics and Microengineering*. 2006;16(11):2355-9. DOI: <https://doi.org/10.1088/0960-1317/16/11/015>
- [17] Mobki H, Rashvand K, Afrang S, Sadeghi MH, Rezazadeh G. Design, simulation and bifurcation analysis of a novel micromachined tunable capacitor with extended tunability. *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*. 2014;38(1):1-12. DOI: <https://doi.org/10.1139/tcsme-2014-0002>